

На правах рукопису

МАСЛІЙ
Іван Васильович

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
ТА СИМУЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ
ПРОЦЕСІВ У СТРУМОПРОВОДАХ**

Спеціальність 05.13.16 — застосування обчислювальної
техніки, математичного моделювання і математичних методів
у наукових дослідженнях

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Державному університеті "Львівська політехніка".

Науковий керівник - доктор технічних наук, професор,
академік Академії інженерних наук
України ЧАВАН В.Й.

Офіційні опоненти - доктор фізико-математичних наук,
професор СЛОНЬОВСЬКИЙ Р.В.,

- кандидат технічних наук, доцент
ВЛАГІТКО В.Я.

Провідна організація - Карпатське відділення інституту
геофізики АН України, м. Львів

Захист відбудеться "5" травня 1994 р., о 16⁰⁰ год.,
на засіданні спеціалізованої Ради К 04.01.01 при Фізико-меха-
нічному інституті АН України, за адресою: 290053, м. Львів,
вул. Наукова Б.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Фізи-
ко-механічного інституту АН України.

Автореферат розісланий "4" квітня 1994 р.

Вчений секретар спеціалізо-
ваної Ради к.т.н., ст. н. с.



Бунь Р.А.

ЛНБ ім. В. Стефаника
АН України

ЛНБ України ім. В. Стефаника



00801721 (J)

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність проблеми. Математичне моделювання є одним із методів фундаментальних наукових досліджень електромагнітних процесів у електротехнічних пристроях. Застосування математичних методів для моделювання таких процесів має важливе значення для ефективного проектування електротехнічних пристроїв, оскільки багаторазовий чисельний експеримент для різних початкових даних дозволяє зрозуміти роль і значення різних факторів для протікання електромагнітних процесів і дає можливість суттєво підвищити технічний рівень та якість продукції, знизити витрати матеріалів, енергетичні витрати і виявити нові теоретико-технічні властивості. Такий підхід дозволяє досліджувати процеси, які є складними, дорогими, а часто і небезпечними для моделювання на працюючому обладнанні. Аналітичний розв'язок таких задач не завжди можливо отримати, тому для розв'язування використовують чисельні методи. Широке застосування чисельних методів для розв'язування просторових задач електродинаміки стало можливим завдяки появі потужної обчислювальної техніки.

При проектуванні і вдосконаленні сучасних електротехнічних пристроїв виникають потреби розробки нових математичних моделей електромагнітних процесів у струмопроводах, розміщених у феромагнітному та діелектричному середовищі, а також у струмопроводах із розподіленими параметрами.

Математичні моделі електромагнітних процесів у струмопроводах, розміщених у феромагнітному середовищі, є невід'ємною частиною сучасної теорії електричних машин.

Дослідження електромагнітних процесів у струмопроводах, що пролягають у діелектричному середовищі, є актуальним перш за все в електроенергетичних розрахунках при аналізі пересідних процесів у масивних шинопроводах.

Мережі з розподіленими параметрами мають широке практичне застосування. Їх використовують для передавання інформації у телеграфно-телефонному зв'язку, телебаченні, радіолокації, а також для передавання енергії на великі відстані.

Вагомий внесок у розв'язання вказаних задач зробили такі вчені як Демірчян К.С., Долгінов О.Й., Кисліцин А.Л., Михайлов В.І., Нейман А.Л., Тозоні О.В., Пухов Г.С., Чабан В.Й.

Математичні методи розв'язування таких задач викладені в ро-

ботах Годунова С.К., Ладженської О.О., Марчука Г.І., Міхліна С.Г., Неймана Дж., Рябенського В.С., Савули Я.Г., Самарського О.А., Соболева Л.С., Тіхонова А.М.

Однак, до цього часу для побудови математичних моделей перехідних та усталених процесів в електротехнічних пристроях, в основному, використовувалися методи теорії електричних кіл. Такі моделі не могли з необхідною точністю описувати фізичні процеси у струмопроводах. Використання існуючих математичних моделей перехідних процесів у довгій лінії не дозволяло виявити фізичний зміст явища осциляції напруги і струму.

