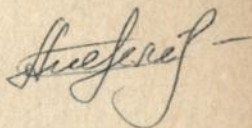


КИЇВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

На правах рукопису

Шевельов Олександр Гарріювич



ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ УДАРНИХ ХВИЛЬ
У СПОЛУЧЕНИХ ТА РОЗГАЛУЖЕНИХ КАНАЛАХ НА ПІДСТАВІ
КВАЗІМОНОТОННОЇ РІЗНИЦЕВОЇ СХЕМИ

01.02.05 - механіка рідин, газу та плазми

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ - 1994

Дисертація є рукопис

Робота виконана в Дніпропетровському державному університеті

Науковий керівник - доктор фізико-математичних наук
В.К.Хруц

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук
В.І.Тимошенко
кандидат фізико-математичних наук,
доцент А.М.Антонов

Провідна установа - Харківський авіаційний інститут

Захист відбудеться "26" січня 1994 р. о 15⁰⁰ на
засіданні спеціалізованої вченої ради К 068.18.09 при Київському
державному університеті імені Тараса Шевченка (252127, м.Київ,
проспект Глужкова, 6, механіко-математичний факультет, аудиторія 45).

З дисертацією можна ознайомитися у науковій бібліотеці
Київського університету.

Автореферат розісланий "9" "грудня" 1993 р.

ЛНБ України ім.В.Стефаніка



00802929 (U)

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради
канд.фіз.-мат. наук

В.Ф.Ковальчук

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність роботи. Задачі розрахунку параметрів течій, які виникають при дифракції та розповсюдженні ударних хвиль у сполучених та розгалужених каналах, мають численні застосування. Наприклад, в області проектування пневматичних мереж підвищеного тиску, магістральних газопроводів для транспортування газу, захисних споруд, в практиці аналізу та прогнозу наслідків аварійних ситуацій у вугільних шахтах при вибухах метаноповітряної суміші та інших областях. Теоретичний та практичний інтерес викликають дослідження розвитку складної багатоскрибової структури течії, визначення інтенсивності ударних хвиль після проходження розгалуження, нестационарних силових навантажень на стінки каналів, тощо.

Безпосереднє фізичне моделювання нестационарних розривів течій газу трудомістке, вимагає притягнення унікальної апаратури і не дозволяє визначити одночасно всі параметри течій.

Аналітичні методи більш пристосовані до розв'язання одновимірних або автономних задач.

Становлення ЕОМ як основного інструменту теоретичних досліджень задач механіки рідин та газів, а також високої підвищення точності та обґрунтованості результатів розрахунку стимулюють розробку нових ефективних різницевої схеми чисельного інтегрування рівнянь Ейлера, поєднуючих суперечливі властивості економічності, високого порядку апроксимації, мінімального розмазування розривів та відсутності нефізичних схемних осциляцій розв'язку.

Це визначає актуальність побудови квазімонотонної різницевої схеми, яка має пореалізовані властивості і дозволяє на реальних сітках детально досліджувати складну структуру і параметри нестационарних розривних течій газу.

Дисертація виконувалась в межах держбюджетної теми 31-86 "Теоретичні та експериментальні методи дослідження складних течій рідини та газу" (ДР N 01.86.0010173) та держбюджетної теми 80-92 за Програмою N 8 Міністерства освіти України "Розробка математичних методів дослідження детермінованих та стохастичних еволюційних систем".

Метод роботи є чисельне моделювання нестационарних процесів дифракції та розповсюдження ударних хвиль у плоских сполучених та розгалужених каналах на підставі квазімонотонної різницевої схеми, яка забезпечує мінімальне розмазування розривів при відсутності нефізичних осциляцій розв'язку.

Наукова новизна роботи подан:

- розроблено новов квазімонотонну схему чисельного моделювання нестационарних розривних течій нев'язкого стисливого газу, яка забезпечує монотонність розв'язку та мінімальне розмазування розривів;
- встановленими залежностями ударно-хвильової структури течії, інтенсивності ударних хвиль та силорих навантажень від початкової інтенсивності хвилі і геометричних розмірів каналів при дифракції та розповсюдженні ударних хвиль у сполучених та розгалужених каналах.

Практичне значення. Розроблений на підставі квазімонотонної різницевої схеми комплекс програм дозволяє з високою точністю, невеликими витратами пам'яті ЕОМ та часу розрахунку здійснювати чисельне моделювання нестационарних розривних течій нев'язкого стисливого газу у двовимірних областях.

Ступінь достовірності та обґрунтованості результатів досліджень підтверджується методичним дослідженням збіжності і точності чисельного розв'язку загальноприйнятих тестових задач, для яких існує аналітичний розв'язок, зрівнянням та погодженням результатів розрахунків з наданими експериментальними даними і розрахунками інших авторів.

На захист виносяться:

- розроблена квазімонотонна різницева схема чисельного інтегрування рівнянь Ейлера, яка оснований на нелінійному алгоритмі обмеженого потоку та забезпечує мінімальне розмазування розривів при відсутності нефізичних осциляцій;
- комплекс прикладних програм розрахунку нестационарних розривних течій нев'язкого стисливого газу у двовимірних областях, який реалізує квазімонотонну схему;
- спосіб розбиття векторів течії з виділенням знакопостійних матриць конвективного переносу трикутної форми для зведення розв'язання початкової системи рівнянь до більш економічного послідовного розв'язання скалярних локально-одновимірних задач;
- спосіб побудови на мінімальному шаблоні різницевої апроксимації потоків на підставі інтерполантів, наближачих точний розв'язок рівнянь Ейлера;
- результати чисельного моделювання структури течії при дифракції ударної хвилі на зворотному уступі та встановлені залежності параметрів течії від числа Маха ударної хвилі у широкому діапазоні його зміни;
- результати чисельного моделювання ударно-хвильової структури течії при розповсюдженні ударних хвиль у сполучених та розгалужених

каналів, встановлені залежності інтенсивності хвиль після проходження розгалуження і нестационарних силових навантажень від початкової інтенсивності хвилі та геометричних розмірів каналів.

Апробація роботи. Матеріали дисертаційної роботи доповідались та одержали позитивну оцінку на Республіканській науково-технічній конференції "Роль обчислювального експерименту при дослідженні фізико-хімічних процесів", Івано-Франківськ, 1987 р.; XIV конференції молодих вчених та спеціалістів ІТНМ СБ АН СРСР, Новосибірськ, 1988 р.; III та IV школах-семинарах "Теоретична та прикладна гідродинаміка", Алушта, 1988 та 1990 рр.; Всесоюзній конференції молодих вчених "Тепломасообмін в енергетичних приладах і технологічних агрегатах", Дніпропетровськ, 1988 р.; III Всесоюзній школі-семинарі "Актуальні питання теплофізики та фізичної гідродинаміки", Алушта, 1989 р.; Всесоюзному семінарі "Проблеми фізико-хімічних взаємодій в механіці суцільних середовищ", Чжгород, 1989 р.; III Всесоюзній школі молодих вчених "Чисельні методи механіки суцільних середовищ", Дирсо, 1991 р.; Міжнародній конференції "Теорія наближення і задачі обчислювальної математики", Дніпропетровськ, 1993 р.; наукових конференціях Дніпропетровського державного університету, 1987-1993 рр.

