

Киевский институт инженеров гражданской авиации

на правах рукописи

КАЗАРНОВ ЕРНИ ИВАНОВИЧ

УДК 639.375

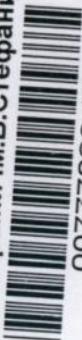
**ПРЕДЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ  
С ВЫРЕЗАМИ И ПОВРЕЖДЕНИЯМИ**

Специальность 01.02.04. - механика деформируемого  
твердого тела

**Авторизован  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук**

Киев 1994

ЛНБ України ім. В. Стефаніка



00777829 (1)

АВ 29.400

Работа выполнена на кафедре сопротивления материалов Киевского института инженеров гражданской авиации.

Научный руководитель: доктор технических наук,  
профессор Бородачев Н. М.

Основные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
заведующий отделом ИМ АН Украины,  
Канинский А. А.

кандидат технических наук,  
заведующий лабораторией УкрНИПРОЕКТ  
Кулий М. П.

Работавшая организация: Самарский государственный аэрокосмический университет

Защита состоится 8 апреля 1994 года в 15.30 часов на заседании специализированного совета К072.04.01. при Киевском институте инженеров гражданской авиации /ауд. 1.123/

252058, Киев-58, ГСП, пр. Космонавта Конарова, 1, КИИГА/

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке института.

Автореферат разослан «04» февраля 1994 года.

Ваш отзыв на автореферат в двух экземплярах, заверенных печатью, просим направлять в адрес института.

Ученый секретарь  
специализированного совета,  
кандидат технических наук

Лебедев Ю. А.

ЛНБ ім. В. Стефаніка  
АН України

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**А к т у а л ь н о с т ь т е м ы.** Развитие современного машиностроения характеризуется постоянно возрастающим уровнем напряженности несущих конструкций при сохранении к ним жестких требований в отношении материалоемкости и надежности в работе. Удовлетворение указанных требований не может быть осуществлено без совершенствования методов прочностного расчета. Расчеты на прочность призваны установить уровень эксплуатационных нагрузок, при котором гарантируется безопасная работа машин и конструкций с концентраторами напряжений.

Во многих элементах конструкций и машин имеются концентраторы напряжений, наличие которых обусловлено технологической необходимостью или которые возникли в процессе эксплуатации. Важным моментом при расчете на прочность ослабленных элементов конструкций является правильный выбор способа оценки их предельного состояния на основе имеющихся критериев прочности. Выбор критерия прочности применительно к расчету конкретного элемента конструкции зависит от многих факторов, наиболее важными из которых являются следующие: свойства материала данного элемента, способ нагружения, форма и размеры концентратора, температура окружающей среды и другие факторы.

До настоящего времени в прочностных расчетах при определении предельного состояния элементов конструкций основным мотивом для выбора критерия прочности являлось наличие или отсутствие остроконечного дефекта (трещины). Тогда при наличии трещины в теле в расчетах на прочность используются критерии прочности, основанные на моделировании механизма разрушения в соответствии с теорией механики трещин, а при отсутствии остроконечного дефекта в конструктивном элементе - применяются классические и новые критерии прочности сплошного материала. В последнем случае не учитывается механизм образования и развития трещин.

Однако, как показывают результаты многочисленных экспериментальных исследований, перед разрушением элементов конструкций возле концентраторов возникает локальные зоны предельного состояния материала, из которых развиваются трещины. Из-за наличия возникших трещин в процессе нагружения реальная несущая способность таких элементов конструкций получается заниженной по сравнению с расчетной, полученной на основе использования классических критериев

прочности. Вместе с тем, для расчета элементов конструкций с концентраторами, отличными от трещин, считается невозможным применение критериев прочности механики трещин из-за явного отсутствия трещиноподобных дефектов до нагружения элементов.

Поэтому важной задачей в настоящее время является дальнейшая разработка и совершенствование критериев прочности применительно к определению предельного состояния элементов конструкций, ослабленных нетрещиноподобными дефектами.

При расчетах на прочность для определения напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов конструкций с концентраторами применяются аналитические, приближенные аналитические, численные и экспериментальные методы. Аналитические методы позволяют получить точное решение лишь для ограниченного ряда задач ввиду сложности построения точной математической модели, учитывающей все многообразие факторов, влияющих на напряженное состояние элементов конструкций. В основном известны аналитические решения для тел бесконечных размеров. Использование экспериментальных методов связано с трудностями их реализации и осложняется наличием больших градиентов напряжений возле концентратора. Поэтому весьма актуальной задачей при исследованиях на прочность является также разработка численных и приближенных инженерных методов исследования НДС конструктивных элементов с вырезами и трещинами.

Целью работы является разработка теоретического способа оценки предельного состояния элементов конструкций, ослабленных нетрещиноподобными дефектами (конструктивными вырезами или повреждениями); постановка и непосредственное решение задач об определении предельного состояния конструктивных элементов из изотропного или анизотропного материалов при наличии отверстий.

