ЗАПОРОЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

на правах рукописи

КОЗИНА ГАЛИНА ЛЕОНИДОВНА

АЛГОРИТМЫ И ОЦЕНКИ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ВЕКТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ НА МНОГОЦВЕТНЫХ ГРАФАХ

05.13.16. - Применение вычислительной техники математического моделирования и математических методов в научных исследованиях.

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико - математических наук

Запорожье - 1994

Работа выполнена в Запорожском государственном университете

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор ПЕРЕПЕЛИЦА В.А.

Официальные оппоненты: доктор физико - математических наук, профессор ЕМЕЛИЧЕВ В.А.

кандидат физико-математических наук, доцент ДЕЙНЕКО В.Г.

Ведущая организация: С.-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН.

Защита диссертации состоится "18" февраля 1994 г. в 15.00 на заседании специализированного совета К 068.52.02 при Запорожском государственном университете по адресу: 330600, г.Запорожье, ул. Жуковского, 66 ауд. 55

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Запорожского государственного университета.

Автореферат разослан "18" января 1994 г.

Ученый секретарь
специализированного совета
к.т.н., доцент СЫСОЕВ Ю.А.

АВ-29.7.94.

Общая характеристика работы

АКТУАЛЬНОСТЬ ПРОБЛЕМЫ. Диссертационная работа посвящена исследованию математических моделей и методов решения оптимизационных задач с векторными целевыми функциями на многоцветных графах, а также исследованию оптимизационных задач на графах с интервальными параметрами.

Многоцветные графы можно использовать, когда исследуемый процесс моделируется с помощью графа, вершины которого разбиты на группы и запрещено соединение вершин, принадлежащих одной группе. Содержательно это условие может отражать, например, в области автоматизированного проектирования электронной техники ряд требований к электронно-магнитной совместимости элементов, тепловому режиму и т.п. В землепользовании указанное условие означает агрономическое требование засевать поле повторно одной и той же культурой не чаще, чем через определенное количество лет.

В результате анализа литературных источников выясняется, что экстремальные задачи на многоцветных графах мало исследованы. К настоящему времени отсутствуют какие-либо оценки, относящиеся к максимальной мощности множеств альтернатив (МА), вычислительной сложности нахождения МА и т.д.

Актуальность исследования оптимизационных задач на графах с интервальными параметрами объясняется тем, что на практике часто возникает ситуация, когда параметры задачи носят приближенный, оценочный характер. Например, при моделировании задач землепользования прогнозируемые урожайности сельскохозяйственных культур принципиально не могут быть заданы в виде однозначно определенных параметров. Аналогичная ситуация имеет место также в области проектирования электронной техники, транспортных сетей и др. В этом случае параметры задачи задаются в виде вещественных интервалов.

Оптимизационные интервальные постановки задач рассматривались в работах А.П. Вощинина, Г.Р. Сотирова, И.В. Сергиенко, В.А. Рощин, И.В. Семеновой и других авторов в основном применительно к задаче линейного программирования. В настоящей работе предлагается исследование дискретных оптимизационных задач с интервальными параметрами.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ. Основные направления настоящей работы состоят в следующем:

I. Найти оценки сложности задач векторной оптимизации на многоцветных графах. Установить зависимость оценок сложности от числа цветов и других параметров.

2. Построить алгоритмы отыскания множеств альтернатив для задачи коммивояжера на многоцветных графах в многокритериальной постановке.

3. Исследовать приближенные алгоритмы для решения оптимизационных задач на многоцветных графах.

4. Исследовать сложность и полиномиальную разрешимость оптимизационных задач на графах с интервальными параметрами.

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ. В работе используются аппарат теории комбинаторного анализа, теории разбиений при отыскании оценок мощности множеств альтернатив многокритериальных задач, аппарат теории вероятностей при исследовании применимости приближенного алгоритма решения задачи коммивояжера.

НАУЧНАЯ НОВИЗНА. В диссертационной работе получены нижние оценки максимальной мощности множеств альтернатив для векторной задачи коммивояжера на многоцветных графах при различных соотношениях числа цветов и допустимого расстояния, для векторных задач об остовных деревьях и о совершенных паросочетаниях на многоцветных графах. Исследована сложность указанных задач в случае весовых критериев. Установлены условия, при которых невозможно построить полиномиальные алгоритмы для решения векторных задач на многоцветных графах, т.е. задачи оказываются труднорешаемыми.