Публікації. За темою дисертації опубліковано 7 робіт.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація містить вступ, 4 розділи, висновок та список літератури. Робота викладена на 196 сторінках, містить 54 рисунки, 5 таблиць. Список літератури включає 148 найменувань.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі подано стислий огляд аналітичних та чисельних методів розрахунку розривних течій невязкого стисливого газу. Зроблено висновок, що в нинішній час розвиток методів наскрізного рахування здійснюється шляхом відмовлення від властивостей лінійності та однорідності алгоритмів і пов'язаний з побудовою нелінійних неоднорідних схем з обмеженим потоком, які мають підвищений порядок апроксимації і забезпечують відсутність нефізичних осциляцій розв'язку. Схеми такого класу набули розвитку в роботах Дж.Бориса, Д.Бука, А.Хартена, В.І.Інесіна, В.М.Ковені, В.В.Земнікова, В.К.Хруща та інших. Вони не є монотонними у розумінні визначення Годунова і одержали назву квазімонотонних або TVB-схем (схем з незростаючою повною варіацією).

Сформульовані такі задачі дослідження:

- побудувати двоцикличну локально-одновимірну схему розщеплення системи рівнянь Ейлера на підставі розбиття векторів потоків з виділенням знакопостійних матриць конвективного переносу трикутної форми;
- розробити спосіб побудови на мінімальному шаблоні різницевої апроксимації потоків з використанням інтерполантів, що у середньому наближають точний розв'язок рівнянь Ейлера та враховують напрямки переносу збурень;
- побудувати однопараметричну сім'я неявних проти течії різницевих схем послідовного рахування на підставі найкращої монотонної схеми з мінімальнов чисельнов в'язкість та схеми другого порядку точності;
- розробити нелінійний алгоритм обмеження припустимих значень потоків на базі якого побудувати квазімонотонну різницеву схему, що забезпечує мінімальне розмазування розривів та відсутність нефізичних осциляцій розв'язку;
- створити комплекс програм розрахунку розривних течій нев'язкого стисливого газу, який реалізує квазімонотонну схему, і чисельно дослідити нестационарні процеси дифракції та розповсюдження ударних хвиль у плоских сполучених та розгалужених каналах.

У першому розділі обгрунтовано вибір підходу до чисельно моделювання нестационарних розривних течій газу і побудована економічна локально-одновимірна схема розщеплення системи рівнянь Ейлера, яка оснований на ідеї врахування напрямків переносу збурень та новому способі розбиття векторів потоків з виділенням знакопостійних матриць конвективного переносу трикутної форми.

Нестационарні течії нев'язкого стисливого газу описуються системою рівнянь Ейлера, яка у дивергентній формі має такий вигляд

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

де $U = \| \rho, \rho u, \rho v, \rho e \|^T$ - шуканий транспонований вектор, $F = A_x U$ і $G = A_y U$ - вектори конвективного переносу, $A_x = \partial F / \partial U$ і $A_y = \partial G / \partial U$ - матриці Якобі.

Система (1) гіперболічна, тому її особливості є перенос збурень вздовж характеристик. У випадку скалярного рівняння для побудови фізично обгрунтованої схеми, яка враховує напрямки переносу збурень, необхідно апроксимувати конвективні похідні проти течії, напрямок якої визначається знаком швидкості переносу. У випадку системи рівнянь (1) елементами, які відповідають за швидкість та

напрямки переносу збурень, є матриці Якобі. Оскільки вони знак-
змінні, то їх необхідно розбити на суму знакопостійних матриць
 $A_x = A_x^+ + A_x^-$, $A_y = A_y^+ + A_y^-$ (A_x^+ та $A_y^+ \geq 0$; $A_x^-, A_y^- \leq 0$).
Тоді вектори потоків також розбиваються на суму двох векторів
 $F = (A_x^+ + A_x^-)U = F^+ + F^-$, $G = G^+ + G^-$, кожен з яких описує
перенос збурень у фіксованому напрямку.

Таке розбиття може бути виконано різноманітними способами.
Дж.Стегером і Р.Чормінгом та незалежно від них В.К.Хруцем (1981)
було запропоновано рівноступеневе розбиття. Але у цьому випадку
знакопостійні матриці A_x^\pm та A_y^\pm є цілком заповненими, що ви-
кликає необхідність розв'язання у кожному вузлі системи чотирьох
алгебраїчних рівнянь.

У роботі запропоновано розбиття з виділенням знакопостійних
матриць більш простої трикутної форми

$$\overset{\pm}{F} = \tilde{A}_x^\pm U = \begin{vmatrix} z_1 & 0 & 0 & 0 \\ z_2 & z_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & z_1 & 0 \\ 0 & z_2 & 0 & z_1 \end{vmatrix} \cdot U, \quad \overset{\pm}{G} = \tilde{A}_y^\pm U = \begin{vmatrix} z_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & z_1 & 0 & 0 \\ z_2 & 0 & z_1 & 0 \\ 0 & 0 & z_2 & z_1 \end{vmatrix} \cdot U, \quad (2)$$

$$\text{де } z_1 = \frac{C}{4\gamma} [2\gamma M \pm |1+M| \pm |1-M| \pm 2(\gamma-1)|M|], \quad z_2 = \frac{C^2}{4\gamma} [2 \pm |1+M| \mp |1-M|],$$

$$z_3 = \frac{C^3}{4\gamma(\gamma-1)} [2M \pm |1+M| \pm |1-M|], \quad z_4 = \frac{\gamma(\gamma-1)}{2C^2 + \gamma(\gamma-1)V^2} [V^2 z_1 + 2z_3]$$

$$M = \begin{cases} u/c, & F^\pm, \\ v/c, & G^\pm, \end{cases} \quad V^2 = u^2 + v^2, \quad c = \sqrt{\gamma P/\rho}.$$

Розбиття (2) дозволяє подальше звести розв'язання векторних рівнянь
до більш економічного послідовного розв'язання скалярних одновимір-
них рівнянь.

