РЕСПУБЛИКА УКРАИНА
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ "ЛЬВОВСЬКАЯ ПОЛИТЕХНИКА"

На правах рукописи

ШЕРСТЮКОВ
Анатолий Дмитриевич

УДК 528. 482 + 622. 1.513

СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОБРАБОТКИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ МАЛЫХ ВЫБОРКАХ

Специальность 05.24.01-Геодезия

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

Львов - 1994 г.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы.

Математико-статистические методы широко используются в самых различных отраслях знаний. В геодезии при получении точных и надежных значений применяются методы обработки геодезических измерений независимых и зависимых величин. Например, при обработке на ЭВМ и ПЭВМ метрологической информации - геодезических маркшейдерских и горногеометрических измерений - получают надежные значения параметров горностроительных, горных, гидротехнических, геологоразведочных и других работ. Широко применяются различные виды анализов данных измерений в геодезии, астрономии, горном деле и других отраслях народного хозяйства.

Кроме того, для анализа отдельных значений параметров применяются выборочные исследования: контроль данных измерений углов, длин линий, превышений, при определении значений полезного компонента в рудах, качества продукции и других данных. Такие группы значений измерений представляют из себя малую выборку из генеральной совокупности, представляющую метрологическую основу информации, используемую в дальнейшем при получении высокоточных, надежных значений параметров.

Тема диссертационной работы тесно связана с планом координационных тем АН СССР, код I.I.I3, подраздел "Разработка методов статистической обработки результатов экспериментальных данных и методов обнаружения грубых наблюдений".

Темпы и методы различных работ в настоящее время требуют постоянного проведения научно-теоретических и других исследований, направленных на повышение точности значений параметров специальных видов инженерно-геодезических, горногеометрических и маркшейдерских работ: определения объемов горных работ, разработки котлованов, карьеров полезных ископаемых, полезного компонента в горных породах, объемов штабелей - отвалов угля на ГРЭС и пород для производства стройматериалов, в геометрии недр - при определении надежных и наиболее точных значений как самих объемов, так и содержания полезных отдельных компонентов в горных породах, в геологоразведочных и других работах, при строительстве насыпей, дорог, плотин, дамб; в разбивочных работах - при проектировании, строительстве и эксплуатации различных объектов и сооружений. Поэтому данная тема диссертации является актуальной.

Научная проблема. Получение точных и надежных значений параметров при обработке результатов измерений и обнаружение грубых результатов наблюдений.

Такая постановка проблемы предопределила структуру и внутреннюю логику диссертационной работы. В диссертации в сжатой форме изложен большой научно-теоретический и экспериментальный материал.

Целью работы является: а) получение метода обработки результатов измерений при малых выборках специальных видов инженерно-геодезических, горногеометрических и маркшейдерских работ; б)эффективное использование полученных после обработки данных в различных отраслях народного хозяйства при выполнении геодезических, горных, горностроительных, горнообогатительных, энергетических и других видов различных работ.

Идея работы заключается в создании нового статистического метода обработки результатов значений измерений при малых выборках путем приближения среднего арифметического к математическому ожиданию, полученных для нецентрального t -распределения Стьюдента, нормального закона распределения и других видов распределений. Это достигается определением и исключением из результатов измерений переменных систематических ошибок в наиболее сложном общем случае.

Методы исследований. Для решения указанных задач в работе были применены следующие методы научного анализа:

а) метод обобщенного теоретического анализа опубликованных работ и других нормативных документов;

б) метод обобщения экспериментальных наблюдений и литературных данных;

в) метод применения моделей алгоритмизации для получения теоретических разработок;

г) метод составления и обработки программ для расчета на ЭВМ, ПЭВМ и определения наиболее точных значений искомых величин;

д) метод проведения промышленных экспериментов и проверки пригодности предложенных автором методик при определении по модулю и знаку переменных значений систематических ошибок и повышения точности конечных результатов исследуемых величин;

е) внедрение разработанных автором методик и научных рекомендаций в производство;

ж) определение экономической эффективности научных разработок по отдельным видам внедрения работ.

Объектом исследования является статистический метод обработки геодезических измерений при малых выборках, примененный к специальным намывным гидротехническим сооружениям - золошлакоотвалу № 2 Молдавской ГРЭС, отвалам угля на складе Молдавской ГРЭС и другим гидротехничеким сооружениям, а также данным, характерным для различных отраслей народного хозяйства страны.

Достоверность и обоснованность научных положений, выводов и рекомендаций обеспечивается большим объемом обработки промышленных данных по намыву золошлакоотвала № 2, замерам объемов угля на складе Молдавской ГРЭС, обеспечивающих процесс выработки электроэнергии, обработки других данных измерений автора по Роздольскому горнохимическому комбинату, надежность которых подтверждается повторяемостью и опытной проверкой результатов измерений, а также большим объемом данных точного моделирования на ЭВМ ЕС с применением законов нецентрального t -распределения Стьюдента, нормального закона распределения значений случайных величин и некоторых других законов распределений.

Научная новизна результатов исследований заключается в том, что в диссертации сформулирован новый методический подход к определению точных значений параметров при малых выборках с применением толерантных интервалов в неравенстве П.Л.Чебышева путём приближения среднего значения к математическому ожиданию, исключения действия переменных значений систематических ошибок измерений,получения близких к истинным значений определяемых величин.Исследования выполнены с применением аналитических методов теории вероятностей, математического моделирования для обоснованности и достоверности полученных результатов и методов их оценки на основании разработанного анализа точности выполняемых работ для одномерных, двухмерных, трехмерных и n -мерных пространств. Это имеет важное значение также и для определения экономических затрат при выполнении геодезических, горных, строительных, энергетических и других видов работ.

Личный вклад автора состоит в том, что на основании обобщения работ других авторов, выполненных диссертантом аналитических разработок, промышленных экспериментов, математического моделирования и математической обработки данных измерений выполнено и представлено к защите следующее:

I. Новый статистический метод обработки геодезических измерений при малых выборках и критерии точности результатов измерений, сравнение метода с известными в настоящее время другими методами.

2. Определены впервые условия расширения применимости неравенства П.Л.Чебышева, определения значения вероятности и обработки результатов измерений при получении точных значений величин.

3. Получено автором численное значение переменной части систематической ошибки малых выборок в общем случае при выполнении различных измерений и работ, позволяющее приближать среднее арифметическое к математическому ожиданию с данной степенью вероятности. Эти исследования позволяют наиболее точно определять близкие к истинным значения параметров выполненных объемов горных, строительных, горногеометрических, маркшейдерских и других специальных видов работ в одномерных, двухмерных, трехмерных и n -мерных пространствах.

4. Разработаны методы, алгоритмы и программы математической обработки данных на ЭВМ ЕС и ПЭВМ с применением теории вероятностей, математической статистики, а также специальной неполной бета-функции как при малом, так и при значительном количестве измерений. Это позволило определять близкие к истинным значения измеренных параметров по формуле $X_p = \overline{x} - \overline{Q}$.

Практическая ценность работы. Разработанные методы определения точных значений измеряемых величин выполняемых различных видов работ позволяют определять, например, расход топлива на складах ГРЭС для производства электроэнергии и т.п. В конкретных производственных условиях применение разработок автора позволяет в несколько раз сократить интервал ошибки между средним арифметическим и полученным X_p-расчетным значением, точнее установить уровень технологических показателей, точнее списывать суммы затрат на выполнение различных работ, получить более точные значения элементов расхода топлива и других показателей. Это имеет большое экономическое значение при выполнении работ в условиях самоокупаемости и самофинансирования, развития рыночной экономики в различных отраслях народного хозяйства.

Реализация выводов и научных рекомендаций работы. Методы определения точных значений измеряемых величин внедрены в виде методик определения точных значений: определения объемов угля на складе Молдавской ГРЭС, зольности и др.; реализованы в виде програм на ЭВМ СМ-1600 в ВЦ Молдавской ГРЭС. Разработанные программы Statis--I7, 26,28,30,32 и другие используются для обработки данных измерений в других организациях.

Изменение сумм затрат только от правильного учета топлива на производство электроэнергии составляет в месяц от 500 до 800 тыс. рублей (в ценах 1984 года) за счет отклонений объемов замеров угля традиционным методом и подсчета более точным методом, предложенным автором.

Отклонение затрат с учетом более точного определения значения зольности угля только на +0,5-0,8 % влияет на искажение затрат на 60-100 тыс. рублей в месяц.

Имеются внедрения результатов работы на других предприятиях, в том числе на горных работах, в нормативно-технической документации, в частности, в ТУ-12 МССР 1-89 для определения более точных значений параметров и других показателей прочностных свойств пород и строй-материалов.

Апробация работы. Результаты исследований частично или полностью докладывались на научно-технических конференциях в Кишиневском политехническом институте им. С. Лазо в 1980-82 гг., 1986-89 гг., в Каунасском политехническом институте в 1985 г., на семинаре-совещании геодезистов г. Москвы в Московском институте инженеров геодезии, аэрофотосъемки и картографии в 1981 г., на Республиканской научно-практической конференции по охране природы Молдавской ССР в 1988 г., на кафедре гидротехнических сооружений КСХИ им. М.В. Фрунзе в 1989 г., в институте МолдГИИНТИЗ, Молдгипроводхоз, на IУ пленуме ВАГО АН СССР в Калинине в 1989 г., на Всесоюзной научно-технической конференции по строительству и эксплуатации линейных сооружений в Волгограде в 1989 г., на семинаре отдела математического моделирования физико-технических задач ВЦ Министерства народного образования Молдавской ССР в 1988 г., в Московском Ордена Трудового Красного знамени горном институте, на кафедре ТМОГИ во Львовском политехническом институте в 1990 г., в других институтах и организациях.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 29 научных работ, в том числе: две монографии (1973, 1977 гг.) и одно Справочное пособие по геодезическим работам при возведении гидротехнических сооружений (1990 г.), получены три авторских свидетельства об изобретениях. Под научным руководством и при личном участии автора выполнены ряд научно-технических работ и подготовлены отчеты по рациональному намыву гидротехнических сооружений и наблюдениям за их деформациями в 1977-87 гг.

Объем диссертационной работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав с научными выводами и рекомендациями, направленными на повышение точности конечных результатов обработки измерений инженерно-геодезических, горногеометрических и маркшейдерских работ, заключения, списка литературы и приложения.

Диссертация содержит 230 страниц машинописного текста, в том числе 46 таблиц,25 рисунков, заключение и список литературы в количестве 188 основных литературных и других источников советских и зарубежных авторов, в которых также частично отражены смежные вопросы в строительстве, геологоразведочном, горном деле и других отраслях знаний, использующих методы обработки измерений.

В диссертации обобщены исследования, выполненные автором на Роздольском горнохимическом комбинате (1966-74 гг.), Молдавской ГРЭС и в Кишиневском политехническом институте им.С.Лазо в 1976-90 гг.

Автор выражает сердечную признательность и благодарность учёным, проектировщикам и производственникам за внимание и помощь в его работе при проведении научно-исследовательских работ. Отдельные результаты этих работ применены автором в лекциях, методических указаниях по математической обработке результатов геодезических измерений и в других методических разработках учебного процесса для студентов строительных специальностей.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В введении диссертационной работы отражена актуальность работы, ее значение, перечислены основные разработки и вопросы, вынесенные на защиту.

