АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

На правах рукопису

СВИСТУН Оксана Петрівна

СЕПАРАТРИСНІ МНОГОВИДИ ЛІНІЙНИХ ІМПУЛЬСНИХ СИСТЕМ

01.01.02 - диференціальні рівняння

А в т о р е ф е р а т

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико - математичних наук

К и ї в - 1994

Робота виконана у відділі звичайних диференціальних рівнянь Інституту математики АН України

Дисертацією є рукопис.

Науковий керівник - член - кореспондент АН України, доктор фізико - математичних наук САМОЙЛЕНКО А.М.

Офіційні опоненти - доктор фізико-математичних наук, професор ПЕРЕСТЮК М.О., кандидат фізико-математичних наук КОЛОМІЄЦЬ В.Г.

Провідна установа - Інститут механіки АН України.

Захист відбудеться "29" березня 1994 року на засіданні спеціалізованої ради Д 016.50.02 при Інституті математики АН України за адресою :

252601 , Київ - 4, вул. Терещенківська, 3 .

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Інституту.

Автореферат розісланий "25" лютого 1994 року

Вчений секретар спеціалізованої ради ЛУЧКА А.Ю.

Загальна характеристика роботи

Актуальність теми. В різних областях науки і техніки зустрічаються системи, динамічні коливальні процеси в яких описуються звичайними диференціальними рівняннями з імпульсною дією. При вивченні розв"язків таких імпульсних систем центральне місце займають проблеми існування, стійкості, гладкості та представлення інваріантних тороїдальних многовидів в n-вимірному евклідовому просторі, поведінка траєкторій в малому їх околі, дослідження сепаратрисних многовидів для випадку експоненціальної дихотомії тороїдального многовиду.

В найпростішому випадку (на площині) сепаратриси розглядались в роботах А.А.Андронова, А.Віта, М.М.Баутіна, Є.А.Леонтовича, найбільш повно досліджені сепаратрисні многовиди лінійного розширення динамічних систем на торі (К.Г.Валеєв, А.М.Самойленко, Ю.О.Митропольський, В.Л.Кулик, С.І.Трофимчук, В.А.Мальков, В.І.Ткаченко), для імпульсних систем диференціальних рівнянь питання про інтегральні множини, сепаратрисні многовиди та їх властивості досліджені в меншій мірі (А.М.Самойленко, М.О.Перестюк, О.В.Вишенська, С.І.Трофимчук).

Нами розглядаються сепаратрисні многовиди лінійних імпульсних систем з малим параметром ε.

Мета дисертаційної роботи - знаходження умов існування та гладкості сепаратрисних многовидів лінійного розширення динамічних імпульсних систем при малих значеннях параметра $\varepsilon > 0$. Розробити схему побудови таких многовидів.

Загальні методи вивчення. Методи, використані в дисертаційній роботі, базуються на розробленому А.М.Самойленком підході до дослідження розв"язків диференціальних рівнянь задопомогою чисельно - аналітичного методу послідовних наближень.

Наукова новизна. На захист виносяться наступні основні положення, які визначають наукову новизну результатів дисертаційної роботи :

- отримано умови існування сепаратрисних многовидів, які визначаються неперервними та розривними функціями, лінійного розширення динамічних імпульсних систем на торі з малим значенням параметру $\varepsilon > 0$;
- запропонована загальна схема побудови неперервних та розривних сепаратрисних многовидів ;
- одержано умови гладкості описаних сепаратрисних многовидів за змінними $\vartheta = (\vartheta_1, \dots, \vartheta_m) \in \mathcal{T}_m$;
- запропонована схема відшукання оптимальної траєкторії системи диференціальних рівнянь за рахунок імпульсного керування.

Теоретична та практична цінність. Робота носить теоретичний характер, узагальнює і поглиблює раніш відомі результати з дослідження інтегральних множин та сепаратрисних многовидів імпульсних систем, з теорії оптимального керування такими системами.