Для забезпечення економічності чисельного алгоритму інтегру-
вання багатовимірної системи Ейлера побудована двоциклічна локаль-
но-одновимірна схема розщеплення

$$\frac{\partial U}{\partial t} + L_k U = 0, \quad k = \overline{1, 8}, \quad (3)$$

де

$$L_{1,8} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\tilde{A}_x^+), \quad L_{2,7} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} (\tilde{A}_y^+),$$

$$L_{3,6} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\tilde{A}_x^-), \quad L_{4,5} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} (\tilde{A}_y^-).$$

Початкові умови для кроків розщеплення мають вигляд

$$U(t^n) = U(t^n); \quad U(t^n) = U(t^{n+1}), \quad \kappa = \overline{2,8}; \quad U(t^{n+1}) = U(t^{n+1}).$$

Кожне одимірне рівняння (3) описує перенос збурень у фіксованому напрямку і легко реалізується на ЕОМ. Таке розщеплення забезпечує другий порядок точності схеми (3) за часом, враховує напрямки переносу збурень, а також орієнтовано на перспективу застосування багатопроцесорних паралельних ЕОМ.

У другому розділі побудована неявна безумовно стійка квазімонотонна різницева схема чисельного інтегрування рівнянь Ейлера, яка базується на нетрадиційному підході до апроксимації конвективних похідних та розробленому нелінійному алгоритмі обмеження потоків.

Побудова скінчено-різницевої апроксимації рівнянь схеми розщеплення (3) розглянута на прикладі першого з них, яке описує перенос збурень у додатному напрямку осі Ox .

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\tilde{A}_x^+ U) = 0. \quad (4)$$

Оскільки виділена матриця переносу \tilde{A}_x^+ має трикутну форму, то задача апроксимації векторного рівняння (4) зводиться до апроксимації скалярного рівняння загального вигляду з відомим правим частином

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\tilde{\lambda}_\kappa^+ u) = -\frac{1}{2} \frac{\partial q}{\partial x}, \quad \kappa = \overline{1,4}, \quad (5)$$

де $\tilde{\lambda}_1^+ = \tilde{\lambda}_2^+ = \tilde{\lambda}_3^+ = z_1$, $\tilde{\lambda}_4^+ = z_4$ - власні числа матриці \tilde{A}_x^+ , u^κ - компоненти вектора U , $q^1 = 0$, $q^2 = z_2 u^4$, $q^3 = 0$, $q^4 = z_4 u^2$.

Після інтегрування рівняння (5) одержано різницеве співвідношення балансу

$$u_i^{n+1} - u_i^n + \delta [(\lambda u)_n - (\lambda u)_\lambda] = -\delta (q_n^1 - q_\lambda^1), \quad (6)$$

де $\delta = \Delta t / 2\Delta x$, $\Delta x = x_{i+1} - x_i$, $\Delta t = t^{n+1} - t^n$, $(\lambda u)_n$ і $(\lambda u)_\lambda$ - по-

токи через праву та ліву грані різницевої комірки (рис. 1).

Основна проблема побудови апроксимації полягає у визначенні потоків на гранях комірки. Традиційним підходом до її розв'язання є використання поліноміальних інтерполантів. При цьому підвищення порядку апроксимації схеми і точності розрахунків зв'язано з підвищенням степеня полінома, а через це з розширенням шаблону схеми та ускладненням алгоритму чисельної реалізації. Тому такий підхід є екстенсивним. У роботі запропоновано спосіб апроксимації, який базується на використанні інтерполантів, наближачих точний розв'язок рівнянь Ейлера з врахуванням напрямків переносу збурень.

Величину потоку $(\lambda U)_n$ можна оцінити по його значенню у точці $S(x^*, t^*)$, яка належить до характеристичного трикутника ABC (рис. 1). Координати цієї точки здаються у параметричному вигляді

$$x^* = x_{i+3/2} - \beta_{i+1/2} \Delta x, \quad t^* = t^n + \xi_{i+1/2} \Delta t; \quad \xi, \beta \in [0, 1].$$

Для визначення функції U в точці S використано лінійний інтерполант $U(x, t) = a_0 + a_1 x + a_2 t$ коефіцієнти якого визначаються з умов наближення точного розв'язку диференційного рівняння та умов проходження інтерполанта через дві задані вузлові точки, які вибираються з врахуванням напрямків переносу збурень

$$\begin{cases} \int_{x_{i+1/2} t^n}^{x_{i+3/2} t^{n+1}} \left[\frac{\partial}{\partial t} (a_0 + a_1 x + a_2 t) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \lambda (a_0 + a_1 x + a_2 t) \right] dx dt = 0, \\ a_0 + a_1 x_{i+1/2} + a_2 t^n = U_i^n, \\ a_0 + a_1 x_{L+1/2} + a_2 t^{n+1} = U_i^{n+1}. \end{cases}$$

Після визначення коефіцієнтів інтерполанту одержана нова апроксимація потоків і побудована двопараметрична сім'я різницевих схем проти течії

$$\begin{aligned} & [\beta_{i+1/2} + \delta (\lambda^n \xi)_{i+1/2}] \Delta U_i = -\delta \left\{ (\lambda_{i+1/2} U_i)^n - (\lambda_{i-1/2} U_{i-1})^n - \right. \\ & \left. - \left[(\lambda^n \xi)_{i-1/2} - \frac{(1-\beta_{i-1/2})}{\delta} \right] \Delta U_{i-1} + q_{i+1/2}^{n+1/2} - q_{i-1/2}^{n+1/2} \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

де

$$q_{i+1/2}^{n+1/2} = (Z_2)_{i+1/2}^n \frac{\hat{U}_i^{n+1} + \hat{U}_i^n}{2} - \frac{1}{2\delta} \Delta \hat{U}_i, \quad \Delta U_i = U_i^{n+1} - U_i^n,$$

\hat{U} - розв'язок попереднього однорідного скалярного рівняння (5), коли $q \equiv 0$.

На верхньому часовому шарі шаблон сім'ї схем (7) має дві точки. Тому реалізація певного алгоритму проводиться найбільш економічним способом послідовного рахування, який за витратами часу зрівнюється з якими алгоритмами. Іншими особистостями сім'ї є те, що вона містить схему другого порядку точності ($\xi = \beta = 1/2$), а при $\xi, \beta \geq 1/2$ схеми сім'ї є безумовно стійкими.

Першим кроком побудови квазімонотонної різницевої схеми є виділення з двопараметричної сім'ї монотонних схем або схем з додатною апроксимацією. Відповідно з теоремою Годунова, умовами додатної апроксимації є невід'ємність коефіцієнтів схеми. Звідси знайдено співвідношення між параметрами ξ і β , яке визначає клас монотонних схем сім'ї (7)

$$\beta_{i+1/2} \geq -6(\lambda^n \xi)_{i+1/2} + \max(1, 6\lambda^n_{i+1/2}).$$

На площині параметрів ξ і β область монотонності заштрихована (рис. 2).

