Дніпропетровський державний університет

На правах рукопису

ЧЕРНЕЦЬКИЙ Сергій Олександрович

ПРУЖНОПЛАСТИЧНІ КОНТАКТНІ ЗАДАЧІ ДЛЯ БАГАТОШАРОВИХ ТІЛ ОБЕРТАННЯ З УРАХУВАННЯМ ВІДСТАВАННЯ ТА ПРОКОВЗУВАННЯ ШАРІВ

01.02.04 - Механіка деформівного твердого тіла

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
Дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Дніпропетровськ - 1994

АВ 29.230

ЛННБ України ім.В.Стефаника
00801485 (Q)

Дисертацією є рукопис

Робота виконана в Дніпропетровському державному університеті

Науковий керівник - доктор фізико-математичних наук,
професор Швайко М.Ю.

Офіційні опоненти - доктор фізико-математичних наук,
професор Приварніков А.К.
кандидат фізико-математичних наук,
доцент Бобильов О.О.

Провідна установа - Львівський державний університет

Захист відбудеться "18" березня "1994 року
о "15" годині на засіданні спеціалізованої вченої ради
Д 053.24.05 Дніпропетровського державного університету
(320625 МСП, м. Дніпропетровськ-10, пр. Гагаріна, 72,
корп. 3, ауд. 57).

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Дніпропетровського державного університету.

Автореферат розісланий 15 лютого 1994 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Костирко В.В.

ЛНБ ім. В. Стефаника
АН України

АВ-29.250

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Багатошарові конструкції широко застосовуються в металургії, різних галузях приладо- та машинобудування. Постійно зростаючі вимоги щодо якості готової продукції приводять до необхідності створення математичних моделей і процесів, які враховують реальні умови контактної взаємодії, можливість розшарування конструкцій, наявність сил тертя між шарами.

Стан досліджень з контактних задач достатньо повно відображено в монографіях Александрова В.М. і Мхитаряна С.М.; Болотіна В.В. і Новічкова Ю.М.; Галина Л.О.; Джонсона К.; Моссаковського В.І., Гудрамовича В.С. і Макеєва Є.М.; Пелеха Б.Л. і Сухорольського М.О.; Попова Г.Я.; Приварнікова А.К. і Ламзюка В.Д.; Рвачова В.Л. і Проценко В.С.; Сеймова В.М.; Штаєрмана І.Я.

Сучасним напрямком розвитку теорії контактних задач є варіаційний метод дослідження, який в поєднанні з чисельними методами дозволяє розв'язувати складні контактні задачі із заздалегідь невідомими зонами фактичного контакту. Важливі результати в цьому напрямку отримано в роботах Вовкушевського О.В., Гольдштейна Р.В., Дюво Г., Кравчука О.С., Кузьменка В.І., Ліонса Ж.-Л., Нечаса І., Панагіотопулоса П., Спектора О.О. та інших. В той же час, розв'язання контактних задач для пружнопластичних шарових тіл кінцевих розмірів наштовхуються на великі обчислювальні труднощі, тому їх отримано в одиничних випадках. Це викликано нелінійністю фізичних співвідношень, залежністю розв'язків від історії навантаження, неозначеністю зон фактичного контакту і площинок зчеплення і ковзання. Перелічені вище труднощі обумовлюють актуальність подальшого розвитку варіаційних методів дослідження контактних задач для непружних тіл з невизначеними зонами фактичного контакту, розробки ефективних методів розв'язування і створення на їх базі комплексів програм для розв'язування на ЕОМ таких задач.

Метою даної роботи є:

- варіаційна постановка контактних задач для багатошарових непружних тіл кінцевих розмірів з урахуванням можливого відставання та проковзування шарів, побудова і обгрунтування методів чисельного розв'язування;

- розробка комплексів програм на ЕОМ, чисельний розв'язок і аналіз просторових осьосиметричних контактних задач для багатошарових пружнопластичних тіл обертання при складних умовах взаємодії шарів.

Наукова новизна роботи полягає в наступному:

- вперше отримано узагальнене формулювання в приростах переміщень контактних задач для непружних тіл з урахуванням сил тертя і можливого відставання шарів;

- запропоновано і обгрунтовано метод чисельного розв'язування контактних задач для пружнопластичних шарових тіл з гладкими шарами в рамках деформаційної теорії пластичності;

- отримані нові розв'язки контактних задач для багатошарових циліндрів з гладкими шарами і досліджено вплив відставання та проковзування шарів, їх механічних властивостей на напружено-деформований стан;

- запропоновано і обгрунтовано метод чисельного розв'язування контактних задач для пружнопластичних шарових тіл з урахуванням сил тертя і можливості відставання шарів;

- отримано нові розв'язки контактних задач для пружнопластичних циліндрів з урахуванням сил тертя, досліджено вплив коефіцієнта тертя на напружено-деформований стан;

-розв'язані прикладні задачі розрахунку термонапруженого стану футерованих елементів конструкцій доменного комплексу з урахуванням усіх основних факторів, які впливають на їх напружено-деформований стан.