На основе результатов исследования сложности задачи коммивояжера на многоцветных графах и структуры допустимых решений предложен точный алгоритм решения как однокритериальной, так и двукритериальной задач коммивояжера.

Исследована применимость алгоритма "иди в самый удаленный город" для задачи коммивояжера с весовым критерием на максимум на многоцветных графах. Получены условия асимптотической точности этого алгоритма, а также условия, при которых алгоритм не является асимптотически точным.

Исследована сложность интервальных оптимизационных задач на графах. Установлена труднорешаемость интервальных задач о коммивояжере, об остовных деревьях, о совершенных паросочетаниях. Найдены постановки интервальных задач на графах, при которых достигается полиномиальная разрешимость.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЦЕННОСТЬ. Разработанные в диссертации модели и методы могут быть использованы для решения задач автоматизированного проектирования, при конструировании радиоэлектронных систем, задачи землепользования.

РЕАЛИЗАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ. Предложенные в работе методы использованы при разработке математического обеспечения для решения задач с интервальными параметрами в Запорожском машиностроительном институте.

ПУБЛИКАЦИИ И АПРОБАЦИЯ РАБОТЫ. По теме диссертации опубликовано I6 печатных работ. Основные результаты настоящей диссертации докладывались и обсуждались на школе-семинаре "Дискретные модели в теории управляющих систем" (Москва, I99I), школе-семинаре "Синтез и сложность управляющих систем" (Ташкент, I99I), Совещаниях по интервальной математике (Абакан, I989, Абрау-Дюрсо, I992), школах-семинарах "Дискретная оптимизация" (Алушта I988,I99I), I2-й научной конференции "Системы программного обеспечения решения задач оптимального планирования" (Нарва-Иыэссу, I992), школе - семинаре "Комбинаторная оптимизация" (Миргород, I992), Международной конференции по интервальным и стохастическим методам в науке и технике (Москва, I992), Международной школе "Проектирование автоматизированных систем контроля и управления сложными объектами" (Туапсе, I992), IV Межгосударственном семинаре по дискретной математике и ее приложениям (Москва, I993), научной конференции "Математическое программирование и приложения" (Екатеринбург, I993), Международной конференции "Теория приближений и задачи вычислительной математики (Днепропетровск, 1993), Международном Конгрессе по компьтерным системам и прикладной математике (С.-Петербург, 1993), Международной конференции по моделированию и имитационному моделированию (Львов, 1993), научно-исследовательском семинаре по теории графов и их приложениям (Одесса, 1993), а также на научных семинарах Института кибернетики АН Украины (Киев) и др.

СТРУКТУРА И ОБЪЕМ РАБОТЫ. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, приложения и списка литературы из 80 наименований. Общий объем работы - 110 страниц.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во ВВЕДЕНИИ обосновывается актуальность исследуемой темы, формулируются цели исследования и содержание полученных результатов, а также дается краткий обзор результатов, полученных по исследуемой тематике. Приводятся основные определения теории многокритериальной оптимизации, а также основные понятия интервального анализа.

ПЕРВАЯ ГЛАВА диссертации посвящена исследованию нижних оценок сложности задач на многоцветных графах. Рассматриваются задачи о коммивояжере, об остовных деревьях, о совершенных паросочетаниях.

В общем случае постановка векторной оптимизационной задачи состоит в следующем: дан граф $G(V,E)$, в котором множество вершин V, $|V|=n$, разбито на m непересекающихся подмножеств V_k, $|V_k|=n_k$, $\sum_{k=1}^{m} n_k=n$, где V_k состоит из вершин, окрашенных в цвет k. В этом случае граф G называют m-цветным и обозначают через $G=(V_1,...,V_m,E)$.

