

АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНИХ ПРОБЛЕМ МЕХАНІКИ І МАТЕМАТИКИ
ім. Я. С. ПІДСТРИГАЧА

На правах рукопису

ПОЛІЩУК
Надія Іванівна

УДК 539.3

**ОПТИМІЗАЦІЯ ТЕРМОПРУЖНОГО СТАНУ
КРУГОВИХ ПОРОЖНИСТИХ АНІЗОТРОПНИХ ТІЛ
З ЗАЛИШКОВИМИ ДЕФОРМАЦІЯМИ
ПРИ НАГРІВІ В УМОВАХ ТЕПЛООБМІНУ
З ЗОВНІШНІМ СЕРЕДОВИЩЕМ**

Спеціальність — 01.02.04 механіка деформівного
твердого тіла

А в т о р е ф е р а т
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

ЛННБ України ім. В. Стефаника



00777884 (+)

AB 22.220

Робота виконана в Інституті прикладних проблем механіки і математики
імені Я. С. Підстригача АН України.

Головний керівник

— член-кореспондент АН України, доктор фіз.-
мат. наук, професор **БУРАК Я. Й.**

Опоненти:

— академік АН України, доктор техн. наук,
професор **ГРИГОРЕНКО Я. М.,**
— доктор фіз.-мат. наук, професор **ОСАДЧУК В. А.**

Провідна установа

— Львівський держуніверситет ім. Ів. Франка.

Захист дисертації відбудеться « 28 » 03 1994 р. о 15 годині
на засіданні спеціалізованої вченої ради К.016.59.01 в Інституті прикладних
проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача АН України (м. Львів,
вул. Наукова, 3 «б»).

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці Інституту прикладних
проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача АН України (м. Львів,
вул. Наукова, 3 «б»).

Відгук на автореферат просимо надсилати за адресою: 290601, МСП,
м. Львів, вул. Наукова, 3 «б», вченому секретарю спеціалізованої ради.

Автореферат розіслано « 25 » 02 1994 р.

Вчений секретар

ЛННБ ім. В. Стефаника
спеціалізованої ради
АН України

ШЕВЧУК П. Р.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Робота належить до одного із актуальних напрямків сучасної механіки деформівного твердого тіла, а саме оптимізації теплових і механічних полів в термопружних анізотропних тілах із наявними в них залишковими напруженнями. Ці питання є важливими у зв'язку із широким застосуванням анізотропних матеріалів в інженерній практиці та необхідністю розробки наукових основ побудови режимів та схем зміцнювальної термообробки елементів конструкцій та приладів із таких матеріалів.

Загальним питанням та методам оптимізації напружено-деформованого стану ізотропних деформівних систем при їх силовому навантаженні та нагріві присвячена значна кількість наукових праць. Це, зокрема, роботи Л.П.Беседіної, С.Ф.Будза, Я.Й.Бурака, В.М.Вігака, Е.І.Григолюка, Д.Д.Зозуляка, В.Н.Максимовича, Я.С.Підстригача, Г.В.Пляцка, Я.Г.Савули, О.М.Шаблія та інш.

Розробці методів розрахунку залишкових напружень, які виникають при термопластичному деформуванні, зокрема в процесі зварювання присвячені праці І.А.Біргера, В.А.Винокурова, Л.М.Лобанова, В.І.Махненка та інш. Відомі роботи В.А.Осадчука, Д.І.Няшина та інш., в яких теоретико-експериментальним шляхом визначаються залишкові напруження в елементах тонкостінних конструкцій.

Питаннями оптимального проектування анізотропних елементів конструкцій займалися С.А.Амбарцумян, А.А.Григорян, Г.М.Гукасян, С.М.Дургарян, В.Г.Литвинов, Н.Т.Медведєв, В.С.Саркісян та інш. Прямі задачі термопружності для анізотропних тіл розглянуті А.Т.Василенком, Д.В.Грилицьким, І.А.Прусовим та інш. Питання розрахунку та оптимізації багатопшарових анізотропних оболонок з заданим тензором несумісних деформацій відображені в працях В.К.Ганулича, Я.М.Григоренка, Б.Л.Пелеха, І.Г.Сіренка та інш.

