АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

На правах рукописи

Безрученко Владимир Сергеевич

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ НА СУЩЕСТВОВАНИЕ И УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОМЕРНЫХ ВРАЩЕНИЙ ТВЕРДОГО ТЕЛА

01.02.01 - Теоретическая механика

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Донецк 1994

Работа выполнена в Институте прикладной математики и механики АН Украины.

Научный руководитель:
член-корреспондент АН Украины,
доктор физико-математических наук,
профессор А.Я.Савченко

Официальные оппоненты:

Доктор физико-математических наук,
профессор А.А.Илюхин

Кандидат физико-математических наук,
доцент В.И.Коваль

Ведущая организация: Институт математики АН Украины.

Защита состоится "23" 02 1994 г. в 15 час. на заседании специализированного совета Д.06.01.01 по присуждению ученой степени кандидата физико-математических наук при Институте прикладной математики и механики АН Украины по адресу: 340114, г.Донецк-114, ул.Р.Люксембург, 74.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Института прикладной математики и механики АН Украины.

Автореферат разослан "21" 01 1994 г.

Ученый секретарь
специализированного совета
кандидат физико-математических наук А.И.Марковский

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. При исследовании движений реальных объектов современной техники широко используется модель абсолютно твердого тела либо системы связанных твердых тел (ССТТ).

Используя модель ССТТ, можно решать задачи исследования динамических свойств стержневых конструкций.

Одним из важнейших свойств изучаемых объектов является свойство устойчивости их стационарных движений, ибо, как правило, именно им соответствуют движения реальных устройств. Этим и определяется актуальность нахождения условий устойчивости стационарных движений как одного твердого тела, так и ССТТ.

Существенный вклад в исследование устойчивости стационарных движений твердого тела, находящегося в различных силовых полях, внесли Кузьмин П.А., Рубановский В.Н., Румянцев В.В., Четаев Н.Г., Ковалев А.М., Савченко А.Я. и другие.

Имеются немалые достижения отечественной и зарубежной науки, посвященные изучению движения объектов, моделируемых ССТТ. С решением этих задач связаны имена ведущих ученых, таких как И. Виттенбург, Г.В. Горр, А.Ю. Ишлинский, Д.М. Климов, В.Н. Кошляков, Д.М. Меркин, А.И. Лурье, В.В. Румянцев, А.Я. Савченко, В.А. Стороженко, М.Е. Темченко, П.В. Харламов, Н.Г. Четаев и других.

Цель работы. Исследовать влияние дебаланса тяги и диссипативных сил, действующих на тело со стороны среды, на существование его равномерных вращений и их устойчивость; провести детальный анализ областей выполнения необходимых условий устойчивости равномерных вращений системы двух гироскопов Лагранжа, связанных упругим сферическим анизотропным шарниром.

Методы исследования. При исследованиях, проводимых в диссертационной работе, использовались методы аналитической механики и теории устойчивости движения. Уравнения движения одного твердого тела записаны в форме уравнений Эйлера - Пуассона, а уравнения движения системы двух связанных твердых тел в форме уравнений Лагранжа второго рода. Условия устойчивости исследуемых стационарных движений найдены с помощью первого метода Ляпунова. При работе над этими условиями использовался язык аналитических преобразований для ПЭВМ REDUCE, а при построении областей устойчивости - система автоматизации инженерных расчетов MATLAB.

Научная новизна работы состоит в следующем.

Получены уравнения движения твердого тела с неподвижной точкой, на которое действуют дебаланс тяги и диссипативная сила.

Найдены и проанализированы условия существования равномерных вращений изучаемой системы.

Исследована устойчивость равномерных вращений гироскопа Лагранжа с помощью первого метода Ляпунова.

Проведен детальный анализ полученных условий для сплюснутого, вытянутого и сильно вытянутого гироскопов в случае отсутствия экваториального демпфирования.

Исследована устойчивость стационарных движений гироскопа Лагранжа в случае полной диссипации.

Построены уравнения движения системы двух гироскопов Лагранжа, соединенных упругим сферическим анизотропным шарниром.

Выведенны необходимые условия устойчивости равномерных вращений изучаемой системы двух гироскопов.

Аналитически исследованы полученные условия в случае сильно вытянутых гироскопов.