В побудованому класі монотонних схем виділена найбільш точна монотонна схема з мінімальною чисельною в'язкістю. Ця схема розташована на мінімальній відстані від точки $O'(1/2, 1/2)$, в якій сім'я (7) має другий порядок точності і визначається такими значеннями параметрів ξ і β в точці M

$$\bar{\xi}_{i+1/2} = 26\lambda^n_{i+1/2} \max(1, 6\lambda^n_{i+1/2}) + (1 - 6\lambda^n_{i+1/2})/d,$$

$$\bar{\beta}_{i+1/2} = 2\max(1, 6\lambda^n_{i+1/2}) - 6\lambda^n_{i+1/2}(1 - 6\lambda^n_{i+1/2})/d,$$

$$d = 2[1 + (6\lambda^n_{i+1/2})^2].$$

За допомогою параметра Ψ , який визначається співвідношеннями

$$\xi_{i+1/2} = \bar{\xi}_{i+1/2} - (\bar{\xi}_{i+1/2} - \frac{1}{2})\Psi_{i+1/2}, \quad \beta_{i+1/2} = \bar{\beta}_{i+1/2} - (\bar{\beta}_{i+1/2} - \frac{1}{2})\Psi_{i+1/2}$$

та змінюється на MO' від 0 до 1 (рис. 2), двопараметрична сім'я (7) зведена до однопараметричної сім'ї певних безумовно стійких різницевоїх схем.

В цій сім'ї для забезпечення мінімального розмазування розривів при відсутності нефізичних схемних осциляцій необхідно побудувати такий нелінійний алгоритм вибору значення вільного параметра $\Psi_{i+1/2}$, який задовольняє суперечливим умовам монотонності розв'язку на верхньому часовому шарі та підвищення порядку апроксимації схеми

$$\begin{cases} \min(u_{i-1}^{n+1}, u_{i+1}^{n+1}) \leq u_i^{n+1} (\Psi_{i-1/2}, \Psi_{i+1/2}) \leq \max(u_{i-1}^{n+1}, u_{i+1}^{n+1}), \\ \Psi_{i+1/2} \rightarrow 1. \end{cases}$$

Задача визначення параметра $\Psi_{i+1/2}$ нелінійна. Однак, проведений теоретичний аналіз результатів корекції параметра $\Psi_{i+1/2}$ дозволив побудувати двокроковий нелінійний алгоритм обмеження, який забезпечує при розрахунках мінімальне розмазування розривів та відсутність нефізичних осциляцій розв'язку.

$$\Psi_{i+1/2} = \begin{cases} 0, & \Delta \bar{u}_i = 0; \\ \max\left\{0, \min\left[\frac{2(u_{i-1}^{n+1} - \bar{u}_i)}{\Delta \bar{u}_i}, \text{sign}\left(\frac{\bar{u}_i - \bar{u}_{i+1}}{\Delta \bar{u}_i}\right), \frac{2(\bar{u}_{i+1} - \bar{u}_{i+2})}{\Delta \bar{u}_i}\right]\right\}, & \Delta \bar{u}_i \neq 0, \end{cases} \quad (8)$$

де \bar{u}_i - розв'язок, одержаний на першому кроці на підставі найкращої монотонної схеми $\Psi_{i+1/2} = 0$ ($i = \bar{0}, \bar{N}-1$).

Структура алгоритму обмеження (8) така, що в залежності від поточного розв'язку розрахункові кроки здійснюються або на підставі найкращої монотонної схеми ($\Psi_{i+1/2} = 0$) при немонотонному профілі розв'язку, або на підставі схеми другого порядку чи близьких до неї схем ($\Psi_{i+1/2} \rightarrow 1$).

Цей алгоритм є ядром квазімонотонної різницевої схеми та розробленого комплексу програм розрахунку нестационарних розривних течій нев'язкого стисливого газу у двовимірних об'єктах.

У третьому розділі методом обчислювального експерименту проведено детальне дослідження точності та обґрунтування достовірності результатів чисельних розрахунків на підставі запропонованої різницевої схеми та розробленого комплексу програм. Розглянуті різноманітні тестові задачі, серед яких одновимірна нестационарна задача взаємодії ударних хвиль після розпаду розриву у тупіковому каналі (С.К.Годунов, 1976), автомобільні задачі розповсюдження хвиль після розпаду слабкого (В.Б.Карамішев, В.М.Ковач, 1988; Е.Орлі, Дж.Борис, 1990) і сильного розривів (J.P.Boris, O.L.Book, 1973; Б.Н.Четверушкін, 1985; В.М.Головизнін, 1985) та двовимірна стаціонарна задача відбиття скісного стрибка стиснення від стінки (А.І.Швакін, А.А.Сурсенко, 1988; Н.С.Уєв, Р.М.Нарвінг, А.Нартен, 1983). Проводилось зрєнняння одержаних результатів з аналітичними розв'язками та розрахунками багатьох інших авторів.

Аналіз результатів визначив ряд переваг запропонованої схеми

стосовно точності опису елементів ударно-хвильової структури течії. В одновимірних розрахунках ударні хвилі локалізуються квазімонотонною схемою в інтервалі 1-2 комірок (рис. 3, г), а при розв'язанні двовимірної задачі - в інтервалі 2-3 комірок, що практично вичерпує можливості методів наскрізного рахування без явного виділення розривів. Для зрівняння схема Годунова розмазує ударні хвилі на 6-7 комірок, а схема проти течії - на 8-10 комірок. В розрахунках по схемам другого і третього порядків апроксимації присутні нефізичні осциляції, які досягають від 15 до 50% від аналітичного розв'язку. За ступенем точності опису розривних течій квазімонотонна схема не поступає найкращим зарубіжним схемам, таким як TVD-схема А.Хартена і FCT-алгоритми Бориса-Бука, однак її чисельний алгоритм більш простий і технологічний, оскільки не має апріорних параметрів і реалізується економічним способом послідовного рахування.

У четвертому розділі на підставі розробленого комплексу програм проведено чисельне моделювання актуальних нестационарних задач.

У розділі 4.1 досліджені структура та параметри течії при дифракції ударної хвилі на плоскому зворотньому уступі. Початкова форма хвилі є прямою, а газ поперед хвилі знаходиться у спокої. Розглянуто діапазон чисел Маха хвилі $M_S = 2,4-5,08$, у якому швидкість супутньої за хвилею надзвучка.

Застосування квазімонотонної різницевої схеми дозволило чітко виділити усі основні елементи складної ударно-хвильової структури течії, частина з яких не була виділена у проведених раніше розрахунках (Г.В.Тарнавський, 1974; Г.М.Рудакова, А.П.Шажкін, 1975; В.Н.Ляхов, 1986 та інші). Наприклад, з експериментів відомо, що надзвучкова течія перерозширюється у віялі Прандтля-Майера і далі стискується у слабкому крайовому стрибку (B.W.Skews, 1967). Аналіз розподілу тиску і рідини (рис. 4) дозволяє виявити існування цього стрибка по Z-образній поведінці ізоліній нижче сектора хвилі розріджування. Крім того, чітко виділені дифрагрована ударна хвиля та хвиля розріджування, які обмежують область збуреної течії; внутрішня ударна хвиля, яка повернута назустріч течії; лінія тангенційного розриву і контактний розрив, який відділяє газ, утягнений до ру-у дифрагрованою хвилею, від газу, що стікає з уступу. Положення та форма елементів ударно-хвильової структури погоджуються з експериментальними (М.Ван-Дайк, 1986).