В содержании работы (гл.I) изложено исследование состояния вопроса по повышению точности конечных результатов отдельных видов инженерно-геодезических, горногеометрических и маркшейдерских работ. В частности, указывается, что особенно в последнее десятилетие возросла роль повышения точности конечных результатов измерений и применения этих данных для обработки с помощью ЕС ЭВМ в проектировании, строительстве и при эксплуатации различных объектов и сооружений практически во всех отраслях. Это необходимо потому, что мощность объектов, их геометрические параметры быстро увеличиваются, так же увеличиваются по величине и ошибки определения значений величин объемов производства и параметров работ. Эти ошибки весьма ощутимы особенно в техническом и экономическом отношении. Это подтверждает анализ работ по статистической обработке измерений, определению более точных значений величин. Известно, что теоретические основы обработки результатов измерений начали складываться в XУI веке и даже раньше. В 1700 г. Р.Котс ввел понятие о весах измерений, в 1748 г. Л.Эйлер произвел попытку построить рациональную комбинацию результатов измерений. В 1755 г. Т.Симисон обосновал принцип арифметической середины. Р.Боскович, Ж.Лагранж и несколько позднее К.Гаусс получили уравнение минимизации поправок $\sum_1^n P V_i^2 \to min$, когда $x \to \bar{x}$ - к надежной средней величине. С этого времени началось развитие метода наименьших квадратов (МНК) в трудах зарубежных, русских и советских ученых.

Существенный вклад в разработку повышения точности и широкое внедрение методов и средств производства и обработки результатов измерений инженерно-геодезических, маркшейдерских и других видов различных работ, а также в геометрии недр внесли такие крупные ученые, как: П.А.Олышев, Г.А.Тиме, И.И.Идельсон, Ю.В.Линник, А.И. Мазмишвили, П.М.Леонтовский, П.К.Соболевский, Н.Г.Келль, Д.Н.Оглоблин и др.

В послевоенные годы геометрия недр и маркшейдерия получили дальнейшее развитие в трудах академика АН СССР В.В.Ржевского, проф.П.А.Рыжова, В.А.Букринского, И.Н.Ушакова, Д.А.Казаковского, В.В.Ершова, В.Н.Попова, А.В.Хлебникова и других ученых.

Большой вклад внесли в область прикладной геодезии и маркшейдерского дела такие ученые, как Б.И.Никифоров, Г.П.Левчук, В.Е.Новак, Н.Г.Видуев, А.В.Маслов, А.В.Гордеев, Ю.В.Кемниц, В.Д.Большаков, Ю.И.Маркузе, В.А.Коугия, З.С.Хаимов, В.И.Зимовнов и др.; зарубежные ученые, как М.Кендалл, А.Стьюарт, Н.Хастингс, Д.Пикок, Г.Крамер, К.Пирсон, Я.Янко, М.Целен, Н.Северо, Л.Яноши, Б.Эфрон, И.Гардан, М.Люка, Д.Мэйдоналд, М.Абрамовиц, А.Стиган и др.

При наличии эффективных разработок в области точных и высокоточных измерений в различных отраслях науки и производства отсутствовали обобщенные исследования, направленные на создание статистического метода обработки геодезических измерений с учетом выявления и исключения переменных систематических ошибок, действующих при нормальном и некоторых других видах законов распределения результатов измерений.

Исследования показывают, что к концу ХУШ века стало общеизвестным уравнение:

$$\Delta_i = x_i - \bar{x} + \bar{x} - X_u \doteq \delta_i + \bar{Q}, \qquad (I)$$

где x_i - текущее значение измеряемого параметра;

$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_1^n x_i$ - среднее (надежное) значение измеряемого параметра;

$\delta_i = x_i - \bar{x}$ - случайное уклонение от среднего значения измеряемой величины;

$\bar{Q}=\bar{x}-X_и$ - случайное уклонение $\bar{x}$-среднего значения измеряемого параметра от истинного значения $X_и$.

Многие исследователи - В.Н.Зимовнов, Ю.В.Кемниц, Н.Г.Видуев и другие величину $\bar{Q}=\bar{x}-X_и$ отождествляют с систематической составляющей согласно аддитивной структуре ошибки результата измерения. По нашему мнению, такое определение систематической составляющей $\bar{Q}$ более удачно, чем случайное уклонение. Примем это определение и положим его в основу наших исследований.

Таким образом, из-за исключительной трудности определения систематической ошибки её значение не учитывалось. Развитие теории вероятностей и математической статистики также не учитывало влияние систематических ошибок.

На основании целого ряда рассмотренных работ зарубежных, русских и советских авторов установлено следующее:

I) Преимущественно в широко известных работах определение высокоточных и точных значений величин выполняется с применением средних квадратических ошибок отклонений, получаемых на основании вероятных уклонений результатов измерений от среднего значения.

2) Систематические ошибки измерений, как правило, не рассматриваются и не учитываются, что является главным недостатком в этих работах.

3) Получение точных и высокоточных значений, оценивание величин производится различными методами и также по методу наименьших квадратов, в целом не учитывающему значений систематических ошибок измерений и линейно распределяющему поправки к неизвестным и т.п.

4) Оценка надежного значения - средней величины, например, для широко распространенного нормального закона распределения и критерии для проверки гипотез о средней величине основаны на интервальной погрешности (ошибки одного измерения и серии измерений).

5) Отдельные работы (Ю.И.Маркузе, В.Ю.Флоринский, R Brein и др.), хотя и посвящены вопросам изучения систематических ошибок, однако не могут дать в полной мере определение значений, тем более переменных, систематических ошибок, исключения их влияния на результаты измерений в распространенном – общем случае, так необходимом для выполнения научных исследований, геодезических работ. Видимо, было принято считать, что систематические ошибки уже исключены, а $\bar{Q}$ - некоторая их остаточная часть.

В связи с вышеизложенным, а также повышением требований к точности измерений возникла необходимость исследовать:

1) Вопрос обнаружения и определения значений систематических ошибок в общем случае малых выборок.

2) Оценить результаты получаемых значений измерений путем определения по модулю и знаку переменных значений систематических ошибок и приближения средних к математическому ожиданию.

3) Разработать методику исключения влияния переменных систематических ошибок, повышения точности результатов обработки измерений для различных работ, в частности, при определении значений элементов геометризации недр, определении объемов специальных намывных гидротехнических сооружений, объемов угля в штабелях ГРЭС и различных других специальных видов работ. Для решения подобных трудных задач применен комплексный метод исследований, состоящий из различных методов, изложенных выше.

При выполнении геодезических и маркшейдерских и других работ преимущественно выполняют измерения горизонтальных и вертикальных углов, длин линий и превышений между точками сооружений и объектов или значений отдельных показателей в горных породах. На точность результатов этих измерений влияют различные факторы: личные ошибки наблюдений, точность установки геодезических приборов и юстировка их, боковая и вертикальная рефракции, класс и техническая точность применяемых приборов, воздействие атмосферных условий, фазы измерений и целый ряд других случайных причин и факторов, искажающих результаты измерений, которые, в конечном итоге, изменяют результаты каждого измерения и в дальнейшем эти данные используются при обработке - в виде количественно выраженных значений этих параметров. Это обычный метрологический способ получения информационных данных при воздействии на них с постоянных Q_c и переменных значений систематических ошибок $\bar{Q}$.

Разработка методики повышения точности конечных результатов измерений при выполнении геодезических работ предполагает исключение как постоянных Q_c, так и, особенно в наиболее трудном - общем случае, воздействия переменных значений систематических ошибок $\bar{Q}$ при $n \neq const$.

С этой целью рассмотрим уравнение, в общем случае выражающее значение истинной ошибки измерений в виде:

$$\Delta_i = (x_i + \bar{Q}_c) - \bar{x}_к + \bar{x}_к - X_и = \delta_i + \bar{Q} . \qquad (2)$$

Постоянная часть систематической ошибки Q_c может быть определена по модулю и знаку с применением компарирования приборов, сравнений результатов измерений с предельными условиями, применением других видов и методов измерений и т.п., т.е. в конечном счете может быть учтена и исключена из значений результатов измерений ; где индекс k – обозначает - кажущийся.

Истинная ошибка измерений, включающая в себя переменное значение систематической ошибки $\bar{Q}_n$, определится:

$$\Delta_i = x_i - X_u = \delta_i' + \bar{Q}_n . \tag{3}$$

Величина переменной части систематической ошибки $\bar{Q}_n$ указывает на прямую, более устойчивую связь между средним и истинным значением измеряемой величины: $\bar{Q}_n = \bar{x} - X_u$; тогда истинное значение величины равно $X_u = \bar{x} - \bar{Q}_n$.

Сложив почленно систему из „n" уравнений (3), получим:

$$\sum_1^n \Delta_i = \sum_1^n \delta_i' + n\bar{Q}_n , \tag{4}$$

а учитывая, что $\frac{1}{n}\sum_1^n \delta_i' = 0$, тождественно стремится к нулю и отклонение этой суммы от нуля зависит только от точности результатов и округления значащих цифр, получим:

$$\bar{Q} = \frac{1}{n}\sum_1^n Q_n = \frac{1}{n}\sum_1^n \Delta_i \tag{5}$$

Истинное значение измеряемой величины определится классическим уравнением, включающим в себя среднее значение величины и истинные ошибки, включающие $\Delta_i = \delta_i' + \bar{Q}$, так как $\sum_1^n \delta_i' = 0$, то в сумму истинных ошибок входит только $\bar{Q}$ и тогда:

$$X_u = \frac{1}{n}\sum_1^n x_i - \frac{1}{n}\sum_1^n \Delta_i = \bar{x} - \bar{Q} \tag{6}$$

В связи с тем, что истинные ошибки, как правило, неизвестны и в этом главная трудность, определение истинного значения по уравнению (6) практически невозможно. При различных измерениях отдельные результаты в целом формируются и располагаются в общем случае при широко распространенном нормальном законе распределения вокруг $\bar{x}$ – среднего значения, смещаясь от истинного значения на $\bar{Q}$ — некоторую величину (рис.I,2), зависящую от количества измерений n и данной вероятности „α".

Учитывая, что между истинной ошибкой Δ_i и вероятным уклонением δ_i' существует взаимосвязь, равная $\bar{Q} = \Delta_i - \delta_i'$, то-это зависимые величины. Используя теорему и неравенство академика П.Л.Чебышева, можно представить значение вероятности в предельном положении, когда $n \to \infty$:

$$\lim_{\substack{n\to\infty\\ \sigma=1}} P\left\{\left|\frac{1}{\sigma n}\sum_1^n|\delta_i|-\frac{1}{\sigma n}\sum\Delta_i\right|<\frac{\varepsilon}{\sigma}\right\}=1; \tag{7}$$

так как при $n\to\infty$, $P(x)\to 1$, то эта взаимосвязь и явление достоверны и существуют.

При конечном числе измерений, если $n\neq\infty$, то уравнение будет иметь вид:

$$P\left\{\left|\frac{1}{\sigma n}\sum_1^n|\delta_i|-\frac{\bar{Q}}{\sigma}\right|\leq\frac{\varepsilon}{\sigma}\right\}=\alpha=1-q \tag{8}$$

где α - степень достоверности события взаимосвязи;

$q=1-\alpha$ - уровень значимости (возникновение маловероятного недостоверного события);

σ - среднее квадратическое отклонение.

