КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ім. ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

На правах рукопису

МИНБАЄВА Гульшат Узакбаївна

ГРАНИЧНА ПОВЕДІНКА НЕСТІЙКИХ РОЗВ'ЯЗКІВ СТОХАСТИЧНИХ ДИФЕРЕНЦІЙНИХ РІВНЯНЬ З ВІДБИТТЯМ

01.01.05 – теорія ймовірностей та математична статистика

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
дисертації на здобуття вченого ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ – 1994

Робота виконана на кафедрі теорії ймовірностей та математичної статистики механіко-математичного факультету Київського університету ім. Тараса Шевченка.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор Г.Л.КУЛІНІЧ.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор М.І.ПОРТЕНКО; кандидат фізико-математичних наук, доцент В.Г.БАБЧУК.

Провідна организація: Інститут прикладної математики та механики АН України, м. Донецьк.

Захист відбудеться "28" березня 1994 р. о 14 годині на засіданні Спеціалізованої ради К 01.01.14 при Київському університеті ім. Тараса Шевченка за адресою: 252127, м. Київ, пр. акад. Глушкова, 6, механіко-математичний факультет, ауд. 42.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Київського університету.

Автореферат розісланий "25" лютого 1994 р.

Вчений секретар
Спеціалізованої ради О.О. Курченко

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Дифузійні процеси відіграють основну роль в теорії марківських процесів. Це зумовлюється тим, що до вивчення дифузійних і близьких до них процесів зводяться досить широкі класи неперервних марківських процесів, і що саме дифузійні процеси є в'язуючою ланкою між теорією випадкових процесів і теорією диференційних рівнянь в частинних похідних еліптичного та параболичного типів.

Дифузійні процеси з межами були предметом численних досліджень В.Феллера, А.Д.Вентцеля, К.Іто, А.В.Скорохода. В.Феллер аналітичними методами відшукав усі однорідні за часом дифузійні процеси на відрізці, які мають неперервні траєкторії, а також вказав на деякі процеси, які мають розрив лише на межі відрізку. Найрізноманітніші дифузійні процеси, які мають розриви лише на межі відрізку, також аналітичними методами були описані А.Д.Вентцелем. А.В.Скороход розвинув ймовірнісний метод побудови траєкторій дифузійних процесів з межами як розв'язків стохастичних диференційних рівнянь.

В останній час завдяки роботам багатьох авторів з'явилась можливість як аналітичним методом, так і методом стохастичних рівнянь вивчати дифузійні процеси з межами при надто широких припущеннях про їх локальні характеристики та успішно їх застосувати в теорії випадкових процесів, задачах математичної фізики, при вивченні керованих систем, які знаходяться під впливом випадкових збурень.

Мета роботи. Дослідження асимптотичної поведінки нестійких дифузійних процесів на додатній напівпрямій з миттєвим відбиттям на межі $x = 0$, спираючись на методи та результати, які отримані в численних роботах Г.Л.Кулініча в теорії стохастичних дифузійних рівнянь.

Наукова новизна та практичне цінність. В дисертації отримані такі результати:

- досліджена гранична поведінка функціоналів інтегрального типу від процесів з миттєвим відбиттям на межі;

- отримано розподіл локального часу процесу броунівського руху у двошаровому середовищі;

- досліджено питання про швидкість збіжності нестійких розв'язків стохастичних диференційних рівнянь;

- для розв'язку задачі Коші на напівпрямій параболічних рівнянь в частинних похідних другого порядку з відбиттєвими граничними умовами знайдені достатні умови G-збіжності до узагальненого розв'язку;

- для розв'язку задачі Коші на всій осі параболічних рівнянь в частинних похідних другого порядку знайдені необхідні та достатні умови G-збіжності до узагальненого розв'язку;

- для розв'язку задачі Коші деяких класів параболічних рівнянь знайдені достатні умови поточкової збіжності до розв'язку рівнянь з сингулярними коефіцієнтами.