Практична цінність обумовлена тим, що питання існування і побудови сепаратрисних многовидів лінійного розширення динамічних імпульсних систем на торі займають важливе місце в теорії збурень інваріантних торів систем нелінійної механіки; розроблена методика побудови сепаратрисних многовидів може бути перенесена на системи більш загального вигляду, ніж розглянута; широким застосуванням теорії інваріантних множин імпульсних систем в різноманітних за фізичною природою та функціональним призначенням технічних задачах; а також конструктивністю запропонованих в роботі алгоритмів побудови сепаратрисних многовидів.

Апробація роботи. Основні результати дисертаційної роботи доповідались на семінарі відділу звичайних диференціальних рівнянь Інституту математики АН України / керівник семінару чл.-кор. АН України А.М.Самойленко /, на школах-семінарах : " Розривні динамічні системи "/ 17-20 вересня 1991 року, Ужгородський державний університет /, "Нелінійні задачі математичної фізики та їх застосування" / 5-12 жовтня 1992 року, Крим, Кацівелі /, "Диференціальні рівняння та їх застосування / 1-10 червня, Інститут математики АН України, Університет Сан-Хосе /США/, Сімферопольський державний університет, м.Судак, Крим /.

Публікації. Результати дисертації опубліковані в роботах [1-5].

Структура роботи. Дисертація складається зі вступу, трьох розділів, додатку, висновку та списку літератури, який містить 102 найменувань. Загальний обсяг роботи 112 сторінок.

ЗМІСТ РОБОТИ.

У вступі обгрунтовано актуальність вибраного напрямку дослідження, наведено короткий аналіз основних робіт по темі дисертації та анотація отриманих результатів.

В першому розділі розглядається лінійна імпульсна система 2 -го порядку виду:

$$\frac{d\vartheta}{dt} = a(\tau, \vartheta), \quad \frac{d\tau}{dt} = 1, \qquad /1/$$

$$\frac{dx}{dt} = p_1 x + \varepsilon p_{12}(\tau, \vartheta) y, \quad \frac{dy}{dt} = \varepsilon p_{21}(\tau, \vartheta) x + p_2 y, \ \tau \neq 2\pi\nu, \qquad /2/$$

$$\Delta x\Big|_{\tau=2\pi\nu} = I_1(\vartheta) x + \varepsilon I_{12}(\vartheta) y, \ \Delta y\Big|_{\tau=2\pi\nu} = \varepsilon I_{21}(\vartheta) x + I_2(\vartheta) y, \qquad /3/$$

$$\nu = \pm 1, \pm 2, \dots,$$

де $x, y \in \mathcal{D}$, $\mathcal{D}$ - обмежена область евклідового простору E_1, ε - малий додатний параметр, $\vartheta = (\vartheta_1, \dots, \vartheta_m) \in \mathcal{T}_m$, $\mathcal{T}_m$ -

m - вимірний тор, $t \in R$ і права частина системи /I/-/3/ задовольняє такі умови:

I°. Вектор-функція $a(\tau, \vartheta)$ - неперервна, періодична за змінними $\tau, \vartheta_1, \dots, \vartheta_m$ з періодом 2π і задовольняє умови Ліпшиця за змінними $\vartheta = (\vartheta_1, \dots, \vartheta_m)$.

2°. Функції $p_{12}(\tau, \vartheta), p_{21}(\tau, \vartheta)$ - неперервні та 2π - періодичні за всіма своїми змінними.

3°. p_1, p_2 - скаляри, причому $p_2 - p_1 < 0$.

Функції $I_i(\vartheta), I_{ij}(\vartheta), i \neq j, i,j = 1,2,$ - незадані.

ТЕОРЕМА 1.1. Нехай система /1/-/3/ задовольняє умови 1° - 3°, а також умову

$$p_1 + \frac{1}{2\pi} \ln \left(1 + I_1(\vartheta) \right) > 0 , \quad \vartheta \in \mathcal{T}_m. \qquad /4/$$

Тоді існує досить мале $\varepsilon_0 > 0$, що для довільних ε, $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_0$, і для кожного розв"язку системи /I/ можна вказати такі функції $I_i = I_i(\vartheta)$, $I_{ij} = I_{ij}(\vartheta)$, $i \neq j$, $i,j = 1,2$, періодичні за змінними $\vartheta_1, \dots, \vartheta_m$ з періодом 2π, та таку функцію $u(\tau, \vartheta, \varepsilon)$ -