Эти уравнения удовлетворяют критерию А.А. Макова (1907 г.) применения закона больших чисел; при $n\to\infty$:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_1^n\frac{\left\{\frac{1}{n}\sum_1^n(|\delta_i|-\bar{Q})\right\}^2}{1+\left\{\frac{1}{n}\sum_1^n(|\delta_i|-\bar{Q})\right\}^2}=0 \tag{9}$$

Полагая, что в качестве допустимого (толерантного) интервала примем $\varepsilon=t_\alpha M$, выражение (8) может быть представлено в общем виде (при $\sigma=1$):

$$P\left\{\left|\frac{1}{\sigma n}\sum_1^n|\delta_i|-\frac{\bar{Q}}{\sigma}\right|\leq t_\alpha\frac{M}{\sigma}\right\}=\alpha \tag{10}$$

где M - средняя квадратическая ошибка арифметической середины;

t_α - коэффициент вероятности , доверительно-толерантный интервал ; $t_\alpha=t_{(1+P(x))/2}=t_{\frac{1+\beta}{2}}$, (Янко Я, [76], стр. 94, 1961 г).

Так как $P(x)=\alpha$, а интервал является величиной, зависящей от α , тогда $\varepsilon(\alpha)=t_\alpha M$ и получено среднее значение переменной части систематической ошибки в окончательной форме; в частности, для t_α -распределений Стьюдента, нормального распределения и некоторых других распределений (поправка к среднему значению) равна:

$$\bar{Q}=\frac{\sum_1^n\delta_i^3}{\left|\sum_1^n\delta_i^3\right|}\cdot\left|\frac{1}{n}\sum_1^n|\delta_i|-t_\alpha M\right|=Sign\left(\sum_1^n\delta_i^3\right)\cdot\left||\bar{\delta}|-t_\alpha M\right|; \tag{11}$$

с учетом истинных ошибок :

$$\bar{Q}=Sign\left(\sum_1^n\Delta_i\right)\cdot\left||\bar{\delta}|-t_\alpha M\right|, \tag{11a}$$

где $Sign(\sum_1^n \delta_i^3)$, $Sign(\sum_1^n \Delta_i)$ – показатели знака переменной части систематической ошибки;

t_α – значение, например, коэффициента Стьюдента (определяют по специальной методике с учетом конкретного числа степеней свободы (n – I) и значений результатов измеряемой величины);

$M = \frac{m}{\sqrt{n}}$ – средняя квадратическая ошибка результатов серии измерений;

$\bar{Q}$ – оценка переменной систематической ошибки, которая является несмещенной, состоятельной и эффективной потому, что при $n \to \infty$ уравнение (II) стремится к нулю. При малом числе измерений $n \le 8 \div 10$, что часто имеет место на практике, асимметрия распределения значений относительно среднего значения определяется по формуле: $Sk = Skew = \frac{1}{n \cdot m^3} \sum_1^n \delta_i^3$.

Для определения значения "α" необходимо определить параметр нецентральности по формуле, полученной нами:

$$\delta_{em} = 1{,}03\, m \int_{\left|\frac{\delta_{min}}{m}\right|}^{\frac{\delta_{max}}{m}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \qquad (12)$$

Таким образом, приближенное значение вероятности α определим:

$$\text{при } t_1 \to t_{max},\quad P_1(t_1, \delta, n-1) \approx P(x) = \alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t_{max}} e^{-t^2} dt; \qquad (13)$$

$$\text{при } t_2 \to t_{min},\quad P_2 = \alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t_2}^{\infty} e^{-t^2} dt$$

Для широких условий, с учетом асимметрии распределения, более точное значение вероятности α определяется по формуле с использованием неполной бета-функции (Johnson N.L, Welch B.L, Celen M, 1929-63 г.):

$$\alpha = P(t, \delta_{em}, n-1) = 1 - 0{,}5\, e^{-\frac{\delta_{em}^2}{2}} \sum_1^n \frac{(0{,}5\delta_{em}^2)^j}{j!} J_{x_{1,2}}\left(\frac{n-1}{2}; \frac{1}{2}+j\right) = 1 - A_{x_{1,2}},$$

откуда параметр этой функции $x_{1,2} = (n-1)/n-1+t_{1,2}^2$; принимаются максимальные значения t_1 или t_2.

Для совершенно симметричных распределений, когда $Sk=0$,

$\delta_{em} = 0,\ j=0$, тогда (Дж.Кендал, А.Стьюарт, 1966 г.):

$$\alpha = P(t, n-1) = 1 - 0{,}5\left[J_{x_{1,2}}\left(\frac{n-1}{2}; \frac{1}{2}+j\right)\right], \qquad (15)$$

где $J_{x_{1,2}}\left[\left(\frac{n-1}{2}\right);\left(\frac{1}{2}+j\right)\right]$ - значение неполной бета-функции;

n - число измерений;

j - порядковый номер членов ряда, $0, 1, 2, 3 \ldots n_1$.

При определении величин $t_{1,2}$ и $x_{1,2}$ важное значение имеет соблюдение, следующих ниже, особых условий, которым должны удовлетворять полученные результаты измерений и уклонения от среднего значения, необходимые для применения неравенства П.Л.Чебышева.

Независимо от знака асимметрии распределения значений величин, если $Sk = Skew$, а также с учетом k_p - коэффициента, имеющего размерность измеряемых величин (k_p=I,0 ед.изм.):

а) если 0,00I $< R <$ 0,0I, т.е.

$$0{,}001 < R = \left|\frac{|\bar{\delta}|}{3K_p} - \frac{1}{K_p^3}\left|\sum_1^n \delta_i^3\right|\right| < 0{,}01, \text{ тогда } \quad \alpha < \frac{1}{2} = A_{x_{1,2}}; \quad (16)$$

б) если $R \geq$ 0,0I, то $\alpha > \frac{1}{2}$ и равно $\alpha = 1 - A_{x_{1,2}}$. (I7)

в) особый, вырожденный случай (вблизи нуля) имеет место тогда, если 0 $< R <$ 0,00I, то $\alpha > \frac{1}{2}$. (I8)

Заметим, что условие (в) наступает очень редко, для совершенно симметричных распределений, в особых условиях и, видимо, еще требует дальнейших исследований. При обработке измерений, если значение асимметрии $|Skew| <$ 0,02 или $|\delta_{см}| <$ 0,00I, то $\bar{Q} \approx \frac{|\bar{\delta}|}{2n} \to min \to 0$, тогда $\bar{x} = M(x) = X_p \to X_и$, а распределение очень близко к симметричному и $m^2 = \frac{1}{n}\sum_1^n \delta_i^2$ при $n > 12$.

Практически уже при $Skew = \pm 0{,}02$ или $\delta_{см} = \pm 0{,}001$, $\bar{Q} \to min \to 0$

В общем случае получение значения $\bar{Q} \equiv 0$ - неустойчиво. Ошибку определения самой величины определяем как равную $m_{\bar{Q}} = \frac{\bar{Q}}{n}$,

(Ю.В.Кемниц, 1969, 1970 гг). С применением средневзвешенных значений равны:

$$\bar{x}_{св.} = \sum_1^n x_i l_i \Big/ \sum_1^n l_i, \quad где \quad \delta_i^{\circ} = x_i - \bar{x}_{св.} \quad (19)$$

Далее методика определения вероятности α аналогична изложенной выше.

При известном $\alpha = f(t_{1,2}, \delta_{см}, n-1) = \alpha_{\delta}$, тогда t_α - значение коэффициента Стьюдента можно определить расчетным путем по формуле:

$$t_\alpha = t_{n+1} = t_n + \left[\sqrt{\pi(n-1)}\cdot\frac{\Gamma(\frac{n-1}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2})}\alpha_\alpha - 2\int_0^{t_n}\left(1+\frac{x^2}{n-1}\right)^{-\frac{n}{2}}dx\right] \Big/ 2\left(1+\frac{t_n^2}{n-1}\right)^{-\frac{n}{2}} \quad (20)$$

где $t_n = t(0) = 0$. Интеграл вычисляется по методу Гаусса. Окончательное расчетное, близкое к истинному значение величины определяемого параметра определится с учетом ошибки определения $\bar{Q}$, равной $m_{\bar{Q}}$, тогда:

$$X_p = \frac{1}{n}\sum_1^n x_i - Sign\left(\sum_1^n \delta_i^3\right)\cdot\left|\,|\bar{\delta}| - t_\alpha M\right|\cdot\frac{n+1}{n} \quad (21)$$

Данное уравнение (21) является в дальнейшем определяющим и применяется при нецентральном t -распределении и других распределениях. Применение нецентрального t-распределения Стьюдента, нормального закона распределений и χ^2-хи-квадрат распределения позволяет решить преимущественное количество всех имеющихся в науке и практике задач, подчиняющихся этим распределениям или приводящихся к ним с помощью аппроксимации функций других законов распределения (М.Целен, Н.Северо, 1963 г.).

Аппроксимация χ^2 хи-квадрат распределения и приближение его к нецентральному t -распределению Стьюдента, из которого вытекает нормальное распределение, с учетом работ советских и зарубежных ученых осуществляется следующим образом для значений $\nu = n - 1$, $\nu > 20$-30:

1) Определяют значение χ^2 по формуле К.Пирсона (1900 г.)

$$\chi^2 = \frac{1}{2(n-1)}\sum_1^n \delta_i^2, \quad \sigma^2 = 2\nu = 2(n-1).$$

2) Далее рассчитывают значение переменной x для определения вероятности $P(x)$: $x = \dfrac{\chi^2 - \nu}{\sqrt{2\nu}}$

3) Если $\chi^2 < \nu$, то применяется приближение к нормальному распределению по формуле: $x = \dfrac{n-1-\chi^2}{\sqrt{2(n-1)}} = \dfrac{\nu - \chi^2}{\sqrt{2\nu}}$

4) Затем

$$P(\chi^2/\nu) \backsim P(x) \approx \Phi(x) - \Phi(-x) = \alpha \quad (22)$$

где $\Phi(x)$ - интеграл вероятности от $-\infty$ до x, равный:

$$P(\chi^2|\nu) \backsim P(x) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 2P(x) - 1 \qquad (23)$$

5) После этого определяют значение коэффициента Стьюдента с учетом конкретных условий измерений, характеризующихся величиной и количеством степеней свободы $\nu = n-1$, $\sigma^2 = 2\nu$ и т.п.

Результаты точного моделирования приведены в табл.I и 2 и подтверждают, что в связи с применением среднего значения $\bar{x}$ в общее значение модуля истинной ошибки всегда входит $\delta_i + \bar{Q} = \Delta_i$, но сумма чисто случайных уклонений от среднего $\bar{x}$, т.е. $\sum_1^n \delta_i = 0$. Это указывает на систематический характер возникновения $\bar{Q}$. На рис.3,4 показаны её изменения с увеличением числа измерений, а пункт 2 примечания к табл.I указывает на полное соответствие принципу метода наименьших квадратов, т.е.

$$\sum_1^n \Delta_i^2 > \sum_1^n \delta_i'^2 > \sum_1^n \bar{Q}^2 > \sum_1^n m_{\bar{a}}^2 \to min \to 0.$$

где $\sum_1^n \Delta_i^2$ - указывает на две группы ошибок измерений δ_i^2 и $\bar{Q}$;

$\sum_1^n \delta_i^{02}$ - указывает на одну δ_i^2 и т.п.