Построены области выполнения необходимых условий устойчивости равномерных вращений сильно вытянутых гироскопов в плоскости параметров k, æ, характеризующих жесткости шарнира.

Практическая ценность. Полученные в настоящей работе результаты имеют теоретическое значение, а также могут быть использованы при исследовании устойчивости некоторых рабочих режимов устройств, моделируемых как одним твердым телом, так и системой двух связанных твердых тел, находящихся в режимах различного силового воздействия.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались на семинарах отделов прикладной механики, технической механики Института прикладной математики и механики АН Украины.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из 3 глав (включая введение), заключения и списка литературы (102 наименования). Объем работы 131 страниц машинописного текста. Количество рисунков 50.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

В первой, вводной, главе обоснована актуальность темы, дан обзор работ, относящихся к теме диссертации, кратко изложено содержание работы и сформулированы основные результаты, выносимые автором на защиту.

Во второй главе изучены необходимые условия устойчивости равномерных вращений первого основного обьекта исследования - твердого тела в сопротивляющейся среде, к которому, кроме обычного опрокидывающего или восстанавливающего момента, диссипативных сил, приложена сила $\bar{F}$, вызванная дебалансом тяги.

В пункте 2.1 приведены уравнения движения такой системы:

$$A_1 \dot{\omega}_1 = (A_1 - A_3)\,\omega_2\,\omega_3 + P\,h\,\gamma_2 - F\,b - \hat{æ}\,\omega_1 ,$$

$$A_1 \dot{\omega}_2 = (A_3 - A_1)\,\omega_1\,\omega_3 + P\,h\,\gamma_1 - \hat{æ}\,\omega_2 ,$$

$$A_3 \dot{\omega}_3 = a\,F - æ\,\omega_3 , \tag{1}$$

$$\dot{\gamma}_1 = \omega_3\gamma_2 - \omega_2\gamma_3 \qquad (1\ 2\ 3) .$$

где $\bar{P} = P\bar{\gamma}$ - сила тяжести, $\bar{\gamma}$ (γ_1, γ_2, γ_3) - единичный вектор, направленный противоположно силе тяжести, γ_1, γ_2, γ_3 - проекции вектора $\bar{\gamma}$ на подвижные оси Ox, Oy, Oz, жестко связанные с твердым телом, $\bar{F}$ (0 , F , 0) - сила, приложенная к точке N тела с координатами (a, 0, b) , $\bar{M}$ ($-\hat{æ}\omega_1$, $-\hat{æ}\omega_2$, $-æ\omega_3$) - момент диссипативной силы относительно точки O , $\hat{æ}$, $æ$ - положительные коэфициенты, характеризующие диссипацию; ω_1 , ω_2, ω_3 - проекции угловой скорости тела $\bar{\omega}$ на подвижные оси, C (0, 0, h) - центр масс тела, A_1, A_3 - моменты инерции твердого тела.

Уравнения (1) допускают решения

$$\omega_i^o = \omega\,\gamma_i^o\,,\quad \gamma_1^o = \frac{-B\,\omega\,\hat{æ}'(æ')^2}{\Delta}\,,\quad \gamma_2^o = \frac{B\,æ'(A\delta\omega + Pæ')}{\Delta}\,,\quad \gamma_3^o = \frac{A}{\omega æ'}, \tag{2}$$

$(\,i = 1,2,3\,)$, где $\Delta = (\,A\,\delta\,\omega + P\,æ'\,)^2 + (\,\hat{æ}'\,æ'\,\omega\,)^2$,

$\omega^2 = (\omega_1')^2 + (\omega_2')^2 + (\omega_3')^2$, $P' = P\,h\,/\,A_1$, $B = F\,b\,/\,A_1$,

$A = a\,F\,/\,A_3$, $\hat{æ}' = \hat{æ}\,/\,(\,A_1\sqrt{\beta'}\,)$, $æ' = æ\,/\,(\,A_3\,\sqrt{\beta'}\,)$,

$\delta = \mathrm{sign}\,(\,\beta\,)$, $\beta' = |\,\beta\,|$, $\beta = 1 - A_3\,/\,A_1$, $\omega_i' = \omega_i\,\sqrt{\beta'}$

$(\,i = 1,2,3)$. В новых переменных дифференцирование ведется по $dt' = dt\,\sqrt{\beta'}$. В дальнейшем штрихи опускаем.