Научная новизна результатов работы, выносимых на защиту состоит в следующем:

- разработан способ определения предельного состояния элементов конструкций из изотропного материала при наличии выреза или повреждения. С целью реализации данного способа развит метод сечений и получена формула, по которой вычисляется коэффициент интенсивности напряжений (КИН) в пластине с отверстием и двумя радиальными трещинами. Найдено выражение для КИН в полосе с подкрепленным отверстием и двумя радиальными трещинами, а также разработан способ определения упругих характеристик материала в зоне повреждения;

- предложенный теоретический способ определения предельного состояния листовых элементов конструкций из изотропного материала распространен на случай наличия ряда отверстий. Для реализации данного способа разработан численный метод определения напряженно-го состояния пластины с несколькими отверстиями и способ вычисления коэффициентов интенсивности напряжений в пластине конечных размеров с двумя отверстиями и четырьмя радиальными трещинами;

- разработанный способ определения предельного состояния применен также для расчета ортотропной пластины с эллиптическим отверстием;

- с помощью разработанного пакета прикладных программ проведен численный анализ упругого напряженного и предельного состояний всех рассмотренных элементов конструкций.

**Практическая ценность.** Предложенный метод расчета изотропных и анизотропных тел с концентраторами в виде вырезов и повреждений позволяет определить предельное состояние элементов конструкций, изготовленных из современных материалов, таких как алюминиевые сплавы и композиты при наличии в них дефектов. Результаты расчетов по данному методу также позволяют определить опасные размеры дефектов в конструктивных элементах при заданной эксплуатационной нагрузке.

В процессе реализации предложенного способа определения предельного состояния разработаны методы расчета напряженно-деформированного состояния элементов конструкций с несколькими отверстиями или повреждениями и вычисления коэффициентов интенсивности напряжений в указанных элементах при наличии в них радиальных трещин. Предложенные методы расчета могут быть применены для более обоснованной оценки несущей способности конструкций, содержащих трещиноподобные и отличные от трещин дефекты.

Результаты диссертационной работы внедрены в отраслевой научно-исследовательской лаборатории при кафедре летательных аппаратов Самарского государственного аэрокосмического университета. Приведенный в данной работе акт внедрения подтверждает использование предложенных методов расчета и применение полученных результатов.

**Достоверность результатов,** полученных в диссертационной работе, обеспечивается применением современных теоретических методов решения задач и сравнением их в частных случаях с известными результатами, полученными другими методами, что

также подтверждает правильность полученных результатов.

**А п р о б а ц и я р а б о т ы.** Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на III Всесоюзной симпозиуме "Трещиностойкость материалов и элементов конструкций" (г. Житомир, 1990), Всесоюзной конференции "Технологические проблемы прочности несущих конструкций" (г. Запорожье, 1991), 8-й Международной конференции по механике разрушения материалов (г. Киев, 1993).

В целом работа докладывалась на заседании научно-технического семинара кафедр "Теории машин и механизмов и деталей машин", "Авиационных двигателей", "Конструкции и прочности летательных аппаратов", "Сопротивление материалов" Киевского института инженеров гражданской авиации (1992 г.).

**П у б л и к а ц и я.** По теме диссертации опубликовано 8 печатных работ.

**С т р у к т у р а и о б ъ е м р а б о т ы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, общих выводов, заключения, списка использованной литературы и приложения. Работа изложена на 147 страницах, включая 35 рисунков и 2 таблицы. Библиография включает 167 наименований. В приложении приведена копия акта внедрения.

#### О С Н О В Н О Е С О Д Е Р Ж А Н И Е Р А Б О Т Ы

Во в в е д е н и и обоснована актуальность темы исследования, показаны научная новизна и практическое значение выполненных исследований.

В п е р в о й г л а в е сделан обзор существующих механических критериев прочности материала, а также методов решения плоских задач для тел с концентраторами напряжений. Анализ литературных источников позволяет заключить, что развитие критериев прочности и методов решения задач для тел с дефектами необходимо для более точной и обоснованной оценки несущей способности элементов конструкций с концентраторами.

В настоящее время все разнообразие механических критериев прочности объединено в две группы, в которых предельное состояние материала рассматривается с позиции классических критериев прочности или на основе моделирования механизма разрушения. Однако данные критерии нельзя непосредственно использовать для определения критического состояния элементов конструкций с нетрещиноподобными дефектами типа выреза или повреждения. Так, для применения в

расчетах критериев прочности механики разрушения необходимо наличие трещиноподобного дефекта. В то же время, используя классические теории прочности в расчетах, теоретическая прочность элемента конструкции с повреждением получается заниженной по сравнению с экспериментальными данными. Это объясняется тем, что с точки зрения классических критериев прочности критическое состояние рассматриваемого элемента наступает при достижении в нем предельного состояния материала в одной наиболее напряженной точке. Однако, как показывает опыт, в момент полной потери несущей способности элемента конструкции зона предельного состояния материала имеет определенный размер, отличный от точки. Поэтому, можно предположить, что расчет критического состояния тела с концентратором, отличным от трещины, должен включать в себя с одной стороны определение предельного напряженного состояния в теле с концентратором с учетом сплошности материала, а с другой стороны - использование методов механики разрушения.

На основании литературного обзора дано обоснование цели диссертационной работы.

Во второй главе дано описание предлагаемого способа оценки предельного состояния элементов конструкций с вырезками и повреждениями.

Суть предлагаемого способа заключается в следующем. Из экспериментальных данных известно, что в момент разрушения пластины с дефектом предельное напряженное состояние не достигается по всему ослабленному сечению. В начальный момент при некоторой нагрузке возле отверстия в опасном сечении возникает зона предельного состояния материала. В этой зоне будет наблюдаться нарушение сплошности материала, что эквивалентно образованию трещины. При дальнейшем росте нагрузки зона предельного состояния будет увеличиваться до тех пор, пока трещина не достигнет критической длины. Затем произойдет практически мгновенное разрушение пластины.