В пункте I приложения к табл.2 указывается, что контрольное значение $\bar{Q}_к$ также зависит от случайных составляющих, т.е.

$$\bar{Q}_{к1} = \frac{1}{n} \sum_1^n \Delta_i = \bar{Q}_{к2} = Sign\left(\sum_1^n \Delta_i\right) \sqrt{\frac{1}{n}\left(\sum_1^n \Delta^2 - \sum_1^n \delta_i^2\right)} \qquad (24)$$

где $Sign(\sum_1^n \Delta)$ -показатель знака по истинным ошибкам измерений (имеет значение $\pm$ и 0).

При моделировании значений параметров явлений и при расчете точности получаемых этих значений параметров необходимо определять точное (контрольное) значение систематической ошибки по формуле(21), учитывающей и ошибку определения самой величины $m_{\bar{a}} = \frac{1}{n} \bar{Q}$

В заключение отметим, что получение высокоточных параметров при обработке измерений возможно только при соблюдении условий сходимости по вероятности и распределению, а также-величине, т.е. должны соблюдаться следующие условия $x_n \xrightarrow{P} X_n \Longleftrightarrow x_n \xrightarrow{d} X_n$ и сходимость по величине $x_n \xrightarrow{вел.} X_n$. Однако в обратном порядке это не всегда имеет место. Это применимо при выборе статистических оценок.

Таблица 1

Результаты точного моделирования величин случайных чисел для нецентрального t-распределения Стьюдента ($X_и = 180{,}000$)

№№ пп	Δ_i	Δ_i^2	$x_i = X_и + \Delta_i$	$\delta_i = x_i - \bar{x}$	δ_i^2	δ_i^3	δ_i^4	Контроль $\Delta_i = x_i - X_р$	Основные расчетные значения
1.	0,8093	0.6549	180.8093	0,5373	0,2887	0.1551	0.0833	0.8041	$m = 0{,}8373$
2.	1.5665	2.4539	181.5665	1.2945▾	1.6758	2.1695▾	2.8085	1.5613	$M = 0{,}2417$
3.	−0,8110	0,6577	179.1890	−1.0829▾	1.1727	−1.2700▾	1.3753	−0.8162	$m_r = 0.8373$
4.	−0,4240	0,1797	179.5760	−0,6959	0,4843	−0.3370	0,2345	−0,4292	$S_k = 0{,}1774$
5.	0.9713	0,9434	180.9713	0.6994	0,4891	0.3421	0,2393	0,9661	$\delta_{ои} = 0{,}0813$
6.	−0,2446	0,0599	179.7552	−0,5167	0,2670	−0,1379	0,0713	−0,2500	$\alpha = 0{,}9244$
7.	−0,4090	0,1672	179.5910	−0,6809	0,4636	−0,3157	0,215[illegible]	−0,4142	$t_\alpha = 1{,}9932$
8.	1.2688	1.6098	181.2688	+0,9968	0.9937	0.9906	0.9874	1.2636	$t_1 = 1.5460$
9.	−0,3309	0,1094	179.6691	−0,6028	0,3634	−0,2190	0,1320	−0,3361	$x_1 = 0{,}8216$
10.	0,3802	0,1445	180.3802	0,1082	0,0117	0,0012	0,0001	0,3750	$\bar{x} = 180.2719$
11.	−0,6229	0,3880	179.3771	−0,8948	0,8007	−0,7165	0,6411	−0,6281	$\bar{Q} = 0{,}2667$
12.	1.1098	1.2316	181.1098	0,8378	0,7020	0,5881	0,4928	1.1046	$\lvert\bar{\delta}\rvert = 0{,}7481$ R>0,01
Σ	3,2633	8,6006	$\bar{x} = 180{,}2719$	−0,0000	7,7127	1,2505	7,2811	3,2348	$X_р = 180{,}0055$

Примечание: 1. Уменьшение интервала ошибки между средним 180,2719 и абсолютным значением $X_и = 180{,}000$ равно 0,2719, а расчетным $X_р = 180.0055$, равно 0,2667.

2. Сумма квадратов величин, характеризующих точность: $\sum \Delta_i^2 = 8.6006$; $\sum \delta_i^2 = 7{,}7127$; $\sum \bar{Q}^2 = 0{,}8535$ и $\sum m_{\varepsilon}^2 = 0{,}0059$; $m_n = M + (m - M)\sqrt{\frac{n-3}{9}}$ $3 \le n \le 12$.

3. $P_i(m) = \frac{1}{m^2} = 1{,}4264$; $P_i(\bar{Q}) = \frac{1}{\bar{Q}^2} = 14{,}0590$; $P_i(\bar{Q}) > P_i(m)$.

4. δ_2 и δ_3 - взаимокомпенсируемые максимальные уклонения.

Таблица 2

Результаты точного моделирования величин случайных чисел для нормального закона распределения ($X_н$=100.000)

№№ пп	Значение моделируемых величин Δ	Δ_i^2	x_i	δ_i	δ_i^2	δ_i^3	Основные расчетные значения
I.	0,150	0.023	100.150	0.290	0.084	0.024	m_δ=0,6106
2.	0.100	0.010	100.100	0.240	0.058	0.014	M=0,1221
3.	-0,200	0.040	99,800	-0,060	0.004	-0.0002	m_r=0,6144
4.	0.300	0.090	100.300	0.440	0.194	0.085	$m_\circ$=0,6106
5.	-0,100	0,010	99.900	0.040	0.002	0.000	Sk=-0,8335
6.	0.700	0.490	100.700	0.840	0.706	0.593	E=-0,009
7.	-0.400	0,160	99.600	-0,260	0.068	-0.018	$\delta_н$=-0,0503
8.	0.120	0.014	100.120	0.260	0.068	0.018	$\|\bar{\delta}\|$=0,4896
9.	-0,700	0.490	99.300	-0,560	0,314	-0,176	t_1=-2,5026
10.	-0.070	0.005	99.930	0.070	0.005	0.0003	x_1=0,8224
II.	-0,030	0,001	99.970	0,110	0,012	0,001	α=0,9909
12.	0,300	0.090	100.300	0.440	0.194	0.085	t_α=2,7945
13.	0,100	0.010	100.100	0.240	0.058	0.014	
14.	0,200	0.040	100.200	0.340	0,116	0.039	$\bar{Q}$=-0,1250
15.	0,300	0,090	100.300	0,440	0.194	0.085	$\bar{x}$=99,860
16.	-0,500	0,250	99.500	-0,360	0.130	-0,047	$X_р$=100,011
17.	-0.900	0.810	99.100	-0,760	0.578	-0,439	$X_н$=100,000
18.	-1.200	1.440	98.800	-1.060	1.124	-1,191	Расчетное
19.	-1,500	2.250	98.500	-1,360	1.850	-2,515	значение $X_р$
20.	0,200	0.040	100,200	0,340	0,116	0.039	получено
21.	0,100	0,010	100,100	0,240	0.058	0,014	по методик
22.	0,120	0,014	100.120	0,260	0,068	0,018	нецентрал
23.	0,900	0,810	100.900	1.040	1,082	1,125	t-распред.
24.	1.500	2.250	98.500	-1,360	1.850	-2,515	с определ.
25.	0,010	0,0001	100,010	0,150	0,023	0,003	зн. "α"
Σ	-3,500	9.4372	99.860	0,000	8.9472	-4,743	R> 0,01

Примечание: I. Контрольное значение переменной части систематической ошибки в общем случае равно: $\bar{Q}_{k\frac{x}{2}} = -\sqrt{\frac{9,4372-8,9472}{25}} = -0,1400.$

2. Ошибка определ. $\bar{Q}$ равна $m_{\bar{Q}} = -0,0050$

3. Уменьшение интервала ошибки по сравнению между средним $\bar{x}=99,860$ и абсолютным значением 100,000 составило:

$$k_y = \frac{\Delta_{ab.}}{X_р - X_н} = \frac{0,1400}{0,011} = 12,73_{раза} \quad при \; P(x) = \alpha.$$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРОГНОЗНЫЕ ОЦЕНКИ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ОБРАБОТКИ КОНЕЧНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ ИНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ РАБОТ

На основании вышеизложенного материала нами разработаны прогнозные оценки повышения точности конечных результатов измерений инженерно-геодезических и маркшейдерских работ с использованием в расчетах вместо надежных $\bar{x}$ - средних значений, $X_г$ - близких к истинным значениям, полученных путем исключения влияния переменных значений систематических ошибок.

Теоретическое прогнозирование оценки повышения точности конечных результатов обработки измерений специальных видов инженерно-геодезических, маркшейдерских и других работ приведены в диссертационной работе в табл.29. Из анализа представленного материала определения значений параметров прогнозных оценок повышения точности конечных результатов специальных работ, видимо, можно установить, что представленные методы отражают собой различные распределения, основным из которых является широко распространенное и подробно разработанное-нормальное распределение. Для равномерного распределения подсчёт значения вероятности осуществляется вначале путем определения средней квадратической зависимости по формуле средней квадратической ошибки для равномерного распределения $m_{равн} = \frac{(\delta_{max} - \delta_{min})}{2\sqrt{3}}$, а затем по общей методике, изложенной выше. Такими свойствами обладают также некоторые другие распределения. Перечисленные распределения зависят, как правило, от двух переменных параметров, кроме χ^2 -квадрат распределения, зависящего от одного теоретического параметра: $\nu = n-1$ - числа степеней свободы (для этого распределения величин).

Однако несмотря на имеющиеся формулы аппроксимации, приведенные в отечественной и зарубежной литературе, χ^2 - квадрат распределения не аппроксимируется в нормальное распределение вблизи значения $1<n<2$ и, видимо, требует дальнейших исследований.

Далее приведены примеры определения ошибок для различных мерных пространств.

<u>Одномерное пространство.</u> Приводим численные результаты сравнения методов оценок точности значений параметров инженерно-геодезических работ, подчиняющихся различным видам распределений.

В работе показано, что за истинное значение принято $X_{и}$=100,000. Среднее значение получено $\bar{x}_1$ =99,8147, n=15; $\nu = n$ -1=14, m= =0,4860; M=0,1255, Sk=-0,0778, E=-1,3532, $\delta_{см}$=-0,0226, =

$|\bar{\delta}|$=0,4121, α=0,9181, t_α=1,8760, $\bar{Q}$=-0,1765, $\bar{Q}_{\kappa_1}=\bar{Q}_{\kappa 2}$=-0,1853.

Расчетное, близкое к истинному значение равно X_p= 99,9912. Средняя ошибка определения самой величины $\bar{Q}$ составила $m_{\bar{Q}}$ = = 0,0118. Окончательное расчетное значение $X_{pн}$ = 100,0030.

Таким образом абсолютная погрешность составила $\Delta_{a\delta}$= +0,0030. Принимая степень достоверности α =0,95 и получая t_α=2,145, определим интервал отклонения от среднего значения в каждую сторону

$\Delta X = \pm t_\alpha M$ = 2,145·0,1255 = 0,2692.

Определим значение коэффициента увеличения точности по сравнению с расчетным значением:

а) при интервальной оценке $k_{з_и} = \frac{\Delta x_1}{\Delta_{a\delta_1}} = \frac{0,269}{0,003} = 87,33$ раза,

б) при точечной оценке точности $k_т = \frac{0,4860}{0,003} = 162$ раза, при данной степени вероятности α.