Решения (2) соответствуют равномерным вращениям твердого тела с угловой скоростью ω, определяемой из уравнения

$$(\,A^2 + \hat{æ}^2 æ^2)\omega^4 + 2AP\delta æ\omega^3 + (\,P^2æ^2 - B^2æ^2 - A^2\hat{æ}^2 - A^4æ^{-2})\omega^2 - - 2A^3Pæ^{-1}\delta\omega - A^2P^2 = 0 \tag{3}$$

Показано, что изучаемая система имеет либо два, либо четыре равномерных вращения.

В пункте 2.2 выписаны дифференциальные уравнения возмущенного движения, проведена их линеаризация. Обычным образом получено характеристическое уравнение, соответствующее уравнениям первого приближения:

$$\lambda\,(\,æ + \lambda\,)\Big[\,\lambda^4\beta^2 + 2\lambda^3\hat{æ}\,\beta^2 + \lambda^2\,(\,\hat{æ}^2\beta^2 + \omega^2\gamma_3^2 + \omega^2 - 2\gamma_3 P\,\beta\,) + + 2\lambda\,(\,\hat{æ}\omega^2 - \hat{æ}\gamma_3 P\beta\,) + \omega^2\hat{æ}^2 + \omega^4\gamma_3^2 + P^2\gamma_3^2 + P\delta\omega^2\gamma_3(\gamma_3^2+1)\,\Big] = 0 \tag{4}$$

Условия неположительности действительных частей корней характеристического уравнения и являются необходимыми условиями устойчивости изучаемого решения по Ляпунову.

Пункт 2.3 посвящен случаю отсутствия экваториального демпфирования ($\hat{æ} = 0$). Используя критерий Покровского, в плоскости параметров Obx, где $x = æ^4P^2A^{-4}$, $b = B^2P^{-2}$, построены области Q_1 и Q_2, для которых изучаемая система допускает соответственно четыре либо два равномерных вращения. Для исследования устойчивости равномерных вращений введена в рассмотрение полуплоскость параметров $O\text{æ}\omega$ ($\text{æ}>0$). В полуплоскости $O\text{æ}\omega$ построена кривая L, уравнение которой

$$f(\omega, \text{æ}) = A^2\omega^4 + 2AP\delta\text{æ}\omega^3 + (P^2\text{æ}^2 - B^2\text{æ}^2 - A^4\text{æ}^{-2})\omega^2 -$$

$$- 2A^3P\text{æ}^{-1}\delta\omega - A^2P^2 = 0$$

определяет зависимость величины угловой скорости ω от значения осевого демпфирования. Получены неравенства:

$$f_1(\text{æ}, \omega) > 0, \quad f_2(\text{æ}, \omega) > 0, \quad f_3(\text{æ}, \omega) \geqslant 0, \qquad (5)$$

где $f_i(\text{æ}, \omega)$ $(i=1,2,3)$ выписаны в явном виде.

Неравенства (5) определяют в полуплоскости $O\text{æ}\omega$ область выполнения необходимых условий устойчивости G в случае отсутствия экваториального демпфирования.

Далее рассмотрен наиболее интересный с точки зрения приложения случай сильно вытянутого гироскопа ($A_1>>A_3$). В полуплоскости $O\text{æ}\omega$ построены области устойчивости равномерных вращений совместно с кривой L. Тем точкам кривой L, которые лежат в области устойчивости, соответствуют устойчивые равномерные вращения, остальным - неустойчивые. Доказано, что при $b < 1$ существует такое значение æ_0, что для каждого $\text{æ} < \text{æ}_0$ существуют два стационарных движения, одно из которых устойчиво, а для каждого $\text{æ} \geqslant \text{æ}_0$ существуют четыре стационарных движения, из которых устойчиво два. При $b > 1$ существуют два стационарных вращения, причем существует такое значение æ_1, чтодля каждого $\text{æ} \geqslant \text{æ}_1$ оба эти вращения устойчивы, а для каждого $\text{æ} < \text{æ}_1$ устойчиво только одно.

