Академия наук Украины
Институт теоретической физики
им. Н.Н.Боголюбова

На правах рукописи

ТУТИК Руслан Семенович

Метод полуклассического разложения и проблема связанных состояний в адронной физике

01.04.02. – теоретическая физика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Киев - 1994

Диссертация является рукописью.

Работа выполнена на кафедре теоретической физики Днепропетровского государственного университета и в Институте теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова АН Украины.

Официальные оппоненты:

1. член-корр. АН Украины, доктор физико-математических наук, профессор — Фущич Вильгельм Ильич
2. доктор физико-математических наук, профессор — Ефимов Гарий Владимирович
3. доктор физико-математических наук, профессор — Филиппов Геннадий Федорович

Ведущая организация:
Харьковский физико-технический институт

Защита состоится "28" апреля 1994г. в "11" час. на заседании специализированного Совета Д 016.34.01 при Институте теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова АН Украины (252143, Киев-143, Метрологическая, 14-б).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института теоретической физики АН Украины.

Автореферат разослан "4" марта 1994г.

Ученый секретарь
специализированного Совета,
доктор физ.-мат. наук — В.Е.Кузьмичев

1 Общая характеристика работы

Диссертация посвящена разработке теоретических основ и методов изучения связанных состояний в адронной физике. Преследуемая цель состояла в развитии новых подходов к нахождению аналитических выражений для собственных функций и собственных значений квантово-механических уравнений, с последующим применением их для описания кварк - антикварковых систем, а также в выделении и анализе регулярностей спектра адронов. Центральным объектом диссертационного исследования являются редже-траектории, традиционно используемые в адронной спектроскопии и представляющие собой в случае связанных состояний зависимость углового момента от энергии.

Актуальность проблемы.

Изучение связанных состояний является одной из важнейших задач квантовой механики, находящей свое приложение в различных областях физики. Однако точные решения квантово-механических уравнений существуют только для очень узкого класса потенциалов, что делает актуальным построение разного рода приближенных методов. И хотя с развитием вычислительной техники большой прогресс достигнут в разработке алгоритмов численного решения, важное место в практике по-прежнему отводится аналитическим методам. Как правило, они выступают в виде различного рода разложений, для которых стремятся добиться алгебраизации процедуры нахождения коэффициентов, сводящейся к решению простых рекуррентных соотношений.

Наиболее разработанным и широко применяемым методом приближенного решения является логарифмическая теория возмущений. Однако данный формализм, допуская простые рекуррентные формулы для основного состояния, становится очень громоздким и мало пригодным для нахождения поправок высокого порядка даже в случае первых возбужденных уровней. Кроме того, в практике часто встречаются задачи, в которых разбиение потенциала взаимодействия на точно решаемую часть и возмущение либо нежелательно, либо вообще невозможно. Поэтому особый интерес представляют так называемые непертурбативные методы, использующие в качестве параметра разложения величины, не входящие явно в потенциал.

Первым, по сути, непертурбативным методом явилось квазиклассическое разложение по постоянной Планка, предложенное Вентцелем, Крамерсом, Бриллюоном и получившее название ВКБ-приближения. В общем случае применимость этого метода оправдана только для высоковозбужденных состояний, соответствующих большим значениям радиального квантового числа n.

В то же время при изучении связанных состояний наибольший интерес представляют именно низколежащие энергетические уровни. И хотя поиски удобного алгоритма для их описания в рамках квазиклассического подхода и продолжались более шестидесяти лет, но к заметному успеху не привели. Зато в последнее десятилетие был найден и получил интенсивное развитие метод $1/N$ - разложения. Будучи непертурбативным, так как разложение проводится по обратным степеням размерности пространства N, этот метод с точки зрения техники вычислений является логарифмической теорией возмущений, с присущими ей недостатками при рассмотрении радиально - возбужденных состояний.

Таким образом, можно утверждать, что построение удобной процедуры нахождения решений квантово - механических уравнений для низколежащих связанных состояний по-прежнему остается актуальной задачей.

В настоящее время многие явления адронной физики нашли свое объяснение в рамках квантово - полевой калибровочной теории кварк-глюонного взаимодействия – квантовой хромодинамики (КХД). Этот подход оказался особенно плодотворным при исследовании жестких столкновений и электро - слабых свойств адронов. Но в ряде важных случаев, в первую очередь при объяснении спектра адронов, возникают принципиальные трудности, связанные с необходимостью использования непертурбативных методов вычислений. Поэтому особое внимание уделяется развитию различных модельных построений.

В частности, открытие тяжелых J/Ψ кваркониев вызвало заметный интерес к потенциальным моделям, инициированным КХД. При этом оказалось, что до настоящего времени так и не был найден удобный алгоритм восстановления редже-траекторий по заданному потенциалу. Это вынуждает, как правило, обращаться к численному решению квантово - механических уравнений, что не позволяет проследить аналитическую зависимость от параметров потенциала и приводит иногда к неверным выводам.

Другой, не менее важной проблемой является выделение регулярностей адронного спектра. В различных теоретических построениях, основанных на кварк-глюонной картине взаимодействия, обычно имеют дело с основным приближением, так называемым кварк-глюонным или планарным уровнем описания. Для него характерно пренебрежение рождением и аннигиляцией кварковых пар $q\bar{q}$ и рассмотрение только "планарных" диаграмм, идущих за счет обмена мягкими глюонами. На планарном уровне выполняется правило Окубо-Цвейга-Иидзуки (ОЦИ) и справедливо обменное вырождение редже-траекторий. Примерами таких основных приближений являются планарные траектории в дуальной S- матричной теории и "голый" адронный спектр в моделях, инициированных КХД.

В то же время экспериментальные данные свидетельствуют как о нарушении правила ОЦИ, так и о снятии обменного вырождения траекторий. Причина состоит в том, что для описания физических адронов необходимо помимо планарного уровня учитывать еще и непертурбативные поправки, обусловленные, главным образом, вкладами: адронных петель в пропагатор реджеона; связанных состояний глюонов - глюболов в изосинглетные кваркониумы; а также диаграмм, имеющих топологию цилиндра и тора.