Допустимым решением задачи коммивояжера называем всякий гамильтонов цикл x, расстояние (т.е. количество ребер) между любыми одноцветными вершинами в котором не меньше заданного числа $\iota \geq 2$. Допустимыми решениями задач об остовных деревьях и о совершенных паросочетаниях являются соответственно остовное дерево и совершенное паросочетание, состоящие из ребер, инцидентных вершинам разного цвета. Таким образом, допустимое решение x в каждом случае представляет собой остовный подграф $x=(V,E_x)$, $E_x \subseteq E$.

Обозначим через $X = \{x\}$ множество всех допустимых решений. Каждое ребро $e \in E$ графа G взвешено N весами $w_\nu(e) \geq 0$, $\nu=\overline{1,N}$, т.е. задано N-взвешивание графа G.

На множестве X определим векторную целевую функцию (ВЦФ)

$$F(x)=(F_1(x),\dots,F_N(x)),$$

состоящую из критериев весового вида

$$F_\nu(x)=\sum_{e \in E_x} w_\nu(e) \to \min, \qquad \nu=\overline{1,N}.$$

Векторная целевая функция $F(x)$ определяет собой паретовское множество (ПМ) $\tilde{X}$. Искомым решением задачи является полное множество альтернатив (ПМА). ПМА называем подмножество $\hat{X} \subseteq X$, удовлетворяющее условию: мощность $|\hat{X}|$ минимальна при выполнении равенства $F(\hat{X}) = F(\tilde{X})$, где $F(X^*) = \{ F(x) : x \in X^* \}$ $\forall\, X^* \subseteq X$.

Введем обозначения:

$\mathcal{G}(n)$ - множество всех n-вершинных графов G; $\mu(G,N)$ - максимальная мощность ПМА, которая определяется по всевозможным N-взвешиваниям графа G; $\hat{\mu} = \max\limits_{G \in \mathcal{G}(n)} \mu(G,N)$.

Большой интерес представляет вычисление в явном виде максимальной мощности ПМА $\hat{\mu}$, которую можно рассматривать в качестве нижней оценки вычислительной сложности исследуемой задачи.

Задачу называем труднорешаемой, если не существует алгоритма, который гарантировал бы нахождение ее ПМА с полиномиальной трудоемкостью. Таким образом, если максимальная мощность ПМА $\hat{\mu}$ растет экспоненциально с ростом размерности задачи, то задача является труднорешаемой.

Для векторной задачи коммивояжера, в частности, получены следующие значения исследуемых максимальных мощностей ПМА $\hat{\mu}$.

<u>Теорема 1.2.</u> Если допустимое расстояние $l=m$, то при $N\geq2$ для векторной задачи коммивояжера на m-цветных графах $G=(V_1,\dots,V_m,E)\in\mathfrak{F}(n)$, таких что $|V_k| = \frac{n}{m} = p \in Z \quad \forall\ k=\overline{1,m}$ максимальная мощность ПМА достигает значения

$$\hat{\mu} = \frac{1}{2p}\,(p!)^m(m-1)!.$$

<u>Теорема 1.3.</u> Если допустимое расстояние $l=m-1$, то при $N\geq2$ для векторной задачи коммивояжера на $m = \frac{n}{2}$ - цветных графах $G=(V_1,\dots,V_m,E)\in\mathfrak{F}(n)$, $\frac{n}{2}\in Z$, таких что $|V_k|=2 \quad \forall\ k=\overline{1,m}$ максимальная мощность ПМА достигает значения

$$\hat{\mu} = 2^{m-2}\,(m-1)!\,(u_{m+1} + u_{m-1}),$$

где u_m - m-й член последовательности чисел Фибоначчи и

$$u_m = \frac{1}{\sqrt{5}}\,(\alpha^m - (-\alpha)^{-m}),\qquad \alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

Для трехцветных графов с допустимым расстоянием $l=2$ справедлива

<u>Теорема 1.5.</u> Если допустимое расстояние $l=2$, то при $N\geq2$ для векторной задачи коммивояжера на трехцветных графах $G=(V_1,V_2,V_3,E)\in\mathfrak{F}(n)$, таких что $|V_k| = \frac{n}{3} = p \in Z$, $k=1,2,3$, максимальная мощность ПМА достигает значения

$$\hat{\mu} = \frac{(p!)^3}{2p} \sum_{s=0}^{\lfloor p/2 \rfloor} \binom{p}{2s} \binom{p-1+s}{s} \binom{2s}{s} 2^{p-2s},$$

где $\lfloor a \rfloor$ есть наибольшее целое, не превосходящее a.