В літературі практично немає досліджень загальних питань, пов'язаних з оптимізацією в трьохмірній постановці напружено-деформованого стану анізотропних тіл, зокрема, порожнистих циліндрів із залишковими деформаціями.

Мета роботи. Математична постановка та побудова розв'язків задач оптимального керування пружно-деформованим станом порожнистих анізотропних циліндричних тіл з непружними деформаціями відповідним вибором режимів нагріву або розподілом рівня залишкових деформацій в процесі термопластичного деформування.

Наукова новизна роботи:

- розроблено методику побудови розв'язків задач оптимізації напружено-деформованого стану анізотропних циліндричних тіл з залишковими деформаціями, зокрема, дана математична постановка і методика розв'язування основної екстремальної задачі; на цій основі записана система диференціальних рівнянь Ейлера і система граничних умов на визначення оптимальних функцій керування - температури і непружних деформацій;
- досліджено питання про побудову температурних полів, що не викликають напружень в циліндричних тілах з однією площиною пружної і однією тепловою симетрії, а також ортотропних тіл; знайдено температурні поля оптимального нагріву анізотропних тіл в умовах плоскої деформації, які при наявності відповідних дислокаційних несумісностей забезпечують умови "відсутності" температурних напружень;
- побудовані оптимальні режими осесиметричного нагріву ортотропних порожнистих циліндричних тіл, які перебувають в умовах конвективного теплообміну із зовнішнім середовищем;
- дана математична постановка і запропонована методика розв'язування задачі оптимізації режимів керування термопластичного деформування циліндричних оболонок з непружними початковими деформаціями; побудовано температурні поля нагріву для створення розрахункового розподілу непружних деформацій в околах гвинтового, меридіонального, кільцевого перетинів.

Вірогідність основних наукових результатів дисертації ґрунтується на прийнятті в основу перевірених в літературі вихідних положень і співвідношень термопружності, термопластичності, теплопровідності анізотропних тіл; коректністю сформульованих екстремальних задач і відповідних критеріїв оптимізації напруженого стану та методів їх розв'язування; узгодженням результатів з окремими відомими в літературі.

Практична цінність роботи полягає в можливості використання одержаних результатів при розробці наукових основ інженерної методики побудови раціональних режимів термообробки та технології виготовлення анізотропних елементів конструкцій та приладів. Розрахункові режими керованого термопластичного деформування з початковими непружними деформаціями передані для використання Інституту електрозварювання ім. С.О.Патона АН України.

Апробація роботи. Основні результати дисертації доповідались на Ш,У-УП конференціях молодих вчених ІППММ АН України (Львів, 1975, 1977-1979 р.р.), республіканському семінарі "Забезпечення точності зварних листових конструкцій в процесі їх проектування, виготовлення і експлуатації" (Київ, 1977 р.), республіканському семінарі "Застосування математичних методів для дослідження напружень і деформацій в зварних конструкціях при зварюванні і експлуатаційному навантаженні" (Київ, 1978 р.), ХУ Всесоюзній нараді теплових напружень в елементах конструкцій (Київ, 1980 р.), республіканській школі по оптимальному керуванню тепловими процесами в механічних системах (Тернопіль, 1981 р.), ХІ конференції молодих вчених Інституту механіки АН України (Київ, 1986 р.), всесоюзній конференції по механіці і технології виробів з металевих і металокерамічних композиційних матеріалів (Волгоград, 1989 р.). В цілому робота доповідалась на засіданні наукового семінару відділу теорії фізико-механічних полів в ІППММ ім. Я.С.Підстригача АН України (Львів, 1993 р.).

Публікації. За матеріалами дисертації опубліковано 10 наукових статей.

Структура і об'єм роботи. Дисертаційна робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків, списку літератури (115 назв.), змісту. Матеріали викладені на 156 сторінках машинописного тексту та ілюструються 19 рисунками.

КОРОТКИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовується актуальність і важливість питань, які розглядаються в дисертації, наведений огляд близьких за напрямком робіт, формулюється мета досліджень і їх новизна, коротко викладений зміст за розділами.

У першому розділі наведені вихідні лінійні співвідношення термомпружності і нестационарної теплопровідності анізотропних циліндричних тіл з непружними деформаціями. Запропоновані критерії оптимізації напруженого стану для циліндричних тіл з однією площиною пружної і однією теплової симетрії, ортотропних, а також трансверсально-ізотропних.