Двухмерные измерения. При двухмерном измерении рассмотрим значения $X_{и1}$=400,000, $\bar{x}_1$=399,9246, X_p=399,9926; Δx=0,269 и с учетом приведенных в работе значений $X_{и2}$=300,000, n -1=14, $\bar{x}_2$= 300.1429, m_2=0,3721; M=0,1074, α=0,9324, t_α=2,0277, E=-1,8280, = $\bar{Q}_2$=0,0981, $\bar{Q}_{\kappa_1}=\bar{Q}_{\kappa 2}$=0,1429, X_p=300,0448, $\Delta x = \pm$ 0,2360 определим коэффициент увеличения точности получаемых величин по различным оценкам точности при интервальной оценке и данной степени вероятности

$$k_и = \frac{(\bar{x} \pm \Delta x)\cdot(\bar{x}_2 \pm \Delta x_2) - \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2}{\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 - (\bar{x}_1 - \bar{q}_1)\cdot(\bar{x}_2 - \bar{q}_2)} = \frac{317,75}{18,83} = 16,87 \text{ раза} \tag{25}$$

при данной степени вероятности α.

Несмотря на то, что среднее значение $\bar{x}_1$ очень близко в данном случае к истинному значению - к $X_{1и}$, все же общий результат оценки точности отличается значительно , что крайне важно. При увеличении расхождений значений и показатель увеличения точности увеличивается. При точечной оценке общая ошибка увеличивается в 4 раза и более.

Трехмерные измерения. В трехмерном измерении (ортогональном) приводятся следующие значения ортогональных величин после их обработки на ПВМ "Искра-226" по программе Statis -28:

$\bar{x}_1$=399,9246,	X_{p1}=399,9926,	$X_{и1}$=400,000,
$\bar{Q}_1$=-0,0679,	m_1=0,4509,	M_1=0,1302,
$\bar{x}_2$=300,1429,	X_{p2}=300,0448,	$X_{и2}$=300,000,
$\bar{Q}_2$=0,0981,	m_2=0,3721,	M_2=0,1177,
$\bar{x}_3$=99,8146,	X_{p3}=99,9911,	$X_{и3}$=100,000,
$\bar{Q}_3$=-0,1764,	m_3=0,4860,	M_3=0,1255.

При учёте вышеизложенных значений были определены следующие значения объемов куба:

а) среднего значения $\tilde{V}$ =1198II97 м^3;

б) расчетного V_p =I2000500 м^3; $\Delta V_{\text{и.р}}$=500 м^3;

в) абсолютного (истинного) $V_и$ =I2000000 м^3;

г) значение объема при точечной оценке точности составило $V_{тчн}$=I206805I м^3.

Значение ошибки при определении объема через средние значения параметров $\Delta V_p = \bar{V} - V_p$ =I198II97 - I2000500 м^3=-I9303 м^3, то же через абсолютные значения $\Delta V_и = \bar{V} - V_и$ =I198II93 - I2000000 = = - I8803 м^3 и аналогично к точечной оценке значения объема $\Delta V_{тчн}$ = $V_и - V_p$ =I206805I м^3 - I2000500 м^3 = +6755I м^3 при данной степени вероятности α.

В этом случае коэффициент увеличения точности k_y, представляющий из себя отношение величины ошибки объема точечной оценки к расчетной величине ошибки, определится:

$$k_{y1} = \frac{\Delta V_{тч}}{\Delta V_p} = \frac{+6755I \text{ м}^3}{500{,}0 \text{ м}^3} = + \text{I}35{,}\text{I}0 \text{ раза}, \quad при \; P_1(x) = \alpha_1,$$

то же точечной оценки к средней

$$k_{2y} = \frac{\Delta \bar{V}_{тчн}}{\Delta V_p} = \frac{+6755\text{I м}^3}{-\text{I}9303 \text{ м}^3} = - 3{,}5 \text{ раза}, \quad P_2(x) = \alpha_2,$$

и средней ошибки величины объема к расчетной:

$$k_{3y} = \frac{\Delta \bar{V}_{ср.}}{\Delta V_p} = \frac{-\text{I}9303 \text{ м}^3}{500{,}0 \text{ м}^3} = - 38{,}6 \text{ раза}, \quad P_3(x) = \alpha_3$$

Следует отметить, что для примеров и расчетов в данном случае приняты такие значения аргументов, которые имеют, как правило, малые по модулю значения ошибок и абсолютных отклонений от истинных значений величин. На практике такие отклонения и, естественно, величины оказываются значительно больше и, как указывают проф. Казаковский Д.А. и Оглоблин Д.Н. и др., отклонения объемов от истинных значений могут составлять от 4 до I4 % и более. Выполненные нами исследования с применением моделирования показывают, что интервальная оценка точности при заданном α =0,95 может приводить к ещё большим ошибкам по сравнению с истинными значениями аргументов.

В заключение вышеизложенного материала отметим следующее: при многократных измерениях величин имеют место в расчетах следующие зависимости ошибок случайных величин по отношению к применяемым в настоящее время средним значениям:

а) при одномерных измерениях: $\Delta_{1об.} = \bar{Q}$; (26)

б) при двухмерных измерениях: $\Delta_{2об.} = \bar{x}_1 \cdot \bar{Q}_2 + \bar{x}_2 \bar{Q}_1 - \bar{Q}_1 \bar{Q}_2$; (27)

в) при трехмерных измерениях
$$\Delta_{3об.} = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{Q}_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_3 \cdot \bar{Q}_2 - \bar{x}_1 \bar{Q}_2 \bar{Q}_3 + \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \bar{Q}_1 - \bar{x}_2 \bar{Q}_1 \cdot \bar{Q}_3 - \bar{x}_3 \bar{Q}_1 \bar{Q}_2 + \bar{Q}_1 \cdot \bar{Q}_2 \cdot \bar{Q}_3 \, . \qquad (28)$$

Это общие правила и формулы. По уравнениям (26)-(28) в общем случае можно определить значения общих погрешностей (ошибок) измерений с использованием принципа: "от того, что есть минус, то,что должно быть". Вышеизложенное указывает на сложный характер зависимостей ошибок в n -мерном пространстве.

На основании вышеизложенного материала были разработаны автором и изложены в диссертации методы определения прогнозных оценок при определении высокоточных значений результатов измерений при нецентральном t -распределении Стьюдента, нормальном законе распределения, равномерном, треугольном распределениях, χ^2-распределении и других видах распределений, охватывающих большой диапазон исследований и обработки различных данных с применением точных и приближенных методов получения значения вероятности α , исключения влияния переменных систематических ошибок $\bar{Q}$.

В табл.3 и 4 приведено сравнение оценок точности при обработке данных и получении высокоточных значений применительно к нормальному закону распределения значений измерений и их уклонений от среднего значения. При анализе рис.I и 2 виден характер различия гистограмм $f(\Delta_i)$ и $f(\delta_i)$. Это вызывает смещение истинного значения от среднего. Сравнение предложенных методов определения точных значений величин показывает, что разработанная методика путем исключения влияния переменных систематических ошибок измерений из результатов средних значений является выше по точности, однозначной по знакам ошибки, предоставляет возможность определить ошибки по аргументам с учетом знаков этих ошибок аргументов, указать количество таких составляющих , что особенно важно в трехмерном и n -мерном пространствах. Значения величин ошибок, определяемых по уравнениям (26)-(28) являются основными и показывают, что в одномерном пространстве составляющая ошибка - одна, в двумерном - три, в трехмерном - семь и т.п.

На основании вышеизложенного следует отметить, что при обработке результатов измерений встречаются уклонения от среднего зна-

Таблица 3

Сравнение оценок точности выполнения измерений для различных видов работ (применительно к нормальному закону распределения)

№ п/п	Вид функциональной зависимости	Интервальная оценка определения точных значений величин	Точечная оценка определения точности измеренных значений	Оценка точности путем определения значений $\bar{Q}$
I	2	3	4	5
I.	Одномерные измерения $X_н$ – истинная величина $X_н = f(x_1, x_2, x_3 \dots x_n)$ n – число измерений $\nu = n$-I-степени свободы	I. $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$ n – число измерений $\nu = n$ – I степеней свободы	I. x_i n – число измерений $\nu = n$-I-степеней свободы	I. x_i n – число измерений $\nu = n$-I-степеней свободы
2.	Среднее значение $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_1^n x_i \quad \delta_i = x_i - \bar{x}$	2. $\bar{x}$, δ_i	2. $\bar{x}$, δ_i	2. $\bar{x}$, δ_i
3.	Определение средних квадратических ошибок $m = \sqrt{\frac{\sum_1^n \delta_i^2}{n-1}}$, $M = \frac{m}{\sqrt{n}}$, $m_m = \frac{m}{\sqrt{2(n-1)}}$, $m_M = \frac{M}{\sqrt{2n}}$	3. m, M m_m, m_M (для общей оценки измерений)	3. m, M m_m, m_M (для общей оценки измерений)	3. m M m_m, m_M (для предварительной оценки измерений)

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5
4.	Общая ошибка измерений $\Delta_{об.} = m_{об.}$	$\Delta_{об.} = t_{\alpha з \sigma} \cdot M$	$\Delta_{об.} = \pm m$	$\bar{Q} = Sign(\Sigma\delta^3) \cdot \lvert \lvert \bar{\delta} \rvert - t_\alpha \cdot M \rvert$
5.	Вид истинного значения $X_и$	5. $\bar{x} - t_з M \le X_и \le \bar{x} + t_з M$	5. $\bar{x} - m < X < \bar{x} + m$	5. $X_p = \bar{x} - \bar{Q} = X$
6.	Величина отклонения от истинного значения $\Delta_{из}$	6. $\Delta_{из} = \pm t_з \cdot M$	6. $\Delta_{из} = \pm m$	6 $\Delta_{изм.} = \bar{Q}\frac{n+1}{n}$ (если совпадают знаки)
II.	Двухмерное измерение			
1.	$X_и, Y_и$ - истинные величины n_1 - число измерений x_i n_2 - число измерений y_i $X_и \cdot Y_и = S_и$ - истинная площадь $X_и \perp Y_и$	1. Все пункты 1–5 - величины определения аналогично одномерным измерениям $\Delta_{изх} = \pm t_з \cdot M_x$ $\Delta_{изy} = \pm t_з M_y$	1. Все величины по пунктам 1–5 определяют аналогично одномерным измерениям $\Delta_{изх} = \pm m_x$ $\Delta_{изy} = \pm m_y$	1. Все величины по пункта 1–5 определяются аналогично одномерным измерениям $\Delta_{изх} = \bar{Q}_x$ $\Delta_{изy} = \bar{Q}_y$
2.	Величина отклонения от истинного значения площади: $\Delta S_и$	2. Не определено $\Delta S_и$ из-за величины $\pm t_з M$ ин-тервала и его знаков	2. Не определено $\Delta S_и$ из-за неопределенности принятия знаков $m_{об.} = \pm\sqrt{m_x^2 + m_y^2}$	$\Delta S_и = \bar{S} - S_p = \bar{x}\bar{Q}_y + \bar{y}\bar{Q}_x - \bar{Q}_y \cdot \bar{Q}_x$

Окончание таблицы 3

I	2	3	4	5
Ш.	Трехмерные измерения $X_и, Y_и, Z_и$ – существующие истинные значения величин n_1 – число измерений x_i n_2 – число измерений y_i n_3 – число измерений z_i $V_и = X_и \cdot Y_и \cdot Z_и$ – истинное значение объема	Ш. Пункты I–5 определяются аналогично одномерным измерениям $\Delta_{изx} = \pm t_з \cdot M_x$ $\Delta_{изy} = \pm t_з M_y$ $\Delta_{изz} = \pm t_з \cdot M_z$	Ш. То же, с учетом что $\Delta_{изx} = \pm m_x$ $\Delta_{изy} = \pm m_y$ $\Delta_{изz} = \pm m_z$	Ш. Все величины по пунктам I–5 определяются аналогично одномерным измерениям $\Delta_x - \bar{Q}_x$ $\Delta_y = \bar{Q}_y$ $\Delta_z = \bar{Q}_z$
6.	Истинная ошибка определения объема $\Delta V_и = \bar{V} - V_и$	6. Величина отклонения от истинного значения не определена однозначно	6. $m_v = \sqrt{m_x^2 + m_y^2 + m_z^2}$ – следует рассматривать, как первое приближение по модулю величины и не однозначное по знаку.	6. $\Delta V_и = \bar{V} - V_и = \bar{x}\bar{y}\cdot\bar{z} - X_p \cdot Y_p Z_p = \bar{x}\bar{y}\bar{Q}_z + \bar{x}\bar{z}\bar{Q}_y - \bar{x}\bar{Q}_y\cdot\bar{Q} + \bar{y}\bar{z}\bar{Q}_x - \bar{y}\bar{Q}_x\bar{Q}_z - \bar{z}\bar{Q}_x\bar{Q}_y + \bar{Q}_x\cdot\bar{Q}_y\cdot\bar{Q}_z.$

Таблица 4.