Застосування методів теорії електромагнітного поля для розв'язування просторових задач електродинаміки було обмеженим у зв'язку із складністю визначення крайових умов. Тому такі задачі розв'язувалися або для струмопроводів із правильними геометричними формами поперечного перерізу, або обмежувалися розглядом режимів, при яких струми і магнітні потоки змінюються в часі за синусоїдальним законом. При врахуванні поверхневого ефекту приймалося припущення про ідеальний скін-ефект.

У зв'язку з цим актуальними є задачі визначення крайових умов для струмопроводів із довільною конфігурацією поперечного перерізу та розробки математичних моделей перехідних процесів, які дозволяли б досліджувати розподіл електромагнітного поля у струмопроводах із врахуванням поверхневого ефекту при довільному законі зміни струму.

Мета роботи та задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є вдосконалення відомих і розробка нових математичних моделей електромагнітних процесів у струмопроводах із розподіленими та зосередженими параметрами, а також створення на їх основі алгоритмів, комп'ютерних програм і постановка обчислювальних експериментів. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі задачі:

- визначити крайові умови для струмопроводів із довільною конфігурацією поперечного перерізу;
- розробити математичні моделі електромагнітних процесів у струмопроводах із зосередженими та розподіленими параметрами;
- розробити алгоритми та програми для чисельного аналізу електромагнітних процесів у струмопроводах.

Методи досліджень. У теоретичних дослідженнях використані основні положення теорії математичного моделювання, диференціального й інтегрального числення, електромагнітного поля та електрич-

них кіл із зосередженими та розподіленими параметрами, теорії матриць і функціонального аналізу, а також чисельних методів у поєднанні з комп'ютерним симулюванням.

Наукова новизна роботи:

- визначено крайові умови для струмопроводів із довільною конфігурацією поперечного перерізу;

- запропоновано нові математичні моделі електромагнітних процесів у струмопроводах із зосередженими та розподіленими параметрами;

- розроблено методику розрахунку квазістационарних електромагнітних полів у суцільному кусково-однорідному середовищі методом скінченних елементів;

- показано спосіб врахування симетрії при розрахунку квазістационарних електромагнітних полів у струмопроводах із симетричним профілем поперечного перерізу методом скінченних елементів;

- в результаті постановки обчислювальних експериментів, дано аналіз впливу струмів зміщення на точність розрахунку електромагнітних процесів;

- розроблено методику розрахунку поверхневого ефекту в коаксіальних кабелях;

- в результаті математичного моделювання перехідних процесів у довгій лінії, аналітичного та чисельних розв'язків задачі, дано теоретичне обґрунтування явища осциляції напруги і струму;

- розроблено алгоритми і програми для аналізу електромагнітних процесів, які забезпечують графічне відображення результатів розрахунків на дисплеї комп'ютера і принтері.

Основні положення, що виносяться на захист:

- математичні моделі електромагнітних процесів у струмопроводах, розміщених у феромагнітному та діелектричному середовищах;

- математична модель перехідних процесів у довгій лінії та теоретичне обґрунтування явища осциляції напруги і струму;

- методика визначення крайових умов для задачі розрахунку електромагнітних процесів у струмопроводах із довільною формою поперечного перерізу, розміщених у діелектрику;

- методика застосування методу скінченних елементів для розрахунку електромагнітних процесів у суцільному кусково-однорідному середовищі;

- математичне моделювання електромагнітних процесів у колах із розподіленими параметрами.

Практична цінність роботи:

- розроблена методика визначення крайових умов дозволила побудувати математичні моделі електромагнітних процесів у струмпроводах із довільною конфігурацією поперечного перерізу;

- запропоновані математичні моделі дозволяють проводити дослідження перехідних процесів із врахуванням поверхневого ефекту при довільному законі зміни струму;

- розроблена математична модель перехідних процесів у довгій лінії дозволила виявити фізичний зміст явища осциляції напруги і струму;

- на основі запропонованих моделей розроблено програми для розрахунку електромагнітних процесів у струмопроводах.

Реалізація результатів роботи. Розроблені математичні моделі, алгоритми та комп'ютерні програми використовуються у Державному університеті "Львівська політехніка" для науково-дослідної роботи при виконанні НДР за номерами державної реєстрації 0193U040376 та 0193U040375. Вони можуть бути використані в сучасній теорії електричних машин, для аналізу перехідних процесів із врахуванням поверхневого ефекту у масивних шинопроводах, у практичних задачах електроенергетики, радіоелектроніки, провідного зв'язку.