Однако учет непертурбативных поправок носит модельный характер, что ставит проблему количественного выделения вклада планарной компоненты из физической траектории для восстановления параметров межкваркового взаимодействия, объяснения природы нарушения обменного взаимодействия и понимания явлений, не получивших еще строгого описания в КХД. В настоящее время эта проблема не может быть решена в рамках самой КХД, что делает актуальным привлечение дополнительных подходов.

<u>**Целью работы является:**</u>

- Разработка основ полуклассического подхода с последующим приложением к построению алгоритмов, свободных от недостатков метода $1/N$- разложения и позволяющих получать уровни энергии и редже-траектории для низколежащих связанных состояний как нерелятивистского, так и релятивистских квантово - механических уравнений в виде разложений по постоянной Планка сколь угодно высоких порядков.

- Явная полуклассическая трактовка метода $1/N$- разложения и изучение его связи с ВКБ-приближением.

- Построение аналитических выражений для редже-траекторий потенциальных моделей кваркониев и исследование их поведения.

- Изучение свойств планарного приближения и нахождение соотношений между параметрами редже-траекторий на планарном уровне.

- Разработка метода выделения кварковых и адронных компонент редже-траекторий, и применение его для анализа спектра векторных и тензорных мезонов и объяснения природы нарушения обменного вырождения траекторий.

Научная новизна настоящей работы определяется тем, что:

1. Развит полуклассический подход, явно дополнительный квазиклассическому методу Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна и направленный на изучение низколежащих связанных состояний как нерелятивистского, так и в релятивистских квантово - механических уравнений.

2. Впервые предложены эффективные алгоритмы нахождения квантовых поправок, в принципе, любого порядка по постоянной Планка, как для собственных значений энергии, так и для редже - траекторий, сводящиеся к решению рекуррентных соотношений, одинаково простых и для основных и для радиально- возбужденных состояний.

3. Впервые дана явная полуклассическая трактовка $1/N$- разложения и показано, что различные его модификации являются частными случаями предложенного в диссертации метода.

4. Впервые получены точные решения N-мерных уравнений Клейна - Гордона и Дирака с кулоновскими потенциалами, имеющими как лоренц - векторную, так и лоренц-скалярную составляющие.

5. Впервые найдены аналитические выражения для редже-траекторий потенциальных моделей кваркониев и проанализированы их свойства.

6. Получены неравенства нового типа, регламентирующие порядок следования энергетических уровней для степенных потенциалов.

7. Впервые выведены соотношения между параметрами редже - траекторий для $SU(4)$- двадцатиплетов барионов, следующие из условия унитарности, дуальности и факторизации вычетов полюсов Редже.

8. Впервые сформулирован метод разделения кварковых и адронных компонент редже - траекторий, основанный на дисперсионном подходе с учетом свойств планарного уровня, и реализован для случая векторных и тензорных мезонов.

9. Впервые дана количественная оценка эффектов, нарушающих правило обменного вырождения мезонных редже - траекторий.

10. Предложен новый подход к вычислению глюбольной примеси в тензорных мезонах.

Практическая ценность. Методы и оригинальные результаты, описанные в диссертации могут найти широкое применение в различных теоретических исследованиях. Полуклассический подход, развитый для решения квантово-механических уравнений уже используется зарубежными авторами. Представляется перспективным дальнейшее его применение в атомной и молекулярной спектроскопии, физике твердого тела, а также для лучшего понимания связи между квантовым и классическим описаниями физической системы. Выделение кварковой компоненты редже-траекторий будет способствовать восстановлению параметров межкваркового взаимодействия, объяснению и предсказанию спектра адронов.

2 Основные результаты, выносимые на защиту

1. Новый подход к построению и классификации полуклассических методов исследования низколежащих связанных состояний.

2. Вывод рекуррентных формул для нахождения редже-траекторий связанных состояний квантово-механических уравнений.

3. Явная полуклассическая (в виде $\hbar$- разложения) трактовка метода $1/N$- разложения и новый алгоритм нахождения его коэффициентов, свободный от недостатков ранее предложенных схем.

4. Точные решения N-мерных уравнений Клейна-Гордона и Дирака с кулоновскими потенциалами, имеющими лоренцовские векторную и скалярную составляющие.

5. Вывод аналитических выражений для редже-траекторий потенциальных моделей кваркониев и анализ их свойств.

6. Формулировка и обоснование феноменологической модели барионных редже-траекторий и описание спектра масс $SU(4)$ двадцатиплетов $(3/2)^+$ и $(1/2)^+$.

7. Метод выделения кварковых компонент редже-траекторий с применением к анализу данных о векторных и тензорных мезонах.

8. Объяснение природы нарушения обменного вырождения траекторий и вычисление величины глюбольной примеси в $f_2(1270)$ и $f_2'(1525)$ мезонах.

<u>Апробация диссертации.</u> Результаты работ, составивших основу диссертации, докладывались на семинарах ИТФ АН Украины, Всесоюзном совещании по проблемам современной квантовой теории поля и физике элементарных частиц (Ташкент, 1979 г.), научных сессиях Отделения Ядерной физики АН СССР (Москва, 1978-1989 гг.), Всесоюзных совещаниях "Адроны" (1987-1991 гг.), а также на следующих международных конференциях: VII Варшавском симпозиуме по физике элементарных частиц (Казимеж, 1984 г.); Международном Совещании "Физика на УНК" (Протвино, 1989 г.); XII Европейской конференции по малочастичным системам (Ужгород, 1990 г.); Международной конференции "Адронная материя в экстре-

мальных условиях" (Одесса, 1991 г.); Международном Совещании "Адроны-92" (Киев, 1992).

Публикации. Основные результаты опубликованы в 23 работах, список которых приведен в конце автореферата.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, двух частей, содержащих 4 и 3 главы, соответственно, заключения и библиографического списка основной использованной литературы из 219 наименований. Общий объем диссертации составляет 260 страниц машинописного текста, включая 22 рисунка и 29 таблиц.

3 Содержание работы

Первая часть диссертации посвящена разработке методов исследования низколежащих связанных состояний и нахождению аналитических выражений для собственных значений энергии и волновых функций квантово - механических уравнений.

Во введении обосновывается актуальность темы, формулируются преследуемые цели и дается краткое содержание диссертации.