Методы сравнения ошибок $F(x_1,x_2..x_n)$-функции измеренных величин и исключения влияния переменных систематических ошибок.

№№ пп	Метод определения средних квадратических ошибок функции независимых аргументов	Метод исключения влияния систематических ошибок $\bar{Q}$
1	2	3
	1. Значение функциональной зависимости: $F=F(x_1,x_2,x_3\dots x_n)$	1. Значение функции $X_u=f(\bar{x}_1,x_2,x_3\dots x_n)$
	2. Среднее значение измеренной величины: $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}x_i;\quad \delta_i=x_i-\bar{x}$.	2. Среднее значение измеренной величины: $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}x_i$ и $\delta_i=x_i-\bar{x}$
	3. Средняя квадратическая ошибка функции независимых аргументов: $m_{об.}=\sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x_1}m_{x_1}\right)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial x_2}m_{x_2}\right)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial x_3}m_{x_3}\right)^2+\dots+\left(\frac{\partial F}{\partial x_n}m_{x_n}\right)^2}$	3. Средняя квадратическая ошибка одного и серии измерений m, M, m_n (для сравнительной оценки) $3\le n\le 12$, то $m_n=M+(m-M)\sqrt{\frac{n-3}{9}}$.
	4. Оценка истинного значения: $\bar{x}-t_3\cdot m_{об.}\le X_u\le \bar{x}+t_3\cdot m_{об}$	4. Оценка истинного значения: $\Delta F_{об.}=\Delta X_{об.}=\bar{x}-X_p=F(x)-F(X_p)$
	5. Определение отклонения от истинного значения: $\Delta_{отк.}=\pm t_3\cdot m_{об.}$	5. Определение отклонения от истинного значения $\Delta_{отк.}=\Delta F_{об.}$

чения, равные $\delta_i = x_i - \bar{x}$, одни из которых формируют общую закономерность распределения и знак асимметрии, а другие нарушают эту закономерность, стремятся её изменить. Поэтому на основании исследования обработанных данных получено отношение для выбраковки таких уклонений. Если $|\pm \delta_{max}| / |\bar{\delta}| > 1,0 \div 1,1$, то такие данные следует, как правило, выбраковывать, кроме взаимокомпенсируемых. Однако и в последнем случае получение высокоточных значений менее устойчиво и менее точно. Частота выбракованных значений мала.

Разработанные способы повышения точности находят широкое применение в промышленности, строительстве и при эксплуатации объектов и сооружений. Пример такого применения приведен в табл.5.

Таблица 5

Определение основных значений параметров намытых пород золошлакоотвала № 2 Молдавской ГРЭС

№№ пп	Наименование параметров	Среднее значение, (м)	Точное значение, (м)	Переменная систематическая ошибка, (м)
I	Отметка поверхности	6,904	6,639	+0,265
2	Отметка основания отвала	I,68I	I,872	-0,I9I
3	Высота слоя намытых пород	5,223	4,767	+0,456
4	Длина золошлакоотвала	978,83	977,27	I,660
5	Ширина золошлакоотвала	9I2,75	9II,62	+I,I30
6	Площадь золошлакоотвала	893427 $м^2$	890899 $м^2$	+3528 $м^2$
7	Объем золошлакоотвала	4666369 $м^3$	42469I6 $м^3$	4I9453 $м^3$
8	Относительная ошибка (погрешность)	(4I9453 : 42469I6) · I00 % =9,877 %		

Примечание. Значения переменных систематических ошибок $\bar{Q}$ существенно зависят также от формы золошлакоотвала.

Выполненные экспериментальные исследования показывают, что, например, при определении объёма угля на угольном складе МГРЭС в феврале I988 года было - II,I2 % (или-60492 т), а в марте +5,55 % (+I7803 т). За два месяца ошибка в списании расходов составила I3404I4 рублей.

Внедрение разработки автора на золошлакоотвале МГРЭС в I983 г. дало возможность получить экономический эффект в сумме I5I636 руб.

В целом внедрены следующие научные разработки автора: рабочие методические указания по определению объемов угля на складах МГРЭС, авт.св.№ 972004 "Способ одностороннего поярусного намыва земляных сооружений" (1983 г.); программа, разработанная для СМ-1600, по определению объема угля на складе МГРЭС и определению объема намытых пород в золошлакоотвалах, а также на карьере по добыче строй-материалов "Микауцы". Кроме того, внедрены в производство в виде Республиканских технических условий ТУ-12 МССР-1-89; автором диссертации также разработан ряд методик по математической обработке геодезических измерений способом исключения переменных систематических ошибок; находит дальнейшее применение метод точного моделирования с применением случайных чисел в учебном процессе и технических приложениях.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ

В диссертационной работе на основании обобщений научных работ различных ученых и работ автора решена важная научная задача, имеющая практические приложения во многих отраслях народного хозяйства: предложен новый статистический метод обработки измерений, позволяющий приблизить среднее арифметическое к математическому ожиданию при малых выборках. Эти исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. На основании изучения и анализа более 160 работ учёных разных стран установлено, что при наличии эффективных разработок по методам обработки и оценки точности геодезических измерений за последние 10-90 лет отсутствовали обобщенные комплексные исследования по созданию статистических методов обработки результатов измерений при малых выборках с учетом определения и исключения влияния систематических ошибок, действующих в общем случае. В диссертации изложен метод приближения среднего значения $\bar{x}$ к математическому ожиданию $M(x)$, т.е. $X_p = \bar{x} - \bar{\bar{Q}} \to M(x) \longrightarrow X_и$ и получения высокоточных значений $X_p \to X_и$.

Для решения поставленной задачи применены различные научные и экспериментальные методы, изложенные выше, позволяющие, в конечном итоге, определять экономическую, технологическую и другие виды эффективности при выполнении геодезических и других работ.

2. В результате исследований главных факторов на процессы трех основных видов измерений: углов, длин линий и превышений установлено влияние этих факторов на величины истинных ошибок измерений, состоящих из уклонений от среднего и переменных частей систематических ошибок измерений, которые не обладают свойством компенсации, изменяются по модулю и знаку при $n \neq \infty$. Постоянные части значений систематических ошибок измерений также могут входить в истинные ошибки. Определяются они известными методами: компарированием приборов, сравнением данных измерений с предельными условиями и т.п. Затем постоянные ошибки исключаются из результатов измерений.

3. В результате теоретических исследований и выполненных экспериментов установлено, что переменная часть систематической ошибки (поправка), приближающая среднее значение к математическому ожиданию значений измерений при обработке данных, определяется уравнением:

$$\bar{Q} = Sign\left(\sum_1^n \delta_i^3\right) \cdot \left|\,|\bar{\delta}| - t_\alpha M\,\right|,$$

при доверительной вероятности α, с учетом критерия выбраковки данных $|\pm\delta_{max}| / |\bar{\delta}| > 1{,}0 \div 1{,}1$, учитывающего также влияние грубых результатов измерений, кроме взаимно компенсируемых. Определение точных значений $\bar{Q}$ с использованием взаимно компенсируемых величин менее устойчиво и менее точно.

При моделировании значений величин и предрасчете точных (контрольных) значений величин параметров $\bar{Q}$ определяется для широкого класса распределений по формулам:

$$\bar{Q}_{K1} = \frac{1}{n}\sum_1^n \Delta_i \quad , \quad \bar{Q}_{K2} = Sign\left(\sum_1^n \Delta_i\right) \cdot \sqrt{\frac{1}{n}\left(\sum_1^n \Delta_i^2 - \sum_1^n \delta^2\right)}$$

Она указывает на величину смещения среднего значения $\bar{x}$ по отношению к истинному значению или близкому к нему X_p-расчетному значению (см. рис. I и 2).

Определение величины $\bar{Q}$ получено из неравенства П.Л.Чебышева с применением толерантных (допустимых) интервалов (пределов) для нормального закона распределения и других видов распределений. Толерантные интервалы имеют другие свойства, изменяются иначе, чем интервалы для среднего значения при увеличении числа измерений.

4. Автором диссертационной работы на основании исследований установлены особые критерии (условия) для определения значения вероятности α, позволяющей определять по модулю и знаку величину (поправки) переменной части систематической ошибки $\bar{Q}$ и ошибку самой величины, равную $m_{\bar{Q}} = \frac{1}{n}\bar{Q}$.

Применение критериев $\overset{\text{''}}{R}$ существенно расширило область применения неравенства П.Л. Чебышева, тем более при определении высокоточных значений величин параметров, т.к. получены решения, когда

$$\lim_{n\to\infty}\sum_1^n D(x)/n^2 \neq 0 \quad \text{и} \quad \lim_{n\to\infty}\sum_1^n M_3(x)/\sum D^3(x) \neq 0 .$$

Для получения высокоточных значений величин X_p приведена методика определения значения доверительной вероятности α, t_α, параметра нецентральности $\delta_{см}$, использования других величин.)

Для получения высокоточных значений $X_p \approx X_и$ должно быть обеспечено соблюдение условий сходимости по вероятности и по распределению к этой величине, т.е.

$$x_n \xrightarrow{P} X_и \Longleftrightarrow x_n \xrightarrow{d} X_и ,$$

однако, наоборот, это не всегда имеет место для различных законов распределения (А.Н.Колмогоров, 1956 г.; Г.Крамер, 1975 г.; А.А.Боровков, 1986 г.).

5. На основании исследований с применением принципа рандомизации Р.Фишера автором разработан метод точного моделирования для предрасчёта высокоточных значений величин с использованием критериев $\overset{\text{''}}{R}$, неравенства П.Л.Чебышева, универсальных свойств неполной бета-функции, являющейся ядром ортогональных полиномов Якоби.

Метод моделирования с применением случайных чисел служит также внедрением в практических приложениях.

Приведено сравнение предложенного автором статистического метода обработки результатов измерений при малых выборках с другими существующими методами. Получены удовлетворительные результаты.