Полученные нижние оценки сложности задачи коммивояжера устанавливают зависимость максимальной мощности ПМА от следующих параметров: число цветов, допустимое расстояние, количество вершин одного цвета. Если число цветов m фиксировано, то максимальная мощность ПМА убывает с ростом допустимого расстояния l. Если число вершин одного цвета p фиксировано, то максимальная мощность ПМА также убывает с ростом допустимого расстояния l.

Для векторной задачи об остовных деревьях получено значение максимальной мощности ПМА при любых соотношениях числа вершин одного цвета $n_k > 0$, $k=\overline{1,m}$.

<u>Теорема I.II.</u> При N≥2 для векторной задачи об остовных деревьях на m-цветных графах $G=(V_1,\dots,V_m,E) \in \mathfrak{Y}(n)$, $|V_k|=n_k>0$, $k=\overline{1,m}$, максимальная мощность ПМА достигает значения

$$\hat{\mu} = n^{m-2} \cdot \prod_{k=1}^{m} (n-n_k)^{n_k-1}.$$

Для векторной задачи о совершенных паросочетаниях вычислены значения максимальных мощностей ПМА на трехцветных графах.

Из полученных в первой главе оценок вытекает, что сложность векторных задач на многоцветных графах существенно меньше по сравнению со сложностью аналогичных задач на обычных нераскрашенных графах. Однако найденные нижние оценки сложности имеют экспоненциальный вид, т.е. исследуемые задачи являются труднорешаемыми.

Во ВТОРОЙ ГЛАВЕ предлагаются алгоритмы решения задачи коммивояжера на многоцветных графах. Алгоритмы применяются к задаче коммивояжера на m-цветном полном графе $G=(V_1,\ldots,V_m,E)$ $\in \mathcal{G}(n)$, $|V_k| = \frac{n}{m} = p \in Z$, $k=\overline{1,m}$, взвешенном весами $w(e)$, $e\in E$, с допустимым расстоянием $l=m$ и целевой функцией (ЦФ)

$$F(x)=\sum_{e\in E_x} w(e). \qquad (I)$$

Точный алгоритм α применяется к задаче коммивояжера с минимизируемым критерием (I). Алгоритм α основан на методе ветвей и границ, использует также венгерский алгоритм решения задачи о назначениях. При применении алгоритма существенным образом используется многоцветность графа, позволяющая структурировать работу алгоритма, выделить этапы, имеющие полиномиальную и экспоненциальную сложности.

Кроме точного алгоритма для задачи коммивояжера на многоцветных графах, рассматривается приближенный алгоритм "иди в самый удаленный город" с весовым критерием (I) на максимум. Указанный алгоритм исследовался в работах Э.Х. Гимади для обычных нераскрашенных графов. В предлагаемой постановке веса ребер $w(e)$, $e\in E$, являются независимыми случайными величинами, одинаково распределенными на отрезке $[a_n, b_n]$, $a_n > 0$.

$F_\xi(x)$ - непрерывная функция распределения случайной величины $\xi = \dfrac{w(e)-a_n}{b_n - a_n}$, $e\in E$.

Алгоритм A называется асимптотически точным, если существуют последовательности (ε_n) и (δ_n), стремящиеся к нулю с ростом размерности задачи, для которых выполняется неравенство

$$\mathbb{P}\left\{ \frac{x^* - x_A}{x^*} \le \varepsilon_n \right\} \ge 1 - \delta_n,$$

где x_A - значение ЦФ (I), полученное в результате работы алгоритма A, x^* - оптимальное значение ЦФ (I).

Во второй главе для алгоритма A "иди в самый удаленный город", модифицированого для многоцветных графов, вычислена трудоемкость работы алгоритма, найдены условия, при которых алгоритм A является асимптотически точным. Кроме того, найдены условия, при которых алгоритм A не является асимптотически точным.