Оформульована математична постановка і методика розв'язування основної екстремальної задачі для кругових анізотропних циліндричних тіл з непружними деформаціями, які знаходяться під дією температурного і силового навантаження. Побудова розв'язку основної екстремальної задачі є першим етапом запропонованої методики оптимізації напруженого стану анізотропних тіл. На цьому етапі встановлюються відповідні умови на розподіл температури і непружних деформацій, за яких забезпечується оптимальний напружено-деформований стан. На другому етапі - з використанням одержаних загальних результатів передбачається побудова відповідних раціональних режимів нагріву та керованого термопластичного деформування циліндричних тіл.

Розглядається термомпружне тіло з непружними деформаціями

$\hat{e}^{(p)} = \{e_{ij}^{(p)}\} (i, j = r, \theta, \varphi)$, яке знаходиться в умовах нагріву і зовнішнього силового навантаження. Функціями нагріву і зовнішнього навантаження є температура середовища t_c та вектор поверхневих зусиль \bar{P}_n . Функціями керування приймаються тензор пружної деформації $\hat{e}^{(p)}$, температура зовнішнього середовища t_c . На розподіл температури зовнішнього середовища t_c вздовж бокових поверхонь $r = r_L, r = R_L$, де

$$t_c(r_L, \theta, \varphi, \tau) \equiv t_c^-(\theta, \varphi, \tau), \quad t_c(R_L, \theta, \varphi, \tau) \equiv t_c^+(\theta, \varphi, \tau) \quad (1)$$

накладаються такі додаткові обмеження

$$Q_{2n} \equiv \int_0^{\tau_0} \int_{(S_1)} t_c^-(\theta, \varphi, \tau) \tau^n dS d\tau - A_n^- = 0,$$

$$Q_{3n} \equiv \int_0^{\tau_0} \int_{(S_2)} t_c^+(\theta, \varphi, \tau) \tau^n dS d\tau - A_n^+ = 0, \quad (2)$$

де

$$A_n^\pm = \text{const}, \tau = \tau_0, (S_1) = \left\{ \begin{array}{l} r: r = r_L; \\ \theta: 0 \leq \theta \leq 2\pi; \\ \varphi: \varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_0 \end{array} \right\}, (S_2) = \left\{ \begin{array}{l} r: r = R_L; \\ \theta: 0 \leq \theta \leq 2\pi; \\ \varphi: \varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_0 \end{array} \right\}$$

За критерій оптимізації напруженого стану приймається функціонал енергії пружної деформації, а саме

$$K = \frac{1}{2} \int_0^{\tau_0} \int_{(V)} \hat{\sigma} \cdot \hat{e}^{(p)} dV d\tau, \quad (3)$$

де $(V) = \left\{ \begin{array}{l} r: r_0 \leq r \leq R_L; \\ \theta: 0 \leq \theta \leq 2\pi; \\ \varphi: \varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_0 \end{array} \right\}$, $\hat{\sigma}$ - тензор напружень, $\hat{e}^{(p)} = \hat{e} - \hat{e}^{(t)}$ - тензор пружної деформації, $\hat{e}^{(t)} = \hat{e}^{(t)} + \hat{e}^{(p)}$, $\hat{e}^{(t)}$ - тензор теплової деформації, $\hat{e} = \text{Def } \bar{u}$ - тензор повної деформації, \bar{u} - вектор пе-

решень: Тензор напружень $\hat{\sigma}$ лінійно пов'язаний з тензором пружних деформацій $\hat{\epsilon}^{(p)}$ узагальненим законом Гука.

Для анізотропного циліндричного тіла такий функціонал K запишеться

$$K[\bar{u}, t] = \frac{1}{2} \int_0^{\tau_0} \int_V \left[C_{11} b_z^2 + C_{22} b_\theta^2 + C_{33} b_r^2 + 2(C_{12} b_\theta b_z + C_{13} b_r b_z + C_{16} b_z b_\theta + C_{23} b_r b_\theta + C_{26} b_z b_r + C_{45} b_{\theta r} b_{zr}) + C_{44} b_{\theta r}^2 + C_{55} b_{zr}^2 + C_{66} b_{z\theta}^2 \right] dV d\tau \quad (4)$$

Тут C_{km} ($k, m = \bar{1}, \bar{6}$) приведені модулі пружних податливостей.