Апробація роботи. Основні результати дисертаційної роботи були викладені й обговорені

- на семінарі з теорії ймовірностей та математичної статистики при Київському університеті (керівник - доктор фізико-математичних наук, професор Ядренко М.И.);

- на IV-ому Всесоюзному школі-семінарі "Статистический и дискретний анализ данних и экспертное оценивание", м. Одеса, 2-7 вересня 1991 р.;

- на VI-ій Міжнародній конференції з теорії ймовірностей та математичної статистики, м. Вільнюс, 28 червня - 3 липня 1993 р.;

- на III-й Донецькій Міжнародній конференції "Вероятностные модели процессов в управлении и надежности", м. Маріуполь, 6-II вересня 1993 р.

Публікації. По темі дисертації опубліковано шість робот, список яких наведено в кінці автореферата.

Структура і об'ем роботи. Дисертація складається з вступу, двох розділів і списку літератури, який вміщує 48 найменувань.

Автор виражає вдячність своєму науковому керівнику за постійну увагу до цієї роботи.

КОРОТКИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обгрунтовується актуальність теми, дається короткий огляд сучасного стану проблем, які розглядаються в дисертації, наводиться анотація основних результатів.

В першому розділі дисертації доводиться граничні теореми для нестійких розв'язків стохастичних диференційних рівнянь.

В § I.I розглядається процес $\xi(t)$, який задано на додатній напівпрямій з миттевим відбиттям на межі $x=0$, який задовольняє всередині цього інтервалу стохастичному диференційному рівнянню К.Іто

$$d\,\xi(t) = a(\xi(t))\,dt + \sigma(\xi(t))\,d\,w(t)\,, \quad t \geq 0\,, \qquad (1)$$

де $a(x)$, $\sigma(x)$, $x > 0$, неперервні функції, які задовольняють умову Ліпшіца

$$|\,a(x) - a(y)\,| + |\,\sigma(x) - \sigma(y)\,| \leq k\,|x - y|$$

при $x > 0$, $y > 0$, $\sigma(x) > 0$, $a(+0) = 0$, $\xi(0)$ – випадкова величина, яка не залежить від вінерівського процесу $w(t)$ лебегова міра множини тих t, для яких $\xi(t) = 0$, дорівнює нулю.

Для двох класів рівнянь, для яких :

$$K_1: \quad \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{\int\limits_0^x \left[f'(v)\,\sigma^2(v) \right]^{-1} dv} = c > 0,$$

$$0 < f'(x)\,\sigma(x) \leq C,$$

де $$f(x) = \int\limits_0^x \exp\left\{ -2 \int\limits_0^u \frac{a(v)}{\sigma^2(v)}\, dv \right\} du, \qquad (2)$$

$$K_2: \quad \lim_{x\to+\infty} x\,a(x) = a_0, \quad \lim_{x\to+\infty} \sigma(x) = \sigma_0, \quad 2a_0 + \sigma_0^2 > 0$$

досліджується гранична поведінка функціоналів типу $\int\limits_0^t g(\xi(s))\,ds$ при $t \to \infty$, де $g(x)$ – борелівська функція. Основні результати складаються з наступних теорем :

Теорема I.I.I. Нехай $\xi(t)$ – розв'язок рівняння (I) в класу K_1. Якщо функція $g(x)$, $x \geq 0$, при деякому $\alpha \geq 0$ задовольняє умову

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\int\limits_0^x \left[f'(v)\,\sigma^2(v) \right]^{-1} g(v)\,dv}{\left[f(x) \right]^{\alpha}} = \beta,$$

то процес $T^{-(\alpha+1)/2} \int\limits_0^{tT} g(\xi(s))\,ds$ слабко збігається при $T \to \infty$ до процесу

$$\gamma\beta\sigma^{(\alpha+1)/2}\left[\frac{1}{\alpha+1}\,|\,w_1(t)\,|^{\alpha+1}-\int_0^t |\,w_1(s)\,|^{\alpha}\,\mathrm{sign}\,w_1(s)\,dw_1(s)\right],$$

де $w_1(t)$ – деякий вінерівський процес.