Апробація роботи. Основні положення роботи доповідалися і обговорювалися на Республіканській школі-семінарі, Шацьк, 1986р.; Республіканському семінарі АН України "Математичне моделювання процесів і оптимізація динамічних кіл і електричних систем з вентильними елементами", Львів, 1993 р.; науково-технічних конференціях професорсько-викладацького складу Львівського політехнічного інституту в 1984-1988 рр. і Львівського державного університету в 1990-1993 роках.

Публікації. По темі дисертаційної роботи опубліковано 4 друковані праці.

Структура і обсяг роботи. Дисертація складається із вступу, трьох розділів з висновками та основних результатів роботи, викладених на 150 сторінках машинописного тексту, містить список літератури із 150 найменувань та 37 малюнків.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтована актуальність теми дисертаційної роботи, розглянуті існуючі методи розрахунку електромагнітних проце-

сів. Сформульовано мету роботи, її наукову новизну, вказано на основні проблеми, які потрібно було вирішити для досягнення поставленої мети. Наведено основні результати роботи та положення, що виносяться на захист.

У першому розділі дано порівняльний аналіз існуючих методів розрахунку електромагнітних процесів у електротехнічних пристроях. Показано, що з розвитком обчислювальної техніки, широкий розвиток отримали методи теорії електромагнітного поля у поєднанні з чисельними методами.

Аналіз літературних джерел, присвячених розрахунку електромагнітних процесів, показує, що в загальному випадку такі задачі розв'язуються при значних спрощеннях. До цього часу для врахування поверхневого ефекту при проведенні досліджень перехідних процесів використовуються методи, які ґрунтуються на побудові ланцюгових схем з використанням методів теорії електричних кіл. Ланцюгова схема не відображає з необхідною точністю фізичних процесів, тому такий метод, як правило, вимагає постановки експерименту. В загальному випадку для розв'язання просторових задач прості поняття теорії електричних кіл не придатні.

Проведено аналіз математичних моделей, які використовуються для дослідження електромагнітних процесів. Вивчення питання показало, що найперспективнішою є методика сумісного використання методів теорії електромагнітного поля і методів теорії електричних кіл. Застосовуючи таку методику, одержуємо математично коректні задачі електродинаміки при довільному законі зміни електричного струму в часі. Це дозволяє проводити дослідження як перехідних, так і усталених процесів. Аналіз при цьому відрізняється простотою і наочністю.

У другому розділі запропоновано математичні моделі електромагнітних процесів у струмопроводах.

Першою розглянуто задачу аналізу таких процесів у прямокутному проводі та в системі із двох прямокутних проводів розмішених в глибокому феромагнітному пази з паралельними стінками. Для побудови математичних моделей використовуються квазістаціонарні рівняння електромагнітного поля. Рівняння, які описують розподіл поля для окремого проводу, справедливі і для системи проводів, лише за іншими крайовими умовами. Крайові умови для двох проводів, розмішених в глибокому прямокутному пази, залежать від напрямку струму, який протікає в проводах.

Для обчислення поверхневого ефекту в фігурних провідниках,

розміщених у феромагнітному середовищі, переходимо від векторів E і H до векторного A і скалярного ϕ потенціалів.

Раніше відомі методи аналізу поверхневого ефекту у струмопроводах, розміщених у феромагнітному середовищі, розроблені для синусоїдального закону зміни струму в часі з припущенням про різко виражений скін-ефект.

Запропонований в дисертації підхід до визначення крайових умов дозволяє досліджувати розподіл електромагнітного поля в перехідних та усталених режимах при довільному законі зміни струму із врахуванням поверхневого ефекту.

Оскільки ми розглядаємо лінійне ізотропне середовище, то для обчислення векторного потенціалу використано рівняння:

$$\mu \cdot \gamma \cdot \frac{\partial A}{\partial t} = \left(\frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \right), \quad (1)$$

де A - поवादковжня компонента вектору A , тобто $A = \bar{x}_0 A$ де \bar{x}_0 -орт; y, z - просторові координати; μ - магнітна проникність середовища; γ - електропровідність середовища.