Вірогідність основних наукових результатів дисертації забезпечується точним варіаційним формулюванням контактних задач для багатошарових тіл з невизначеними площинками контакту; доказом збіжності ітераційних процесів, які застосовуються для розв'язування відповідних задач нелінійного програмування; порівнянням чисельних розв'язків тестових задач з розв'язками, які отримані іншими авторами.

Практична цінність. Отримані в дисертаційній роботі результати, методи і алгоритми чисельного розв'язування, комплекси програм на ЕОМ можуть бути використані в науково-дослідних і проектно-конструкторських організаціях при визначенні напружено-деформованого стану багатошарових тіл.

Комплекс програм розв'язувань контактних задач для багатошарових тіл обертання використовується в НВО "Чорметмеханізація" (м. Дніпропетровськ) для аналізу термонапруженого стану елементів конструкцій доменного комплексу.

Апробація роботи. Основні результати роботи доповідались і обговорювались на: Всесоюзній конференції "Нелинейные задачи теории пластин и оболочек" (Саратов, 1981 р.), на Уральській зональній конференції "Пути повышения надежности и ресурса систем машин" (Свердловськ, 1983 р.), на I та Ш Всесоюзних конференціях "Механика неоднородных структур" (Львів, 1983 та 1991 р.р.), на науково-технічному семінарі "Способы повышения долговечности и надежности термонапряженного металлургического и горнометаллургического оборудования" (Челябінськ, 1983 р.), на Всесоюзній конференції "Нелинейные задачи расчета конструкций в условиях высоких температур" (Саратов, 1988 р.), на Ш Всесоюзній конференції "Прочность, жесткость и технологичность изделий из композиционных материалов" (Запоріжжя,1989 р.), на IV Всесоюзній конференції "Смешанные задачи механики деформируемого твердого тела" (Одеса, 1989 р.), на Всесоюзній конференції ЦІНТІхімнафтамаш "Создание компрессорных машин и установок, обеспечивающих интенсивное развитие отраслей топливно-энергетического комплекса" (Суми, 1989 р.), на XI Всесоюзній конференції по чисельним методам розв'язування задач теорії пружності та пластичності" (Волгоград, 1989 р.), на міжнародній конференції "Теорія наближення та задачі обчислювальної математики" (Дніпропетровськ, 1993 р.).

Дисертація в цілому обговорювалась на семінарах кафедри теоретичної та прикладної механіки Дніпропетровського державного університету і кафедри механіки Львівського державного університету.

Публікації. Основні наукові результати, які включені в дисертацію, опубліковані в 17 статтях і тезах доповідей конференцій.

Структура і обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, списка літератури із 119 найменувань та додатку. Робота містить в собі 157 сторінок машинописного тексту, 48 рисунків і 3 таблиці.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

У вступі обгрунтовано актуальність і практичне значення роботи, зроблено короткий огляд публікацій вітчизняних і зарубіжних авторів по темі дисертації, сформульовані мета роботи і основні результати.

У першому розділі зроблена вихідна (диференційна) постановка контактних задач для непружніх багатошарових тіл з урахуванням сил тертя між шарами і можливого їх відставання. Отримано узагальнене формулювання задачі в приростах переміщень у вигляді квазіваріаційної нерівності і доказана еквівалентність вихідної та варіаційної постановок задачі.

Розглянуто квазістатичний процес деформування системи N непружніх тіл (шарів) кінцевих розмірів, які займають області Ω_1, $\Omega_2,\ldots,\Omega_N$, обмежені поверхнями $S_1,S_2,\ldots,S_N$. Через $\bar{x}=(x_1,x_2,x_3)$ позначені координати матеріальної частинки тіла, через $t\in[0,\mathcal{T}]$ - монотонно зростаючий параметр, зв'язаний з процесом деформування, який в подальшому називається часом.