В первой главе на примере одномерного уравнения Шредингера проводится критический анализ принципов построения и свойств модификаций метода ВКБ, направленных на улучшение описания низколежащих уровней энергии. Показано, что наиболее наглядно причина более точного описания высоковозбужденных состояний проявляется в схемах, использующих, после перехода к логарифмической производной волновой функции $C(x) = \hbar U'(x)/U(x)$, принцип аргумента в виде условий квантования Цваана-Данхэма

$$\frac{1}{2\pi i}\oint_{\gamma} C(x)dx = \frac{1}{2\pi i}\sum_{k=0}^{\infty}\hbar^k \oint_{\gamma} C_k(x)dx = \hbar n, \qquad n = 0, 1, ... \tag{1}$$

Она состоит в применяемом в ВКБ-приближении правиле перехода к классическому пределу, фиксирующем порядок величины $\hbar n \sim O(1)$, что подразумевает большие значения радиального квантового числа $n \sim O(\hbar^{-1})$. Поэтому различные модификации этого метода, предназначенные для описания низколежащих состояний, но сохраняющие правило перехода

$$\hbar \to 0, \qquad n \to \infty \qquad \text{так, что} \qquad \hbar n = const, \tag{2}$$

будут внутренне противоречивыми и неспособными решить поставленную задачу.

В §1.3 предлагается новый эффективный полуклассический подход к нахождению собственных функций и собственных значений волновых уравнений. Он основан на использовании альтернативной возможности перехода к классической механике согласно правилу

$$\hbar \to 0, \qquad n = const, \qquad \hbar n \to 0, \tag{3}$$

что делает его явно дополнительным методу ВКБ и направленным на рассмотрение низколежащих уровней.

При этом само понятие классического предела приобретает уже иной смысл, так как при $\hbar \to 0$ система переходит в состояние с энергией, минимизирующей классический гамильтониан. Это, естественно, приводит к необходимости учитывать квантовые флюктуации и искать энергию в виде разложения по степеням $\hbar$, с нулевым приближением, равным значению потенциала в точке его минимума.

С технической стороны эффективность данного подхода обусловлена тем, что величина $\hbar n$ становится теперь порядка $\hbar$ и условия квантования принимают вид

$$\frac{1}{2\pi i}\oint_\gamma C_1(x)dx = n, \qquad \frac{1}{2\pi i}\oint_\gamma C_k(x)dx = 0, \quad \forall k \neq 1. \tag{4}$$

В то же время, при $\hbar \to 0$ вследствие правила перехода (3) классические точки поворота сливаются, образуя в точке минимума потенциала нуль функции $C_0(x)$, порождающий, в свою очередь, кратные полюсы функций $C_k(x)$. Разложение функций $C_k(x)$ в ряды Лорана в окрестности этой точки и применение теоремы о вычетах позволяет переписать условия квантования (4) в виде

$$C^k_{2k-2} = n\delta_{1,k}, \quad k \geq 1, \tag{5}$$

В результате этого алгоритм метода удается свести к алгебраической процедуре решения рекуррентных соотношений, имеющих одинаково простой вид как для основных, так и для радиально-возбужденных состояний:

$$2mE_k = -C^{k-1}_{2k-2} - \sum_{j=0}^{k}\sum_{p=0}^{2k-2} C^j_p C^{k-j}_{2k-2-p}, \tag{6}$$

где лорановские коэффициенты C^k_i для слагаемых $C_k(x)$ $\hbar$-разложения логарифмической производной определяются формулой

$$C^k_i = \frac{1}{2C^0_0}\left[-(3-2k+i)C^{k-1}_i - \sum_{j=1}^{k-1}\sum_{p=0}^{i} C^j_p C^{k-j}_{i-p} - 2\sum_{p=1}^{i} C^0_p C^k_{i-p}\right], \tag{7}$$

начальные значения C_i^0 которой задаются параметрами потенциала.

Дальнейшее применение компьютерных программ дает возможность находить квантовые поправки, в принципе, любого порядка по $\hbar$ как численно, так и в аналитическом виде.

В данной главе также обсуждаются границы применимости и свойства развиваемого подхода. Отмечено, что приближение первого порядка по $\hbar$ в разложении энергии соответствует осцилляторным колебаниям в окрестности точки минимума потенциала.

Показано, что *предложенный метод, называемый далее $\hbar$ разложением*, является достаточно универсальным и позволяет проводить разложения не только энергии, но и любого параметра уравнения Шредингера.

<u>Во второй главе диссертации</u> свойство универсальности $\hbar$- разложения получает свое дальнейшее развитие при распространении данного метода на случай трехмерного пространства. При этом основное внимание уделяется построению алгоритмов восстановления редже - траекторий, $\alpha(E) = \hbar l(E)$, для связанных состояний квантово - механических уравнений по заданному потенциалу.

Сначала рассматривается нерелятивистское уравнение Шредингера. Специфика полуклассического подхода к решению радиального уравнения связана, прежде всего, с наличием помимо радиального, еще и орбитального квантового числа, для которого также необходимо задать правило перехода к классическому пределу. Принимая во внимание, что поставленной целью является нахождение редже-траекторий, для орбитального момента выбирается следующее правило перехода

$$\hbar \to 0, \qquad l \to \infty \qquad \text{так, что} \qquad \hbar l = const. \tag{8}$$

Тогда $\hbar l$ представляет собой некоторую функцию, зависящую от $\hbar$ и стремящуюся к постоянной при $\hbar \to 0$, что позволяет рассматривать в виде $\hbar$-разложения вместо энергии уже орбитальный член радиального уравнения Шредингера

$$\Lambda(r) = \hbar^2 l(l+1) = \sum_{k=0}^{\infty} \Lambda_k(r)\hbar^k. \tag{9}$$

В пределе $\hbar = 0$, согласно принятому правилу классического перехода (3), частица теперь будет находиться в точке минимума эффективного потенциала

$$V_{эфф}(r) = V(r) + \Lambda_0/2mr^2, \tag{10}$$

т.е. двигаться по стабильной круговой орбите радиуса r_0 с энергией $E = V_{эфф}(r_0)$ и классическим угловым моментом $L = \sqrt{\Lambda_0}$.