Початкові умови вважаємо відомими, а крайові - визначаємо згідно рівнянь:

$$\frac{\partial A}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = -\mu \cdot \frac{i}{a}; \quad (2a) \quad \frac{\partial A}{\partial n} \Big|_{\Gamma_2} = 0, \quad (2б)$$

де Γ - границя області інтегрування в зоні розкриття пазу; Γ_2 - границя вздовж закритої зони пазу; a - ширина розкриття пазу; n - нормаль до границі області.

Вектор напруженості електричного поля знаходимо за виразом:

$$E = - \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \text{grad} \phi \right). \quad (3)$$

Є два шляхи реалізації (3). Перший з них полягає у дотриманні рівності $\phi=0$, тоді ми розраховуємо повний вектор E , а другий - в обчисленні $\text{grad} \phi = i / (\gamma s)$, де i - струм, s - площа поперечного перерізу. В останньому випадку ми розраховуємо лише вихрову складову вектору E , що зумовлює зміну крайових умов. У роботі приймається $\phi=0$.

При побудові математичних моделей електромагнітних процесів у круглих струмопроводах, розміщених у діелектричному середовищі, розглянуто три типи таких струмопроводів: суцільний, циліндричний та двопровідний. У круглих струмопроводах електромагнітне поле всередині провода має осьову симетрію. Тому для побудови математичних моделей використано рівняння Максвелла в циліндричній системі координат. Рівняння, які описують розподіл поля для окремого провода, справедливі і для двопровідного струмопроводу лише за іншими крайовими умовами. Крайові умови для двох проводів залежать від напрямку струму, який протікає в проводах.

Головна складність аналізу електромагнітних процесів у струмопроводах із довільною формою поперечного перерізу, розміщених у діелектричному середовищі, полягає у визначенні крайових умов на поверхні струмопроводу. Тому розширено область інтегрування, виходячи за межі площі перерізу струмопроводу на відстань R , з якої струмопровід можна з достатньою точністю розглядати як точковий.

Досліджено двовимірну просторову задачу, коли неферомагнітний струмопровід із прямокутною формою поперечного перерізу пролягає в діелектрику.

Математична модель для знаходження x -складової частини векторного потенціалу A в цьому випадку має вигляд:

$$\mu \cdot \gamma_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial t} = \left(\frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \right), \quad (4a) \quad \frac{\partial A}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = - \frac{\mu I}{2\pi R}, \quad (4б)$$

де Γ - межа області інтегрування по колу радіусу R ; n - нормаль до кола; γ_1 - коефіцієнт, який в області провідника дорівнює електропровідності γ , а в області діелектрика рівний ϵ лю. Початкові умови вважаємо відомими. Задача (4) отримана при нехтуванні струмами зміщення. Але оскільки в діелектрику є дсутній струм провідності, то для оцінки точності розрахунку за формулами (4) було проведено аналіз розподілу електромагнітного поля в врахуванням струмів зміщення.

В цьому випадку рівняння (4a) ускладнюється:

$$\mu \cdot \epsilon \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \mu \cdot \gamma_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2}. \quad (5)$$

Перший доданок у лівій частині (5) дає змогу оцінити вплив

струму зміщення на фізичний процес.

Аналіз перехідних процесів, що ґрунтується на інтегруванні відомих телеграфних рівнянь, не може забезпечити достатню точність, так як процеси при крутих фронтах хвилі і радіочастотах не можуть бути описані без врахування поверхневого ефекту. Скін-ефект може бути врахований лише методами теорії електромагнітного поля. Раніше відомі розв'язки такої задачі, отримані при припущенні, що густина струму є функцією лише радіусу провода, не відповідають фізичній суті кінців розподіленими параметрами.

В дисертації запропоновано математичні моделі коаксіальних кабелів, які дозволяють визначити густину струму як функцію довжини та радіусу провода.

Розглянуто коаксіальний кабель з двома масивними проводами. У циліндричних координатах вектори \mathbf{E} і \mathbf{H} для нього матимуть вигляд: $\mathbf{E} = X_0 E_x + \Gamma_0 E_r$; $\mathbf{H} = \bar{\alpha}_0 H_\alpha$, де $X_0, \Gamma_0, \bar{\alpha}_0$ - орти.

