

УЖГОРОДСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

На правах рукопису

УДК 539.17

**САНИСЛО ЛЮДВИГ ЛЮДВИГОВИЧ**

**ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ГІПЕРСФЕРИЧНИХ  
ФУНКЦІЙ  
ДО ОПИСУ МАЛОЧАСТИНКОВИХ СИСТЕМ**

Спеціальність 01.04.02 – теоретична фізика

**А в т о р е ф е р а т**

дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук

Ужгород – 1994

Дисертація є рукопис.

Робота виконана на кафедрі теоретичної фізики  
Ужгородського державного університету

Науковий керівник - доктор фізико-математичних наук  
професор, академік АН вищої школи  
України, заслужений діяч науки і техніки  
України Лендзел В.І.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук  
Енковський Л.Л.,  
доктор фізико-математичних наук,  
професор Гайда Р.П.

Провідна установа - Інститут електронної фізики  
Академії наук України (м.Ужгород)

Захист відбудеться " \_\_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 1994 р. о \_\_\_\_\_ на  
васіданні спеціалізованої ради К 06В.07.02 в фізико-математичних  
наук в Ужгородському держуніверситеті (ауд. 181).

З дисертацією можна ознайомитись у науковій бібліотеці  
Ужгородського держуніверситету (вул. Кремлівська, 9).

ЛНБ ім. В. Стефаника розісланий " \_\_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 1994 р.  
АН України

ВЧЕНИЙ СЕКРЕТАР

СПЕЦІАЛІЗОВАНОЇ РАДИ

доктор фіз.-мат. наук, професор

ВЛЕЩАН Д.І.

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Фізика елементарних взаємодій - одна з тих ділянок сучасної фізики, які розвиваються найбільш бурхливо. На сьогодні у фізиці елементарних взаємодій склалася досить своєрідна ситуація: одержано величезний експериментальний матеріал і обсяг його безперервно зростає, але до цих пір відсутня послідовна теорія, яка з єдиної точки зору пояснила б всі ці дослідні дані.

Традиційно багаточастинкові системи прийнято описувати в рамках одночастинкового наближення. У випадку, коли взаємодія між частинками мала, ці частинки можна вважати незалежними, а малу взаємодію між ними можна враховувати методом збурень. Така проста і наочна модель, на жаль, виявилася неспроможною з достатньою точністю описати навіть атомні системи, як наприклад, двочастинкові збуджені стани атомів, не кажучи вже про системи з більш значною взаємодією. Описання таких систем вимагало виходу за рамки одночастинкового наближення, що, зокрема, і привело до побудови нового напрямку, який коротко можна характеризувати словами "малочастинковий підхід" (few-body problem). Цей підхід охоплює широке коло явищ атомної та ядерної фізики, а також фізики елементарних частинок. Проблема побудови малочастинкового підходу присвячена величезна кількість наукових робіт, з цієї тематики також регулярно проводяться національні і міжнародні конференції.

Існує ряд теоретичних методів: варіаційний, змішування (або накладання) конфігурацій, багатоконфігураційний метод Гартрі-Фока, які дають можливість більш-менш повно врахувати міжчастинкові взаємодії. Однак, ці методи мають і серйозні недоліки.

За останній час значного розвитку одержав новий метод, який базується на колективних змінних і в рамках якого вдається обминути згадані труднощі - метод гіперсферичних функцій (ГСФ). Цей метод був успішно застосований для описання малочастинкових систем в атомній і ядерній фізиці і зовсім недавно - у фізиці елементарних частинок. Так, наприклад, цей метод виявився плідним при проведенні класифікації автоіонізаційних станів (AIC) атома гелію, при описанні резонансів форми і так званих резонансів Фешбаха в розсіюванні електронів на атомах, при

розсіюванні ядерних частинок, при визначенні енергії зв'язку, мультипольних моментів ядер, енергій дипольних і квадрупольних станів, а також при описанні систематики елементарних частинок, адже система з трьох кварків якраз і буде малочастинковою.