Вважаємо, що функціонал K , як критерій оптимізації, заданий на множині функцій \bar{u} , t , t_c , $\hat{\epsilon}^{(p)}$, які пов'язані між собою співвідношеннями термпружності і теплопровідності та додатковим умовам (2).

Основна варіаційна задача про знаходження екстремалей функціоналу (4) розв'язується за допомогою методу множників Лагранжа. З необхідної умови екстремуму для розширеного функціоналу сформульованої задачі записані відповідні варіаційні співвідношення на шукані функції $\hat{\epsilon}^{(p)}$, t_c для знаходження оптимального розв'язку.

Більш детально проаналізовані одержані співвідношення при відсутності додаткових обмежень (2). Тоді функціями керування є тензор непружної деформації $\hat{\epsilon}^{(p)}$ і температура t . Сформульовано умови для знаходження екстремального їх розподілу. Розглянуто два частинні випадки, коли є заданим розподіл температури t або тензор непружних деформацій $\hat{\epsilon}^{(p)}$. Записано умови, яким повинні задовільняти функція t і $\hat{\epsilon}^{(p)}$; зокрема, при відсутності непружної деформації та для ізотермічного процесу.

В розділі також сформульована і розв'язана основна екстремальна задача за постановкою "в напруженнях", коли за вихідні співвідношення для анізотропного тіла із непружними деформаціями, приймаються рівня-

ня термопружності, записані відносно тензора напружень $\hat{\sigma}$.

В другому розділі, на основі аналізу розв'язків основної екстремальної задачі, досліджено умови відсутності температурних напружень в анізотропних циліндричних тілах, що мають одну площину пружної і одну теплової симетрії. Показано, що в вільних від силового навантаження тілах з циліндричною анізотропією і при рівномірному нагріві виникають температурні напруження. Побудовано оптимальні температурні поля для циліндричного анізотропного тіла, яке перебуває в умовах плоскої деформації. Для цих полів дорівнюють нулеві компоненти напружень b_{α} , b_{θ} , $b_{\alpha\theta}$. Але такий стан, який в літературі трактується як "відсутність температурних напружень", для анізотропних тіл може бути реалізований при наявності відповідних початкових дислокаційних несумісностей. Проведена оптимізація режимів осесиметричного нагріву ортотропних циліндричних тіл, які знаходяться в умовах конвективного теплообміну з зовнішнім середовищем при обмеженнях (2) на t_c . Визначалось оптимальне по напруженнях осесиметричне температурне поле, яке забезпечує порівняно низькі рівні температурних напружень. Дослідження показали, що таким температурним полем є температурне поле для якого функція t_c залежить тільки від часу. В розділі також розглядається параметрична оптимізація напружено-деформованого стану багатошарових анізотропних циліндрів з одного ж і того матеріалу, які утворені шляхом послідовної насадки $(i+1)$ шару на i -тий $(i = \overline{1, n})$ з натягом. Таке тіло можна розглядати як циліндричне тіло із зосередженими на поверхнях контакту шарів дислокаційними несумісностями. Проведено кількісний аналіз напружено-деформованого стану для чотирьохшарового складеного з натягом ізотропного циліндра, який знаходиться під дією рівномірно-розподіленого тиску на внутрішній поверхні в залежності від величин попередніх натягів, товщин шарів, від величини внутрішнього радіуса.

В третьому розділі сформульована математична постановка і опи-

сана методика розв'язування задачі про побудову режимів керованого термопластичного деформування ізотропних циліндричних оболонок з початковими непружними деформаціями $\hat{\epsilon}^{(n)}$ з метою зняття або оптимального пониження рівня залишкових напружень. За основу приймаються отримані в першому розділі умови на розподіл непружної деформації $\hat{\epsilon}^{(n)}$ у вільному від силового навантаження тілі. Вихідні співвідношення термопластичності формулюються в рамках гіпотези Кірхгофа-Лява в зусиллях і моментах. Непружні деформації, які сформувалися в тілі після завершення термопластичної обробки, зображуються сумою

$$\hat{\epsilon}^{(s)} = \hat{\epsilon}^{(n)} + \hat{\epsilon}^{(g)} \quad (5)$$

де $\hat{\epsilon}^{(n)}$ - початкові непружні деформації, $\hat{\epsilon}^{(g)}$ - додаткові термопластичні деформації, які разом з початковими забезпечують зняття або оптимальне пониження рівня залишкових напружень.