неперервну за всіма своїми змінними ;

2π - періодичну за змінними τ, $\vartheta_1, \dots, \vartheta_m$;

$u(\tau, \vartheta, \varepsilon) \to 0$, $\varepsilon \to 0$ рівномірно по $\tau \in \mathcal{T}_1$, $\vartheta \in \mathcal{T}_m$

що задана система має сім"ю сепаратрисних кривих Γ_- :

$$y = u(\tau, \vartheta, \varepsilon)\, x . \qquad /5/$$

На кривих Γ_- система /1/-/3/ приводиться до системи

$$\frac{dx}{dt} = \left(p_1 + \varepsilon p_{12}(\tau+t; \vartheta_t(\tau,\vartheta))\, u(\tau+t; \vartheta_t(\tau,\vartheta), \varepsilon)\right) x ,$$
$$\Delta x \Big|_{t = 2\pi\nu - \tau} = \left(I_1(\vartheta_\nu) + \varepsilon I_{12}(\vartheta_\nu)\, u(0; \vartheta_\nu; \varepsilon)\right) x, \quad \nu = \pm 1; \pm 2; \dots, \qquad /6/$$

де $\vartheta = \vartheta_t(\tau, \vartheta)$, $\tau_t(\tau) = \tau + t$ - розв"язок системи /I/, $\vartheta_\nu = \vartheta_{2\pi\nu - \tau}(\tau, \vartheta)$.

ТЕОРЕМА 1.3. Нехай система /1/-/3/ задовольняє умови 1°-2° та

$$p_1+\frac{1}{2\pi}\ln(1+I_1(\vartheta))>0\ , \quad p_2+\frac{1}{2\pi}\ln(1+I_2(\vartheta))<0\ , \vartheta\in\mathcal{T}_m.$$

Тоді

існує досить мале $\varepsilon_0>0$, що для всіх ε, $0\le\varepsilon\le\varepsilon_0$,

і для кожного розв"язку системи /1/ можна вказати такі функції

$$I_i=I_i(\vartheta),\quad I_{ij}=I_{ij}(\vartheta),\quad i\ne j,\ i,j=1,2\ ,$$

2π - періодичні за змінними $\vartheta_1,\dots,\vartheta_m$, і такі функції

$$u(\tau,\vartheta,\varepsilon)\ ,\quad v(\tau,\vartheta,\varepsilon),\ -$$

неперервні за всіма своїми змінними ;

періодичні за кожною із своїх змінних τ, $\vartheta_1,\dots,\vartheta_m$ з періодом 2π ;

$u(\tau,\vartheta,\varepsilon)\to0$, $v(\tau,\vartheta,\varepsilon)\to0$, $\varepsilon\to0$ рівномірно по $\tau\in\mathcal{T}_1$, $\vartheta\in\mathcal{T}_m$,

що задана система /1/-/3/ має дві сім"ї сепаратрисних кривих

$$\Gamma_-\ :\quad y=u(\tau,\vartheta,\varepsilon)\,x$$

та

$$\Gamma_+\ :\quad x=v(\tau,\vartheta,\varepsilon)\,y\ . \qquad /7/$$

На кривих Γ_- наша система набуває вигляду /6/, а на сепаратрисних кривих Γ_+ приводиться до системи

$$\frac{dy}{dt}=\left(\varepsilon p_{21}(\tau+t;\vartheta_t(\tau,\vartheta))\,v(\tau+t;\vartheta_t(\tau,\vartheta),\varepsilon)+p_2\right)y,$$

$$\Delta y\Big|_{t=2\pi\nu-\tau}=\left(\varepsilon I_{21}(\vartheta_\nu)\,v(0;\vartheta_\nu,\varepsilon)+I_2(\vartheta_\nu)\right)y,\quad \nu=\pm1,\pm2,\dots\ . \qquad /8/$$

Тут також розглядається задача існування розривних сепаратрисних кривих. В цьому випадку припускається, що крім умов 1°-3° мають місце такі умови:

4°. Функції $I_i(\vartheta), I_{ij}(\vartheta), i\ne j, i,j=1,2,$ - неперервні, 2π - періодичні за змінними $\vartheta_1,\dots,\vartheta_m$;

для кожного $\vartheta\in\mathcal{T}_m$ $I_1(\vartheta)=I_2(\vartheta)$,

$$\max_{\vartheta\in\mathcal{T}_m}\left(|I_{12}(\vartheta)|,\ |I_{21}(\vartheta)|\right)\le N,$$

для всіх $\vartheta\in\mathcal{T}_m$. $\quad \alpha<|1+I_1(\vartheta)|<\beta$,

α,β - додатні постійні.