Одержані залежності параметрів ударної хвилі на уступі (рис. 5) дозволяють визначити максимальні навантаження на уступ та положення лінії тангенційного розриву і також погоджуються з експеримен-

тальними (Т.В.Баженова, Л.Г.Гвоздева, 1977, 1985)

У розділі 4.2 здійснено чисельне моделювання розповсюдження ударної хвилі у розгалуженому каналі. Проведено дослідження впливу початкової інтенсивності ударної хвилі і розмірів каналів на розвиток структури течії за часом, інтенсивність хвиль після проходження розгалуження і нестационарні силові навантаження на стінки каналів.

Встановлено, що процес розповсюдження ударної хвилі супроводжується утворенням вібраторної хвилі, формуванням системи поперечних ударних хвиль, що послідовно відбиваються від протилежних стінок каналу, а також утворенням двох головних хвиль, які розповсюджуються по розгалуженням (рис. 6). Внаслідок взаємодії хвиль, початково скривлені головні хвилі вирівнюються і за часом робляться прямими, а течія за ними - одновимірною. Це дозволило визначити інтенсивність хвиль після проходження розгалуження в залежності від початкової інтенсивності та розмірів каналів (рис. 7). Результати розрахунків погоджуються з експериментальними даними (W.H. Heilig, 1975) і виявляються більш точними, ніж розрахунки на підставі числово-аналітичного методу (Whitham-Heilig, 1975).

Визначено, що екстремальні значення нестационарних силових навантажень у декілька разів відрізняються від асимптотичних, які розраховані на основі використання стаціонарних рівнянь балансу (рис. 8).

Одержані результати справедливі і у випадку хрестообразного каналу, симетричного відносно верхньої стінки розгалуженого каналу.

У розділі 4.3 проведено чисельне моделювання розповсюдження ударної хвилі з числом Маха $M_g = 3,0$ у сполученому (Γ -образному) каналі. Досліджено структура і параметри течії у каналах з співвідношенням вихідного та вхідного перерізів $N_B/N_A = 1,0$ та $1,5$.

Оскільки Γ -образний канал є граничним випадком розгалуженого каналу, то ряд елементів ударно-хвильової структури течії є аналогічним дослідженням у попередній задачі (рис. 9). Однак, значення параметрів суттєво відрізняються. При одиноких числах Маха $M_g = 3$ максимальне значення тиску, що реалізується після відбиття дифрагированої ударної хвилі, у 2,5 рази перевищує максимальний тиск у розгалуженому каналі. Значно вищими є максимуми силових навантажень, а також інтенсивність головної ударної хвилі. В каналі з однаковими перерізами вона досягає 94% від початкової інтенсивності, а у більш широкому каналі - 80%, що погоджується з експериментальними даними (S. Schulz, 1972).

Встановлено, що в залежності від співвідношення перерізів ре-

аналізується перехід до двох якісно відинних режимів течії. В каналі з однаковими перерізами відбита хвиля проникає у канал і змінює надзвучковий режим витікання на дозвучковий (рис. 9,г). При більшому співвідношенні перерізів відбита хвиля не заходить у канал, а перетворюється у стоячу стаціонарну хвилю без зміни режиму надзвучкового витікання (рис. 9,д). Отримані результати справедливі і у випадку Т-образного каналу, симетричного відносно верхньої стінки розглянутого каналу.

Таки чином, розроблений на підставі квазімонотонної схеми комплекс програм дозволяє ефективно з невеликими витратами пам'яті ЕОМ та часу рахування проводити чисельне моделювання нестационарних розривних течій газу у широкому діапазоні зміни форм каналів і параметрів течії.

В И С Н О В К И

В дисертації подано новий розв'язок актуальної наукової задачі чисельного моделювання дифракції та розповсюдження ударних хвиль у сполучених та розгалужених каналах на підставі розробленої ефективною квазімонотонною різницевою схемою.

1. На базі нового розбиття векторів потоків з виділенням знако-постійних матриць конвективного переносу трикутної форми побудовано двоциклічна другого порядку точності схема розщеплення початкової диференціальної задачі на послідовність локально-одновимірних задач з фіксованим напрямком переносу збурень. В результаті розв'язання векторних рівнянь зводиться до більш економічного послідовного розв'язання скалярних рівнянь, ефективно реалізуємих на ЕОМ.

2. Для підвищення точності апроксимації схеми на мінімальному шаблоні з врахування напрямків переносу збурень запропоновано використовувати інтерполанти, що у середньому наближають точний розв'язок початкових диференціальних рівнянь. Обґрунтовані їх переваги у зрівнянні з традиційною поліноміальною інтерполяцією.

3. Побудована двопараметрична сім'я явних різницевих схем проти течії, що містить схему другого порядку апроксимації і реалізується економічним методом послідовного рахування. Виділені клас монотонних різницевих схем найкраща монотонна схема з мінімальною чисельною в'язкістю та однопараметрична сім'я зі змінним порядком точності.

4. Розроблено новий теоретично обґрунтований алгоритм нелінійного обмеження припустимих значень потоків, на базі якого побудована квазімонотонна двокрокова різницева схема інтегрування рівнянь

Ейлера, яка забезпечує високу точність чисельного розв'язку і відсутність нефізичних осциляцій.

5. Створено комплекс прикладних програм розрахунку нестационарних течій нев'язкого стисливого газу у двовимірних областях. Проведені методичні розрахунки ряду тестових задач, які підтверджують працездатність та ефективність квазімонотонної різницевої схеми. Виконано зрівняльний аналіз одержаних результатів з даними розрахунків інших авторів на підставі монотонних схем, схем другого і більш високого порядків апроксимації зі штучною в'язкістю, квазімонотонних схем з корекцією потоків та незростанням повної варіації. Визначено ряд переваг запропонованої схеми стосовно точності опису елементів ударно-хвильової структури течії та технологічності її реалізації (послідовне рахування, відсутність апріорних параметрів).

6. Чисельно досліджено процес дифракції ударної хвилі на зворотному уступі. Одержані залежності параметрів течії від швидкості ударної хвилі у широкому діапазоні чисел Маха ($M_g = 2,4-5,08$), що погоджуються з експериментальними даними. Досягнуто високий рівень точності опису елементів ударно-хвильової структури течії, що дозволило визначити їх форму та положення у просторі, а також виділити крайовий стрибок, існування якого не просліджувалось у виконаних раніше чисельних розрахунках.