При этом нулевое приближение $\Lambda_0(E)$ разложения (9) приобретает смысл "критической", или "бифуркационной", кривой, разделяющей (L, E)- плоскость на разрешенную область и область, где движение классической частицы с угловым моментом L при заданной энергии E вообще невозможно.

Техника реализации $\hbar$- разложения для угловых моментов не на много отличается от рассмотренной для энергий одномерного уравнения Шредингера, приводя к простым рекуррентным формулам, аналогичным выражениям (6), (7) и позволяющим находить поправки любого порядка по $\hbar$ в численном или аналитическом виде.

В разделах 2.2 и 2.3 дано обобщение развиваемого формализма на случай релятивистских уравнений Клейна-Гордона и Дирака с потенциалами, имеющими лоренц-скалярную и лоренц-векторную составляющие. Показано, что для кулоновского взаимодействия, а для уравнения Шредингера еще и для осцилляторного, ряд по степеням постоянной Планка для редже-траекторий обрывается, приводя к аналитическим выражениям, совпадающим с точными решениями.

На примерах потенциалов, нашедших широкое применение в адронной спектроскопии, изучается скорость сходимости получаемых разложений. Отмечено, что уже учет поправок порядка $\hbar^2$ обеспечивает точность вполне достаточную для практических расчетов.

Третья глава посвящена исследованию связанных состояний в N - мерном пространстве. Здесь дается обобщение метода $\hbar$ - разложения для редже-траекторий на случай центральных потенциалов в N - мерном пространстве, что диктуется потребностью проследить изменение решений уравнений при переходе от одной размерности пространства к другой. Показано, что для некоторых задач квантовой механики анализ связанных состояний в (l, E) - плоскости имеет преимущества перед традиционными методами, так как переход к другой размерности пространства сводится для редже-траекторий только к их сдвигу, как целого. Данное свойство используется для разрешения некоторых парадоксов в поведении собственных значений энергии вращающегося гармонического осциллятора при переходе от трехмерного описания к двумерному, не нашедших своего объяснения в других подходах.

В данной главе также найдены точные решения N -мерных уравнений Клейна-Гордона и Дирака для связанных состояний в поле кулоновского потенциала притяжения, имеющего как общепринятую лоренц-векторную часть $V(r) = -b/r$, представляющую собой временную компоненту четырехмерного вектора, так и лоренц-скалярную составляющую $S(r) = -c'r$.

Обнаружено, что полученный энергетический спектр уравнения Дирака:

$$E = \frac{mc^2}{(\gamma+\tilde{n})^2 + (b/\hbar c)^2}\left[(\gamma+\tilde{n})\sqrt{(\gamma+\tilde{n})^2 - (a/\hbar c)^2 + (b/\hbar c)^2 - ab/(\hbar c)^2}\right], \qquad (11)$$

где

$$\gamma = [\chi^2 + (a/\hbar c)^2 - (b/\hbar c)^2]^{1/2}, \qquad \chi = s(N+2j-2)/2,$$
$$j = l - s/2, \qquad \tilde{n} = n + (s+1)/2, \qquad s = sign\chi = \pm 1,$$

переходит в спектр уравнения Клейна-Гордона при формальной подстановке $s = 0$ в выражения для j и $\tilde{n}$.

<u>В четвертой главе диссертации</u> развивается метод $\hbar$ - разложения для нахождения собственных значений энергии трехмерного уравнения Шредингера и дается его обобщение на релятивистский случай уравнений Клейна - Гордона и Дирака.

Здесь также используются правила перехода к классическому пределу для радиального (3) и орбитального (8) квантовых чисел. Однако, в отличие от метода нахождения редже-траекторий, в данном случае $\hbar$- разложение применяется как к энергии, так и к орбитальному слагаемому уравнения Шредингера. Причем последнее представляется в виде

$$\hbar^2 l(l+1) = \Lambda^2 + \hbar A\Lambda + \hbar^2 B. \qquad (12)$$

Получены рекуррентные формулы, одинаково простые как для основных, так и для радиально-возбужденных состояний. На конкретных примерах исследуется скорость сходимости метода и ее зависимость от выбора начального приближения Λ.

Показано, что различные варианты $1/N$ - разложения являются частными случаями $\hbar$ - разложения, отличающимися только выбором Λ в выражении (12). Тем самым, с одной стороны, дается явная (в виде $\hbar$- разложения) полуклассическая трактовка $1/N$ - метода и выясняется причина его дополнительности ВКБ-приближению. А с другой — формулируется новый эффективный алгоритм нахождения коэффициентов $1/N$ - разложения, одинаково простой и для основных и для радиально-возбужденных состояний, что устраняет существенный недостаток стандартных схем $1/N$ - разложения.

В §4.2 и §4.3 проводится обобщение метода $\hbar$- разложения на релятивистский случай уравнений Клейна-Гордона и Дирака. При этом удается преодолеть трудности, обусловленные нелинейным включением энергии в эти уравнения, и, так же как и для уравнения Шредингера, сформулировать алгоритм решения в виде простых рекуррентных соотношений. В отличие от обычно используемых схем $1/N$ - разложения, данный подход не сводит исходные уравнения путем отбрасывания некоторых слагаемых к виду, подобному шредингеровскому, что позволяет восстановить точные решения для кулоновского потенциала.

Вторая часть диссертации посвящена исследованию вопросов адр нной спектроскопии.

В пятой главе диссертации с помощью $\hbar$ - разложения находятся и исследуются аналитические выражения для редже - траекторий потенциальных моделей кваркониев, представляющих собой связанные состояния кварка и антикварка.

В §5.1 анализируются траектории для запирающих потенциалов типа "воронки". Обсуждается изменение их поведения при переходе от нерелятивистского описания к релятивистскому. Оценивается влияние дополнительного кулоновского слагаемого, появляющегося на больших расстояниях в потенциалах струнных моделей и приводящего к проблеме перераспределения кулоново-подобной части потенциала между лоренц-векторной и лоренц - скалярной компонентами.