На жаль, реалізація методу ГСФ не є однозначною, вона вимагає певних спрощень.

У даній дисертації пропонується один із простих можливих варіантів методу гіперферичних функцій. З метою апробації такого варіанта ми застосовуємо його для розрахунку двічі збуджених станів атома гелію.

З цим колом питань тісно пов'язана проблема структури елементарних частинок, тобто гадронів (мезонів та баріонів), котра розглядається як система взаємодіючих складових "цеглинок", яка і до сьогодні залишилася надзвичайно актуальною. Розроблено лише ряд розрізнених методів розрахунку, кожний з яких має досить обмежену область застосування. В основі цих методів лежать більш або менш правдоподібні гіпотези, які приводять до результатів, що не протирічать експерименту, але зараз важко сказати, які з цих гіпотез залишаться в майбутній послідовній теорії. Одне слово, сучасна фізика елементарних частинок знаходиться в стадії становлення і зараз ще не ясно, на якому шляху і коли буде побудована послідовна теорія елементарних частинок. Поки що ведеться інтенсивний пошук, розробляються різноманітні підходи, які досить часто виходять із прямо протилежних вихідних припущень.

Сьогодні великої популярності набула ідея про те, що елементарні частинки насправді складаються із ще більш елементарних компонентів - кварків. У цьому омислі баріон, як трьохкваркова система, представляє собою типову малочастинкову систему.

Значну увагу в цій роботі приділено кварковим системам, тобто гадронам. Проблеми, що стосуються цієї сфери, інтенсивно обговорюються в літературі, і значна частина питань, пов'язаних з ними, виявляється відкритою. Хоча кваркова теорія уявляється досить логічною, тим не менш виникають труднощі при поясненні цілого ряду питань. Так, не повністю зрозуміла міжкваркове взаємодія, тобто конкретна форма потенціалу взаємодії невідома, не існує єдиної моделі яка описувала б всю сукупність гадронів.

Необхідно зазначити, що специфіка опису трикваркової системи потребує розгляду двокваркової задачі, якщо наша мета

побудова єдиної, безпараметричної трикваркової теорії.

У зв'язку зі сказаним вище, вивчення згаданих проблем буде актуальним як з фундаментальної, так і з практичної точок зору.

#### Мета роботи:

1. Апробація пропонованого варіанта методу гіперсферичних функцій на прикладі атома гелію.

2. Вибір потенціалу міжкваркової взаємодії, визначення відповідних параметрів, констант на підставі опису спектра мас мезонів як двокваркових систем.

3. Використання методу гіперсферичних функцій для опису трикваркової системи. Одержання спектра мас баріонів.

4. Вивчення "тонкої" і "надтонкої" структури гадронів у квазірелятивістській потенціальної моделі. Одержання членів SS-, SL- і ST-взаємодії.

#### Наукова новизна.

1. Наша власна версія методу гіперсферичних функцій апробована на прикладі двічі збуджених станів атома гелію.

2. Дано єдиний опис спектра мас двокваркових і трьокваркових систем.

3. У рамках пропонованої моделі проведено дослідження "тонкої" і "надтонкої" структури деяких сімейств гадронів. При цьому враховано конфайнмент у IS- і SS- внесках і враховані спин-тенаорні сили (ST).

4. Досліджена Лоренц-структура потенціалу.

#### Наукова і практична цінність.

1. Показано, що з допомогою єдиного підходу можна описати широку область елементарних взаємодій – від атомів до кварків.

2. Пролито додаткове світло на проблему ядерних сил.

3. Апробовано на практиці вираз для потенціалу міжкваркової взаємодії. При цьому ми приходимо до висновку, що найкращий опис у квазірелятивістському наближенні дає потенціал, який впливає в КХД, тобто  $\gamma=1$ .

#### Положення, які вносяться на захист:

1. Радіальні рівняння для одержання спектра мас мезонів і баріонів шляхом числових розрахунків.