<u>Теорема 2.4.</u> Алгоритм A имеет трудоемкость $O(n(m+p))$.

<u>Теорема 2.5.</u> Если $p = p(n) \longrightarrow \infty$, то алгоритм A является асимптотически точным при условии $I_p = o(p)$ и в случае $m = \mathrm{const}$ требуется дополнительное условие $\lim\limits_{p \to \infty} I_p = \infty$, где

$$I_p = \int_0^{1-\frac{1}{p}} \frac{dx}{1 - F_\xi(x)}.$$

<u>Теорема 2.6.</u> Если $p = \mathrm{const}$, то при условии $I_n = o(n^2)$ алгоритм A не является асимптотически точным.

ТРЕТЬЯ ГЛАВА посвящена исследованию экстремальных задач на графах с неточно заданными параметрами. Неточный характер данных можно описать с помощью интервалов.

В общем случае рассматриваемые нами задачи описываются следующим образом: дан n-вершинный граф $G=(V,E)$, в котором каждому ребру $e \in E$ приписан вес $w(e)$, задаваемый интервалом $w(e)=[w_1(e),w_2(e)]$. На множестве допустимых решений $X=(x)$ этой задачи определим интервальную целевую функцию (ИЦФ)

$$w(x) = \sum_{e \in E_x} w(e) = [w_1(x), w_2(x)]. \qquad (2)$$

и введем отношение порядка.

Решение x предпочтительнее решения y, $x \prec y$, если $w_i(x) \le w_i(y)$, i=1,2, при этом хотя бы одно неравенство строгое.

Введенный на X порядок порождает ПМ $\tilde{X} \subseteq X$, состоящее из паретовских оптимумов (ПО).

Решение $\tilde{x} \in X$ называется ПО для задачи с ИЦФ (2), если не существует $x \in X$, такого что $x \prec \tilde{x}$.

В качестве решения задачи с ИЦФ (2) можно рассматривать как ПМ $\tilde{X}$, так и используемое в многокритериальной оптимизации ПМА $\hat{X}$. ПМА $\hat{X}$ определяется следующим образом: это подмножество $\tilde{X}$ минимальной мощности, содержащее по одному представителю на каждое интервальное значение ИЦФ (2). Описанная выше задача в интервальной постановке сводится к задаче многокритериальной оптимизации с тем же множеством допустимых решений X и ВЦФ

$$F(x) = \{ w_1(x), w_2(x) \}, \qquad (3)$$

где

$$w_i(x) \to \min_{x \in X}, \qquad i=1,2. \qquad (4)$$

<u>Теорема 3.I.</u> Паретовские множества задач с ИЦФ (2) и ВЦФ (3)-(4) совпадают.

Следуя принятой в многокритериальной оптимизации терминологии, интервальную задачу называем труднорешаемой, если не существует алгоритма, который гарантировал бы нахождение ее ПМА с полиномиальной трудоемкостью.

<u>Теорема 3.6.</u> Интервальные задачи с ИЦФ (2) о коммивояжере, об остовных деревьях, о кратчайшей цепи между парой вершин, о совершенных паросочетаниях являются труднорешаемыми.

Используя теоремы из первой главы об оценках сложности векторных задач о коммивояжере, об остовных деревьях на многоцветных графах, приходим к заключению, что указанные задачи на многоцветных графах в интервальной постановке также являются труднорешаемыми при любом количестве цветов, так как вычислительные сложности этих задач имеют экспоненциальные нижние оценки.

С точки зрения приложений, особый интерес представляет обоснование условий, которые определяют собой полиномиально разрешимые классы интервальных задач. Такие классы удалось установить для двукритериальных постановок, используя результаты работ Сергиенко И.В., Емеличева В.А., Перепелицы В.А..

Если содержательная постановка интервальной задачи такова, что имеет значение не интервальный критерий (2), а нижняя граница $w_1(x)$ интервального веса (2) и максимальная ширина интервалов $d(e) = w_2(e) - w_1(e)$ весов ребер, входящих в допустимое решение, то такие задачи являются полиномиально разрешимыми.