7. Розв'язана задача розповсюдження ударної хвилі у розгалуженому каналі. Детально досліджено формування складної багатострибкової структури течії. Одержані залежності інтенсивності хвиль, які проходять по розгалуженням, від початкової інтенсивності хвилі геометричних розмірів каналів. Визначено, що максимальні сили навантаження на стінки каналів, які реалізуються у початкові моменти часу, у декілька разів перевищують асимптотичні, розраховані на підставі співвідношень балансу.

8. Проведено чисельне моделювання розповсюдження ударної хвилі з числом Маха $M_g = 3,0$ у сполученому Г-образному каналі. Визначено взаємозв'язок нестационарних силових навантажень з ударно-хвильовою структурою течії на різних стадіях розвитку процесу. Встановлено, що в залежності від співвідношення ширини вихідного H_B та вхідного H_H перерізів каналу реалізується перехід від двох кісних відмінних режимів течії на вході: при $H_B/H_H = 1,0$ - дозвукова течія за відбитою хвилею, яка притикає у канал; при $H_B/H_H = 1,5$ - надзвукова течія зі стоячою хвилею.

Основний зміст дисертації відображено у публікаціях:

1. Беляев Н.М., Хруц В.К., Шевелев А.Г. Разностная схема бегущего счета для решения уравнений Эйлера // Числ. решения задач механики жидкости и газа, - Днепропетровск: ДГУ, 1988. - С. 35-40.
2. Хруц В.К., Шевелев А.Г. Квазимонотонная разностная схема для решения плоских нестационарных уравнений Эйлера // Гидроаэромеханика и теория упругости: Мат. моделирование физических процессов в сплошных средах. - Днепропетровск: ДГУ, 1991. - С. 46-53.
3. Хруц В.К., Шевелев А.Г. Неявная противопоточная квазимонотонная разностная схема расчета дифракции ударной волны на обратном участке // Числ. методы и мат. моделирование телломассопереноса. - Днепропетровск: ДГУ, 1991. - С. 113-131.
4. Хруц В.К., Шевелев А.Г. Схема бегущего счета для решения нестационарных задач газовой динамики // Расчет течений жидкостей и газов. - Днепропетровск: ДГУ, 1989. - С. 93-101.
5. Шевелев А.Г. Распространение возмущений в Т-образном канале при взрыве метановоздушной смеси // Числ. моделирование гидроразодинамич. течений. - Днепропетровск: ДГУ, 1987. - С. 106-110.
6. Шевелев А.Г. Численное моделирование на основе неявной квазимонотонной схемы распространения ударных волн в разветвляющихся каналах // Междунар. конф. "Теория приближения и задач вычисл. математики": Тез. докл. - Днепропетровск: ДГУ, 1993. - С. 212.
7. Шевелев А.Г., Хруц В.К. Построение квазимонотонной разностной схемы бегущего счета и ее применение для решения нестационарных задач газовой динамики // III Всесоюз. Школа молодых ученых "Числ. методы механики сплошной среды": Тез. докл. - Красноярск: ВЦ СО АН СССР, 1991. - С. 39-40.

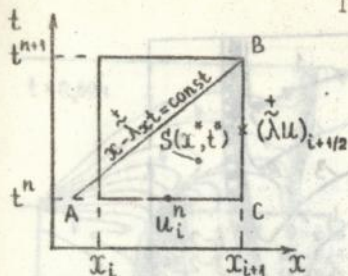


Рис. 1. Визначення потоку в точці S з врахуванням напрямку переносу збурення

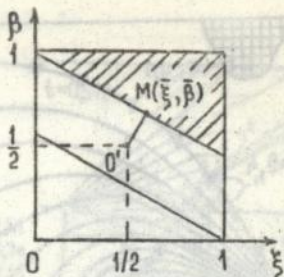


Рис. 2. Область монотонності та найкраща монотонна схема

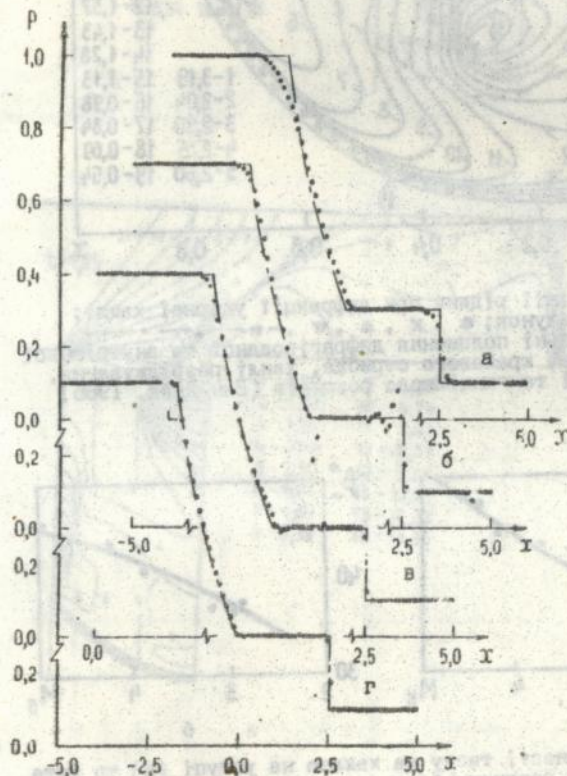


Рис. 3. Розподіл тиску після розпаду слабкого розриву: а - схема Годунова, б - Лакса-Вендрова, в - Орана-Бориса, г - запропонована схема, --- точний розв'язок

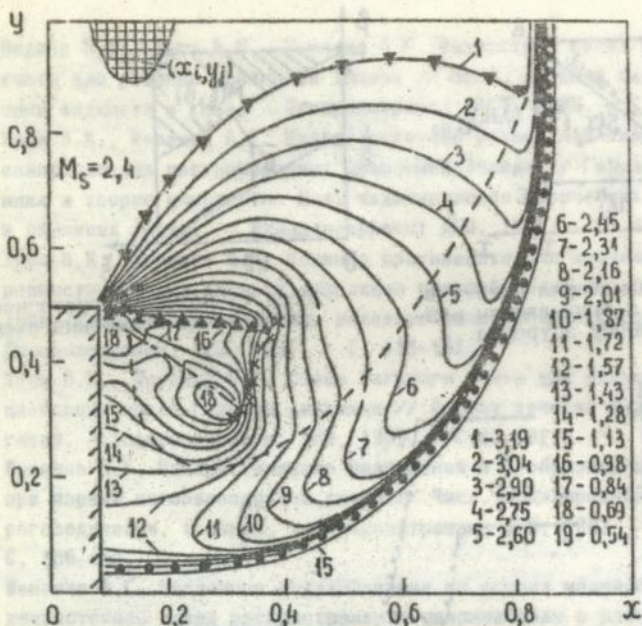


Рис. 4. Ізолінії рідини при дифракції ударної хвилі: — розрахунок; ●, ×, ▲, ▼, — експериментальні положення дифрагированої та внутрішньої ударних хвиль, крайового стрибка, хвилі розріджування, контактного і тангенційного розривів (Сан-Дайк, 1986)