Классические критерии прочности позволяют определить размеры области, в которой достигается предельное состояние материала при заданной нагрузке. Но с помощью только этих критериев нельзя определить критические размеры зоны предельного состояния материала, а также критическую нагрузку, при которой произойдет полное разрушение элемента конструкции (разделение на отдельные части).

Критерии механики разрушения, наоборот, позволяют определить

критический размер трещиноподобного дефекта при заданной нагрузке, но не позволяют определить размер зоны, в которой материал находится в предельном состоянии.

Отсюда можно сделать предположение, что в совместном применении классических критериев прочности и критериев механики разрушения следует искать решение данной задачи. С помощью классических критериев прочности определяется длина зоны предельного состояния материала возле дефекта, а с помощью механики разрушения определяется критическая длина трещины возле концентратора. Затем, зная критическую длину трещины, можно найти критическую нагрузку для конструктивного элемента с дефектом.

Для апробации предложенного способа рассматривается задача об определении предельного состояния пластины конечной ширины при наличии кругового выреза (рис. 1,  $d=0$ ). Боковая поверхность полосы и контур отверстия свободны от внешних нагрузок. На достаточном удалении от отверстия в поперечных сечениях полосы действуют равномерно распределенные растягивающие напряжения.

Рассмотрим более подробно сущность предлагаемого способа. Для нахождения критического размера зоны предельного состояния материала необходимо иметь две кривые (рис. 2). Кривая 1 характеризует зависимость длины зоны предельного состояния материала  $l$  возле отверстия от величины напряжения  $\sigma_0$ , приложенного к торцам пластины. Кривая 2 дает зависимость критического напряжения на торцах пластины от длины радиальной трещины  $d$ , выходящей на контур отверстия в опасном сечении. Абсцисса этой точки пересечения дает критический размер  $d_k$  зоны предельного состояния материала, а ордината - значение напряжения на торцах пластины, при котором произойдет разрушение элемента.

Для определения размера зоны предельного состояния материала возле отверстия необходимо решить задачу о концентрации напряжений (первая задача). Чтобы построить кривую 2 надо найти зависимость КИН от геометрических размеров пластины, диаметра отверстия и длины радиальной трещины (вторая задача).

В связи с тем, что в имеющейся справочной литературе представлены лишь графические зависимости для определения напряженного состояния в пластине конечной ширины с отверстиями, которые дают большую погрешность при вычислении напряжений возле отверстий, а известны аппроксимирующие формулы для КИН в данной пластине при

наличии двух радиальных трещин дают значительную погрешность для коротких трещин, получены новые решения, необходимые для реализации способа определения предельного состояния.

Приближенную формулу для нормальных напряжений  $\sigma_y(x, 0)$ , пригодную для определения напряжений вблизи отверстия, можно получить с помощью решения Кирша для бесконечной пластины с круговым отверстием, вводя в это решение коэффициент  $\alpha$ , учитывающий конечность ширины элемента. Применяя метод сечений и составляя уравнение равновесия отсеченной части пластины, получаем следующее выражение для нормальных напряжений в сечении  $y = 0$ :

$$\sigma_y(x, 0) = \sigma_0 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{R^2}{x^2} + \alpha \frac{R^4}{x^4} \right), \quad (R \leq x \leq W), \quad \alpha = \frac{3(1+\epsilon)}{2(1-\epsilon^3)}, \quad \epsilon = \frac{R}{W}. \quad (1)$$

По формуле (1) был вычислен ряд значений  $\sigma_y(R, 0)/\sigma_0$  и сопоставлен с точными данными, имеющимися в справочной литературе. При этом относительная погрешность вычисления  $\sigma_y(R, 0)/\sigma_0$  по формуле (1) для  $0 \leq R/W \leq 0,5$  не превышает 6%. При  $R/W \leq 0,25$  указанная погрешность не менее 2,3% и стремится к нулю при  $R/W \rightarrow 0$ .

Формула для КИН в пластине с двумя радиальными трещинами, входящими на контур кругового отверстия (рис. 1), получена на основе решения задачи И. М. Бородачева и М. П. Кулиа о растяжении полосы с центральной трещиной длиной  $2\ell$ , на поверхностях которой действуют нормальные напряжения  $\sigma(x) = -\sigma_y(x, 0)$ . Тогда, используя решение указанной задачи и формулу (1), получим следующее выражение для КИН.

$$K_I = \sigma_0 \ell^{1/2} F(\epsilon, w) \quad (2)$$

$$F(\epsilon, w) = M \frac{2}{\pi} \left\{ \arccos w + \frac{w\epsilon}{2} (1-w^2)^{1/2} \left[ 1 + \frac{2}{3} \alpha (1+w^2) \right] + \right. \\ \left. + (1-\theta^2)^{-1/2} \int_{\epsilon}^{\theta} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\epsilon^2}{x^2} + \alpha \frac{\epsilon^4}{x^4} \right) \operatorname{arccotg} \left( \frac{1-\theta^2}{\theta^2-x^2} \right)^{1/2} dx \right\},$$

$$M(\rho) = \frac{1,25 + 5,27\rho}{1 + 5,33\rho}, \quad \rho = \frac{\ell}{R}, \quad \theta = \frac{\ell}{w}, \quad w = \frac{R}{W}.$$

Погрешность вычисления КИН по формуле (2) при  $\epsilon = 0,25$  и  $0,26 \leq \theta \leq 0,5$  не превышает 5% по сравнению с точным решением.