Если ВЦФ имеет вид

$$P(x) = (P_1(x),\ P_2(x)),$$

$$P_1(x) = \sum_{e \in E_x} w_1(e) \longrightarrow \min, \qquad (5)$$

$$P_2(x) = \max_{e \in E_x} d(e) \longrightarrow \min, \qquad (6)$$

то справедливы

<u>Теоремы 3.9-3.10.</u> Проблема нахождения полного множества альтернатив для задач о цепях между парой вершин, о совершенных паросочетаниях и об остовных деревьях с критериями (5), (6) разрешима с полиномиальной трудоемкостью.

В ЗАКЛЮЧЕНИИ сформулированы основные результаты и выводы диссертации, которые выносятся на защиту:

I.Получены нижние оценки вычислительной сложности векторных задач коммивояжера, об остовных деревьях, о совершенных паросочетаниях на многоцветных графах. Указанные оценки представляют собой "о малое" от сложности соответствующих задач в классической формулировке. Тем не менее найденные оценки показывают, что при любом количестве цветов рассматриваемые задачи остаются в классе трудноразрешаемых.

2.Построены алгоритмы для решения задачи коммивояжера на многоцветных графах в случае, когда число цветов совпадает с допустимым расстоянием. Осуществлено обоснование достаточных условий, при которых полиномиальный алгоритм "иди в самый удаленный город" является асимптотически точным.

3.Исследованы с помощью математического аппарата векторной оптимизации известные экстремальные задачи на графах (о коммивояжере, о кратчайшей связующей сети, о кратчайшей цепи между парой вершин, о совершенных паросочетаниях) с интервальными весами. Установлено, что рассматриваемые интервальные задачи являются труднорешаемыми в случае весовых критериев. При введении критериев минисуммного и минимаксного вида для указанных задач (кроме задачи о коммивояжере) построены полиномиальные алгоритмы.

В ПРИЛОЖЕНИИ описаны методы решения интервальных систем линейных алгебраических уравнений. Исследованы границы применимости интервальной схемы метода Гаусса и итеративного метода Гэя. Описано используемое программное обеспечение.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

I. Гоменюк Д.М., Козина Г.Л., Онищенко В.Ф. Программа связи САПР ПРАМ-5.3 / ДШП и АСОНИКА-М // Автоматизированные системы обеспечения надежности радиоэлектронной аппаратуры: Тезисы докладов Всесоюзной научно-технической конференции, Львов - Москва, 1990. - С.21.

2. Козина Г.Л., Василега Н.М., Крищук В.Н. О проблемах применения интервальной математики к задаче обеспечения динамических характеристик конструкции печатных узлов радиоэлектронных средств // Труды семинара по интервальной математике, Саратов, 29-31 мая 1990 г.- Саратов, 1990. - С.76-78.
3. Крищук В.Н., Козина Г.Л., Василега Н. М. Учет допусков входных параметров при анализе динамических характеристик конструкций РЭС // Опыт разработки и применения приборнотехнологических САПР: Тезисы докладов к школе - семинару, Львов. - Львов: 1991. - С.91.
4. Крищук В.Н., Козина Г.Л., Василега Н. М. Прогнозирование прочностных характеристик конструкций РЭС с помощью интервального анализа // XLVI Всесоюзная научная сессия, посвященная Дню Радио: Тезисы докладов - М: Радио и связь, 1991. - С. 76-77.
5. Козина Г.Л. Исследование векторной задачи коммивояжера на многоцветных графах // Методы решения и анализа задач дискретной оптимизации: Сборник научных трудов / Под ред. А.А. Колоколова; ОмГУ. - Омск, 1992. - С.52-60.
6. Козина Г.Л. Исследование векторной задачи коммивояжера на многоцветных графах. - Запорожье, 1992. - 30 с. - Деп. в УкрИНТЭИ 09.01.1992 N 10 - Ук92.
7. Козина Г.Л. О сложности многокритериальной задачи коммивояжера с хроматическими условиями // Системы программного обеспечения решения экономических задач: Тезисы докладов. - Москва ВЦ РАН, 1992. - С. 45-46.
8. Козина Г.Л., Борковских-Винцер О.М. Исследование сложности векторных задач на многоцветных графах // Проектирование автоматизированных систем контроля и управления сложными объектами: Программа и аннотации докладов Международной школы. - Харьков - Туапсе, 1992. - С.26.
9. Крищук В.Н., Василега Н.М., Козина Г.Л. Библиотека

интервальных операций и функций для системы программирования Фортран 77 // Международная конференция по интервальным и стохастическим методам в науке и технике (ИНТЕРВАЛ - 92): Сборник трудов - Москва, 1992. -Т.I. - С. 74-75.