Наслідок I.I.I. В умовах теореми I.I.I при $\alpha = 0$ випадковий процес $T^{-1/2}\int_0^{tT} g(\xi(s))\,ds$ слабко збігається до процесу $4\beta\sqrt{\sigma}\;\tau_t$ із щільністю $\rho(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi t}}\exp\left\{-\frac{x^2}{4\beta^2\sigma t}\right\}$ при $x > 0$ і $\rho(x) = 0$ при $x \leqslant 0$, де

$$\tau_t = \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \chi_{[0;\varepsilon)}(w_1(s))\,ds$$

локальний час вінерівського процесу, $\chi_A(\cdot)$ – індикатор множини A.

Теорема I.I.2. Нехай $\xi(t)$ – розв'язок рівняння (I) із класу K_2. Якщо функція $g(x)$, $x \geqslant 0$, при деякому $\alpha \geqslant 0$ задовольняє умову

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f'(x)\int_0^x\left[f'(v)\,\sigma^2(v)\right]^{-1} g(v)\,dv}{x^{\alpha}} = \beta,$$

де $f(x)$ визначається співвідношенням (2), то випадковий процес $T^{-(\alpha+1)/2}\int_0^{tT} g(\xi(s))\,ds$ слабко збігається при $T\to\infty$

до процесу

$$2\beta\left[\frac{1}{\alpha+1} r^{\alpha+1}(t) - \sigma_0 \int_0^t r^{\alpha}(s)\, dw(s)\right],$$

де процес $r(t)$ задовольняє рівняння

$$r^2(t) = (2a_0 + \sigma_0^2)\, t + 2\sigma_0 \int_0^t r(s)\, dw(s),$$

а $w(t)$ - деякий вінерівський процес.

Наслідок I.I.2. В умовах теореми I.I.2 при $\alpha = 1$ випадковий процес $T^{-1/2}\int_0^{tT} g(\xi(s))\, ds$ слабко збігаєься до процесу

$\beta(2a_0 + \sigma_0^2)\, t$.

В § I.2 розглядається розв'язок $\xi(t)$ стохастичного диференційного рівняння К.Іто на всій прямій

$$d\xi(t) = a(\xi(t))\, dt + \sigma(\xi(t))\, dw(t), \qquad (3)$$

де $a(x)$, $\sigma(x)$ задовольняють умовам існування та єдиності розв'язку, $\sigma(x) > 0$, $0 < \delta \leqslant f'(x)\,\sigma(x) \leqslant C$, де функція $f(x)$ визначається співвідношенням (2).
І досліджується швидкість збіжності процесу $\dfrac{\xi(tT)}{\sqrt{T}}$ при $T \to \infty$.

Теорема I.2.I. Нехай $\xi(t)$ задовольняє рівнянню (3). Якщо:

1. $\dfrac{\Phi_1(|f(x)|)}{|x|} \longrightarrow 0$ при $|x| \to \infty$,

2. $$\left| \frac{1}{\Phi_1(|f(x)|)} \int_0^x \frac{[f'(v)\,\sigma(v) - \sigma_o]^2}{\sigma(v)}\,dv - \bar{b}(x) \right| \longrightarrow 0$$

при $|x| \to \infty$.

3. $$\frac{1}{\Phi_2(|f(x)|)} \left| \int_0^x \frac{f'(v)\,\sigma(v) - \sigma_o}{\sigma(v)}\,dv \right| \leqslant C_1 ,$$

4. $$\frac{1}{\Phi_2(|f(x)|)} \left| \int_0^x \left(\frac{1}{\sigma(v)} - \sigma \right) dv \right| \leqslant C_2 ,$$

де $\Phi_1(z)$ і $\Phi_2(z)$ функції, які регулярно змінюються на нескінченності й такі, що

$$\frac{\Phi_2(\sqrt{T})}{\sqrt{\phi_1(\sqrt{T})\,\sqrt{T}}} \longrightarrow 0 \quad \text{при} \quad T \to \infty ,$$

$\bar{b}(x) = b_1$ при $x > 0$ і $\bar{b}(x) = b_2$ при $x < 0$, тоді процес $\frac{\xi(tT)}{\sqrt{T}}$ слабко збігається до процесу $\frac{1}{\sigma}\,w(t)$, а процес

$$B(T) \left[\frac{\xi(tT)}{\sqrt{T}} - \sigma \frac{w(tT)}{\sqrt{T}} \right] \quad \text{з} \quad B(T) = \frac{\sqrt{T}}{\sqrt{\phi_1(\sqrt{T})}}$$