Кожен шар Ω_k ($k=1,2,\ldots,N$) знаходиться під дією об'ємних $F_i^{(k)}(\bar{x},t)$ і поверхневих $P_i^{(k)}(\bar{x},t)$ сил в неоднорідному температурному полі $T(\bar{x},t)$. Поверхня S_k шара може складатися із трьох частин: на S_k^u задані переміщення $U_i^{(k)}(\bar{x},t)$, на S_k^P - зусилля $P_i^{(k)}(\bar{x},t)$; S_{km} - спільна межа тіл Ω_k та Ω_m в недеформованому стані. Допускається відставання тіл зі зменшенням площинок контакту і взаємне проковзування. Поверхні шарів приймаються шорсткими. Сили тертя описуються законом Амонтона-Кулона.

Для дослідження пружно-деформованого стану шарового тіла в процесі зміни зовнішніх дій відрізок $[0,\mathcal{T}]$ розбивається на n проміжків. Вважається, що в початковий момент часу тіло знаходиться в ненапруженому та недеформованому стані. В деякий момент часу t стан тіла в точці $\bar{x}$ характеризується компонентами вектора малих переміщень $u_i(\bar{x},t)$, тензорів деформацій $\varepsilon_{ij}(\bar{x},t)$ та напружень $\sigma_{ij}(\bar{x},t)$. За проміжок часу Δt зовнішні фактори дії отримують прирости $\Delta U_i^{(k)}(\bar{x})$, $\Delta P_i^{(k)}(\bar{x})$, $\Delta F_i^{(k)}(\bar{x})$, $\Delta T(\bar{x})$, тоді відповідні прирости вектора переміщень, компонентів тензорів деформацій і напружень будуть задовольняти системі, яка містить

- рівняння рівноваги

$$\frac{\partial(\Delta\sigma_{ij}^{(k)})}{\partial x_j} + \Delta F_i^{(k)} = 0, \quad \bar{x}\in\Omega_k \; (k=1,2,\ldots,N); \qquad (1)$$

- співвідношення Коші

$$\Delta\varepsilon_{ij}(\bar{x}) = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial(\Delta u_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial(\Delta u_j)}{\partial x_i}\right]; \qquad (2)$$

- умови контакту шарів Ω_k і Ω_m

$$\Delta\sigma_\nu^{(k)}(\bar{x}) = -\Delta\sigma_\nu^{(m)}(\bar{x}) = \Delta\sigma_\nu(\bar{x}), \quad \bar{x} \in S_{km}; \qquad (3)$$

$$\Delta\bar{\sigma}_\tau^{(k)}(\bar{x}) = -\Delta\bar{\sigma}_\tau^{(m)}(\bar{x}) = \Delta\bar{\sigma}_\tau(\bar{x}), \quad \bar{x} \in S_{km}; \qquad (4)$$

$$\Delta u_\nu^{(m)}(\bar{x}) \geqslant \Delta u_\nu^{(k)}(\bar{x}) - \delta_{km}(\bar{x},t), \quad \bar{x} \in S_{km}; \qquad (5)$$

$$\sigma_\nu(\bar{x},t) + \Delta\sigma_\nu(\bar{x}) \leqslant 0, \quad \bar{x} \in S_{km}; \qquad (6)$$

$$\left|\bar{\sigma}_\tau(\bar{x},t) + \Delta\bar{\sigma}_\tau(\bar{x})\right| < f^{(km)}\left|\sigma_\nu(\bar{x},t) + \Delta\sigma_\nu(\bar{x})\right| \Rightarrow$$

$$\Delta\bar{u}_\tau^{(km)}(\bar{x}) = 0, \quad \bar{x} \in S_{km}; \qquad (7)$$

$$\left|\bar{\sigma}_\tau(\bar{x},t)\right| = f^{(km)}\left|\sigma_\nu(\bar{x},t)\right| \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta\bar{u}_\tau^{(km)}(\bar{x})}{\left|\Delta\bar{u}_\tau^{(km)}(\bar{x})\right|} = -\frac{\bar{\sigma}_\tau(\bar{x},t) + \Delta\bar{\sigma}_\tau(\bar{x})}{\left|\bar{\sigma}_\tau(\bar{x},t) \quad \Delta\bar{\sigma}_\tau(\bar{x},t)\right|}, \quad \bar{x} \in S_{km}; \qquad (8)$$

- граничні умови

$$\Delta u_i(\bar{x}) = \Delta U_i^{(k)}(\bar{x}), \quad \bar{x} \in S_k^u; \qquad (9)$$

$$\Delta\sigma_{ij}(\bar{x})\,\nu_j(\bar{x}) = \Delta P_i^{(k)}(\bar{x}), \quad \bar{x} \in S_k^P, \qquad (10)$$

- фізичні співвідношення зв'язку $\Delta\sigma_{ij} \sim \Delta\varepsilon_{ij} \sim \Delta T$. Використані в дисертації методи досліджень контактних задач для непружних середовищ за своєю суттю мало залежать від їх конкретного вигляду. Тому в першому розділі використовуються уніфіковані співвідношення в приростах:

$$\Delta\sigma_{ij} = A_{ijkm}\,\Delta\varepsilon_{km} - B_{ij}. \qquad (11)$$

Коефіцієнти A_{ijkm} та B_{ij} в кожен момент часу визначаються історією попереднього деформування в даній точці тіла і їх конкретні вирази залежать від вибору певної теорії пластичності.