В §5.2 строятся редже-траектории и изучаются их свойства для случая дипольного полевого взаимодействия, описываемого потенциалом

$$V(r) = -\frac{16\pi}{25}\frac{e^{-Kr}}{r\ln(B+1/(\Lambda r)^2)} - \frac{g^2C}{6\pi}\frac{e^{-\mu r}}{\mu} + const. \qquad (13)$$

Такой потенциал, асимптотически выходящий на константу, уже не обеспечивает полного запирания кварков. Показано, что в этой модели "неполного конфайнмента" возможность рождения цветных состояний хотя, в принципе, и существует, но не реализуется ввиду высокого порогового значения $M_{max} \approx 5 \div 7$ ГэВ. При этом для энергий $E < M_{max}$ остаются справедливыми представления обычного конфайнмента.

Рассмотрению ограничений, следующих из полуклассического представления редже-траекторий в виде $\hbar$ - разложения для степенных потенциалов $V(r) = Ar^\nu$, посвящен §5.3. На основе полученных ограничений выводятся неравенства нового типа, такие как

$$\left(\frac{E^\mu_{l+1} - E^\mu_l}{E^\mu_l - E^\mu_{l-1}}\right) \gtrless 1 \quad \text{при} \quad (\nu+1)(\nu-2) \lesseqgtr 0, \qquad (14)$$

где $\mu = (\nu+2)/2\nu$, которые регламентируют порядок расположения энергетических уровней и позволяют оценивать степень роста потенциала по заданным трем соседним состояниям.

В §5.4 исследуются траектории Редже для уравнения Шредингера с потенциалом $r^{2/3}$. В результате анализа аналитического представления редже

- траекторий опровергается распространенное в литературе мнение о проявлении их асимптотического поведения уже в резонансной области.

Шестая глава посвящена выводу соотношений на планарном уровне между наклонами и интерсептами барионных редже-траекторий. Основой анализа является применение дуальной аналитической модели, позволяющей использовать нелинейные редже-траектории, к процессам, связанным условием факторизации. Строится феноменологическая модель барионных траекторий для $SU(4)$ двадцатиплетов $(1/2)^+$ и $(3/2)^+$. Выводятся реджевские массовые формулы и обсуждается спектр масс.

Для двадцатиплета $(3/2)^+$ показано, что наклоны редже-траекторий, соответствующих барионам разного кваркового состава, связаны факторизационными соотношениями, в то время как для интерсептов справедливо правило эквидистантности:

$$\begin{aligned} \alpha_B(0) &= \alpha_\Delta(0) + \xi_s q + \xi_c r, \\ \alpha'_B &= \alpha'_\Delta \eta_s^q \eta_c^r, \end{aligned} \tag{15}$$

где $\xi_s = \alpha_\Sigma(0) - \alpha_\Delta(0)$, $\xi_c = \alpha_{\Sigma_c}(0) - \alpha_\Delta(0)$ $\eta_s = \alpha'_\Sigma : \alpha'_\Delta$, $\eta_c = \alpha'_{\Sigma_c} : \alpha'_\Delta$, q – число s-кварков, r – число c-кварков и не делается различия между u- и d- кварками.

В случае же мультиплета $(1/2)^+$ формулы для интерсептов принимают вид, аналогичный правилу масс в нарушенной $SU(4)$ симметрии:

$$\begin{aligned} \alpha_{\Xi_{cc}}(0) - \alpha_N(0) &= \alpha_{\Omega_{cc}}(0) - \alpha_\Sigma(0) \\ &= R[\alpha_\Xi(0) - \alpha_N(0)], \\ \alpha_{\Sigma_c}(0) - \alpha_N(0) &= \alpha_{\Omega_c}(0) - \alpha_\Xi(0) \\ &= \alpha_{\Xi_c^S}(0) - 1/4[3\alpha_\Lambda(0) + \alpha_\Sigma(0)] \\ &= R[\alpha_\Sigma(0) - \alpha_N(0)], \\ \alpha_{\Lambda_c}(0) - \alpha_N(0) &= \alpha_{\Xi_c^A}(0) - 1/4[3\alpha_\Sigma(0) + \alpha_\Lambda(0)] \\ &= R[\alpha_\Lambda(0) - \alpha_N(0)]. \end{aligned} \tag{16}$$

Принимая во внимание доминирующую роль планарного уровня, для проверки соответствия найденных соотношений экспериментальным данным в §6.3 строится феноменологическая модель барионных редже - траекторий. В ней используется следующая параметризация

$$\alpha_{B_\nu}(s) = \alpha_B(0) + \alpha'_B\sqrt{s}(\sqrt{s} \pm \eta_s^q \eta_c^r m_0), \quad \nu = \pm, \tag{17}$$

явно учитывающая симметрию Мак-Дауэлла и КХД-мотивированное расщепление между мультиплетами противоположной четности ν.

На основе этой параметризации выводятся массовые формулы, типа

$$\begin{aligned} m_\Delta(m_\Delta \pm m_0) \; + \; \eta_s^3 m_\Omega(m_\Omega \pm \eta_s^3 m_0) \\ = \; \eta_s^2 m_\Xi(m_\Xi \pm \eta_s^2 m_0) + \eta_s m_\Sigma(m_\Sigma \pm \eta_s m_0), \end{aligned} \qquad (18)$$

отличающиеся от линейной и квадратичной массовых формул Гелл-Манна-Окубо и лучше согласующиеся с экспериментальными данными.

Обсуждается полученный спектр масс для $SU(4)$ двадцатиплетов. По значениям масс $\Lambda_c(2280)$ и $\Sigma_c(2455)$ барионов для состояния Ξ_c^A предсказано $m_{\Xi_c^A} = 2.467$ ГэВ, подтвержденное последующим экспериментально измеренным значением $m = 2.4665 \pm 0.0029$ ГэВ.

Седьмая глава посвящена детальному исследованию имеющейся экспериментальной информации о векторных и тензорных мезонах, с целью количественной оценки величин вкладов различных эффектов в нарушение обменного вырождения траекторий полюсов Редже. Предлагается метод выделения кварковых (планарных) и адронных компонент редже-траекторий.

В §7.1-7.3 формулируется постановка задачи и дается описание метода выделения кварковой и адронной компонент редже-траекторий, построенного по следующей схеме.

Планарная компонента является основным приближением к физической траектории. Для нее справедлив ряд закономерностей, таких как обменное вырождение, чистота состояний, факторизация наклонов и соотношения между интерсептами. Адронная компонента определяет лишь поправки к основному приближению, возникающие за счет непланарных эффектов и процессов адронизации, обуславливающих связь кварк-глюонного сектора с адронным.