слабко збігається при $T \to \infty$ до процесу $\frac{1}{\sigma_o\,\sigma}\,\xi(\beta(t))^{1/2}$, де

$$\beta(t) = 2\,\sigma_o \left[w_1(t)\,\bar{b}(w_1(t)) - \int_0^t \bar{b}(w_1(s))\,dw_1(s) \right] .$$

$w_1(t)$ – деякий вінерівський процес , ξ – нормальна випадкова величина з параметрами $(0,1)$, яка не залежіть від $w_1(t)$.

В § І.3 для локального часу

$$\tau(t,0) = \lim_{\varepsilon\to 0} \frac{1}{2\varepsilon} \int_0^t \chi_{(-\varepsilon,\varepsilon)}(\eta(s))\, ds$$

процесу броунівського руху у двошаровому середовищі

$$\eta(t) = \int_0^t \sigma(\eta(s))\, dw(s) ,$$

де $$\sigma(x) = \begin{cases} \sigma_1 , & x > 0 , \\ \sigma_2 , & x < 0 , \end{cases}$$

$w(t)$ – вінерівський процес, знайдено явний вираз розподілу

$$P\left\{ \tau(t,0) = 0 \,/\, \eta(0) = x \right\} = \sqrt{\frac{2}{\pi t}} \int_0^{|x|/\sigma(x)} \exp\left\{ -u^2/2t \right\} du ,$$

$$\frac{\partial}{\partial y} P\left\{ \tau(t,0) < y \,/\, \eta(0) = x \right\} = \sqrt{\frac{2}{\pi t}}\ \sigma \exp\left\{ -\frac{\sigma^2}{2t} \left[y + \frac{|x|}{\sigma(x)\sigma} \right]^2 \right\},$$

де $$\sigma = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)\,\sigma_1\,\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} .$$

В другому розділі дисертації доводяться граничні теореми для розв'язків задачі Коші параболічних рівнянь в частинних похідних другого порядку у некласичному випадку.

Нехай $u_\varepsilon(t,x)$ задовольняє рівнянню

$$\frac{\partial u_\varepsilon(t,x)}{\partial t} + a_\varepsilon(x) \frac{\partial u_\varepsilon(t,x)}{\partial x} + \frac{1}{2} \sigma_\varepsilon^2(x) \frac{\partial^2 u_\varepsilon(t,x)}{\partial x^2} = 0 \qquad (4)$$

при майже всіх (t,x) в області $R_T = \{(t,x): 0\leq t<T,\ x\in(-\infty;+\infty)\}$ з граничною умовою $u_\varepsilon(T,x) = F_1(x)$, а $u_\varepsilon^+(t,x)$ задовольняє рівнянню (4) при майже всіх (t,x) в області $R_T^+ = \{(t,x): 0\leq t<T,\ x > 0\}$ з граничними умовами

$$u_\varepsilon^+(t,x) = F_2(x), \quad \left.\frac{\partial u_\varepsilon^+(t,x)}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \quad \text{при майже всіх } t, \text{ де}$$

$F_i(x)$ – неперервні фінітні функції з обмеженою першою похідною в області $(-\infty;+\infty)$ при $i=1$ і в області $[0;+\infty)$ при $i=2$, $a_\varepsilon(x)$ і $\sigma_\varepsilon(x)$ – вимірні дійсні функції, $|a_\varepsilon(x)| \leq C_\varepsilon$ при кожному $\varepsilon > 0$, $0 < \delta \leq \sigma_\varepsilon(x) \leq C$ рівномірно по ε.

Розглянемо класи рівнянь, для яких

$$K_1: \left| \int_0^x \frac{a_\varepsilon(v)}{\sigma_\varepsilon^2(v)}\, dv \right| \leq C;$$

$$K_2: a_\varepsilon(x) = \frac{1}{\varepsilon} a(x/\varepsilon), \quad \sigma_\varepsilon(x) = \sigma(x/\varepsilon), \quad |x\, a(x)| \leq c;$$

$$K_3: a_\varepsilon(x) = 0, \quad \sigma_\varepsilon(x) = \varepsilon^\alpha \sigma(x/\varepsilon), \quad \sigma(x) = C_0 x^\alpha + \beta(x),$$

$$0 \leq \alpha < \frac{1}{2}, \quad C_0 > 0, \quad \beta(x) = o(x^\alpha), \quad \beta'(x) = o(x^{\alpha-1})$$

при $x \to +\infty$.