Рівняння, яке описує розподіл напруги в кабелі має вигляд:

$$-\partial u / \partial x = f + L_0 \partial i / \partial t, \quad (6)$$

де $f = E_x(x, R_1, t) - E_x(x, R_2, t)$; L_0 - зовнішня погонна індуктивність кабеля. Для врахування явища витіснення струму в струмопроводі, необхідно обчислювати значення $E_x(x, R_1, t)$ і $E_x(x, R_2, t)$, що пов'язано з інтегруванням рівнянь поля в тілі струмопроводу. Нехтуючи струмом зміщення в провіді, значення $E_x(x, R_1, t)$ і $E_x(x, R_2, t)$ знаходимо на основі рівняння:

$$E_x(x, r, t) \Big|_{r=R_1, R_2} = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\partial H_\alpha}{\partial r} + \frac{H_\alpha}{r} \right) \Big|_{r=R_1, R_2} \quad (7)$$

Для обчислення H_α використано рівняння:

$$\frac{\partial H_\alpha}{\partial t} = \frac{1}{\mu \gamma} \left(\frac{\partial^2 H_\alpha}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_\alpha}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_\alpha}{\partial r} - \frac{1}{r^2} H_\alpha \right) \quad (8)$$

Початкові умови $H_\alpha(x, r, 0)$ вважаємо відомими, а крайові умови знаходимо на основі закону повного струму:

$$H_\alpha \Big|_{\substack{r=0 \\ r=R_3}} = 0; \quad H_\alpha \Big|_{\substack{r=R_1 \\ r=R_2}} = \frac{i(x, t)}{2\pi r} \Big|_{\substack{r=R_1 \\ r=R_2}}; \quad \frac{\partial H_\alpha}{\partial x} \Big|_{\substack{x=0 \\ x=l}} = 0, \quad (9)$$

тут l - довжина кабеля. Остання крайова умова відповідає відсутності вихрових струмів у зосереджених колах, що прилягають до кабеля.

Для розрахунку просторово-часового розподілу струму одержано рівняння:

$$L_0 C_0 \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + g_0 C_0 \frac{\partial i}{\partial t} = \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} + g_0 i + C_0 \frac{\partial f}{\partial t}, \quad (10)$$

Граничні умови визначено згідно рівняння:

$$\left. \frac{\partial i}{\partial x} \right|_{x=0,1} = - \left(C_0 \frac{\partial u}{\partial t} + g_0 u \right) \Big|_{x=0,1}. \quad (11)$$

Напряга на початку кабеля $u(0,t)=U(t)$, як правило, задана джерелом живлення. На кінці кабеля її визначено, виходячи із рівнянь зосередженого навантаження $u(1,t) = L di/dt + Ri + u_c$, $i(1,t)=C du/dt$, де R, L, C - опір, індуктивність і ємність; u_c - напруга на конденсаторі.

Розгін розв'язку на першому часовому кроці здійснено за рівнянням:

$$\partial i(x,0)/\partial t = - \partial u(x,0)/(L_0 \partial t). \quad (12)$$

Розглянуто коаксіальний кабель, внутрішня жила якого є суцільним проводом, а зовнішня - складається з переплетених тонких проводів. У цьому випадку фізичний процес у внутрішній жилі описується рівняннями квазістационарного електромагнітного поля, а в зовнішній жилі та у діелектрику - рівняннями кіл із розподіленими параметрами. Відсутність поверхневого ефекту в зовнішній жилі дозволила знайти $E_x(x, R_2, t)$ в рівнянні (6) за законом Ома: $E_x(x, R_2, t) = -R_0 i$, тут R_0 - погонний опір зовнішньої жили. Тоді (6) переписемо:

$$-\partial u/\partial x = f_1 + R_0 i + L_0 \partial i/\partial t, \quad (13)$$

де $f_1 = E_x(x, R_1, t)$.

Відповідно (10) набуде вигляду:

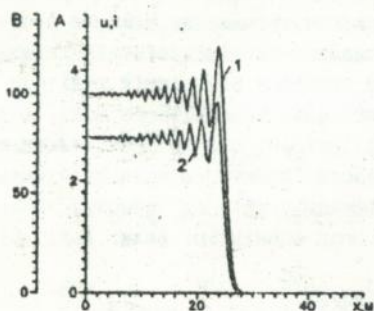
$$L_0 C_0 \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + g \frac{\partial i}{\partial t} = \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} - g_0 f_1 - C_0 \frac{\partial f_1}{\partial t} - g_0 R_0. \quad (14)$$

де $a = g_0 L_0 + R_0 C_0$.