2. Потенціали, константи та параметри моделі, в якій досліджуються гадронні системи.

3. Результати розрахунків по спектру мас мезонів і баріонів в рамках єдиного підходу.

4. Узагальнене наближення Фермі-Брейта, в якому вивчається

"тонка" і "надтонка" структура гадронів.

Б. Результати розрахунків різниці мас деяких мезонів в узагальненому підході Фермі-Брейта.

Апробація роботи. Основні результати досліджень, викладених у дисертації, постійно, в міру їх одержання обговорювалися на наукових семінарах кафедри теоретичної фізики Ужгородського державного університету і виносилися на обговорення на таких конференціях:

- на XI Всесоюзній конференції з теорії атомів та атомних спектрів (Москва, 1991);

- на Міжнародній конференції з фізики малочастинкових та гадронних систем (Харків, 1992);

- на IV Європейській конференції з атомної та молекулярної фізики (Рига, 1992);

- на науковому засіданні Саболч-Сатмарського відділення АН Угорської Республіки (Ніредьгаза, 1993);

Публікації. З матеріалів дисертації опубліковано 6 друкованих робіт.

Структура та об'єм дисертації. Дисертація містить 106 сторінок, у тім числі 4 малюнки, 11 таблиць та список літератури в 106 найменувань. Вона складається із вступу, п'яти глав і закінчення.

### ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтована актуальність теми, коротко викладена характеристика дисертаційної роботи, сформульовано її мету, представлені основні твердження, що виносяться на захист, приведено список видрукованих робіт, які опубліковано за матеріалами дисертації.

У першій главі дано коротку характеристику сучасних уявлень про мікросвіт. З однієї сторони, ці відомості необхідні для подальших досліджень, а, з іншої сторони, можуть бути успішно використані безпосередньо у навчальному процесі.

У §1.1. виконано короткий історичний огляд найновішого періоду розвитку фізики елементарних частинок. Цей огляд охоплює у послідовному порядку основні етапи даного процесу.

У §1.2. приведено класифікацію гадронів, які являються основним об'єктом нашого дослідження, і показано виникнення

кваркової теорії. Розглянуті основні властивості як гадронів, так і їх "будівельних цеглинок" - кварків.

У §1.3 подано загальні відомості про характер міжкваркових взаємодій. Обговорено гіпотези про існування носіїв кваркової взаємодії - глюонів, а також властивості цих взаємодій на малих та великих відстанях.

У другій главі обговорено варіант методу гіперсферичних функцій, який придатний для опису малочастинкових систем, і вказано на його переваги над іншими методами.

У §2.1 продемонстровано перехід до гіперсферичних координат і розглянуто основні оператори в цій системі.

У §2.2 одержано систему рівнянь для двоелектронної атомної системи в наближенні нерухомого ядра. Підкреслюється, що система цих зв'язаних диференціальних рівнянь розв'язується в адиабатичному наближенні аналітичним, алгебраїчним або чисельним методом.

У §2.3 розглядається загальний випадок трьохчастинкової задачі. Оскільки в даному випадку застосування методу гіперсферичних координат викликає певні труднощі через різні коефіцієнти при операторі Лапласа, виконано відповідне перетворення, яке забезпечує рівність таких коефіцієнтів, а, отже, обґрунтованість застосування гіперсферичних функцій.

У третій главі проведена апробація методу гіперсферичних функцій на прикладі атома гелію. Необхідно зазначити, що тут надто важливим є вибір базисних функцій. Нам вдалося вибрати такі базисні функції, які забезпечують правильну асимптотичну поведінку потенціалу при великих значеннях радіуса.

У §3.1 розв'язується задача Штурма-Ліувіля з використанням вибраних нами базисних функцій і визначається шуканий потенціал. Слід зазначити, що подібний потенціал одержується з розв'язанням задачі алгебраїчним методом, хоча і з відхилення в області як малих, так і великих радіусів. Це пояснюється тим, що використані нами базисні функції вибрані вдало і мають правильну асимптотичну поведінку при великих значеннях радіуса.