В § 2.I дисертації вводяться означення:

Означення 2.I.I. Під узагальненим розв'язком задачі Коші рівняння

$$\frac{\partial u(t,x)}{\partial t} + \frac{1}{2} b(x) \frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2} = 0 \qquad (5)$$

майже скрізь в області R_T з граничною умовою $u(T,x) = F_1(\varphi(x))$, де $\varphi(x)$ - неперервна строго монотонна функція $\varphi(-\infty) = -\infty$, $\varphi(+\infty) = +\infty$, $b(x)$ - вимірна дійсна функція, $0 < \delta \leqslant b(x) \leqslant C$, будемо розуміти функцію $u(t, f(x))$, де $f(x)$ - функція, обернена до $\varphi(x)$, $u(t,x)$ - розв'язок задачі Коші (5) з класу $W_2^{1,2}(R_T)$.

Означення 2.I.2. Говоримо, що $u_\varepsilon(t,x)$ G-збігається в області R_T при $\varepsilon \to 0$ до $u(t,x)$, якщо для довільного компакту $D \subset (-\infty; +\infty)$ виконано

$$\lim_{\varepsilon\to 0} \sup_{\substack{t\in[0,t] \\ x\in D}} \left| u_\varepsilon(t,x) - u(t,x) \right| = 0$$

I досліджуються умови G-збіжності при $\varepsilon \to 0$ розв'язків $u_\varepsilon(t,x)$ і $u_\varepsilon^+(t,x)$ задачі Коші (4) для класу K_1 в області R_T і R_T^+ відповідно до узагальненого розв'язку.

Теорема 2.I.I. Нехай $u_\varepsilon(t,x)$ - розвязок задачі Коші рівняння (4) з класу K_1. Для того, щоб $u_\varepsilon(t,x)$ G-збігалася при $\varepsilon \to 0$ до узагальненого розв'язку $u(t,f(x))$ рівняння (5), необхідно і достатньо існування сімейства сталих $C_\varepsilon > 0$ таких, що

$$C_\varepsilon f_\varepsilon(x) \to f(x), \quad \frac{1}{C_\varepsilon} Q_\varepsilon(x/C_\varepsilon) \to \int_0^x \frac{dv}{b(v)}$$

для кожного $x \in (-\infty; +\infty)$ при $\varepsilon \to 0$, де

$$f_\varepsilon(x) = \int_0^x \exp\left\{ -2 \int_0^u \frac{a_\varepsilon(v)}{\sigma_\varepsilon^2(v)}\, dv \right\} du$$

$$Q_\varepsilon(x) = \int_0^x \left[f_\varepsilon' (\varphi_\varepsilon(v)) \; \sigma_\varepsilon(\varphi_\varepsilon(v)) \right]^{-2} dv ,$$

$\varphi_\varepsilon(x)$ - функції, обернені до $f_\varepsilon(x)$.

Наслідок 2.1.1. Нехай $a_\varepsilon(x) = \frac{1}{\varepsilon} a(x/\varepsilon)$, $\sigma_\varepsilon(x) = \sigma(x/\varepsilon)$, Необхідніми та достатніми умовами G-збіжності розв'язку $u_\varepsilon(t,x)$ задачі Коші (4) до розв'язку $u(t,x)$ задачі Коші

$$\frac{\partial u(t,x)}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma_0^2 \frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2} = 0 \; , \; u(T,x) = F_1(x) \qquad (6)$$

є збіжності

$$\frac{f(x)}{x} \to k \; , \qquad \frac{1}{x} \int_0^x \left[f'(v) \, \sigma^2(v) \right]^{-1} dv \to \frac{1}{k \, \sigma_0^2} \; ,$$

при $|x| \to \infty$, де k - деяка додатня стала, $f(x)$ - визначається співвідношенням (2).