Полученные формулы (1) и (2) позволяют построить кривые 1 и 2

2 (рис. 2), необходимые для определения предельного состояния пластины с отверстиями.

В качестве примера рассматривается пластина конечной ширины ( $2W = 140$  мм,  $H = 200$  мм,  $t = 1,83$  мм), ослабленная центральным круговым отверстием радиуса  $R = 14$  мм и подвергающаяся равномерному растяжению (рис. 1,  $d = 0$ ). Материал пластины Д16АТ имеет следующие механические характеристики: истинное сопротивление отрыву  $S_k = 700$  МПа, пределы прочности при растяжении  $\sigma_B = 450$  МПа и сжатии  $\sigma_{сж} = 710$  МПа, вязкость разрушения  $K_{Ic} = 37$  МН/м<sup>3/2</sup>.

За модель статического разрушения хрупких материалов принимаются следующие условия:

$$\sigma_{зкб} \geq \sigma_B \vee \sigma_1 \geq S_k, \quad (3)$$

где  $\sigma_{зкб}$  определяется по теории прочности Лисаренко-Лебедева;  $\sigma_1$  - главное напряжение;  $\vee$  - знак логического суммирования.

В качестве условия разрушения используется условие Ирайна

$$K_I = K_{Ic}. \quad (4)$$

где  $K_I$  и  $K_{Ic}$  - КИН нормального отрыва и его критическое значение в случае плоского напряженного состояния.

Вначале вычисляется напряжение  $\sigma_1$  в ослабленном сечении пластины по формуле (1) для значений напряжения  $\sigma_0 = 250, 300, 350$  МПа, действующего на ее торцах. По данным расчета строятся эпюры  $\sigma_1$  (рис. 3). Часть эпюры  $\sigma_1$ , расположенную выше уровня  $S_k$ , заменяем равномерно распределенной с ординатой  $S_k$ . Длина горизонтального участка эпюры  $\sigma_1$  выбирается из условия равновесия отсеченной части пластины в сечении  $y = 0$ . В результате находятся точки 1, 2 и 3 (рис. 3). Опущенные затем перпендикуляры из точек 1, 2 и 3 на ось абсцисс позволяют найти размеры зон предельного состояния материала  $d = 2,0; 4,5; 8,0$  мм для соответствующих значений напряжений  $\sigma_0 = 250, 300$  и  $350$  МПа. Это позволяет построить зависимость  $\sigma_0$  от  $d$  (кривая 1 на рис. 2).

Используя критерий прочности (4) и формулу (2) можно построить кривую 2 (рис. 2). По двум кривым 1 и 2 (рис. 2), построенным для рассматриваемой конкретной пластины, найдены критический размер зоны предельного состояния материала  $d = 1,8$  мм и напряжение  $\sigma_0 = 304$  МПа, при котором произойдет разрушение пластины.

На рис. 4 построены графики зависимости напряжения  $\sigma_0$  (при

котором происходит разрушение пластины) от диаметра отверстия на основании расчетов по предложенному способу с использованием критерия  $\sigma_{\text{жв}} \geq \sigma_s$  (кривая 1), критерия  $\sigma_1 \geq \sigma_K$  (кривая 2), а также результатов испытания (кривая 3). Заштрихованная часть рис. 4 - доверительная область экспериментальных данных. Наибольшее расхождение экспериментальных и теоретических данных, полученных на основании использования критерия  $\sigma_1 \geq \sigma_K$  не превышает 9%, а полученных на основании применения критерия  $\sigma_{\text{жв}} \geq \sigma_s$  - не более 12%.

Как видно из рассмотренного выше примера, погрешность предлагаемого теоретического способа сравнительно невелика и вполне допустима для инженерных расчетов.

Выше был описан новый способ расчета предельного состояния ослабленной отверстиями пластины, материал которой является однородным и изотропным. Однако, в практике эксплуатации летательных аппаратов и некоторых других конструкций встречаются дефекты в виде пробив, материал возле которых имеет слож нежестко механические характеристики и структуру вследствие удара. Основными факторами, влияющими на изменение свойств материала в зоне повреждения, являются скорость и масса ударника. В свою очередь геометрические размеры и свойства поврежденной зоны оказывают влияние на остаточную прочность поврежденного элемента и всей конструкции в целом.

Ниже предлагается способ определения предельного состояния пластины, содержащей пробитое отверстие.

Рассмотрим пластину конечной ширины, ослабленную пробоем в виде кругового отверстия радиусом  $R_1$  (рис. 5). Контур отверстия и боковые грани пластины свободны от внешней нагрузки. На достаточном удалении ( $H/R_1 < 0.2$ ) от поврежденной зоны толщиной  $\delta = R - R_1$  действуют равномерно распределенные растягивающие напряжения.

В соответствии с предлагаемым способом определения предельного состояния необходимо знать напряженное состояние в ослабленном сечении пластины с подкрепленным отверстием (подкрепление подводит зону поврежденного материала) и КИИ при наличии в данной пластине двух радиальных трещин. В связи с тем, что нужных решений указанных задач в современной литературе нет, в диссертации предлагаются приближенные решения этих задач.