Далее рассмотрен случай вытянутого гироскопа ($A_3 < A_1$ или $\delta=1$, $\beta\in(0,1)$). Установлено, что для $b < 1$ существуют такие значения æ_1, æ_0, что при $\text{æ} < \text{æ}_1$ существуют два устойчивых стационарных движения, при $\text{æ}_1 \leqslant \text{æ} < \text{æ}_0$ существуют два стационарных движения, одно из которых устойчиво, а при $\text{æ} \geqslant \text{æ}_0$ существуют четыре стационарных движения, из которых устойчиво два. Если $b > 1$, то существуют такие значения b^*, æ_2, æ_3 что для $1 < b < b^*$ при $\text{æ}<\text{æ}_2$ и $\text{æ}>\text{æ}_3$ существуют два устойчивых равномерных вращения, а при $\text{æ}_2 \leqslant \text{æ} \leqslant \text{æ}_3$ существуют два равномерных вращения, из которых устойчиво одно. Для $b > b^*$ $\forall$ æ существуют два

устойчивых равномерных вращения.
Дальнейшие исследования данного раздела посвящены сплюснутому гироскопу Лагранжа ($\delta = -1$, $\beta \in (0, 1)$) . Показано, что существуют такие значения $æ_0$, $æ_*$, что при $b < \frac{(\beta-1)^\sigma}{\beta^\sigma} < 1$ для $æ < æ_0$ существуют два устойчивых стационарных движения, а для $æ \geq æ_0$ существуют четыре стационарных движения, из которых при $æ < æ_*$ устойчиво три, а при $æ > æ_*$ устойчиво два. При $\frac{(\beta-1)^\sigma}{\beta^\sigma} < b < 1$ для $æ < æ_0$ существуют два устойчивых стационарных движения, а для $æ \geq æ_0$ существуют четыре стационарных движения, из которых устойчиво два. При $b > 1$ существуют два устойчивых стационарных движения.

В пункте 2.4 исследована устойчивость равномерных вращений в случае полной диссипации ($\hat{æ} \neq 0$). Анализ влияния экваториального демпфирования проведен для случаев $\delta=1$, $\beta=1$ и $\delta=-1$, $\beta=1$.
Используя критерий Гурвица, для характеристического уравнения (4) получены необходимые условия устойчивости изучаемого движения:

$$F_1(æ,\hat{æ},\omega)>0 \ , \ F_2(æ,\hat{æ},\omega)>0 \ , \ F_3(æ,\hat{æ},\omega) > 0 \ , \ F_4(æ,\hat{æ},\omega)>0 \ , \qquad (6)$$

где $F_i(æ,\hat{æ},\omega)$ $(i=1,2,3,4)$ выписаны в явном виде. В полуплоскости $Oæ\omega$ построена область G выполнения условий (6) . Показано, что кривая L, определяемая соотношением (3), состоит из двух ветвей, лежащих соответственно в квадрантах $\omega>0$ и $\omega<0$. Приведены различные варианты взаиморасположения кривой L, определяющей угловые скорости равномерных вращений, и области G. Тем самым определены существование и устойчивость равномерных вращений: тем точкам кривой L , которые лежат в области устойчивости, соответствуют устойчивые равномерные вращения, остальным - неустойчивые.

Кроме того, проведен графоаналитический анализ существования и устойчивости равномерных вращений в плоскости параметров $O\hat{æ}\omega$.
Для случая $\delta=1$, $\beta=1$ доказано, что существует такое значение $\hat{æ}^2_0$, что если (b, k) $\in Q_1$ и $\hat{æ}^2 > \hat{æ}^2_0$, то существуют два стационарных вращения, одно из которых устойчиво; при $\hat{æ}^2 < \hat{æ}^2_0$ существуют четыре стационарных вращения, из которых устойчиво три. Если (b, k) $\in Q_2$ то при любом экваториальном

демпфировании возможно только два стационарных вращения, из которых устойчиво одно.

Для случая $\delta=-1$, $\beta=1$. установлено, что существует такое значение $\hat{æ}^2_0$, что если $(b, x) \in Q_1$ и $\hat{æ}^2 \leqslant \hat{æ}^2_0$, то существуют четыре стационарных вращения твердого тела, два из которых устойчивы; при $\hat{æ}^2 > \hat{æ}^2_0$ существуют два стационарных вращения, из которых устойчиво одно. Если $(b, x) \in Q_2$ то для любых значений $\hat{æ}^2$ существуют два равномерных вращения, одно из которых устойчиво .