10. Krishchuk V.N., Vasilega N.M., and Kozina G.L. Interval operations and functions library for Fortran 77 Programming System and its practice using// Interval Computations 4(6), 1992. - pp. 2 - 8.

11. Козина Г.Л. Оценки сложности задач о коммивояжере и о совершенных паросочетаниях на многоцветных графах // Математическое программирование и приложения: Тезисы докладов научной конференции - Екатеринбург: Ин-т матем. и механики УО РАН, 1993. - С.

12. Козина Г.Л., Перепелица В.А. О вычислительной сложности интервальных задач на графах // Теорія наближення та задачі обчислювальної математики: Тези міжнародної конференції - Днепропетровск, 1993. - С.102.

13. Perepelitsa V.A., Kozina G.L. Interval Spanning Trees Problem: Solvability and Computational Complexity // International Congress on Computer Systems and Applied Mathematics (CSAM'93): Abstracts - St. Petersburg, 1993. - p. 99.

14. Козина Г.Л., Перепелица В.А. Интервальное и многокритериальное моделирование в задачах проектирования радиоэлектронных устройств // Машинное моделирование и обеспечение надежности электронных устройств: Тезисы докладов научно-технической конференции - Бердянск, 1993. - С. 73.

15. Perepelitsa V.A. and Kozina G.L. Interval Calculus in Mathematical Modelling of Discrete Problems // Applied Modelling & Simulation (AMS'93) : Summaries of Accepted Communications of International 93 Lviv Conference - Lviv, 1993. - pp. 11-12.

16. Perepelitsa, V.A. and Kozina, G.L. Interval discrete models and multiobjectivity. Complexity estimates // Interval Computations1(7), 1993.- pp.74-82.

Для заметок:

интервальных операций и функций для системы программирования Фортран 77 // Международная конференция по интервальным и стохастическим методам в науке и технике [illegible] : Сборник трудов – Москва, 1992. – Т.1. – С. 74–75.

10. [illegible] V.N., [illegible] and [illegible] Interval operations and functions library for Fortran 77 programming system and its practical using // Interval Computations. 1992. – pp. 2 [illegible]

11. Косина Г.Л. Оценка сложности задач в пространствах [illegible] интервальных пространствах на [illegible] графах // [illegible] Математическое программирование и [illegible] Тезисы докладов научной конференции – [illegible] Ин-т математики [illegible] УрО РАН, 199[illegible]. – С. [illegible]

12. Косина Г.Л., Перепелица В.А. О [illegible] интервальных [illegible] на графах // [illegible] дискретной математики: Тезисы [illegible] конференции [illegible] Днепропетровск, [illegible]. – С.102.

13. Perepelitsa V.A., Kosina G.L. [illegible] Problems: Solvability and Complexity [illegible] // International Congress on Computer Systems and Applied Mathematics (CSAM'93): Abstracts – St. Petersburg, 1993. – p. [illegible]

14. Косина Г.Л., Перепелица В.А. Интервальное и [illegible] моделирование в задачах проектирования [illegible] устройств // Методы моделирования [illegible] электронных [illegible] научно-техническая конференция [illegible]

15. Perepelitsa V.A. and Kosina G.L. Interval [illegible] in Mathematical Modelling of Discrete Problems // Applied Modelling & Simulation (AMS 93): Summaries of accepted communications. International 93 IASTED Conference – Lviv, 1993. – pp. [illegible]

16. Perepelitsa, V.A. and Kosina, G.L. Interval discrete models and multiobjectivity complexity estimates // Interval Computations. [illegible] – pp.74-82.

Подписано к печати 27.XII.1993

Мн. уч-к ЗСМНТЗ Зк. 2 - 100.