У співвідношеннях (3)-(8) індекси ν і τ позначають нормальні та дотичні компоненти векторів; $\Delta\bar{u}_{\tau}^{(km)}(\bar{x}) = \Delta\bar{u}_{\tau}^{(k)}(\bar{x}) - \Delta\bar{u}_{\tau}^{(m)}(\bar{x})$, $\delta_{km}(\bar{x},t) = u_{\nu}^{(m)}(\bar{x},t) - u_{\nu}^{(k)}(\bar{x},t)$. Через $f^{(km)}$ позначено коефіцієнт тертя між тілами Ω_k та Ω_m, $\bar{\nu}(\bar{x})$ - нормаль до поверхні контакту S_{km}, зовнішня до шару Ω_k.

Таким чином, для кожного моменту часу $t + \Delta t$ задача в вихідній постановці складається із визначення приростів компонентів вектора переміщень, тензорів деформацій та напружень із системи рівнянь (1)-(11). Крім цього, для кожної пари контактуючих шарів Ω_k та Ω_m в процесі розв'язування повинна бути знайдена зона фактичного контакту і зони проковзування та зчеплення шарів.

Особливістю сформульованої задачі є наявність в системі (1)-(11) умов у вигляді нерівностей. Ефективним апаратом дослідження цієї задачі є метод варіаційних нерівностей. Для визначення класу припустимих приростів переміщень використовується простір С.Л.Соболева $H^1(\Omega) = [W_2^1(\Omega)]^3$, в якому виділяється множина V припустимих приростів переміщень $\Delta\bar{v}(\bar{x})$:

$$V = \Big\{ \Delta\bar{v} \in H^1 \,|\, \Delta v_i(\bar{x}) = \Delta U_i^{(k)}(\bar{x}),\ \bar{x} \in S_k^u;\ \ \Delta v_{\nu}^{(m)}(\bar{x}) \geqslant \Delta v_{\nu}^{(k)}(\bar{x}) - \delta_{km}(\bar{x},t),\ \ \bar{x} \in S_{km} \Big\}.$$

Нехай $\Delta\bar{u}$, $\Delta\varepsilon_{ij}$, $\Delta\sigma_{ij}$ задовольняють усім співвідношенням задачі (1)-(11) у вихідній постановці. Отримана узагальнена постановка задачі в припустимих приростах переміщень:

для всіх $\Delta\bar{v} \in V$ і відповідних

$$\Delta\xi_{ij}(\bar{x}) = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial(\Delta v_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial(\Delta v_j)}{\partial x_i} \right].$$

виконана квазіваріаційна нерівність

$$\sum_{k=1}^{N} \Big\{ \int_{\Omega_k} \Big[A_{ijkm}\, \Delta\varepsilon_{km} (\Delta\xi_{ij} - \Delta\varepsilon_{ij}) - B_{ij} (\Delta\xi_{ij} - \Delta\varepsilon_{ij}) \Big] d\Omega_k -$$

$$- \int_{\Omega_k} \Delta F_i^{(k)} (\Delta v_i - \Delta u_i) d\Omega_k - \int_{S_k^P} \Delta P_i^{(k)} (\Delta v_i - \Delta u_i) dS +$$

$$+\sum_m \int_{S_{km}} [\sigma_\nu(\Delta v_\nu^{(km)} - \Delta u_\nu^{(km)}) + \bar{\sigma}_\tau(\Delta\bar{v}_\tau^{(km)} - \Delta\bar{u}_\tau^{(km)})]dS +$$

$$+\sum_m \int_{S_{km}} f^{(km)} \left|\sigma_\nu + \Delta\sigma_\nu\right| \left(\left|\Delta\bar{v}_\tau^{(km)}\right| - \left|\Delta\bar{u}_\tau^{(km)}\right|\right) dS \geqslant 0. \qquad (12)$$

Доведено також зворотне твердження:

функція $\Delta\bar{v}(\bar{x})$, яка задовольняє квазіваріаційній нерівності (12) і має другі частинні похідні, задовольняє всім співвідношенням задачі у вихідній постановці.