Для определения НДС пластины с пробоем предложен расчетный метод, позволяющий учитывать изменение упругих характеристик материала в поврежденной зоне. Согласно этому методу поврежденная зона

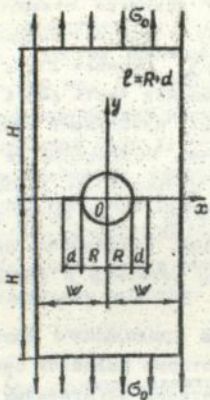


Рис. 1. Пластина с центральной отверстием и двумя радиальными трещинами.

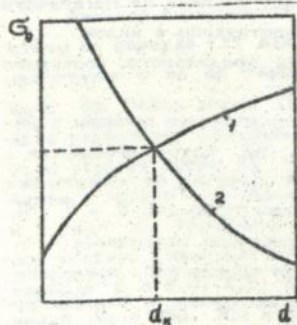


Рис. 2. Графическое определение предельного состояния пластины с отверстием

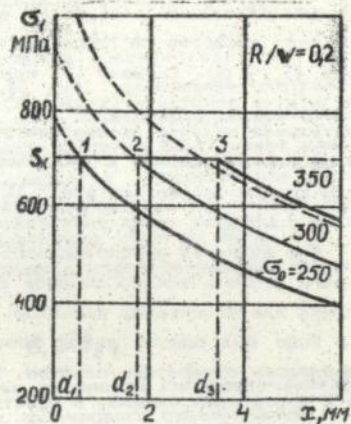


Рис. 3. Графическое определение размеров зон предельного состояния материала  $d$  возле отверстия при различных  $\sigma_0$

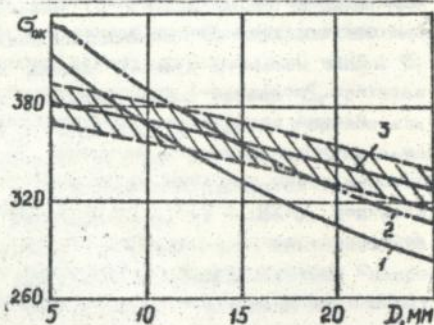


Рис. 4. Теоретические (кривые 1 и 2) и экспериментальная (3) зависимости критических напряжений  $\sigma_{кр}$  от диаметра отверстия  $D$

вокруг пробоя при расчете заменяется упругим кольцом, упругие характеристики материала которого отличаются от упругих характеристик неповрежденного материала пластины. Указанные характеристики поврежденного материала определяются экспериментальным путем.

Так как существующие способы определения упругих характеристик материала не позволяют производить исследования поврежденных зон размером не менее 1,0 мм, разработана новая экспериментальная методика определения модуля Юнга  $E$  и коэффициента Пуассона  $\nu$ .

При выводе формул для КИН в полосе с подкрепленным отверстием и двумя радиальными трещинами был использован модифицированный метод сечения, применение которого описано выше. С помощью указанного метода получены формулы КИН для полосы с отверстием, подкрепленным кольцом, и двумя радиальными трещинами, выходящими на внутренний контур кольца в опасном сечении. Таким образом полученные формулы позволяют определить предельное состояние пластины с повреждением.

Для иллюстрации разработанного способа рассмотрено вычисление предельного состояния пластины из материала АМГ6М с отверстием, подкрепленным кольцами различной толщины, моделирующими материал в зоне повреждения. Для использования в решении задачи реальных размеров и упругих характеристик материала поврежденных зон были исследованы образцы из материала АМГ6М, пробитые ударниками со скоростью  $V = 1,0$  и  $1,5$  км/с. В результате металлографического анализа образцов с повреждениями установлено, что при скорости пробойника  $V = 1,0$  км/с пластическое деформирование материала распространяется равномерно в радиальных направлениях от краев отверстия на глубину до  $0,75 \pm 0,25$  мм, а при  $V = 1,5$  км/с - до  $1,2 \pm 0,2$  мм. С помощью предложенной методики определения упругих характеристик материала найдены  $E$  и  $\nu$  поврежденных зон. Результаты вычисления предельного состояния пластин с подкрепленным отверстием показаны на рис. 6 в виде зависимостей (кривые 1 и 2) критического напряжения  $\sigma_{крит}$  от диаметра кольца  $D = 2R_1$ . Кривая 1 получена для толщины кольца  $\delta = 0,65$  мм, а кривая 2 - для  $\delta = 1,30$  мм.

Для проверки предложенного способа была испытана партия плоских образцов из сплава АМГ6 с пробитыми отверстиями. Испытания образцов на растяжение производилось на разрывной машине Р-50. Результаты эксперимента приведены на рис. 6 в виде кривых 3 и 4 для двух скоростей пробойника  $V = 1,0$  и  $1,5$  км/с. Наибольшее расхождение теоретических и экспериментальных данных не превышает 6%.

В третьей главе рассмотрено влияние нескольких отверстий на предельное состояние конструктивных элементов. Для оценки предельного состояния таких элементов предлагается способ, сущность которого состоит в следующем. В процессе возрастания нагрузки возле отверстий в опасном сечении возникают зоны предельного состояния материала. В этих зонах будет наблюдаться нарушение сплошности материала, что эквивалентно образованию трещин. При дальнейшем увеличении нагрузки зоны предельного состояния (трещины) будут увеличиваться до тех пор, пока какая-нибудь из трещин не достигнет критической длины. Затем произойдет практически мгновенное разрушение пластины.