5°.

$$M=\max_{\tau\in\mathcal{T}_1,\vartheta\in\mathcal{T}_m}\left\{|p_{12}(\tau,\vartheta)|,|p_{21}(\tau,\vartheta)|\right\},$$

$$p_1+\frac{1}{2\pi}\ln(1+I_1(\vartheta))>0\ ,\ \vartheta\in\mathcal{T}_m,$$

$$\lambda:=p_2-p_1<0.$$

Покладаємо

$$I_0(\vartheta;u)=\frac{I_{21}(\vartheta)-I_{12}(\vartheta)u^2}{1+I_1(\vartheta)+\varepsilon I_{12}(\vartheta)u}\ .$$

На відміну від попередніх тверджень в наступному функції $I_i(\vartheta), I_{ij}(\vartheta),\ i\neq j,\ i,j=1,2,$ - задані.

ТЕОРЕМА 1.4. Нехай відносно системи /1/-/3/ виконані зазначені вище умови 1°- 5°.

Тоді

існує досить мале $\varepsilon_0>0$, рівне

$$\varepsilon_0=\frac{1}{2}\min\left\{\frac{\alpha}{2LN};\ \frac{L}{1+L^2}\Big/\left(\frac{M}{|\lambda|}+\frac{2N}{\alpha}\cdot\frac{1}{1-e^{2\pi\lambda}}\right);\ \frac{1}{2}\Big/\left(\frac{2ML}{|\lambda|}+\frac{2N}{\alpha}\left(\frac{1}{L}+L+\frac{4\beta}{\alpha}L\right)\frac{1}{1-e^{2\pi\lambda}}\right)\right\}$$

таке, що для довільного ε , $0\le\varepsilon\le\varepsilon_0$, та довільних $\tau\in R$, $\vartheta\in\mathcal{T}_m$ система /1/-/3/ має сім"ю сепаратрисних кривих $\Gamma_-:\ y=u(\tau,\vartheta,\varepsilon)\,x$, де

$u(\tau,\vartheta,\varepsilon)$ -

а/ 2π - періодична функція за змінними $\tau, \vartheta_1, \dots, \vartheta_m$;

б/ кусково - неперервна по $\tau \in R$ з розривами в точках $\tau = 2\pi\nu$ і

$$\Delta u(\tau+t; \vartheta_t(\tau,\vartheta), \varepsilon)\Big|_{t+\tau=2\pi\nu} = \varepsilon I_0(\vartheta_\nu; u(2\pi\nu; \vartheta_\nu; \varepsilon));$$

в/ $u(\tau,\vartheta,\varepsilon) \to 0,\ \varepsilon \to 0$ рівномірно в області $\tau \in \mathcal{T}_1, \vartheta \in \mathcal{T}_m$:

г/ $\|u(\tau,\vartheta,\varepsilon)\| = \max\limits_{\tau \in \mathcal{T}_1, \vartheta \in \mathcal{T}_m} |u(\tau,\vartheta,\varepsilon)| \le L$.

На кривих Γ_- початкова система /1/-/3/ приводиться до системи /6/.

Аналогічні твердження сформульовані в випадку існування розривних сепаратрисних кривих Γ_+: $x = v(\tau,\vartheta,\varepsilon)y$ /§ 1.2/. Розроблена в першому розділі методика відшукання і дослідження сепаратрисних кривих ілюструється на конкретному прикладі /§ 1.3/.