У другому розділі розглядаються чисельні розв'язки контактних осьосиметричних задач для багатошарових тіл обертання. Враховуються три типи контактної взаємодії: шари зчеплені; припускається відставання, але відсутнє взаємне ковзання шарів; припускається відставання і взаємне ковзання шарів без тертя. Передбачається, що в кожній точці шарового тіла проходять процеси активного навантаження. Використовуються співвідношення теорії малих пружнопластичних деформацій. У цьому випадку можливий перехід від постановки задачі в приростах до задачі в кінцевих співвідношеннях, узагальнене формулювання якої виконано у вигляді варіаційної нерівності

$$\sum_{k=1}^{N}\left\{\int_{\Omega_k} W_k(\bar{x}, \xi_{ij})d\Omega_k - \int_{\Omega_k} F_i^{(k)} v_i d\Omega_k - \int_{S_k^p} P_i^{(k)} v_i\, dS_k\right\} \geqslant$$

$$\geqslant \sum_{k=1}^{N}\left\{\int_{\Omega_k} W_k(\bar{x}, \varepsilon_{ij})d\Omega_k - \int_{\Omega_k} F_i^{(k)} u_i d\Omega_k - \int_{S_k^p} P_i^{(k)} u_i\, dS_k\right\}, \qquad (13)$$

для всіх можливих $\bar{v}(\bar{x})$, які задовольняють умовам, що накладаються на переміщення. Тут функція щільності енергії деформації для матеріалу шара Ω_k має вигляд

$$W_k(\bar{x}, \varepsilon_{ij}) = \left(\frac{1}{2}\lambda_k + \frac{1}{3}\mu_k\right)\theta^2 - (3\lambda + 2\mu_k)\,\alpha_k(T - T_0)\,\theta +$$

$$+ \int_0^{\varepsilon_u} \sigma_u(\bar{x}, \varepsilon_u)\, d\varepsilon_u.$$

де σ_u, ε_u - інтенсивності напружень і деформацій відповідно; λ, μ - коефіцієнти Ламе; $\theta = \varepsilon_{ij}\delta_{ij}$.

Задача (13) заміняється еквівалентною задачею мінімізації нелінійного функціоналу. За допомогою методу змінних параметрів пружності вона зводиться до послідовності задач мінімізації квадратичних функціоналів

$$\mathfrak{I}^{(n)}(\bar{v}) = \sum_{k=1}^{N} \left\{ \int_{\Omega_k} W_k^{(n)}(\bar{v}, \xi_{ij})d\Omega_k - \int_{\Omega_k} F_i^{(k)} v_i d\Omega_k - \int_{S_k^p} P_i^{(k)} v_i \, dS_k \right\},$$

при обмеженнях у вигляді нерівностей.

Функція щільності енергії деформацій

$$W_k^{(n)}(\bar{x}, \varepsilon_{ij}) = \frac{1}{2} \lambda_k^{*(n-1)} \theta^2 + \mu_k^{*(n-1)} \varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij} - (3\lambda_k + 2\mu_k)\,\alpha_k (T - T_o)\,\theta \qquad (14)$$

визначається з врахуванням співвідношень

$$\mu^* = -\frac{\sigma_u}{(3\,\varepsilon_u)}\ ; \qquad \lambda^* = \lambda + \frac{2}{3}(\mu - \mu^*)$$

за обчисленими на (n-1) кроці значеннями напружень і деформацій в кожній точці $\bar{x}$ тіла Ω.

Дискретизація задачі мінімізації функціоналу $\mathfrak{I}^{(n)}(\bar{v})$ здійснюється методом кінцевих елементів, в результаті чого виникає задача нелінійного програмування високої розмірності. Для її розв'язання запропоновано варіант методу блочної верхньої релаксації, який враховує структуру функції, що мінімізується, і структуру обмежень у вигляді нерівностей. Доведена збіжність відповідного ітераційного процесу.

Даний алгоритм реалізовано у вигляді комплексу програм для ЄС ЕОМ для розв'язування просторових осьосиметричних контактних задач для багатошарових конусів та циліндрів кінцевих розмірів.

Аналіз вірогідності чисельного розв'язку включає оцінку практичної збіжності в залежності від кількості кінцевих елементів, похибки методів змінних параметрів пружності і блочної верхньої релаксації, порівняння з чисельними розв'язками інших авторів.