Для решения данной задачи необходимо знать напряжения в опасном сечении пластины с отверстиями (первая задача) и КИИ в данных пластинах при наличии трещин (вторая задача). Более подробное описание метода дано на примере определения предельного состояния пластины конечной ширины с двумя вырезами.

Для решения первой задачи разработан численный метод, основанный на представлении искомого вектора перемещений точек пластины в виде суперпозиции сингулярных решений плоской задачи теории упругости, записанных в перемещениях. Рассмотрим суть предлагаемого метода. Пусть пластина, расположенная в плоскости  $(X, Y)$ , ослабленная несколькими непересекающимися отверстиями с контурами  $S_i$  ( $i = \overline{1, N}$ ) и находящаяся в условиях обобщенного плоского напряженного состояния, подвергается одноосному, вдоль оси  $Oy$ , растяжению (рис. 7). Вектор перемещения точек пластины  $\vec{U} = \vec{U}_0 + \vec{U}_i$ , где  $\vec{U}_0$  и  $\vec{U}_i$  - векторы перемещения основного и добавочного, вызванного наличием отверстий, деформированных состояний соответственно, удовлетворяет в области  $V$  уравнению равновесия при отсутствии массовых сил ( $\vec{R} = 0$ ):

$$\nabla^2 \vec{U} + \frac{1+\nu}{1-\nu} \nabla \cdot \nabla \vec{U} + \vec{R} = 0, \quad (5)$$

а также граничные условия в напряжениях на контурах отверстий

$$\vec{n}_i \cdot \hat{\sigma}(\vec{U}) = 0 \quad \text{на} \quad S_i (i = \overline{1, N}), \quad (6)$$

где  $\nu$  - коэффициент Пуассона;  $\vec{n}_i$  - единичный вектор внешней нормали к  $S_i$ ;  $\hat{\sigma}(\vec{U})$  - тензор напряжений, полученный из закона Гука по вектору перемещений  $(\vec{U})$ ;  $N$  - количество отверстий.

Для решения поставленной задачи представим вектор перемеще-

ния  $\vec{U}_g$  в виде суперпозиции вышеотличенных четырех видов сингулярных решений  $\vec{U}^{(k)}$  ( $k = \overline{1,4}$ ), распределенных с неизвестными плотностями  $\Phi^{(k)}(a,c)$  по некоторым контурам  $S_i^N$  ( $i = \overline{1,N}$ ), каждый из которых полностью лежит внутри соответствующего контура отверстия  $S_i$

$$\vec{U}_g = \sum_{i=1}^N \int_{S_i^N} \sum_{k=1}^4 \Phi^{(k)}(a,c) \vec{U}^{(k)}(x-a, y-c) dS_i^N. \quad (7)$$

Упомянутые сингулярные решения уравнения равновесия (5) находятся при действии массовых сил следующего типа. Первые две массовые силы представляют собой сосредоточенные силы, направленные вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$  соответственно, третья сила получена как сумма двух двойных сил без моментов, приложенных к точке  $(a,c)$  и направленных вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$  и четвертая сила представляет собой сумму двух взаимноперпендикулярных двойных сил с моментами, направленными по орту  $\vec{K}$  и приложенных в одной и той же точке (центр вращения).

Контурные интегралы в формуле (7) заменим их приближенными значениями, используя  $M$ -точечную формулу трапеций или квадратурную формулу Гаусса:

$$\vec{U}_g(x,y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \omega_j \sum_{k=1}^4 \Phi_{ij}^{(k)} \vec{U}_{ij}^{(k)}(x,y), \quad (8)$$

где  $\omega_j$  - весовые коэффициенты;  $\Phi_{ij}^{(k)} = \Phi^{(k)}(a_{ij}, c_{ij})$  - значения исходных плотностей распределений в узловых точках  $(a_{ij}, c_{ij}) \in S_i^N$ ;  $\vec{U}_{ij}^{(k)}(x,y) = \vec{U}^{(k)}(x-a_{ij}, y-c_{ij})$ .

Используя принцип минимума потенциальной энергии деформации системы при отсутствии напряжений на контурах отверстий, получаем систему  $4MN$  линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \omega_j \sum_{k=1}^4 \Phi_{ij}^{(k)} \sum_{i=1}^N \int_{S_i} \vec{n}_i \cdot \hat{G}(\vec{U}_{ij}) \cdot \vec{U}_{\alpha\beta}^{(\alpha)} dS_i = - \sum_{i=1}^N \int_{S_i} \vec{n}_i \cdot \hat{G}(\vec{U}_0) \cdot \vec{U}_{\alpha\beta}^{(\alpha)} dS_i$$

$$(\alpha = \overline{1,N}; \beta = \overline{1,M}; \gamma = \overline{1,4})$$

для отыскания  $4MN$  неизвестных  $\Phi_{ij}^{(k)}$ .

В качестве иллюстрации предложенного численного метода про-

ведено сравнение результатов, полученных на его основе с известными решениями Г. Н. Савина об одноосном растяжении пластины с двумя отверстиями. При этом погрешность численного метода не превысила 0,6%.