В другому розділі узагальнюються результати досліджень, проведених в попередньому розділі, для системи лінійних диференціальних рівнянь з імпульсною дією й малим параметром $\varepsilon > 0$:

$$\frac{d\vartheta}{dt} = a(\tau,\vartheta), \quad \frac{d\tau}{dt} = 1,$$

$$\frac{dx}{dt} = P_1 x + \varepsilon P_{12}(\tau,\vartheta) y, \qquad /9/$$

$$\frac{dy}{dt} = \varepsilon P_{21}(\tau,\vartheta) x + P_2 y, \quad \tau \ne 2\pi\nu,$$

$$\Delta x\big|_{\tau=2\pi\nu} = I_1(\vartheta) x + \varepsilon I_{12}(\vartheta) y,$$

$$\Delta y\big|_{\tau=2\pi\nu} = \varepsilon I_{21}(\vartheta) x + I_2(\vartheta) y, \quad \nu = \pm 1; \pm 2; \dots,$$

в якій $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathcal{D}_1$, $y = (y_1, \dots, y_k) \in \mathcal{D}_2$, $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2$ - обмежені області евклідових просторів E_n та E_k відповідно, $a(\tau,\vartheta)$ - m - вимірна вектор-функція, неперервна, 2π - періодична за змінними $\tau, \vartheta_1, \dots, \vartheta_m$ та задовольняє умови Ліпшиця за змінними $\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_m$; $P_{12}(\tau, \vartheta)$ - $(n \times k)$ - вимірна матрична функція та $P_{21}(\tau, \vartheta)$ - $(k \times n)$ - вимірна матрична функція - неперервні, 2π - періодичні функції за всіма своїми змінними ; P_1, P_2 - постійні матриці розмірностей $(n \times n)$ та $(k \times k)$ відповідно такі, що дійсні частини всіх власних чисел матриці P_1 - додатні, а дійсні частини всіх власних чисел матриці P_2 - від"ємні ; $I_1(\vartheta)$, $I_2(\vartheta)$ - $(n \times n)$ й $(k \times k)$ - вимірні функції, $I_{12}(\vartheta), I_{21}(\vartheta)$ - $(n \times k)$ й $(k \times n)$ - вимірні матричні функції ; матриці I_i та P_i комутують, тобто

$$I_i P_i = P_i I_i \quad , i = 1,2.$$

Знайдено умови існування й алгоритми побудови сепаратрисних многовидів Γ_- : $y = U(\tau, \vartheta, \varepsilon)\, x$ та Γ_+ : $x = V(\tau, \vartheta, \varepsilon)\, y$, які обертаються при $\varepsilon = 0$ в породжуючі тривіальні сепаратрисні многовиди , $U(\tau, \vartheta, \varepsilon)$ - $(k \times n)$ - вимірна матрична функція, $V(\tau, \vartheta, \varepsilon)$ - $(n \times k)$ - вимірна матрична функція .

ТЕОРЕМА 2.3. Нехай система /9/ задовольняє зазначені вище умови та дійсні частини всіх власних чисел матриці

$P_1 + \frac{1}{2\pi} \ln(E + I_1(\vartheta))$ - додатні, а дійсні частини всіх власних чисел матриці $P_2 + \frac{1}{2\pi} \ln(E + I_2(\vartheta))$ - від"ємні :

$$\left(Re\, \lambda_i \left(P_1 + \tfrac{1}{2\pi} \ln(E + I_1(\vartheta))\right) > 0,\ Re\, \lambda_j \left(P_2 + \tfrac{1}{2\pi} \ln(E + I_2)\right) < 0 \right),$$

E - одиничні матриці відповідної розмірності .

Тоді

існує досить мале додатне ε_0 , що для довільних ε ,

$0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_0$, і для кожного розв"язку системи /I/ можна вказати такі матриці $I_i = I_i(\vartheta)$, $I_{ij} = I_{ij}(\vartheta)$, $i \neq j$, $i,j = 1,2$, неперервні, 2π - періодичні за змінними $\vartheta = (\vartheta_1, \dots, \vartheta_m)$, і такі матриці $\mathcal{U}(\tau, \vartheta, \varepsilon)$, $V(\tau, \vartheta, \varepsilon)$, - неперервні за всіма своїми змінними ;

2π - періодичні за змінними τ , ϑ_1, ..., ϑ_m ;

$\mathcal{U}(\tau, \vartheta, \varepsilon) \to 0$, $V(\tau, \vartheta, \varepsilon) \to 0$, $\varepsilon \to 0$ / покомпонентно/ рівномірно в області $\tau \in \mathcal{T}_1$, $\vartheta \in \mathcal{T}_m$,

що система /9/ має сепаратрисні многовиди Γ_- та Γ_+, при цьому /9/ приводиться на Γ_- і Γ_+ до вигляду, аналогічного /6/, /8/ відповідно.