Оцінка впливу умов контакту шарів на процес пружнопластичного деформування зроблена на прикладі осьосиметричної задачі для п'ятишарового циліндру. Циліндр перебуває під дією нормального навантаження, яке рівномірно розподілено по середній частині зовнішньої бокової поверхні. Виявлено, що на розміри зон пластичних деформацій найбільший вплив має взаємне проковзування шарів. Для циліндра зі зчепленими шарами розвиток зони пластичних деформацій починається від внутрішньої поверхні. У разі врахування відставання та проковзування шарів зони пластичності виникають на внутрішній поверхні кожного шару. По мірі зростання навантаження циліндр у цьому випадку швидше досягає свого граничного стану. Різниця у значеннях нормальних напружень у розглянутих варіантах досягає 56%. Урахування взаємного проковзування шарів приводить до збільшення зон відставання між шарами більш ніж у два рази. Особливо великий вплив на характер відставання чинить відмінність коефіцієнтів Пуасона матеріалів шарів.

Розглянуті приклади розрахунків показують, що врахування взаємного проковзування та відставання шарів змінює якісну картину розподілення напружень у циліндрі. Отже, спрощені постановки задач такого класу при пружнопластичних деформаціях можуть привести до значних похибок.

Третій розділ містить результати чисельного розв'язання контактних осьосиметричних задач для циліндричних тіл з урахуванням відставання та сил тертя. Припускається, що процес навантаження є простим і зовнішні сили з початку їх прикладання до шару Ω_k ($k = 1,2,\ldots, N$) змінюються таким чином, що в рівняннях (1)-(11) є можливим перехід до кінцевих значень шуканих величин. Використовуються фізичні рівняння теорії малих пружнопластичних деформацій. Узагальнене формулювання задачі в цьому випадку має вигляд квазіваріаційної нерівності

$$\sum_{k=1}^{N}\Bigg\{\int_{\Omega_k}\Big[W_k(\bar{x},\ \xi_{ij}) - W_k(\bar{y},\ \varepsilon_{ij})\Big]d\Omega_k -$$

$$-\int_{\Omega_k} F_i^{(k)}(v_i - u_i)\,d\Omega_k - \int_{S_k^P} P_i^{(k)}(v_i - u_i)\,dS +$$

$$+\sum_m \int_{S_{km}} f^{(km)} \left|\sigma_\nu\right| \left(\left|\bar{v}_\tau^{(km)}\right| - \left|\bar{u}_\tau^{(km)}\right|\right) dS \Bigg\} \geq 0, \qquad (15)$$

$\bar{v}(\bar{x}) \in V.$

Із застосуванням методу змінних параметрів пружності задача зводиться до розв'язання послідовності квазіваріаційних нерівностей типу (15). Функція щільності енергії деформацій на n-му кроці визначається виразом (14) за результатами попередньої (n-1) ітерації.

Квазіваріаційній нерівності (15) не можна поставити у відповідність еквівалентну екстремальну задачу. Тому методика чисельного розв'язування доповнюється ітераційним процесом, на кожному кроці якого величини нормальних напружень $\sigma_\nu(\bar{x})$ на поверхні контакту визначаються за результатами попереднього наближення. Таким чином, на l-му кроці одержуємо варіаційну задачу

$$\mathfrak{I}_n^{(l)}(\bar{v}) \longrightarrow inf; \quad \bar{v} \in V, \qquad (16)$$

де функціонал має вигляд

$$\mathfrak{I}_n^{(l)}(\bar{v}) = \sum_{k=1}^{N} \Bigg\{ \int_{\Omega_k} W_k^{(n)}(\bar{x}, \xi_{ij}) d\Omega_k - \int_{\Omega_k} P_i^{(k)} v_i d\Omega_k -$$

$$- \int_{S_k^P} P_i^{(k)} v_i \, dS_k + \sum_m \int_{S_{km}} f^{(km)} \left|\sigma_\nu^{(l-1)}\right| \left|\bar{v}_\tau^{(km)}\right| dS \Bigg\} . \qquad (17)$$

Дискретизація варіаційної задачі (16) здійснюється методом кінцевих елементів з лінійною апроксимацією поля переміщень. Доведено, що виникаюча задача нелінійного програмування є задачею мінімізації опуклої, неперервно-диференційної функції вузлових переміщень. Для її розв'язання застосовується алгоритм блочної верхньої релаксації. Таким чином, методика розв'язання задачі з урахуванням сил тертя включає в себе три вкладених ітераційних процеси: змінних параметрів пружності, визначення контактних напружень та блочної релаксації.