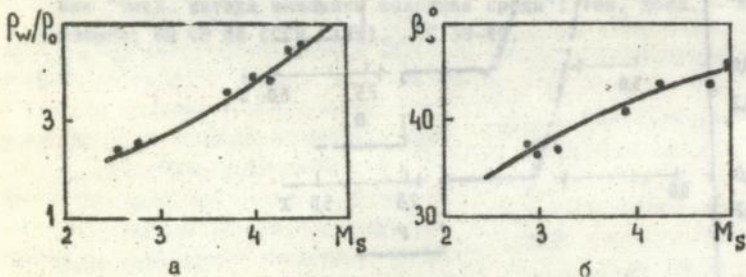
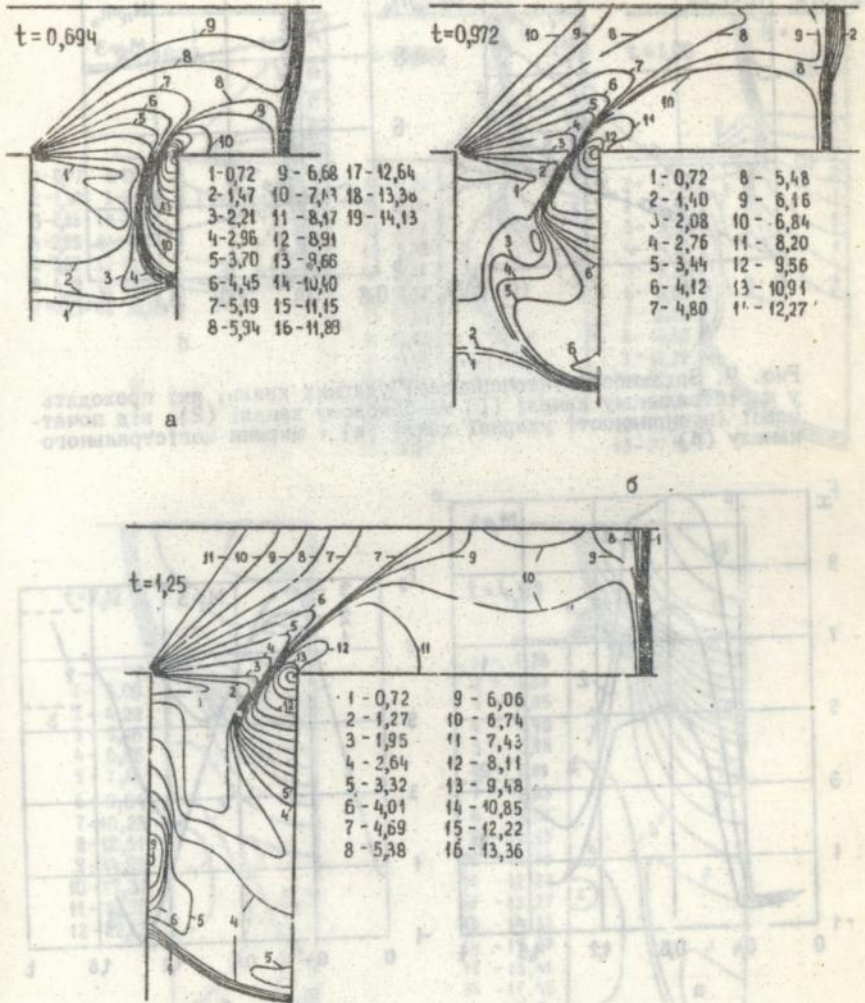


Рис. 5. Залежності тиску за хвилею на уступі (а) та кута тангенційного розриву (б): — розрахунок, ● — експеримент (Важенова-Гвоздова, 1986)



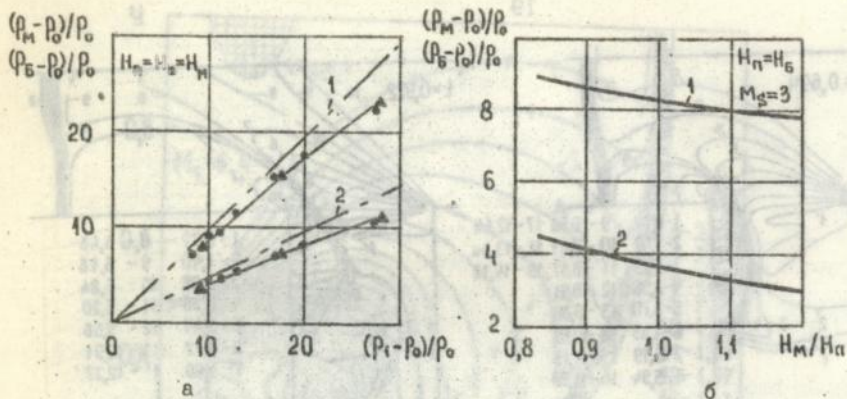


Рис. 7. Залежності інтенсивності ударних хвиль, які проходять у магістральному каналі (1) та боковому каналі (2), від початкової інтенсивності ударної хвилі (а) і ширини магістрального каналу (б)

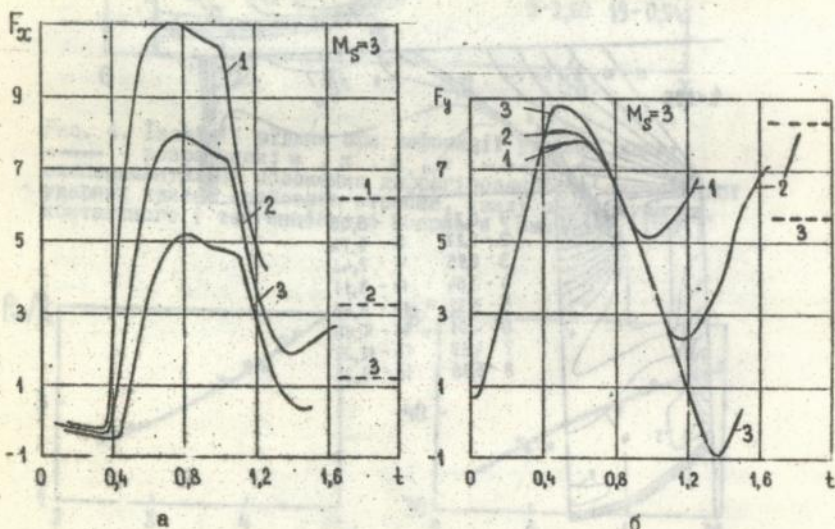


Рис. 8. Зміна за часом сил F_x (а) та F_y (б) та їх асимптотичні значення (---) при $H_n = H_b = 1,0$ і $H_1/H_n = 0,833$ (1), 1,0 (2) і 1,2 (3)