По второй части задачи получены формулы для КИН в полосе при наличии четырех радиальных трещин, выходящих из контур двух отверстий. При выводе формул было сделано допущение о том, что отверстия расположены на значительном расстоянии друг от друга и симметрично относительно срединной линии пластины. Это позволило упростить задачу и при расчетах рассматривать одну половину пластины с одним нецентральной отверстием и двумя радиальными трещинами. Затем, применив модифицированный метод сечений к рассматриваемой полосе, были получены формулы для КИН. Полученные формулы для КИН и численный метод определения напряженного состояния позволяют определять предельное состояние пластины конечной ширины при наличии двух отверстий.

В качестве примера рассмотрено определение предельного состояния пластины конечной ширины, ослабленной двумя симметрично расположенными отверстиями и подвергающейся равноосному растяжению.

Решение задачи, полученное выше для вычисления напряженного состояния бесконечной пластины, можно применять с некоторой погрешностью и для полосы конечной ширины, если отверстия расположены на достаточном удалении от границ пластины.

На рис. 8 представлены теоретические данные (кривые 1-4) расчета предельного состояния пластины с различными диаметрами отверстий  $D$  и различным удалением отверстий друг от друга.

С целью проверки предложенного способа были проведены испытания образцов с двумя вырезами на растяжение. На рис. 8 представлены результаты эксперимента (заштрихованные области: для  $D = 7$  мм штриховка с наклоном влево, а для  $D = 10,0$  мм - с наклоном вправо).

Теоретические кривые 1-4, построенные по двум критериям прочности, дали двустороннюю оценку параметров предельного состояния. Наибольшая разница теоретических и экспериментальных данных не превысила 12% при использовании критерия  $\sigma_{\text{нб}} \geq \sigma_p$  (кривая 4 для  $D = 7$  мм, кривая 2 для  $D = 10$  мм). При применении критерия  $\sigma_1 \geq S_K$  погрешность теоретического метода меньше (здесь кривая 3 для  $D = 7$  мм, кривая 1 для  $D = 10$  мм).

Теоретические кривые 1 и 3 построены по значениям критических напряжений  $\sigma_0^{(1)} = S_K$  при использовании критерия  $\sigma_1 \geq S_K$ , а за-

висности 2 и 4 - по напряжениям  $\sigma_{\theta}^{(2)} = \sigma_x$ , приняв критерий  $\sigma_{жв} \geq \sigma_{\theta}$ . Если подсчитать среднеарифметические значения напряжений  $\sigma_{\theta}^{(1)}$  и  $\sigma_{\theta}^{(2)}$ , то они расположатся в области экспериментальных данных (пунктирная и штрихпунктирная линии).

В четвертой главе исследована прочность пластин из композиционного материала с вырезом различной формы. Рассмотрена задача об определении предельного состояния композиционной пластины с эллиптическим вырезом при действии равномерно распределенных растягивающих напряжений, действующих на ее гранях в одном направлении, а также задача об определении предельного состояния ортотропной пластины с эллиптическим вырезом, к поверхности которого приложены сосредоточенные силы, действующие в противоположных направлениях.

При решении названных задач с помощью метода сечений были получены формулы для определения напряженного состояния в опасном сечении ортотропной пластины конечной ширины с центральным эллиптическим отверстием и КИИ в данной пластине при наличии двух радиальных трещин и при действии на значительном удалении от выреза равномерно растягивающих напряжений. Также получены формулы для вычисления напряженного состояния в ослабленном сечении ортотропной пластины конечной ширины с эллиптическим отверстием и КИИ в этой пластине при наличии двух радиальных трещин в случае действия двух равных, но противоположно направленных сосредоточенных сил, приложенных к поверхности отверстия.

Для оценки точности предложенного метода определения предельного состояния были проведены экспериментальные исследования образцов из однонаправленного углепластика с вырезом на растяжение до разрушения. Испытания образцов производилось на разрывной испытательной машине РР - 10. В первом случае растяжение образцов осуществлялось с помощью захватов машины, которые были установлены в сечениях образца, расположенных на значительном удалении (две ширины образца) от центра выреза. Во втором случае нагружение осуществлялось с помощью приспособлений, закрепленных на захватах машины. Приспособления позволяли обеспечивать продольную устойчивость образца во время испытания и в то же время производить его нагружение через небольшие площадки контакта, расположенные на контуре эллиптического выреза. В результате обработки экспериментальных данных и сопоставления их с расчетными установлено, что пог-

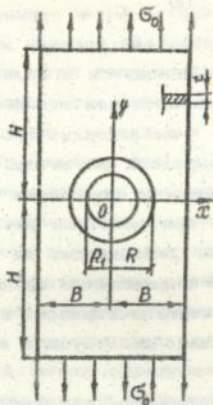


Рис. 5. Пластина с подкрепленными кольцом отверстием

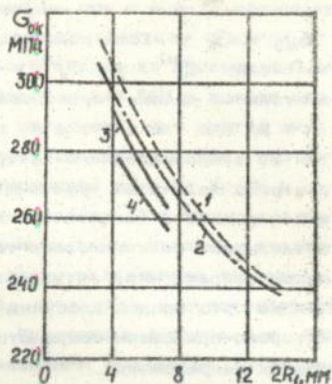


Рис. 6. Теоретические (кривые 1 и 2) и экспериментальные (3 и 4) зависимости критического напряжения  $\sigma_{кр}$  от диаметра отверстия  $D = 2R_1$