Зауважимо, що невідомі матричні функції $I_i(\vartheta)$, $I_{ij}(\vartheta)$ визначаються із умов скачків задачі /9/.

Далі вважається, що матричні функції $I_i(\vartheta)$, $I_{ij}(\vartheta)$ - відомі й крім цього виконуються такі умови :

А. $I_{ij}(\vartheta)$ - неперервні, 2π - періодичні матричні функції за змінними $\vartheta = (\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_m) \in \mathcal{T}_m$,

$$\max_{\vartheta \in \mathcal{T}_m} \{ \|I_{12}(\vartheta)\|, \ \|I_{21}(\vartheta)\| \} \leq N.$$

Дійсні частини всіх власних чисел матриці $P_2 + \frac{1}{2\pi} \cdot$ $\cdot \ln(E + I_2)$ - від"ємні , тобто $\operatorname{Re} \lambda_i (P_2 + \frac{1}{2\pi} \ln(E + I_2(\vartheta))) < 0$,

матриці $I_i(\vartheta) = E$ - одиничні матриці , $i = 1,2$.

Б. Позначимо

$$p_1 := \min_i \operatorname{Re} \lambda_i (P_1) ,$$

$$p_2 := \max_j \operatorname{Re} \lambda_j (P_2)$$

і для довільного досить малого $\delta > 0$ та $t > 0$ справедливі оцінки

$$\|e^{-P_1 t}\| \le K_1 e^{(-p_1+\delta)t},$$

$$\|e^{P_2 t}\| \le K_2 e^{(p_2+\delta)t}, \quad K_i = K_i(\delta) \ge 1,\ i=1,2,$$

і $\lambda := p_2 - p_1 + 2\delta < 0$,

$$\max_{\tau\in\mathcal{T}_1,\ \vartheta\in\mathcal{T}_m} \left\{ \|P_{12}(\tau,\vartheta)\|,\ \|P_{21}(\tau,\vartheta)\| \right\} \le M.$$

Достатні умови існування розривних сепаратрисних многовидів Γ_+ дає наступне твердження.

ТЕОРЕМА 2.5. Нехай відносно системи /9/ виконані зазначені вище умови та мають місце А., Б.

Тоді

існує досить мале $\varepsilon_0 > 0$, рівне

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{2}\min\left\{ \frac{1}{NL_1};\ \frac{L_1}{K_1K_2(1+L_1^2)} \Big/ \left(\frac{M}{|\lambda|} + \frac{N}{1-e^{2\pi\lambda}}\right);\right.$$

$$\left. \frac{1}{2K_1K_2} \Big/ \left(\frac{2ML_1}{|\lambda|} + N\left(5L_1 + \frac{1}{L_1}\right)\frac{1}{1-e^{2\pi\lambda}} \right) \right\},$$

що для довільного ε, $0 \le \varepsilon \le \varepsilon_0$, та довільних $\tau\in R$, $\vartheta\in\mathcal{T}_m$ система /9/ має сепаратрисний многовид

$$\Gamma_+ : \quad x = V(\tau,\vartheta,\varepsilon)\, y \qquad , \text{де}$$

$V(\tau,\vartheta,\varepsilon)$ –

а/ 2π - періодична за змінними $\tau, \vartheta_1, \dots, \vartheta_m$ матрична функція ;

б/ кусково - неперервна за $\tau\in R$ терпить розриви в точках $\tau = 2\pi\nu, \quad \nu = \pm 1; \pm 2, \ldots$

$$\Delta V(\tau + t; \vartheta_t(\tau, \vartheta); \varepsilon)\Big|_{t = 2\pi\nu - \tau} = -\varepsilon J_0(\vartheta_\nu; V(2\pi\nu; \vartheta_\nu; \varepsilon)),$$

$$J_0(\vartheta; V) = (I_{12}(\vartheta) - V I_{21}(\vartheta) V)(2E + \varepsilon I_{21}(\vartheta) V)^{-1};$$

в/ $V(\tau, \vartheta, \varepsilon) \to 0, \ \varepsilon \to 0$ рівномірно в області $\tau \in T_1, \ \vartheta \in T_m$;

г/ $\|V(\tau, \vartheta, \varepsilon)\|_0 := \max\limits_{\tau \in T_1, \vartheta \in T_m} \|V(\tau, \vartheta, \varepsilon)\| \leq L_1.$

Система /9/ на множині Γ_+ приводиться до системи, аналогічної /8/.