Уравнение, учитывающее распады планарных реджеонов на адроны, записывается в виде

$$P_{phys} = P_{plan} + P_{plan}\sigma P_{phys}, \qquad (19)$$

где

$$P_{plan} = \begin{bmatrix} \frac{1}{j-\bar{\alpha}_1(s)} & 0 & \cdots \\ 0 & \frac{1}{j-\bar{\alpha}_2(s)} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}, \qquad (20)$$

$\bar{\alpha}_k(s)$ – планарные редже-траектории, а $\sigma_{kl}(s)$ – ядро, описывающее переходы между кварковым и адронным секторами.

Тогда траектории физических реджеонов находятся из уравнения

$$\det(1 - P_{plan}\sigma). \qquad (21)$$

Для состояний с ненулевым изоспином уравнение (19) становится диагональным, и связь между физическими $\alpha_k(s)$ и планарными $\bar{\alpha}_k(s)$ траекториями принимает простой вид

$$\alpha_k(s) = \bar{\alpha}_k(s) + \sigma_k(s), \qquad (22)$$
$$k = \rho,\ a_2,\ K^*,\ K_2^*; \quad \sigma_k(s) = \sigma_{kk}.$$

Для вакуумных аддитивных квантовых чисел уравнение (19) связывает пары редже-полюсов $f_2 - f_2'$ и $\omega - \phi$, а ядро $\sigma_{kl}(s)$ для каждой пары представляет собой матрицу (2x2).

В отличие от кварковой компоненты $\bar{\alpha}(s)$, ядро $\sigma(s)$ имеет адронные пороги и для него может быть использована традиционная концепция правой аналитичности, позволяющая записать дисперсионное соотношение

$$\sigma(s) = \sigma(0) + \frac{s}{\pi}\int_{s_0}^{\infty} \frac{Im\sigma(s')}{s'(s'-s)} ds'. \qquad (23)$$

При вычислении дисперсионных интегралов значения $Im\sigma_k(m^2)$ в положениях резонансов восстанавливались из характеристик распадов

$$Im\sigma_k((m_l^k)^2) = Im\alpha_k((m_l^k)^2) = Re\alpha_k'((m_l^k)^2) m_l^k \Gamma_l^k, \qquad (24)$$

где m_l^k и Γ_l^k – масса и полная ширина распада резонанса со спином l на k-ой траектории; а между положениями резонансов параметризовались прямой линией.

Учет таких непланарных поправок как вклады тороидальных и цилиндрических диаграмм, а также векторных и тензорных глюболов, определяющих дополнительное расщепление обменно вырожденных траекторий производился с помощью феноменологических коэффициентов, усиливающих распады соответствующих реджеонов.

И, наконец, само выделение планарной компоненты редже - траекторий, как подчиняющейся найденным закономерностям, проводится путем минимизации всех имеющихся экспериментальных данных о массах и ширинах резонансов, с использованием значений параметров, полученных из высокоэнергетического рассеяния.

В §7.4 обсуждаются результаты проведенного анализа данных о векторных и тензорных мезонах. Показано, что вырожденность траекторий и чистота состояний, обеспечиваемые на планарном кварковом уровне, нарушаются нестабильностью реджеонов, т.е. их связью с адронными каналами. Обнаружена заметная нелинейность траекторий на планарном уровне, учет которой позволяет согласовать их поведение при переходе из области рассеяния в область резонансов.

В результате минимизации по всем имеющимся экспериментальным данным для планарных (кварковых) компонент траекторий получено:

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_{u\bar{u}}(s) &= -0.037 + 0.725s + 0.030s^2, \\ \tilde{\alpha}_{u\bar{s}}(s) &= -0.106 + 0.665s + 0.023s^2, \\ \tilde{\alpha}_{s\bar{s}}(s) &= -0.175 + 0.611s + 0.018s^2. \end{aligned} \qquad (25)$$

Выяснено, что для изосинглетных мезонов дополнительным фактором нарушения обменного вырождения является "непосредственное" взаимодействие кваркониумных реджеонов с глюболами.

В §7.5 проводится дальнейшее исследование изосинглетных тензорных мезонов и дается оценка их глюбольной примеси.

Глюбольным состояниям соответствуют диаграммы, имеющие топологию цилиндра и нарушающие правило Окубо-Цвейга-Иидзуки. Для их количественной оценки ключевым является по-возможности более точное выделение вклада планарных диаграмм, что становится возможным в результате нахождения планарных компонент редже - траекторий. Поэтому в рамках дуальных моделей, используя явный вид кварковых компонент (25), рассмотрены распады векторных и тензорных мезонов в планарном приближении.

Параметры моделей находились по данным о хорошо изученных восьми мезонах, которые не могут смешиваться с глюболом, и затем использовались для описания планарных распадов $f_2(1270)$ и $f_2'(1525)$.

Оказалось, что если для распадов мезонов с $I \neq 0$ согласие теоретических и экспериментальных значений для парциальных ширин достаточно хорошее ($\chi^2 = 0.5$), то для распадов $f_2 \to \pi\pi$ и $f_2' \to K\bar{K}$ значения ширин на планарном уровне значительно ниже экспериментальных, что свидетельствует о наличии вклада диаграмм типа цилиндра и необходимости введения глюбольной примеси.

Используя экспериментальные и вычисленные теоретические значения приведенных вершин, для матрицы смешивания "чистых" состояний $|u\bar{u}\rangle$, $|s\bar{s}\rangle$, $|gg\rangle$ получено:

$$\begin{pmatrix} f_2 \\ f_2' \\ G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.995 \pm 0.004 & 0.080 \pm 0.075 & 0.049 \pm 0.003 \\ -0.083 \pm 0.075 & 0.994 \pm 0.004 & 0.058 \pm 0.003 \\ -0.049 \pm 0.003 & -0.062 \pm 0.003 & 0.997 \pm 0.004 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |u\bar{u}\rangle \\ |s\bar{s}\rangle \\ |gg\rangle \end{pmatrix}, \qquad (26)$$

где G - реальный глюбол.