Показано, что определение точных значений величин по предложенному методу осуществляется с ошибкой в несколько раз меньшей, чем существующими методами при данной доверительной вероятности α.

Доказано, что оценка $\bar{Q}$ - несмещена, эффективна и состоятельна. При этом соблюдается принцип наименьших квадратов, т.е.

$$\sum_1^n \Delta_i^2 > \sum_1^n \delta_i^2 > \sum_1^n \bar{Q}^2 > \sum_1^n m_{\bar{x}}^2 \to min \to 0 .$$

где $\sum_1^n \Delta_i^2$ - характеризует два вида ошибок, а остальные $\sum_1^n \delta_i^2, \sum_1^n \bar{Q}^2, \sum_1^n m_{\bar{x}}^2$ - один вид ошибок.

По уравнениям (26)-(28) в общем случае при обработке данных можно определять знаки, значения и количество составляющих ошибок измерений (или при моделировании) соответственно для одномерных, двумерных, трехмерных и в целом n-мерных пространств. Последнее указывает на сложный характер зависимостей ошибок в n-мерном пространстве для различных распределений.

Выполненная экспериментальная проверка разработанного статистического метода обработки результатов измерений при малых выборках подтверждена системой оценки и повторяемостью получения и обработки на ЭВМ большого количества опытных данных: замеров объемов намытых пород на золошлакоотвале Молдавской ГРЭС, Роздольском горнохимическом комбинате и других практических данных.

6. При обработке результатов неравноточных значений, например, значений горногеометрических параметров, - содержания ценных компонентов в рудах, мощностей пласта, объемов различных залежей и т.п. применяются средневзвешенные значения (П.И.Кудряшов, В.И.Кузьмин, 1981 г.; В.А.Букринский, 1985 г.; С.А.Батугин, 1989 г.; Дж. Мэйндоналд, 1988 г. и др.), отражающие природную взаимосвязь факторов месторождений полезных ископаемых и наведенную между ними взаимосвязь, зависящую от параметров разведочной сети.

Согласно исследованиям автора диссертационной работы, доказано, что в этом случае наиболее точными значениями следует считать:

$$X_{р.св.} = \bar{x}_{св.} - \bar{Q}_{св.},$$

из которого, как частный случай, может быть определено $X_р$ - для равноточных значений по формуле: $X_р = \bar{x} - \bar{Q}$, когда

$$\bar{x}_{св} \rightarrow \bar{x} \quad и \quad \bar{Q}_{св.} \rightarrow \bar{Q},$$

где $\bar{x}_{св.}$ - средневзвешенное значение величины;

$\bar{Q}_{св.}$ - переменное значение систематической ошибки средневзвешенного значения (поправка).

Это существенно расширяет область применения данного метода, его экономическую эффективность.

В случае применения обработки результатов симметричных распределений, т.е. когда $Sign(Skew) = Sign(\sum_{1}^{n} \delta_i^3) \equiv 0$,

то $\bar{x} = M(x) = X_р$ и $X_р = X_и$, то $\bar{Q} = 0$ и $m_{\bar{Q}} = \frac{1}{n}\bar{Q} = 0$ и $\delta_{см} = 0$.

При обработке результатов значений величин $\bar{Q}_i$ показано, что они также подчиняются нормальному закону распределения (см.рис.6 и 7).

7. Экономический эффект от разработок автора достигается за счет точного определения объемов намытых пород на золошлакоотвале № 2, на угольном складе Молдавской ГРЭС т.п. точного списания затрат. Это составляет по различным сооружениям от 151636 руб. (1983 г.) до миллиона рублей и более.

Вышеизложенное подтверждает возможность получения высокой экономической и других видов эффективности при внедрении способов повышения точности конечных результатов обработки измерений специальных видов инженерно-геодезических, горногеометрических и маркшейдерских работ на других предприятиях страны, а также в учебном процессе, где предполагается расширить масштабы внедрения.

Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Реутский В.Ф., Шерстюков А.Д., Ткаченко А.П., Черешнев В.С. Гидроотвалообразование в выработанном пространстве карьера и рекультивация отработанных площадей. - Горный журнал, 1969, № 6, с.20-22.
2. Добыча и переработка серных руд Роздольского месторождения. Под общей редакцией проф.М.А.Менковского. М.,Недра, 1973. (А.Д.Шерстюков, гл.У.Разработка четвертичных отложений способом гидромеханизации, с.107-128).
3. Г.А.Нурок, А.Г.Лутовинов, А.Д.Шерстюков. Гидроотвалы на карьерах. М.,Недра, 1977.
4. Шерстюков А.Д. Намыв и эксплуатация шлакохранилищ. - Гидротехническое строительство, 1976.
5. Шерстюков А.Д., Иову К.В. и др. Способ одностороннего поярусного намыва земляных сооружений. Авт.св.СССР № 972004. Е 02 17/18, М., 1982.
6. Шерстюков А.Д., Барабанов Э.Л. и др. Способ образования плодородного слоя при рекультивации золошлакоотвалов и хвостохранилищ. Авт.св.СССР № 934943, А.01, В 79/00, М., 1982.
7. Шведова Е.Г., Шерстюков А.Д. О наивыгоднейшей геометрической форме геодезических разбивочных сетей с учетом влияния систематических ошибок . - Сборник тезисов докладов Каунасского политехнического института. Каунас, 1985.
8. Шерстюков А.Д. О влиянии систематических ошибок на точность геодезических измерений. - Р.Ж.Геодезия и аэрофотосъемка,М.,1985, № 1.
9. Шерстюков А.Д. О точности выполняемых работ и подборе приборов и инструментов. Р.Ж.Геодезия и аэрофотосъемка, 1985, № 1.

10. Шерстюков А.Д. Уточненный способ определения необходимых параметров величин в проектировании, строительстве и эксплуатации различных объектов и сооружений. Информационный листок № 84-24, Кишинев, МолдНИИНТИ, 1984г.

11. Шерстюков А.Д. Влияние случайных и систематических ошибок измерений на величину объемов намытых пород в золошлакоотвалах.-Деп.рукопись № 499,МолдНИИНТИ,Кишинев,1985г.

12. Шерстюков А.Д. Обеспечение заданной точности выполняемых работ и подбор инструментов. Сборник, Научные труды ВАГО АН СССР, М., 1986, с.91-97.

13. Шерстюков А.Д. Совершенствование геодезических работ в строительстве.-Информационный листок,серия Строительство, № 19, МолдНИИНТИ,Кишинев,1986г.

14. Шерстюков А.Д. Способ определения промежуточных створных точек при отсутствии прямой видимости и влияния случайных и систематических ошибок.-Деп.рукопись № 605,МолдНИИНТИ, Кишинев, 1986

15. Шерстюков А.Д. Повышение точности полученных данных в строительстве с применением микроЭВМ и ПЭВМ.-Информ.листок,серия Строительство, №91,МолдНИИНТИ,Кишинев,1988.

16. Ильвицкая О.М., Шерстюков А.Д. Роль экологической подготовки студентов при изучении геодезии и вопросов охраны природы. Сборник тезисов докладов республиканской научно-практической конференции 30-31 марта 1988 г. "Проблемы экологического образования, воспитания населения и пропаганды природоохранных знаний в Молдавии, Кишинев, "Штиинца", 1988, с.103.

17. А.Д.Шерстюков. Уточненные способы определения значений основных параметров, необходимых при проектировании, строительстве и эксплуатации различных объектов и сооружений. Информационный листок о научно-техническом достижении № 88-46, МолдНИИНТИ, Кишинев, 1988г.

18. А.Д.Шерстюков. Повышение точности определения значений основных параметров при проектировании, строительстве и эксплуатации линейных сооружений. Тезисы Всесоюзной научно-технической конференции:"Пути совершенствования эксплуатационных качеств автомобильных дорог и повышения безопасности движения", часть II,-Волгоград.-1989.-с.22-23.

19. А.Д.Шерстюков, О.М.Ильвицкая. О влиянии систематических ошибок в геодезических измерениях. Сб.Актуальные проблемы строительства и архитектуры Молдавии.Кишинев,Штиинца,1989. -с.8-10.

20. А.Д.Шерстюков, И.В.Андрющенко, А.Р.Крещенко. Повышение точности методов контроля при монтаже подъемного оборудования электростанций. - Сб.тезисов докладов Республиканской научно-технической конференции, Кишинев, 1989.

21. А.Д.Шерстюков. Установление оптимальных параметров намыва откоса специальных промгидросооружений из глинистых пород, мелких шлаков и золы. Межвузовский сборник "Архитектура и строительство", Кишинев, Штиинца, 1978г.

22. А.Д.Шерстюков. Влияние переменных систематических ошибок при определении данных горногеометрических и маркшейдерских измерений. Известия вузов. Горный журнал.-1990-№12.-с.35-39.

23. А.Д.Шерстюков, А.И.Балашов. Справочное пособие по геодезическим работам при возведении гидротехнических сооружений. М., Недра, 1990г.

и другие работы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании исследований автором диссертационной работы создан статистический метод обработки геодезических измерений при малых выборках путем приближения среднего значения величины к математическому ожиданию с использованием методов теории вероятностей, математической статистики, математического моделирования и других.

Метод обработки данных геодезических измерений предоставил возможность с применением толерантных пределов и доверительной вероятности α определить значения параметров с ошибкой в несколько раз меньшей, чем существующими в настоящее время другими методами.

Научные исследования и внедрения результатов работы автора показывают высокую экономическую и другие виды эффективности, имеют научное и практическое значение во многих отраслях народного хозяйства и в учебном процессе.

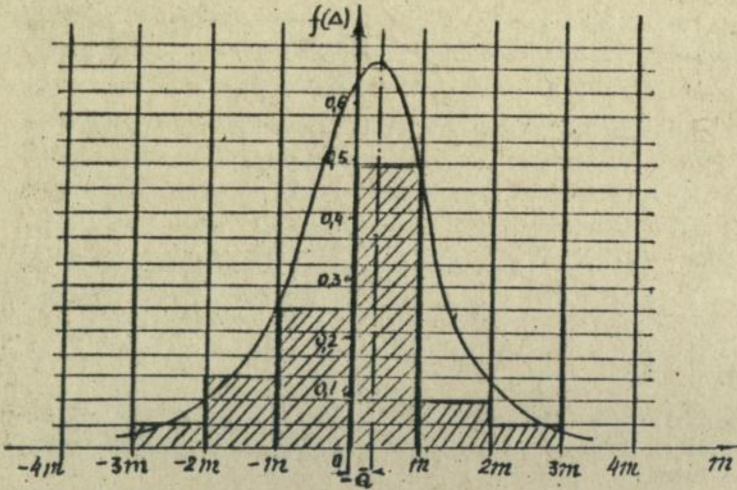

Рис.I. Зависимость плотности вероятности при нормальном законе распределения (данные табл.2), $P = f(\Delta_i)$

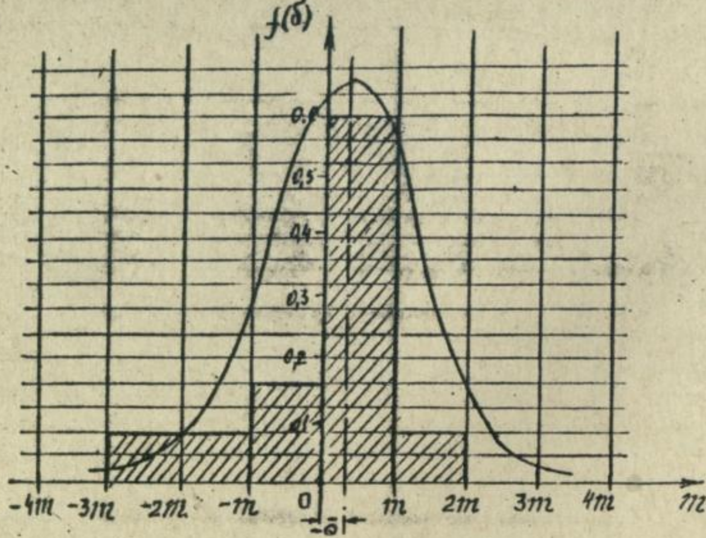

Рис.2. Зависимость плотности вероятности при нормальном законе распределения (данные табл.2), $P(\delta_i)$.