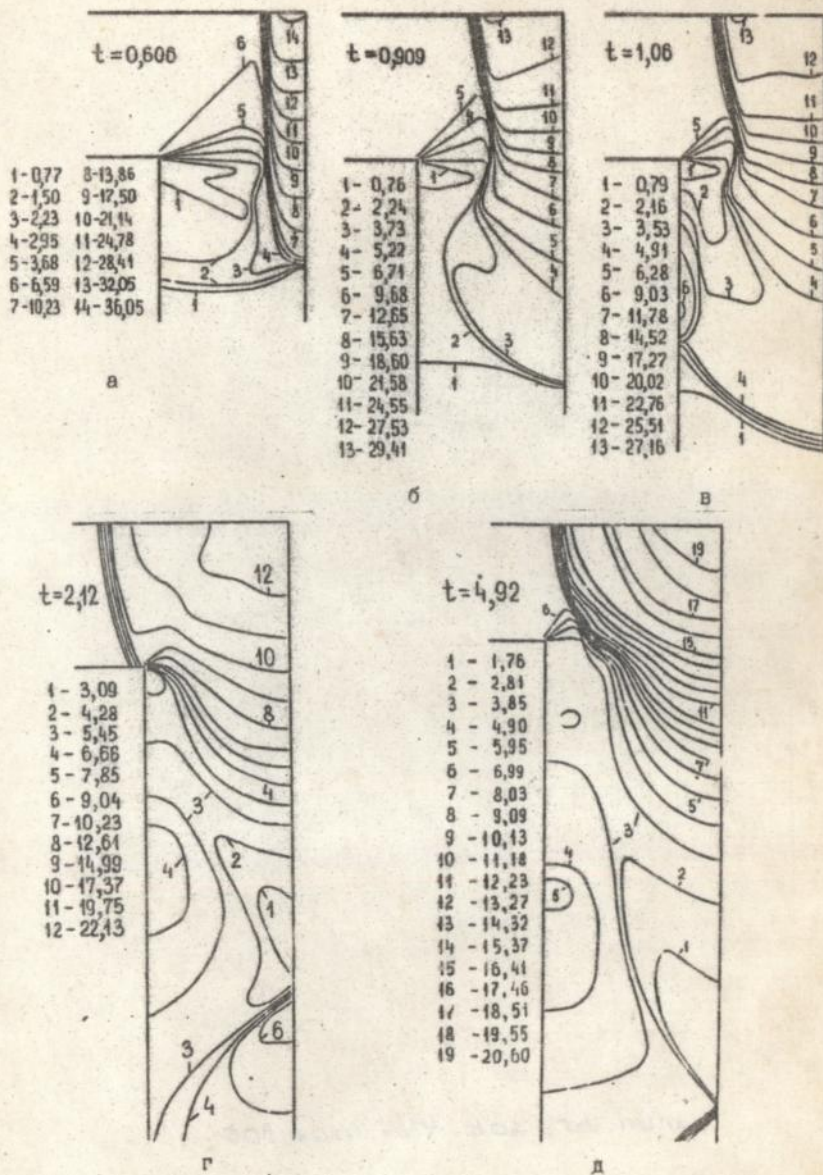


Рис. 9. Поля ізобар у сполученому каналі при числі Маха ударної хвилі $M_s = 3,0$ та $H_6/H_0 = 1,0$ (а-г) і $1,5$ (д)

0.025
0.025

0.025 19

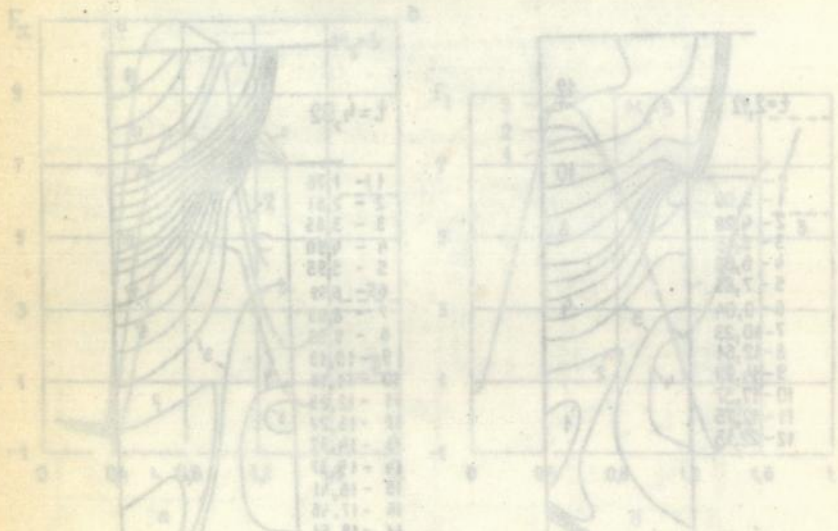
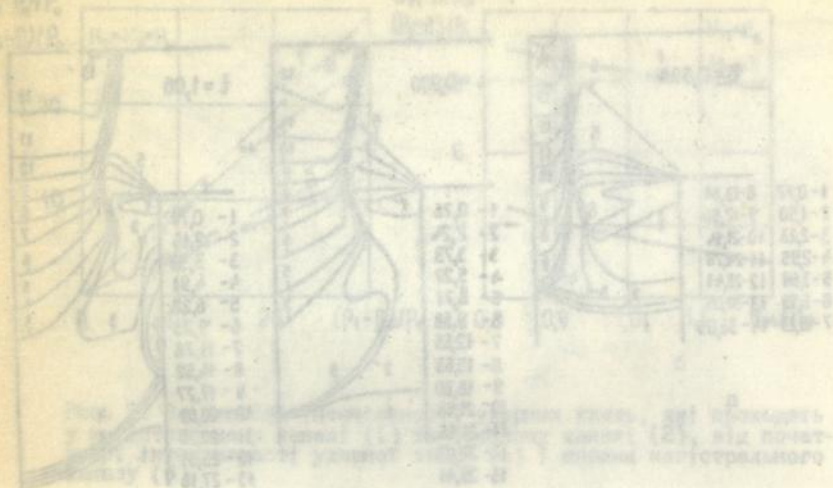


Рис. 8. Поле в канале с вращением (а) и без вращения (б) при $M = 0.025$, $H_0 = 0.025$ (1), $H_0 = 0.05$ (2), $H_0 = 0.1$ (3).

мин. для $\alpha = 444$ при $\mu = 100$

Рис. 9. Поле в канале с вращением и продольным каналом при $M = 0.025$ и $H_0 = 0.025$ (1), $H_0 = 0.05$ (2), $H_0 = 0.1$ (3).

869191

AB 28.835

AB 28.835