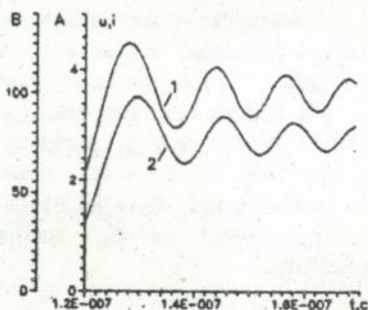
Рівняння (14) описує просторово-часовий розподіл струму для такого кабелю. Вирази (7), (8), (14) при граничних умовах (9), (11), в початкових (12) утворюють математичну модель електромагнітних процесів у коаксіальному кабелі з одним масивним струмопроводом.

В усіх випадках при розрахунку перехідних процесів у коаксіальних кабелях з допомогою числових (як явних, так і неявних) та аналітичних методів при крутих фронтах хвилі було виявлено ефект осциляції кривих напруги і струму. На мал. 1 показано просторовий розподіл напруги - 1 і струму - 2 в момент часу, коли електромагнітна хвиля пройшла половину лінії. Малюнок 2 відображає часову залежність напруги - 1 і струму - 2 посередині лінії. До цього часу такий ефект пояснювався різними авторами як похибки при обчисленнях або дисперсійними властивостями лінії, що не в повній мірі відображає фізичні процеси в довгій лінії.

Розглянуто випадок вмикання довгої лінії на постійне джерело живлення. У лінії виникає біжуча електромагнітна хвиля. Під дією електромагнітного поля на фронті хвилі між провідниками проходить струм зміщення. Таким чином утворюється замкнене коло струму. У міру просування хвилі - коло збільшується. У контурі, охопленому цим колом, утворюється магнітний потік, лінії якого лежать в



Мал. 1.



Мал. 2.

площинах, перпендикулярних до осей проводів. При переміщенні хвилі на довжину dx за час dt магнітний потік збільшується на величину $d\Phi = L_0 \partial i / \partial x dx$. Приріст потоку $d\Phi$ в контурі індукує електрорушійну силу самоіндукції ∂u_1 :

$$\mathcal{E}u_1 = -(L_0 \mathcal{E}i / \mathcal{E}t) dx, \quad (15)$$

яка діє проти напрямку поширення хвилі. Саме ця електрорушійна сила, завдяки наявності індуктивності і ємності в довгій лінії, приводить до виникнення коливань струму і напруги в довгій лінії, оскільки відомо, що енергія магнітного і електричного полів цих елементів не може змінюватися стрибком при комутації в колі.

У зв'язку з тим, що ефект осциляції залежить лише від індуктивності і ємності лінії, то розглянуто лінію без втрат, тим самим виключаючи явище дисперсії. Для спрощення розрахунків розглянуто розімкнуту на кінці лінію.

Запропонована математична модель, яка описує розповсюдження струму $i(x, t)$ в лінії, має вигляд:

$$L_0 C_0 \mathcal{E}^2 i / \mathcal{E}t^2 = \mathcal{E}^2 i / \mathcal{E}x^2; \quad (16a)$$

$$i(x, 0) = 0; \quad (16b) \quad \mathcal{E}i(x, 0) / \mathcal{E}t = u_0 \delta(x) / L_0; \quad (16b)$$

$$\mathcal{E}i(0, t) / \mathcal{E}x = 0; \quad (16g) \quad i(l, t) = 0, \quad (16d)$$

тут x, t - координати простору і часу, $\delta(x)$ - дельта функція, l - довжина лінії.

Розв'язок задачі (16) одержано за методом розділення змінних у вигляді:

$$i(x, t) = 4u_0 / (\pi \omega L_0) \sum_{n=0}^{\infty} 1 / (2n+1) \cdot \sin(\lambda_n \omega t) \cos(\lambda_n x), \quad (17)$$

тут $\lambda_n = (2n+1)\pi / 2l$; $\omega = 1 / \sqrt{L_0 C_0}$.

В результаті застосування другого закону Кірхгофа та використання рівнянь (15), (17) одержано рівняння для обчислення напруги:

$$u(x, t) = u_0 + 4u_0 / \pi \sum_{n=0}^{\infty} 1 / (2n+1) \cdot \cos(\lambda_n \omega t) \sin(\lambda_n x). \quad (18)$$

Рівняння (19) і (20), а також результати постановки обчислювальних експериментів підтверджують, що в довгій лінії при крутому фронті падаючої хвилі виникають коливні процеси, зумовлені електрорушійною силою самоіндукції завдяки наявності погонних індуктивності та ємності.