Зауваження. У випадку , коли $\sigma_\varepsilon(x) = 1$, $a_\varepsilon(x) = \frac{1}{\varepsilon} a(x/\varepsilon)$, й існує інтеграл

$$\int_{-\infty}^{+\infty} a(x)\, dx = \lambda ,$$

то класичний випадок буде лише при $\lambda = 0$, і гранична функція $u(t,x)$ буде розв'язком задачі Коші (6) при $\sigma_0 = 1$.При $\lambda \neq 0$ буде некласичний випадок , і гранична функція $u(t,f(x))$ буде узагальненим розв'язком задачі Коші (5) при

$$f(x) = \begin{cases} e^{-2\lambda_1} x , & x>0 , \\ e^{-2\lambda_2} x , & x<0 , \end{cases} \qquad b(x) = \begin{cases} e^{-4\lambda_1} , & x>0 , \\ e^{-4\lambda_2} , & x<0 , \end{cases}$$

$$\lambda_1 = \int\limits_0^{+\infty} \alpha(v)\, dv \quad , \qquad \lambda_2 = \int\limits_0^{-\infty} \alpha(v)\, dv \quad .$$

Слідуючи Означенню 2.1.1. під узагальненим розв'язком задачі Коші (5) в області R_T^+ будемо розуміти функцію $u^+(t,f(x))$, де $u^+(t,x)$ з класу $W_2^{1,2}(R_T^+)$ задовольняє рівнянню (5) майже скрізь в R_T^+ з граничними умовами $u^+(T,x) = F_2(\varphi(x))$, де $\varphi(x)$ - неперервна строго монотонна функція $\varphi(0) = 0$, $\varphi(+\infty) = +\infty$,

$\left.\dfrac{\partial u^+(t,x)}{\partial x}\right|_{x=0} = 0$ при майже всіх t , $f(x)$ - функція, обернена до $\varphi(x)$.

Теорема 2.1.2. Нехай $u_\varepsilon^+(t,x)$ - розв'язок задачі Коші рівняння (4) з класу K_1 в області R_T^+ . Для того, щоб $u_\varepsilon^+(t,x)$ G-збігалася при $\varepsilon \to 0$ до узагальненого розв'язку $u^+(t,f(x))$ рівняння (5) в області R_T^+ достатньо існування сімейства сталих $C_\varepsilon > 0$ таких , що

$$C_\varepsilon f_\varepsilon(x) \to f(x) \ , \quad \frac{1}{C_\varepsilon} Q_\varepsilon(x/C_\varepsilon) \to \int\limits_0^x \frac{dv}{b(v)}$$

для кожного $x > 0$ при $\varepsilon \to 0$.

В § 2.2 для класу рівнянь K_1 досліджується швидкість збіжності розв'язку $u_\varepsilon(t,x)$ задачі Коші (4) до розв'язку задачі Коші (6).

Теорема 2.2.1. Нехай $u_\varepsilon(t,x)$ розв'язок задачі Коші рівняння (4) з класу K_1 , в якому

$$a_\varepsilon(x) = \frac{1}{\varepsilon}\, \alpha(x/\varepsilon) \quad , \quad \sigma_\varepsilon(x) = \sigma(x/\varepsilon)$$

і функції $\alpha(x)$ і $\sigma(x)$ такі , що існують скінченні інтеграли

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left| 1 - \exp\left\{ 2 \int\limits_{u}^{+\infty} \frac{a(v)}{\sigma^2(v)}\, dv \right\} \right| du = C_0 ;$$

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left| 1 - \exp\left\{ 2 \int\limits_{u}^{+\infty} \frac{a(v)}{\sigma^2(v)}\, dv \right\} \right|^2 \frac{du}{f'(u)} = C_1 ;$$

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left| 1 - \frac{\sigma_0}{\sigma(u)} \right|^2 \frac{du}{f'(u)} = C_2 ;$$

де $f(x)$ визначається співвідношенням (2). Тоді

$$\sup_{R_T} | u_\varepsilon(t,x) - u(t,x) | \leqslant \sqrt{\varepsilon}\, L \left[\sqrt{\varepsilon}\, C_0 + \sqrt[4]{T}\, \sqrt{2C_3}\, \times \right.$$

$$\left. \times \left[\sqrt{C_1} + \sqrt{C_2} \right] \right] , \qquad (7)$$

де $u(t,x)$ - розв'язок задачі Коші (6),

$$L = \sup_x | F_1'(x) | , \quad C_3 = \sup_x f'(x)\, \sigma(x) .$$

Зауваження. У випадку, коли $a(x) \geqslant 0$ нерівність (7) має місце при $C_1 = 0$.