Найдено, что величина приведенной вершины глюбольной компоненты в несколько раз превышает значение для кварковых компонент. Поэтому ширины распадов глюбола будут намного больше мезонных, что делает проблематичным его экспериментальное наблюдение.

<u>В заключении</u> выделены основные результаты диссертации, которые сводятся к следующему:

1. Показано, что в дополнение к квазиклассическому ВКБ - приближению, в основе которого лежит переход к классическому пределу согласно правилу $\hbar \to 0$, $n \to \infty$, $\hbar n = const$, существует альтернативный подход, более соответствующий исследованиям низколежащих уровней, с правилом перехода $\hbar \to 0$, $n = const$, $\hbar n \to 0$.

2. Разработан новый метод, названный методом $\hbar$-разложения, для построения решений одномерного уравнения Шредингера, сосредоточенных в окрестности минимума потенциала, базирующийся на использовании логарифмической производной волновой функции с дальнейшим применением принципа аргумента и перехода к классическому пределу согласно правилу: $\hbar \to 0$, $n = const$, $\hbar n \to 0$. Алгоритм метода сводится к простым рекуррентным формулам, позволяющим находить поправки любого порядка по $\hbar$ как численно, так и в аналитической форме.

3. Построен эффективный алгоритм $\hbar$-разложения для нахождения аналитических выражений для редже-траекторий связанных состояний как нерелятивистского уравнения Шредингера, так и релятивистских уравнений Клейна - Гордона и Дирака.

4. Дано обобщение предложенного метода построения редже - траекторий на случай N-мерного пространства. Показано, что исследование связанных состояний в (l, E)-плоскости позволяет объяснить некоторые парадоксальные свойства поведения собственных значений энергии при переходе от одной размерности пространства к другой, не нашедшие своего объяснения в других подходах.

5. Найдены точные решения для уравнений Клейна-Гордона и Дирака в N-мерном пространстве с кулоновскими потенциалами, имеющими лоренц-векторную и лоренц-скалярную составляющие.

6. Рассмотрена явная полуклассическая (в виде $\hbar$- разложения) трактовка метода $1/N$- разложения. Доказано, что его различные варианты являются частными случаями $\hbar$- разложения, отличающимися только выбором начального приближения. Тем самым сформулирован новый подход к вычислению коэффициентов $1/N$- разложения, устраняющий недостатки ранее предложенных алгоритмов.

7. Найдены аналитические выражения для редже-траекторий уравнений Шредингера, Клейна-Гордона и Дирака с запирающими потенциалами типа воронки и проведено их исследование. Построены редже-траектории для случая дипольного представления глюонного пропагатора, реализующего возможность рождения цветных объектов, и проанализированы их

свойства.

8. Получены ограничения на поведение редже-траекторий, приводящие к неравенствам нового типа, регламентирующим порядок следования энергетических уровней степенного потенциала.

9. В результате анализа аналитического представления редже - траекторий для потенциала $r^{2/3}$ опровергнуто мнение о проявлении их асимптотического поведения уже в резонансной области.

10. Показано, что на планарном уровне при замене кварка одного аромата на другой наклоны редже-траекторий двадцатиплетов барионов $(3/2)^+$ и $(1/2)^+$ связаны условием факторизации, в то время как их интерсепты подчиняются соотношениям, следующим из нарушенной $SU(4)$ симметрии.

11. Построена модель барионных редже - траекторий, использующая представления КХД и приводящая к новым массовым формулам, хорошо согласующимся с экспериментальными данными о (u, d, s) - секторе и предсказавшим с высокой точностью положение недавно найденного резонанса Ξ_c.

12. Разработан метод выделения кварковых и адронных компонент редже - траекторий. Проведен анализ имеющихся экспериментальных данных о векторных и тензорных мезонах и найдены компоненты их редже - траекторий.

13.Показано, что нарушение обменного вырождения реджеонов с одинаковой кварковой структурой обусловлено, в первую очередь, различной связью кваркового и адронного секторов. Выяснено, что для изосинглетных мезонов дополнительным фактором нарушения обменного вырождения является влияние глюболов.

14.Построена модель смешивания тензорных мезонов с глюболом и определена величина глюбольной примеси в $f_2(1270)$ и $f_2'(1525)$ мезонах.

4 Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Тутик Р.С. *Соотношения между параметрами траекторий Редже и новые массовые формулы для декуплета барионов//* УФЖ.-1981.-26, N 12.-С. 1937-1942.

2. Glushko N.I., Kobylinsky N.A., Shelest V.P., Tutik R.S. *Hadron instability and planar Regge trajectories//* Proceedings of the VII Warsaw Symposium on elementary particle physics, Kazimierz, Poland.-Warszawa, 1984.-P. 495-501.

3. Глушко Н.И., Кобылинский Н.А., Тутик Р.С., Шелест В.П. *Кварковые и адронные компоненты в редже - траекториях*// ЯФ.-1987.-**46**, N 6(12).-С. 1747-1758. (Preprint ITP-86-157E, Kiev, 1986).

4. Косенко А.И., Тутик Р.С. *Модель редже-траекторий для очарованных барионов* $(1/2)^+$// УФЖ.-1990.-**35**, N 9.-С. 1292-1297.

5. Kobylinsky N.A., Stepanov S.S., Tutik R.S. *New semiclassical approximation for quarkonia Regge trajectories*// Phys.Lett.-1990.-**B235**, N 1-2.-P. 182-186. (Preprint ITP-89-56E, Kiev, 1989).

6. Kobylinsky N.A., Stepanov S.S., Tutik R.S. *Semiclassical approach to ground states within the Klein- Gordon equation*// J.Phys.-1990.-**A23**, N 6.-P. L237-L241. (Preprint ITP-89-57E, Kiev, 1989)

7. Kobylinsky N.A., Stepanov S.S., Tutik R.S. *$\hbar$- expansion for Regge trajectories: 1.The Schrödinger equation*// Z.Phys.-1990.-**C47**, N 3.-P. 469-475. (Preprint ITP-89-58E, Kiev, 1989).

8. Stepanov S.S., Tutik R.S. *How can the $1/N$- corrections be easily found in the Schrödinger equation framework*// Few-body problems in particle, nuclear, atomic and molecular physics: Proceedings of the XII-th European conference on few-body physics.- Uzhgorod, 1990.-P. 318.