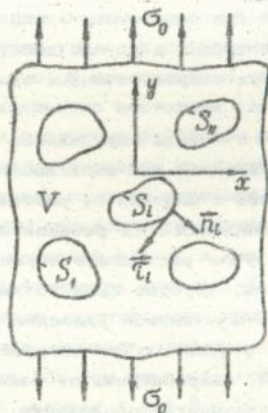


Рис. 7. Одноосное растяжение пластины с несколькими отверстиями

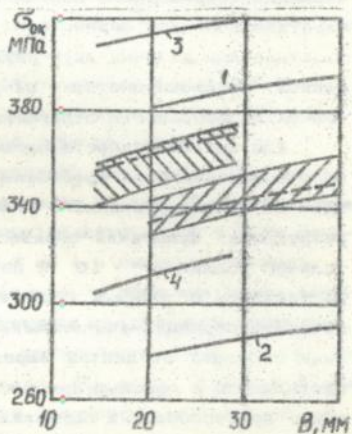


Рис. 8. Экспериментальные и теоретические зависимости критического напряжения  $\sigma_{кр}$  от расстояния между центрами отверстия B

решимость предлагаемого метода в обоих случаях не превысила 9 %

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Разработан теоретический способ определения предельного состояния элементов конструкций из изотропного материала с концентратором в форме кругового выреза. С целью реализации предлагаемого способа развит метод сечений для вычисления напряженного состояния в ослабленной сечении полосы с круговым отверстием и коэффициентов интенсивности напряжений в данной полосе при наличии двух радиальных трещин.

2. Предложенный способ определения предельного состояния распространен на расчет плоских элементов конструкций, поврежденных высокоскоростными механическими частицами. В процессе реализации данного способа получены формулы для вычисления напряженного состояния в ослабленной сечении пластины конечной ширины с подкрепленным отверстием (подкрепление моделирует зону поврежденного материала) и для КИН в указанной пластине при наличии двух радиальных трещин. Разработан способ определения упругих характеристик материала в зоне повреждения.

3. Разработанный теоретический способ определения предельного состояния листовых элементов конструкций из изотропного материала распространен на случай наличия нескольких отверстий. Для реализации данного способа разработан численный метод определения напряженного состояния пластины с несколькими отверстиями и способ вычисления коэффициентов интенсивности напряжений в пластине конечных размеров с двумя отверстиями и четырьмя радиальными трещинами.

4. С использованием предложенного способа выполнен расчет анизотропных пластин с вырезом.

5. Испытание пластин из Д16АТ, АМГ6М и коксозиционного материала с вырезами подтверждает эффективность разработанного способа определения предельного состояния.

6. Разработаны программы вычисления напряженно - деформированного состояния и коэффициентов интенсивности напряжений и реализованы на ЭЭВМ.

Основное содержание работы изложено в следующих публикациях:

1. Воронцов Н. М., Казаринов Ю. И. Теоретический способ определения предельного состояния пластины с отверстием // Проблемы прочности. - 1990. - № 10. - С. 3-7.

2. Бородачев Н.М., Казаринов Ю.И. Применение критерия механики разрушения к определению предельного состояния конструктивного элемента с отверстиями //Трещиностойкость материалов и элементов конструкций : Тез. докл. III Всесоюз. симпоз. (Житомир, 1990). - Киев, 1990. Ч. 1. - С. 8-9.

3. Бородачев Н.М., Шевченко О.А., Казаринов Ю.И. Влияние локальных нагрузок на прочность анизотропных пластин при наличии вырезов и трещин //Технологические проблемы прочности несущих конструкций : Тр. I Всесоюз. конф. - Запорожье, 1991. - Т. 1. - Ч. 2. - С. 301-308.

4. Казаринов Ю.И., Тонилов В.Г. Вопросы ремонтпригодности поврежденных элементов конструкций. В кн.: Приоритетное направление развития технологии ремонта воздушных судов. - Киев, КНИГА, 1991. - С. 50-54.

5. Казаринов Ю.И., Лукашев Л.Г., Прохоров А.Г. Влияние параметров повреждения на прочность элементов конструкций. - Деп. в ВИНТИ 30.03.92, N 1063-В92, 16 с.

6. Овсянников А.С., Стариков В.А., Казаринов Ю.И. Напряженное состояние пластины с несколькими отверстиями под действием осевой растягивающей нагрузки. - Деп. в ВИНТИ 30.03.92, N 1064-В92. 6 с.

7. Бородачев А.Н., Казаринов Ю.И. Предельное состояние пластин с несколькими отверстиями //Пробл. прочности (в печати).

8. Borodachev N.M., Kazarinov Ju.I. and Shevchenko O.A. Limiting State of Construction Elements with Different Kind of Damages //Fracture Mechanics: Successes and Problems/ICF-8, Kiev, 8-14.06.1993, P.I, P.21 - 22.

---

Подписано в печать 28.01.94. Формат 80x84/16. Бумага типографская. Офсетная печать. Усл.кр.-отг. 6. Усл.печ.л. 1.16. Уч.-изд.л.1.25. Тираж 100 экз. Заказ N 22-I. Изд. N 198/II

---

Издательство УТУГА.

252089. Киев-59, проспект Космонавта Комарова, 1.



461244



A B 29.422

**AB 29.422**