Третій розділ дисертаційної роботи присвячений вивченню умов гладкості описаних сепаратрисних многовидів за змінними $\vartheta = (\vartheta_1, \vartheta_2, \ldots, \vartheta_m) \in T_m$.

ТЕОРЕМА 3.4. Права частина системи /9/ задовольняє умови теореми про існування сепаратрисних многовидів і наступні умови :

I. Вектор - функція $a(\tau, \vartheta)$, матричні функції $P_{12}(\tau, \vartheta)$, $P_{21}(\tau, \vartheta)$ - ℓ - раз неперервно - диференційовані за кожною із компонент вектора $\vartheta = (\vartheta_1, \vartheta_2, \ldots, \vartheta_m) \in T_m$.

2. $\left\| \dfrac{\partial a(\tau, \vartheta)}{\partial \vartheta} \right\| \leq \delta_0$, δ_0 - додатна постійна.

3. Матричні функції $\underset{i \neq j,\ i,j = 1,2}{I_{ij}(\vartheta)}$ - ℓ - раз неперервно-дифе-

ренційовані функції за всіма своїми змінними.

4. $\rho_1 - \rho_2 > \ell \mathcal{L}_0$.

Тоді

можна вказати досить мале $\varepsilon_0 > 0$ таке, що для довільних ε, $0 \le \varepsilon \le \varepsilon_0$, система /9/ має сепаратрисні многовиди Γ_- та Γ_+ описаного вище вигляду, які визначаються кусково-неперервними за $\tau \in R$ матрицями $U(\tau, \vartheta, \varepsilon)$, $V(\tau, \vartheta, \varepsilon)$, ℓ раз неперервно-диференційованими за кожною із компонент вектора $\vartheta = (\vartheta_1, \dots, \vartheta_m) \in T_m$.

Закінчується останній параграф прикладом, що ілюструє властивість гладкості сепаратрисних многовидів.

В додатку розглядається одна задача оптимального імпульсного керування.

Основні положення дисертації опубліковані в наступних роботах :

1. Свистун О.П. Одна задача оптимального импульсного управления // Нелинейные проблемы теории дифференциальных уравнений.- К.: Ин-т математики АН Украины, 1991.-С.92- 98 .

2. Свистун О.П. Задача оптимального импульсного управления// Школа- семинар " Разрывные динамические системы ", Ужгород, 17 - 20 сент. 1991 г. : Тез. докл.- Киев: О-во " Знание ", 1991.- С. 57.

3. Свистун О.П. Про сепаратрисні криві сімейства лінійних систем з імпульсною дією // Укр.мат.журн.- 1993.- 45, № 12. - С. 1682 - 1687 .

4. Свистун О.П. О гладкости сепаратрисных кривых // I Украинско - американская школа - семинар " Дифференциальные уравнения и их применение ", Судак, I - I0 июня I993 г. : Тез. докл. — Киев: Ин-т математики АН Украины, I993 .- С. 4I .

5. Свистун О.П. Про існування та гладкість сепаратрисних многовидів одного класу імпульсних систем // Доп. АН України. Сер. А. - 1993.- № 11 .- С. 16 - 19 .

О. Свистун

Підп. до друку 14.02.94. Формат 60x84/16. Папір друк. Офс. друк.
Ум. друк. арк. 0,93. Ум. фарбо-відб. 0,93. Обл.-вид. арк. 0,65.
Тираж 100 пр. Зам. 37 Безкоштовно.

Підготовлено і віддруковано в Інституті математики АН України
252601 Київ 4, ГСП, вул. Терещенківська, 3