У §3.2 числовим методом визначаються власні значення енергій основного і двічі збудженого станів атома гелію з використанням одержаного в попередньому параграфі потенціалу. Приведені результати даних розрахунків і результати, одержані окремими авторами іншими методами. З розрахунків видно, що одержані нами результати цілком добре узгоджуються з точними

розрахунками.

Нам здається, що запропонований метод ще з більшим успіхом може бути застосований і до розрахунків мезомолекул, оскільки саме в цьому випадку розрахунки іншими методами стають особливо громіздкими. Велика перевага пропонованого підходу полягає в наявності явного аналітичного виразу для потенціалу  $U_{\mu}(R)$ . Це дозволяє проводити виділення молекулярної (оберткової), а потім і коливальної частини енергії - питання, яке зараз викликає жваві дискусії в літературі.

Четверта глава присвячена описанню спектра мас гадронів.

У §4.1 викладені загальні відомості про основні результати, одержані в області опису спектра мас гадронів у нерелятивістській потенціальній моделі. При цьому особливу увагу приділено висновкам, які дають можливість судити про теперішню стадію розвитку цієї моделі.

У моделі, яку розглядають як наївну кваркову потенціальну модель, міжкваркову взаємодію можна апроксимувати наближеним потенціалом

$$V(r) = \gamma \Upsilon - \alpha/r, \quad (1)$$

в  $\Upsilon = 2/3, 1, 2$ .

Як виявилось, основними особливостями такого потенціалу будуть одноглюонний обмін на малих відстанях, який наближено задається виразом, пропорційним  $\sim \alpha/r$ , і конфайнмент (утримування кварків) на великих відстанях, який можна представити виразом типу  $\gamma \Upsilon$  (див. формулу 1), що є відображенням експериментального факту відсутності кварків у вільному стані і містить інформацію про багатоглюонний обмін.

Дійсно, виявилось, що дана модель (НІМ) вдатна дати опис кваркової структури мезонів та баріонів.

У §4.2 розглядається двокваркова задача, вибирається конкретний вигляд потенціалу міжкваркової взаємодії, визначаються відповідні параметри і константи моделі. Крім того, пропонується зведення більш складних моделей до осциляторних, що дозволяє в цих випадках одержати простий аналітичний розв'язок. Даний підхід також заслуговує на увагу в процесі подальших досліджень.

У §4.3 одержано рівняння для трикваркової системи.

Розв'язок задачі Штурме-Ліувілля шукаємо у вигляді

$$\Phi_{\Lambda}^{LM}(\alpha, \Omega) = \sum_{l_1, l_2} \int_{\Lambda}^{l_1 l_2}(\alpha) Y_{l_1 l_2}^{LM}(\Omega_p, \Omega_T) \quad (2)$$

Для знаходження розв'язу задачі за допомогою введених вище базисних функцій  $\Phi_{\Lambda}$  представимо  $\varphi(R, \alpha, \Omega)$  у вигляді

$$\varphi(R, \alpha, \Omega) = \sum_{n, l_1, l_2} \chi_{n, l_1, l_2}(R) \cdot \Phi_{n, l_1, l_2}(\alpha, \Omega) \quad (3)$$

Відзначимо, що базисні функції  $\Phi_{\Lambda}$  зручні при розгляді задач з короткодійними потенціалами. З врахуванням взаємодії  $\sim \frac{1}{r}$ , ряди (3) збігаються повільно і зате зручніше користуватися іншими базисними функціями, котрі параметрично залежать від гіперрадіуса і враховують частину взаємодії між частинками. Цей випадок є характерним для задач атомної фізики і розглядається в багатьох роботах. Аналогічна ситуація виникає у задачах кваркової фізики, де член, пропорційний  $\sim \frac{1}{r}$ , виникає завдяки одноглюонному обміну, тим паче, що врахування конфайнменту вимагає виходу за рамки розкладу (3). На жаль, такі дослідження до цього часу у кварковій фізиці не реалізовані. У зв'язку з цим ми наведемо результати, які базуються на розкладі (3). Вихід за рамки К-гармонік, безперечно, дав би можливість краще враховувати кореляційні ефекти і, отже, одержати більш надійні результати. Безперечно, в майбутньому було б цікаво провести розрахунки, які базуються на цих міркуваннях.