Запропонована методика розв'язування задачі про побудову режимів керованого термопластичного деформування включає три етапи. На першому етапі, в інтервалі часу $I_1 = (\tau: 0 < \tau < \tau_1)$, вся оболонка в процесі нагріву деформується пружно. При цьому температурне поле, яке забезпечує це деформування, приймається у вигляді:

$$t(\tau, \tau) = a(\tau) t(\tau, \tau_1), \quad (6)$$

де $a(\tau)$ - монотонна змінна в часі функція, $t(\tau, \tau_1)$ - температурне поле, в момент часу $\tau = \tau_1$ входження відповідної області \mathcal{D} оболонки в режим активного термопластичного деформування.

На другому етапі на проміжку часу $I_2 = [\tau: \tau_1 \leq \tau \leq \tau_2]$ внаслідок відповідного режиму нагріву, забезпечуються умови такого керованого термопластичного деформування, що при $\tau = \tau_2$ реалізується розрахунковий оптимальний розподіл непружної деформації $\hat{\epsilon}^{(s)} = \hat{\epsilon}^{(n)} + \hat{\epsilon}^{(g)} \equiv \hat{\epsilon}^{(s)}$. Шукане температурне поле одночасно повинно забезпечувати пружне деформування поза межами області \mathcal{D} . При розгляді активного термо-

пластичного деформування в області Ω використовуються співвідношення теорії текучості Мізеса для ідеально пластичних тіл. Температурні поля підбираються таким чином, щоб пластичне деформування відповідало невеликому околу фіксованої точки поверхні текучості Мізеса. В рамках такого обмеження умова текучості Мізеса і асоційований з нею закон пластичного течіння лінеаризуються в околі досліджуваної точки поверхні текучості. Температурне поле в області пружного деформування на проміжку часу I_2 визначається з розв'язку відповідної варіаційної задачі на мінімізацію пружного стану за критерієм функціоналу енергії формозміни.

На третьому етапі нагріву оболонки для інтервалу часу $I_3 = (\tau_1; \tau_2)$ за температурне поле, яке забезпечує пружне розвантаження області пружнопластичного деформування Ω при пружному деформуванні решти оболонки, приймається температурне поле, яке отримується в умовах природнього охолодження оболонки.

Методика знаходження оптимального розподілу непружної деформації ілюструється на прикладі циліндричної оболонки з локально-розподіленими в околі гвинтового перетину непружними деформаціями. Побудовано і проаналізовано режими керованого термопластичного деформування для циліндричної оболонки з початковими непружними деформаціями в околі меридіонального і кільцевого перетинів.

У висновках сформульовані основні результати роботи.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ І ВИСНОВКИ РОБОТИ

I. Запропонована математична постановка і методика побудови розв'язку задач оптимізації напружено-деформованого стану анізотропних циліндричних тіл з непружними деформаціями. На першому етапі запропонованої методики - будується розв'язок основної екстремальної задачі. На другому етапі - з використанням одержаних загальних результатів будуються відповідні режими нагріву та керованого термо-

пластичного деформування циліндричних тіл.

2. На основі знайденого розв'язку основної екстремальної задачі та його аналізу одержана система диференціальних рівнянь і граничних умов, яким повинні задовільняти функції оптимального керування, а саме температура і тензор непружної деформації. Досліджено частинні випадки одержаних результатів, які дозволяють розв'язувати екстремальні задачі для анізотропних циліндричних тіл при заданому розподілі температури t або непружних деформацій $\hat{\epsilon}^{(p)}$. Сюди відносяться, зокрема, задачі про оптимізацію термопружного стану тіл при відсутності непружної деформації, а також для ізотермічного процесу.

3. Показано, що в вільних від силового навантаження тілах з циліндричною анізотропією і при рівномірному нагріві виникають температурні напруження. Побудовано температурні поля оптимального нагріву анізотропних тіл в умовах плоскої деформації, які при наявності відповідних дислокаційних несумісностей забезпечують умови "відсутності" температурних напружень. Ці результати є узагальненням відомих в літературі для ізотропних тіл.