В третьей главе исследованы необходимые условия устойчивости равномерных вращений системы двух гироскопов Лагранжа, связанных упругим сферическим анизотропным шарниром, один из которых имеет неподвижную точку.

В пункте 3.1 получены уравнения движения второго основного обьекта исследования, - находящейся в поле силы тяжести системы двух гироскопов Лагранжа S_1 и S_2 , оси симметрии которых L_1 и L_2 имеют общую точку O_2 . Точка O_1 оси L_1 неподвижна. Вектор E_3 направлен по оси L_1 , e_3 - по оси L_2 таким образом, что координаты центров масс тел S_1 и S_2 - c_1 и c_2 - положительны соответственно в системах координат $O_1E_1E_2E_3$ и $O_2e_1e_2e_3$, жестко связанных с телами S_1 и S_2.

В качестве обобщенных координат выбраны два набора углов Крылова θ_i , ψ_i , φ_i (i=1,2).

Уравнения движения изучаемой механической системы определяются лагранжианом

$$L = T - \Pi = T - \Pi_1 - \Pi_2 - \Pi_3 ,$$

$$\text{где } T = 1/2 * [B_1(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\psi}_1^2 \cos^2\theta_1) + B_2(\dot{\theta}_2^2 + \dot{\psi}_2^2 \cos^2\theta_2) +$$

$$+ A_1(\dot{\varphi}_1 - \dot{\psi}_1 \sin\theta_1)^2 + A_2(\dot{\varphi}_2 - \dot{\psi}_2 \sin\theta_2)^2] +$$

$$+ m_2c_2s_1(\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 [\cos\theta_1\cos\theta_2 + \sin\theta_1\sin\theta_2\cos(\psi_1 - \psi_2)] +$$

$$+ \dot{\psi}_1\dot{\psi}_2 \cos\theta_1\cos\theta_2\cos(\psi_1 - \psi_2) + \dot{\theta}_2\dot{\psi}_1 \sin\theta_2\cos\theta_1\sin(\psi_1 - \psi_2) -$$

$$- \dot{\theta}_1\dot{\psi}_2 \sin\theta_1 \cos\theta_2 \sin(\psi_1 - \psi_2)) ,$$

$$\Pi_1 = (m_1 c_1 + m_2 s)\, g \cos\theta_1 \cos\psi_1 + m_2 c_2 g \cos\theta_2 \cos\psi_2 ,$$

$$\Pi_2 = 1/2\, k^2 [\,(\theta_1 - \theta_2)^2 + (\psi_1 - \psi_2)^2\,] + \ldots ,$$

$$\Pi_3 = 1/2\, æ^2 (\varphi_1 - \varphi_2)^2 + a[\,(\theta_1 - \theta_2) + (\psi_1 - \psi_2)\,](\varphi_1 - \varphi_2) + \ldots ,$$

$B_1' = B_1 + m_2 s^2$; s определяется равенством $\overline{O_1 O_2} = s\,\bar{E}_3$,
A_i, B_i – осевой и экваториальный моменты инерции тела S_i относительно точки O_i ; m_i – масса тела S_i $(i=1,2)$,

$k^2 = \left.\dfrac{d\Pi_2}{d\psi^2}\right|_{\psi=0}$ характеризует упругий "восстанавливающий" момент, стремящийся сохранить коллинеарность осей L_1 и L_2, $æ^2$ характеризует упругий момент, препятствующий " кручению " тела S_1 относительно тела S_2, параметр a определяет взаимозависимость прогибов в направлении изменения угла ψ и "кручения", характеризуемого углом $\varphi_1 - \varphi_2$.
Указано решение, которому соответствуют равномерные вращения системы тел как одного твердого тела вокруг вертикали.