Аналіз впливу тертя на процес пружнопластичного деформування виконується на прикладі двох задач. Розглянуто задачу визначення напружено-деформованого стану замка анкерного кріплення, робочою частиною якого є циліндр. Він знаходиться між двома абсолютно жорсткими циліндричними поверхнями. З торців циліндр обтискується абсолютно жорсткими плоскими штампами. Контакт циліндра по зовнішній боковій поверхні передбачається шорстким. На торцях і внутрішній боковій поверхні циліндра сили тертя відсутні. На всіх контактних поверхнях враховується можливість відставання.

Збільшення коефіцієнта тертя приводить до якісної зміни напруженого стану циліндра. Коефіцієнт тертя чинить великий вплив на величину ділянки зчеплення на зовнішній боковій поверхні. При зростанні коефіцієнту тертя від 0,1 до 0,5 відношення величини зони зчеплення до висоти циліндра змінюється від 0,28 до 0,90. При оцінці несучої здатності замка анкерного кріплення способи навантаження і врахування сил тертя мають рішуче значення. Чисельні результати показують, що різниця в способах навантаження торців при однаковій величині обжимання приводить до якісної зміни розподілення дотичних напружень.

В кінці розділу досліджується осьосиметрична задача для пружнопластичного двошарового циліндра з урахуванням сил тертя між шарами. До верхнього торця і частини бокової поверхні циліндра прикладене рівномірно розподілене навантаження. На внутрішній боковій поверхні навантаження змінюється по лінійному закону. Осьові переміщення нижнього торця циліндра дорівнюють нулю. Розглянуті циліндри зі зчепленими, гладкими та шорсткими шарами для двох значень коефіцієнтів тертя.

Зміна коефіцієнта тертя істотно впливає на розмір зони пластичних деформацій. Зі зростанням коефіцієнту тертя зона пластичних деформацій у внутрішньому шарі збільшується, а в зовнішньому - зменшується. Виявлено, що розподілення нормальних контактних напружень мало залежить від значення коефіцієнту тертя. Однак, характер розподілення дотичних напружень, розміри ділянок зчеплення та сковзання в значній мірі визначаються величиною коефіцієнту тертя.

У четвертому розділі викладається методика розрахунку термонапруженого стану футерованих елементів конструкцій доменного комплексу. Використана постановка і алгоритм розв'язання задачі визначення напружено-деформованого стану, які описані в другому розділі. Це дозволило врахувати основні фактори, які впливають на роботу конструкції доменної печі: нерівномірність температурного поля, залежність фізико-механічних властивостей матеріалів від температури, нелінійність механічних характеристик, можливість появи пластичних деформацій. Розглянутий комплекс програм дозволяє розв'язувати задачі розрахунку напружено-деформованого стану поду і шахти доменної печі, повітронагрівників, прямолінійних дільниць повітропроводу.

За допомогою даного комплексу програм виконані дослідження термонапруженого стану реальних конструкцій. Для прикладу приведені результати розрахунків напруженого стану шахти доменної печі N 7 металургійного комбінату Криворіжсталь і шахти доменної печі N 2 Донецького металургійного заводу. Чисельне дослідження різних варіантів дозволило вибрати проектні розміри шарів, які забезпечують надійну експлуатацію конструкцій.

<u>У висновках</u> сформульовані основні наукові та практичні результати дисертації, які полягають у наступному:

- вперше отримано узагальнене формулювання в приростах переміщень контактних задач для непружних тіл з урахуванням сил тертя та можливого відставання шарів;
- запропоновано і обгрунтовано метод чисельного розв'язування контактних задач для пружнопластичних шарових тіл з гладкими шарами в рамках деформаційної теорії пластичности;
- отримані нові розв'язки контактних задач для багатошарових циліндрів з гладкими шарами і досліджено вплив відставання і проковзування шарів, їх механічних властивостей на напружено-деформований стан;
- запропоновано і обгрунтовано метод чисельного розв'язування контактних задач для пружнопластичних шарових тіл з урахуванням сил тертя і можливого відставання шарів;
- отримані нові розв'язки контактних задач для непружних шарових тіл обертання з урахуванням сил тертя, досліджено вплив сил тертя на напружено-деформований стан;
- розроблена та передана для користування в НВО "Чорметмеханізація" методика розрахунку термонапруженого стану футерованих елементів конструкцій доменного комплексу з урахуванням основних факторів, які впливають на їх напружено-деформований стан, зроблено ряд розрахунків напруженого стану реальних конструкцій.

У додатку описані можливості комплексу програм розв'язку осьосиметричних контактних задач для багатошарових тіл обертання.