9. Korobov V.P., Stepanov S.S., Tutik R.S. *The rotating oscillator in the N-dimensions: the (l, E)- plane analysis.*- Kiev, 1990.- 20 p.- (Preprint ITP-90-76E).

10. Stepanov S.S., Tutik R.S., Yaroshenko A.P., Schlippe W. von. *Semiclassical quantization non-manifestly using the method of harmonic balance*// Nuovo Cimento.-1991.-**B106**, N 3.-P. 329-333. (Preprint ITP-90-52E, Kiev, 1990).

11. Степанов С.С., Тутик Р.С. *Новая техника $1/n$-разложения*// ЖЭТФ.-1991.-**100**, N 2(8).-С. 415-421.

12. Stepanov S.S., Tutik R.S. *A new technique for deriving the large - N solution of the Klein-Gordon equation*// J.Phys.-1991.-**24**, N 9.-P. L469-L474.

13. Степанов С.С., Тутик Р.С. *Редже - траектория для N - мерного уравнения Шредингера*// УФЖ.-1991.-**36**, N 8.-С. 1262-1270.

14. Stepanov S.S., Tutik R.S. *$\hbar$ - expansion for Regge Trajectories: 2. Relativistic equations.*- Kiev, 1992.- 18 p. (Preprint ITP-92-14E).

15. Степанов С.С., Тутик Р.С. *1/n-разложение для уравнения Клейна-Гордона*// ЖЭТФ.-1992.-**101**, N 1.-С. 18-25.

16. Степанов С.С., Тутик Р.С. *ħ-разложение для связанных состояний уравнения Шредингера*// ТМФ.-1992.-**90**, N 2.-С. 208-217.

17. Tutik R.S. *Exact solution of the N- dimensional generalized Dirac-Coulomb equation*// J.Phys.-1992.-**A25**, N 8.-P. L413-417. (Preprint ITP-91-107E, Kiev, 1991).

18. Tutik R.S. *Bound states of the N- dimensional Klein-Gordon equation with vector and scalar Coulomb potentials*.- Kiev, 1992.- 8 p.- (Preprint ITP-92-13E).

19. Stepanov S.S., Tutik R.S. *A new approach to the 1/N - expansion for the Dirac equation*// Phys.Lett.-1992.-**A163**, N 1.-P. 26-31. (Preprint ITP-91-94E, Kiev, 1991).

20. Kholodkov A.V., Paccanoni F., Stepanov S.S., Tutik R.S. *Regge trajectories for the dipole field interaction and the quark confinement*// J.Phys.-1992.-**G18**, N 6.-P. 985-992. (Preprint DFPD 91 TH 34, Padova, Italy, 1991).

21. Paccanoni F., Stepanov S.S., Tutik R.S. *Regge trajectories and level spacings for the power-law potentials*// Hadrons-92: Proceedings of the workshop on elastic and difractive scattering. Ed. by L.Jenkovszky and E.Martynov. - Kiev, 1992.-P. 83-86.

22. Paccanoni F., Stepanov S.S., Tutik R.S. *Are the linear Regge trajectories really stright lines?*// Mod.Phys.Lett.-1993.-**A8**, N 6.-P. 549-555.

23. Paccanoni F., Stepanov S.S., Tutik R.S. *Level spacings following from the semiclassical representation for the Regge trajectories*// Europhys. Lett.-1993.-**23**, N 8.-P. 543-546. (Preprint DFPD 93 TH 20, Padova, Italy, 1993).

ТУТИК РУСЛАН СЕМЕНОВИЧ

Метод полуклассического разложения
и проблема связанных состояний
в адронной физике

Зам.- 58 Формат 60х90/16 Обл.-вид.арк.- 1.16
Підписано до друку 28.02.94 р. Тираж 100 екз.

Поліграфічна дільниця ІТФ АН України

15. Степанов С.С., Тутик Р.С. [illegible] // Доповіді АН УРСР.-1993.-101, N 1.-С. 14-25.

16. Степанов С.С., Тутик Р.С. 1/N-разложение для связанных состояний уравнения Шредингера // ТМФ.-1992.-90, N 2.-С. 208-217.

17. Tutik R.S. Exact solution of the N-dimensional generalized Dirac-Coulomb equation // J.Phys.-1992.-A25, N 8.-P. L413-417. (Preprint ITP-91-107E, Kiev, 1991).

18. Tutik R.S. Bound states of the N-dimensional Klein-Gordon equation with vector and scalar Coulomb potentials.- Kiev, 1992.- 8 p. (Preprint ITP-92-13E).

19. Stepanov S.S., Tutik R.S. A new approach to the 1/N-expansion for the Dirac equation// Phys.Lett.-1992.-A163, N 1.-P. 26-31. (Preprint ITP-91-54E, Kiev, 1991).

20. Kudryashov A.V., Paccanoni F., Stepanov S.S., Tutik R.S. Regge trajectories for the single-field interaction and the quark confinement// J.Phys.-1993.-G19, N 6.-P. 985-992. (Preprint DFPD 91 TH 34, Padova, Italy, 1991).

21. Paccanoni F., Stepanov S.S., Tutik R.S. Regge trajectories and level spacing for the power-law potentials// [illegible]-92. Proceedings of the workshop on elastic and diffractive scattering. Ed. by L. Jenkovszky and B. Martynov. - Kiev, 1992.-P. 83-86.

22. Paccanoni F., Stepanov S.S., Tutik R.S. Are the linear Regge trajectories really straight lines? // Mod.Phys.Lett.-1993.-A8, N 6.-P. 549-556.

23. Paccanoni F., Stepanov S.S., Tutik R.S. Level spacing following from the semiclassical representation for the Regge trajectories// [illegible]-1993.-22, N 8.-P. 543-548. (Preprint DFPD 93 TH 30, Padova, Italy 1993).

ТУТИК РУСЛАН СЕМЕНОВИЧ

Метод 1/N-[illegible]

в проблеме связанных состояний

в адронной физике

Зам. - 72   Формат 60×90/16   Обл.-вид.арк. 1.12

Підписано до друку 23.02.94 р.   Тираж 100 екз.

Поліграфічна дільниця ІТФ АН України