У цьому випадку в довгій лінії, при підключенні її до джерела

живлення в частоту рівню $2\pi/\sqrt{L_0C_0}$, виникає резонанс.

Третій розділ присвячений комп'ютерному симулюванню електромагнітних процесів у струмопроводах.

Для розрахунку електромагнітних процесів у провідниках, розмішених у феромагнітному та діелектричному середовищі, поперечний переріз яких має правильні геометричні форми, а також у струмопроводах із розподіленими параметрами використано метод скінченних різниць.

Для розрахунку електромагнітних процесів у струмопроводах із довільною конфігурацією поперечного перерізу, розмішених у феромагнітному та діелектричному середовищі, використано метод скінченних елементів.

Заміна крайової задачі (1), (2) варіаційною зводиться до мінімізації функціоналу :

$$X(A) = \frac{1}{2} \int_S (G_t G + 2QA) ds + \frac{\mu I}{a} \int_{\Gamma} A dl, \quad (19)$$

$$Q = \mu \gamma \frac{\partial A}{\partial t}, \quad G = \left(\frac{\partial A}{\partial y}; \frac{\partial A}{\partial z} \right)_t. \quad (20)$$

У випадку симетричного профілю поперечного перерізу пазу можна проводити інтегрування (19) лише для однієї половини пазу. При цьому значення інтегралів у (19) необхідно подвоїти, та доповнити задачу (1), (2) крайовою умовою вздовж Γ_1 - осі симетрії пазу:

$$\left. \frac{\partial A}{\partial n} \right|_{\Gamma_1} = 0. \quad (21)$$

Область інтегрування S було розбито на окремі трикутні елементи. Всередині кожного з них функцію A апроксимовано поліномом першого порядку. Рівняння (21) представлено у вигляді суми по елементах площі. Першу варіацію отриманого функціоналу прирівняно до нуля. Після відомих перетворень одержано систему звичайних диференціальних рівнянь:

$$D \frac{d\tilde{A}}{dt} + C\tilde{A} + F(t) = 0, \quad (22)$$

де \tilde{A} , F - глобальні матриці-стовбці дискретних значень відповідно векторного потенціалу на множині вузлів розбиття області інтегрування і граничних умов; D , C - глобальні демпферна і жорсткісна матриці. Порядок цієї системи визначається кількістю вузлів розбиття області інтегрування S на трикутні елементи.

Таким чином, алгоритм розрахунку поверхневого ефекту в па-зу, що пролягає у феромагнетику, зводиться до інтегрування звичайних диференціальних рівнянь (22). Досвід показує, що тут доцільно застосовувати явні методи чисельного інтегрування.

Функція, яка є рівнянням задачі (4), мінімізує функціонал:

$$X = I_1 + I_2 + I_3, \quad (23)$$

$$\text{тут } I_1 = \frac{1}{2} \int_{S_1} \left[\left(\frac{\partial A}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial z} \right)^2 + 2QA \right] ds; \quad I_2 = \int_{\Gamma} \frac{\mu IA}{2\pi R} dl;$$

$$I_3 = \frac{1}{2} \int_{S_2} \left[\left(\frac{\partial A}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial z} \right)^2 \right] ds;$$

S_1 - область провідника; S_2 - область діелектрика.

Оскільки розподіл поля, для розглянутого прикладу, має просторову симетрію відносно осей координат, то для інтегрування достатньо використати частину області в першому квадранті, яка вирізана колом радіусу R .

У результаті розбивки області інтегрування на окремі трикутні елементи і апроксимації функції A всередині кожного з них поліномом першого порядку, рівняння (23) представлено у вигляді суми по елементах площі. Першу варіацію отриманого функціоналу прирівняно до нуля. Після відомих перетворень одержано систему алгебро-диференціальних рівнянь виду (22).

Застосовуючи метод скінченних елементів для розв'язування задачі (5), (46), одержано систему рівнянь:

$$D_1 \frac{d^2 \tilde{A}}{dt^2} + D_2 \frac{d \tilde{A}}{dt} + C \tilde{A} + F(t) = 0, \quad (24)$$

де D_1 і D_2 - глобальні демпферні матриці за струмом зміщення і провідності.