4. На основі аналізу розв'язку задачі про осесиметричний нагрів ортотропних циліндричних тіл при обмеженнях (2) на температуру зовнішнього середовища показано, що оптимальним є температурне поле нагріву, для якого функція t_c є лише функцією часу.

5. Проведена оптимізація плоского напружено-деформованого стану багатопшарового анізотропного циліндра шляхом відповідного вибору товщин шарів або величин натягів ілюструє можливості використання підходу, який розвивається для оптимізації пружного стану анізотропних тіл із зосередженими поверхневими дислокаційними несумісностями.

6. Сформульована математична постановка і описана методика розв'язування задачі про побудову режимів керованого термопластичного деформування ізотропних циліндричних оболонок з початковими непружними деформаціями з метою зняття або оптимального пониження рівня залишко-

вих напружень. Методика знаходження оптимального розподілу залишкової деформації та його реалізації шляхом керованого термопластичного деформування проілюстрована на прикладі циліндричної оболонки з локально-розподіленими в околі гвинтового й зокрема, меридіонального і кільцевого перетинів, початковими непружними деформаціями.

ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ДИСЕРТАЦІЇ ВИКЛАДЕНІ В РОБОТАХ

1. Беседина Л.П., Бурак Я.И., Полищук Н.И. Исследование оптимальных решений экстремальной задачи термоупругости для цилиндрической оболочки //Мат.методы и физ.-мех.поля.- 1977.- Вып.6.- С.26-30.

2. Беседина Л.П., Полищук Н.И. Об оптимальной низкотемпературной обработке зоны меридионального сварного шва цилиндрической оболочки //Мат.методы и физ.-мех.поля.- 1978.- Вып.8.- С.71-74.

3. Полищук Н.И. Оптимизация упруго-деформированного состояния сварных цилиндрических оболочек методом низкотемпературной обработки //Львовский филиал математической физики Ин-та математики АН УССР.- Львов, 1978.- 4 с.- Деп. в ВИНТИ, 12.12.78, №3778.

4. Бурак Я.И., Беседина Л.П., Тимошенко Н.Н., Полищук Н.И. Оптимальное управление термопластическим деформированием тонких оболочек с остаточными напряжениями // XV научн.совещ. по тепловым напряжениям в элементах конструкций, Канев, 28-30 мая 1980 г.: Тез. докл.- Киев: Наук.думка, 1980.- С.13-14.

5. Романчук Я.П., Полищук Н.И. Оптимальный локальный подогрев пластинки движущимся температурным полем //Мат.методы и физ.-мех. поля.- 1981.- Вып.13.- С.100-103.

6. Полищук Н.И. Оптимальная низкотемпературная обработка цилиндрической оболочки с кольцевым сварным швом / ИППМ АН УССР.- Львов, 1981.- 7 с.- Деп. в ВИНТИ, 19.10.81 г., №1379.

7. Бурак Я.И., Беседина Л.П., Полищук Н.И. Оптимизация режимов низкотемпературной обработки сварных цилиндрических оболочек.- Львов,

1983.- 15 с.- Деп. в ВИНТИ 22.02.83 г.- №1266.

8. Полищук Н.И. Температурные поля не вызывающие напряжений в телах с прямолинейной и цилиндрической анизотропией.- Львов, 1987.- 7 с.- Деп. в ВИНТИ 5.10.87 г.- №7120.

9. Полищук Н.И. Оптимизация режимов осесимметричного нагрева ортотропных цилиндрических тел //Тр.ХІ научн.конф. молодых ученых Ин-та механики АН УССР, Киев.- 1986.- С.388-391.

10. Я.И.Бурак, Н.И.Полищук. Вопросы оптимального проектирования термоупругих анизотропных оболочек с остаточными напряжениями //Все-союзн.конф. по механике и технологии изделий-из металлических и металло-керамических композиционных материалов, Волгоград, 1989г.: Труды конф. Волгоград: Изд-во АН СССР, 1989.- С.68-69.

Підпис до друку 22.02.94.Формат 60x84/16.Друк офсет.Папір офсет.
Умов.др.арк.0,7.Умов.фарб.-відб.0,9.Обл.-вид.арк.0,6.Тираж 100 прим.
Зам.2215.

Обласна книжкова друкарня, 290000, Львів, вул. Стефаніка, 11.

AB 29.298