В пункте 3.2 построено характеристическое уравнение, соответствующее уравнениям первого приближения:

$$\Delta(x) = 1/2\, x[\,(xA_1A_2 + æ^2(A_1+A_2))\Delta_4 + 2(A_1+A_2)a^2\Delta_3\,] = 0, \qquad (7)$$

где Δ_3, Δ_4 – известные многочлены от $x = \lambda^2$.
Необходимыми условиями устойчивости равномерных вращений будут условия, при которых корни уравнения (7) действительны и неположительны.
В наиболее интересном с точки зрения приложения случае сильно вытянутых гироскопов эти условия выписаны в виде неравенств:

$$\Phi_i(k, æ, a) > 0 \;\; (i=1,2,3,4), \quad \bar{\Phi}_i(k, æ, a) \geqslant 0 \;\; (1,2). \qquad (8)$$

В пункте 3.3 проанализированы условия (8). Установлено, что при $M_1 + M_2 \geqslant 0$ равномерные вращения неустойчивы, а при $M_1 + M_2 < 0$ необходимые условия устойчивости определяются из неравенств:

$$k' > (B_2-B_1)/[(B_1+B_2+2N)æ'] + (B_1M_2+B_2M_1)/(B_1+B_2+2N),$$

$$k' > (M_2-M_1)/[(M_1+M_2)æ'] + M_1M_2/(M_1+M_2),$$

$$[æ'(k'(B_1+B_2+2N)-B_1M_2-B_2M_1)+B_1-B_2]^2- \tag{9}$$

$$-4æ'(B_1B_2-N^2)[æ'(M_1M_2-k'(M_1+M_2))+(M_2-M_1)]\geqslant 0,$$

$$k' > M_1M_2 / (M_1 + M_2),$$

где $æ' = æ^2 / (2a^2)$, $k' = k^2$, $N = m_2c_2a$, $M_1 = (m_2a + m_1c_1)g$, $M_2 = m_2c_2g$.

В плоскости параметров k', $æ'$ построены области выполнения условий (9) совместно с областью, определяющей допустимые значения для параметров k', $æ'$, которые позволяют оценить влияние анизотропности шарнира на устойчивость изучаемых равномерных вращений.

Основные результаты диссерртации, выносимые на защиту:

1. Найдены условия существования равномерных вращений гироскопа Лагранжа при наличии диссипации и дебаланса тяги.
2. Установлены необходимые условия устойчивости изучаемых равномерных вращений.
3. Проведен детальный анализ полученных условий для сплюснутого, вытянутого и сильно вытянутого гироскопов в случае отсутствия экваториального демпфирования.
4. Исследована устойчивость стационарных движений гироскопа Лагранжа в случае полной диссипации.
5. Построены уравнения движения системы двух гироскопов Лагранжа, соединенных упругим сферическим анизотропным шарниром.
6. Выведенны необходимые условия устойчивости равномерных вращений изучаемой системы двух гироскопов.
7. Аналитически исследованны полученные условия в случае сильно вытянутых гироскопов.

8. Построены области выполнения необходимых условий устойчивости равномерных вращений сильно вытянутых гироскопов в плоскости параметров k, æ, характеризующих жесткости шарнира.

Основные публикации по диссертации.

1. Безрученко В.С. К вопросу о влиянии диссипации на устойчивость стационарных движений гироскопа Лагранжа с дебалансом тяги // Ин-т прикл. математики и механики АН Украины.- Донецк, I993.- IIс.-Рус.-Деп. в ГНТБ Украины 09.08.93 № I684 Ук 93.
2. Безрученко В.С. Исследование равномерных вращений системы двух гироскопов Лагранжа, связанных упругим сферическим анизотропным шарниром // Ин-т прикл. математики и механики АН Украины. -Донецк, I993.- 39с.-Рус.-Деп. в ГНТБ Украины I6.II.93 № 2282 Ук 93.
3. Безрученко В.С. Устойчивость стационарных движений гироскопа Лагранжа с полной диссипацией // Ин-т прикл. математики и механики АН Украины. - Донецк, I993.- I2с.-Рус.-Деп.в ГНТБ Украины I6.II.93 № 2283 Ук 93.
4. Савченко А.Я., Безрученко В.С. Исследование стационарных движений гироскопа Лагранжа при наличии диссипации и дебаланса тяги // Механика твердого тела, I993, вып.25, с.I44-I52.

Тираж 100 экз.Заказ I2
Ротапринт ИЭП АН Украины.

459609