Результати розрахунку перехідного процесу в прямокутному струмопроводі, розміщеному в діелектричному середовищі, з врахуванням струмів зміщення, показали, що в межах прийнятих технічних частот розрахунки оправдано здійснювати у квазістационарному наближенні за рівняннями (4).

ОСНОВНІ ВИСНОВКИ І РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ

1. Запропоновано математичні моделі електромагнітних процесів у струмопроводах, що пролягають у феромагнітному та діелектричному середовищі, які дозволяють враховувати поверхневий ефект при довільному законі зміни струму.

2. Запропоновано математичні моделі перехідних процесів у струмопроводах із розподіленими параметрами, які дозволяють враховувати поверхневий ефект.

3. Розроблено алгоритми і комп'ютерні програми розрахунку перехідних процесів із врахуванням поверхневого ефекту в коаксіальних кабелях.

4. В результаті розробки математичної моделі перехідних процесів у довгій лінії, аналітичного та чисельних розв'язків задачі дано теоретичне обґрунтування явища осциляції напруги і струму.

5. Використовуючи метод скінченних різниць, розроблено алгоритми і комп'ютерні програми розрахунку електромагнітних процесів у провідниках, розміщених у феромагнітному та діелектричному середовищі, поперечний переріз яких має правильні геометричні форми.

6. Використовуючи метод скінченних елементів, розроблено алгоритми і комп'ютерні програми розрахунку електромагнітних процесів у фігурних струмопроводах, розміщених у феромагнітному та діелектричному середовищі, без обмеження на конфігурацію їх поперечного перерізу. Показано спосіб застосування методу скінченних елементів для врахування симетрії при розрахунку квазістационарних електромагнітних полів у струмопроводах із симетричним профілем поперечного перерізу.

7. Для прямокутного струмопроводу показано спосіб введення задачі до системи алгебро-диференціальних рівнянь за часом.

8. Шляхом комп'ютерного симулювання електромагнітних процесів у струмопроводах, що пролягають в діелектрику, показано, що в

межах прийнятих технічних частот розрахунки оправдано здійснювати у квазістационарному наближенні.

9. Алгоритми інтегрування алгебро-диференціальних рівнянь стану використовують найсучасніші методи операцій із слабозаповненими матрицями, що надає комп'ютерним програмам високої швидкодії, а також дає велику економію оперативної пам'яті.

Публікації по темі дисертації

1. Маслій І.В. Розрахунок перехідного скин-ефекту в струмопроводах методом скінченних елементів // Львів: Львів. держ. ун-т., 1993. - 10 с. Деп. в ДНТБ України 28.09.93, N 1903-Ук93.

2. Маслій І.В. Явище осциляції напруги і струму при розрахунку перехідних процесів в довгих лініях // Львів: Львів. держ. ун-т., 1993. - 8 с. Деп. в ДНТБ України 28.09.93, N 1903-Ук93.

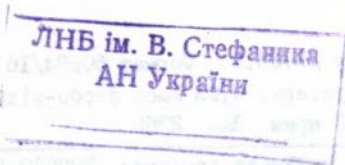
3. Чабан В.И., Маслій И.В. Вариационный алгоритм расчета вытеснения тока в пазах электрических машин // Электричество. 1991. N 1. С. 72-75.

4. Tchaban V., Semenova S., Maslij I. Skin-effect metering in power lines // Modeling, Simulation & Control, A, AMSE Press, Vol. 31, N 3, 1991, P. 47-50.

Особистий внесок автора у роботах, які написані в співавторстві: в роботі [3] - розробка алгоритму розрахунку, написання програм і розрахунок поверхневого ефекту в пазах електричних машин; в роботі [4] визначення крайових умов, розробка алгоритму розрахунку поверхневого ефекту в довгих лініях і програмна реалізація.

Претендент:

Маслій



Підписано до друку 25.03.94 Формат 60x84/16 Друк офсет. Папір
друк. № I Умов друк.арк. 0,93 Умов фарбо-відб. I,17 Обл.- вид.
арк. 0,8 Тираж 100 прим. Зам. 2365

Львівська обласна книжкова друкарня, 290000, Львів, вул. Стефаника, II

AB 29.583

AB 29.583