В § 2.3 досліджується поточкова збіжность розв'язків $u_\varepsilon^+(t,x)$ задачі Коші (4) з класів K_2 і K_3 в області R_T^+ при $\varepsilon \to 0$ до розв'язку задачі Коші з сингулярними коефіцієнтами .

Теорема 2.3.I. Нехай $u_\varepsilon^+(t,x)$ - розв'язок рівняння (4) з класу K_2 в області R_T^+ і нехай

$$\lim_{x \to +\infty} x\, a(x) = a_0 , \quad \lim_{x \to +\infty} \sigma(x) = \sigma_0 , \quad 2a_0 + \sigma_0^2 > 0 .$$

Тоді при $\varepsilon \to 0$ $u_\varepsilon^+(t,x)$ поточково збігається до $u(t,x)$ – розв'язку задачі Коші

$$\frac{\partial u(t,x)}{\partial t} + \frac{a_0}{x}\frac{\partial u(t,x)}{\partial x} + \frac{\sigma_0^2}{2}\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2} = 0$$

в області R_T^+ с граничними умовами

$$\left.\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}\right|_{x=0} = 0\ , \quad u(T,x) = F_2(x)\ .$$

Теорема 2.3.2. Нехай $u_\varepsilon^+(t,x)$ – розв'язок задачі Коші (4) з класу K_3 в області R_T^+. Тоді $u_\varepsilon^+(t,x)$ поточково збігається при $\varepsilon \to 0$ до розв'язку задачі Коші

$$\frac{\partial u(t,x)}{\partial x} + \frac{C_0^{\alpha} x^{2\alpha}}{2}\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2} = 0$$

в області R_T^+ с граничними умовами

$$u(T,x) = F_2(x)\ , \quad \left.\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}\right|_{x=0} = 0$$

Основні результати дисертації опубліковані в наступних роботах:

I. Минбаева Г.У. Граничні теореми для функціоналів інтегрального типу від процесу з миттєвим відбиттям // Теорія ймовірностей та математична статистика.- 1992.-47.-с.99-104;

2. Мынбаева Г.У. О скорости сходимости неустойчивого решения стохастического дифференциального уравнения// Укр. мат. журн.-1994 р. - т. 46, № 7.;

3. Кулініч Г.Л., Минбаева Г.У. Про асимптотичну поведінку в некласичному випадку розв'язку задачі Коші для параболічних

рівнянь//Доповіді АН України.- 1994. ;

4. Kulinich G.L., Mynbayeva G.U. On the rate of convergence of the solutions of the stochastic differentional equations depended on parameter//Teses of sixth international Vilnius conference on probability theory and mathematical statistics "Abstracts of communications " .-1993.- part 1.- pp 215-216;

5. Mynbayeva G.U. On the distribution of Brownian Local time// Teses of Sixth international Vilnius conference on probability theory and mathematical statistics "Abstracts of communications ".- 1993.-part 2.- p. 53;

6. Кулинич Г.Л. ,Мынбаева Г.У. Об асимптотическом поведении распределений функционалов интегрального типа от процессов с мгновенным отражением// Материалы IV-ой Всесоюзной школы-семинара "Статистический и дискретный анализ данных и экспертное оценивание" Одесса.- 1991г.- с.82

Підписано до друку 31.01.94. Формат 60х84/16. Папір друкарський.
Друк офсетний. Ум.фарбовід.5. Ум.вид.арк. 0,93. Обл.-вид.арк.1,0
Тираж 100 прим. Замовлення № 24-1. Вид.№ 204/Ш.

Видавництво УТУЦА.
252058, м.Київ-58, проспект Космонавта Комарова, 1