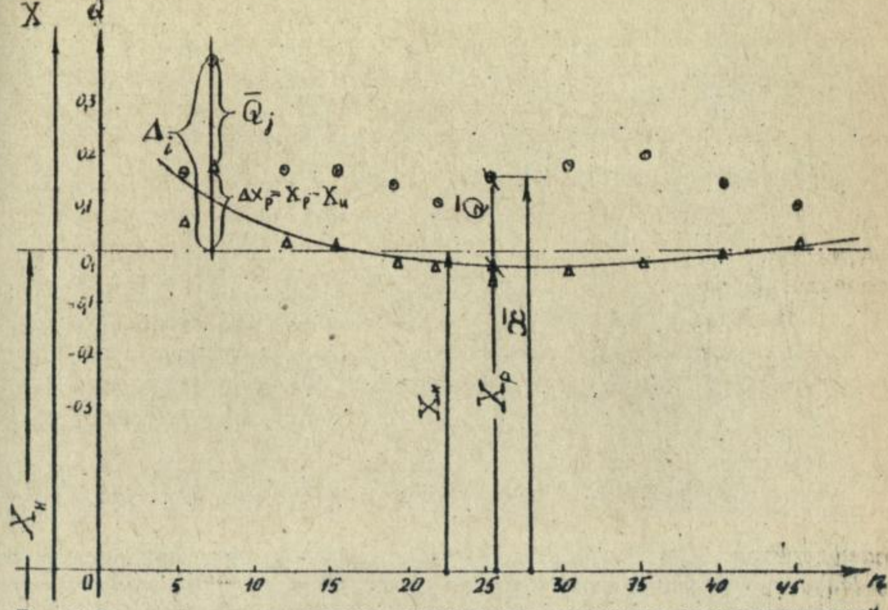

Рис.3.Зависимость изменения переменного значения систематической ошибки $\bar{Q}$ от числа n измерений одной серии опытов.

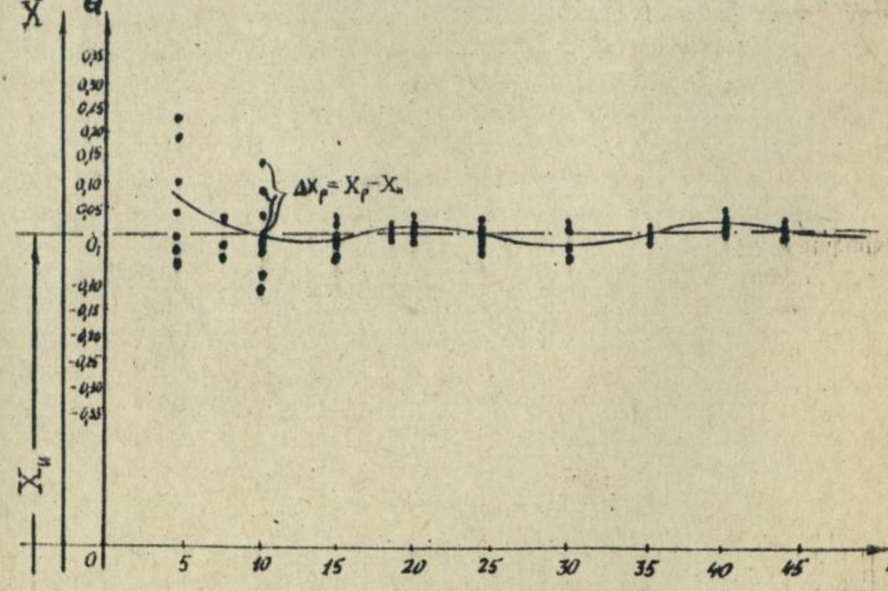

Рис.4.Зависимость изменения разности между X_p расчетным и истинным X_u значением величины от количества измерений (для нецентрального t -распределения и нормального закона распределения)

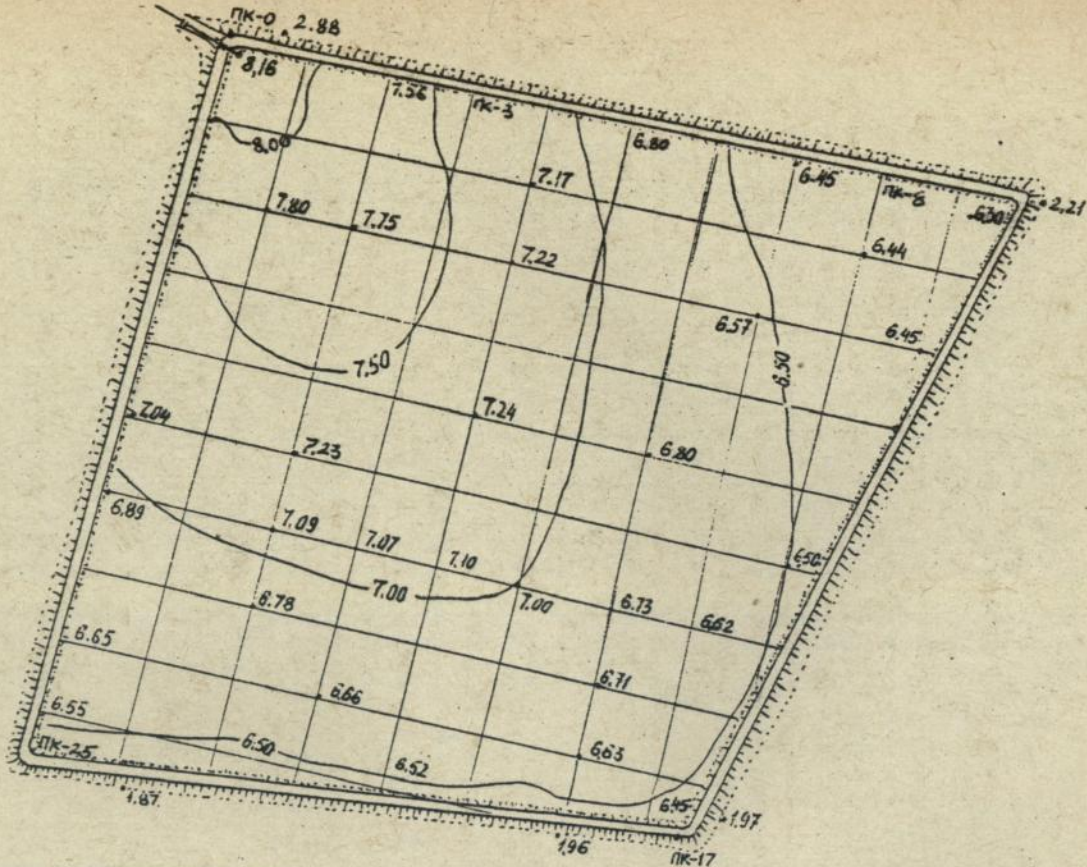

Рис.5. Схема нивелируемой поверхности золошлакоотвала № 2 Молдавской ГРЭС (1983 г.) (отметки отдельных точек указаны выборочно)

Таблица значений систематических ошибок $\bar{Q}_i$

№	$\bar{Q}_i$							Расчетные значения
1	0,0681	8	-0,0608	15	-0,0376	22	0,4074	$m_\delta = 0{,}2712$; $M = 0{,}0522$
2	-0,5422	9	-0,0389	16	0,1989	23	-0,6574	$S_K = -0{,}5483$; $E = 0{,}0995$
3	-0,1256	10	-0,0518	17	-0,0786	24	0,0001	$\alpha = 0{,}984450$; $t_\alpha = 2{,}5892$
4	0,2696	11	-0,3308	18	-0,2621	25	0,0981	$t_1 = -2{,}2795$; $x_1 = 0{,}8334$
5	-0,1896	12	-0,0239	19	-0,6109	26	-0,0679	$\lvert\bar{\delta}\rvert = 0{,}1916$; $\bar{Q} = -0{,}0565$
6	0,1178	13	0,4690	20	0,0669	27	0,2240	$\Sigma\Delta_i = -1{,}5255$; $\Sigma\Delta_i^2 = 1{,}9979$
7	0,0990	14	-0,0813	21	0,0789	$\bar{x}$	$= -0{,}0393$	$\Sigma\delta_i^2 = 1{,}9117$; $X_{p\bar{\delta}} = 0{,}0172$

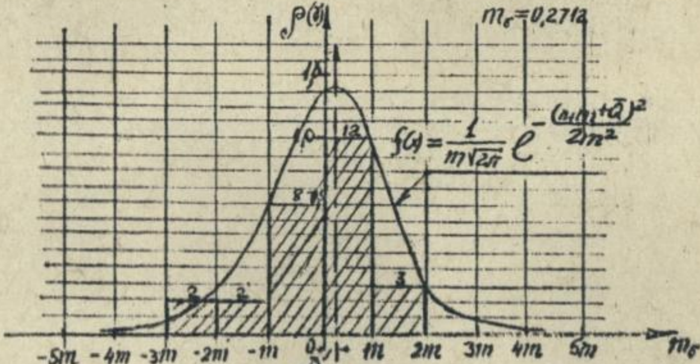

Рис.6 Зависимость плотности вероятности $p(\delta_i)$ при при нормальном законе распределения.

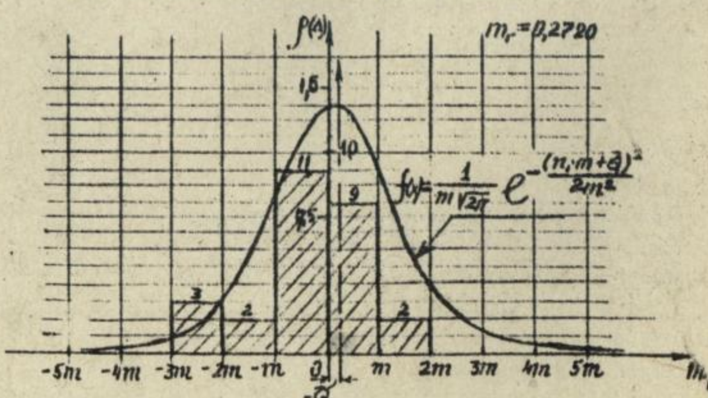

Рис.7 Зависимость плотности вероятности $p(\Delta_i)$ при нормальном законе распределения

Подписано в печать. 26.06.92. Формат 60х90/16 Объём 2,5 печ.л.
Отпечатано на ротапринте. Заказ № 227 Тираж 100 экз.

Издательское-полиграфическое предприятия "Штиинца"
277028 Кишинёв ул.Академией 3.