Наведена довідка про використання в НВО"Чорметмеханізація" методики і комплексу програм розрахунку термонапруженого стану елементів конструкцій доменного комплексу.

Основні результати дисертації опубліковані в роботах:

1. Кузьменко В.И., Чернецкий С.А. К решению задач нелинейного программирования, возникающих при численном исследовании контактного взаимодействия деформируемых тел// Устойчивость и прочность элементов конструкций. Днепропетровск: ДГУ, 1980. - С. 10-17.

2. Чернецкий С.А., Фень Г.А. Вариационная формулировка задачи для неоднородных сред // Устойчивость и прочность элементов конструкций. - Днепропетровск: ДГУ, 1980. - С. 25-30.

3. Фень Г.А., Чернецкий С.А. Термоупругопластическая задача для многослойных тел вращения // Неупругое поведение пластин и оболочек. - Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1981.- С. 55-57.

4. Чернецкий С.А. Вариационные принципы и математические методы решения граничных задач для кусочно-неоднородных нелинейных сред// Механика неоднородных структур:Тез.докл. I Всесоюзн. конф. - Киев: Наук. думка, 1983. С. 232.

5. Чернецкий С.А., Фень Г.А., Носенко В.И. Анализ напряженно-деформированного состояния элементов конструкций доменного комплекса// Способы повышения долговечности и надежности термонапряженного металлургического и горнометаллургического оборудования: Тез. докл. - Челябинск, 1983. С. 26.

6. Чернецкий С.А. О вариационном подходе к решению осесимметричных термоупругопластических задач для слоистых тел // Пути повышения надежности и ресурса систем машин : Тез. докл. Уральской зональной конф. - Свердловск, 1983. С. 75.

7. Фень Г.А., Холод Е.Г., Чернецкий С.А. Исследование термонапряженного состояния футеровочных элементов доменного комплекса/Деп. в институте Черметинформация 27.05.88, N 4479.

8. Чернецкий С.А., Швайко Н.Ю. Вариационные принципы и математические методы решения граничных задач для кусочно-однородных нелинейных сред// Мат. методы и физ.-мех. поля. 1988.- Вып. 27. - С. 64-67.

9. Гашко А.Л., Кузяев И.М., Начовный И.И., Чернецкий С.А.

ЛНБ ім. В. Стефаника
АН України

Ав 29.230

К разработке методики расчета уплотнительных устройств из полимерных материалов//Создание компрессорных ... обеспечивающих интенсивное развитие отраслей топливно-энергетического комплекса: Тез. докл. Всесоюзн. конф. ЦИНТИ химнефтемаш, 1989. С. 27-28.

10. Чернецкий С.А. Смешанные граничные задачи для многослойных цилиндров при одностороннем контакте слоев// Смешанные задачи механики деформируемого тела: Тез. докл. IV Всесоюзн. конф. - Ч.II. - Одесса, 1989. С. 130.

11. Чернецкий С.А. Вариационная постановка термоупругопластических задач для слоистых тел при наличии трения// Вопросы прочности и пластичности Днепропетровск: ДГУ, 1989.- С. 43-49.

12. Чернецкий С.А. Анализ напряженно-деформированного состояния упругопластических многослойных цилиндров// Прочность, жесткость и технологичность изделий из композиционных материалов: Тез. докл. III Всесоюзн. конф. Запорожье, 1989. - С. 214.

13. Чернецкий С.А. О влиянии условий контакта слоев на напряженно-деформированное состояние многослойного цилиндра // Устойчивость и прочность элементов конструкций. Днепропетровск: ДГУ, 1990. С. 26-31.

14. Чернецкий С.А. Численное решение термоупругопластических задач для многослойных тел с учетом сил трения// Механика неоднородных структур: Тез. докл. III Всесоюзн. конф. - Ч. II.- Львов, 1991. - С. 352.

15. Чернецкий С.А. Упругопластическая задача для двухслойного цилиндра с учетом сил трения между слоями// Вопросы механики деформирования и разрушения твердых тел. Днепропетровск: ДГУ, 1992. - С. 33-38.

16. Чернецкий С.А. Численное решение упругопластических контактных задач для многослойных тел при одностороннем контакте слоев// Теорія наближення та задачі обчислювальної математики: Тези міжнародн. конф. - Дніпропетровськ: ДДУ, 1993.- С. 203.

17. Чернецкий С.А. Анализ напряженно-деформированного состояния замка анкерного крепления // Вопросы прочности и пластичности. - Днепропетровск: ДГУ, 1993. - С. 76-86.

тип. ДГУ зак. 31 тир. 100