Нарешті запишемо відповідне радіальне рівняння, що використовується в процесі чисельних розрахунків:

$$\left\{ \frac{d^2}{dR^2} - \frac{L(L+1)}{R^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left[ E + \frac{2}{3} V_0 + \frac{2}{3} \alpha_q V_1 + \frac{2}{3} A_{qq} V_2 \right] \right\} \chi_n(R) = 0, \quad (4)$$

де  $L = l_1 + l_2 + 2n + 3/2 = \Lambda + 3/2$ .

У §4.4 досліджуються баріонні системи, які складаються з трьох кварків. Розглядаються потенціали різного вигляду і на основі одержаних результатів зроблені висновки про те, які з наведених потенціалів реалізуються найкраще.

Слід відзначити, що існує слабка залежність  $V_0$  від аромату. Значення констант  $V_{qq}^0$  дещо відрізняються від  $\frac{2}{3} V_{qq}^0$ , як це впливало б із так званого правила Ліпкіна (відзначимо, що це правило фактично базується на значеннях  $\lambda_1 \lambda_2$  для  $qq$ - і  $q\bar{q}$ -систем).

Більшість дослідників вважає, що співвідношення  $V_{qq}^0 = 2V_{q\bar{q}}^0$  є

справедливим для всіх складових потенціалу взаємодії. Якщо ж конфайнмент (а можливо, й інші складові) виникають не тільки за рахунок глюонного обміну (що і є найімовірнішим), то підстав вважати саме так немає. З іншого боку, виявляється, що баріонна і мезонна Редже-траєкторії співпадають, якщо взяти  $A_{qq} = 2,5 - 3,0 A_{qq}$ . Цікаво, що для  $\gamma=2$  траєкторії співпадають уже при  $A_{qq} = 2 A_{qq}$ . Можливо, це припущення отримає своє підтвердження у рамках моделі, де конфайнмент забезпечується вакуумними полями. До подібного висновку недавно прийшов і Фабр. При конкретних розрахунках ми розглядаємо різні варіанти. Виявляється, що для нижчих збуджень усі моделі в межах вибраних наближень дають доволі добрий опис експериментальних даних. Однак, якщо вважати, що запропонований підхід дає добрий опис також і вищих збуджень, то перевагу слід віддати моделям з  $\gamma=2/3$  або 1. Відомо, що квантова хромодинаміка передбачає лінійний конфайнмент. Досить добрі результати з  $\gamma=2/3$  без врахування одноглюонного обміну ( $\alpha_s/\pi$ ) одержав уже Фабр. Чисельні розрахунки з врахуванням одноглюонного обміну з відповідно підібраними параметрами теж добре узгоджуються з експериментальними даними. Відмінність варіанта  $\gamma=2/3$  від КХД ( $\gamma=1$ ), напевне, обумовлена використанням НІМ. Порівняння результатів, одержаних в моделі з  $\gamma=2/3$ , з чисельними розрахунками свідчить про те, що врахування одноглюонного обміну є важливим, оскільки змінює значення мас мезонів, котрі лежать на  $\rho$ -мезонній траєкторії на 50 - 100 MeV з 1-0-5, а нуклонів на 100 - 200 MeV відповідно. Таким чином, врахування одноглюонного обміну веде до кращих і більш надійних результатів в області великих 1.

У Главі 5 у рамках квазірелятивістської потенціальної моделі вивчається розщеплення мас деяких гадронів. При цьому враховані спин-спінова, спин-орбітальна та спин-тензорна взаємодії. Також досліджується змішена Лоренц-структура потенціалу.

У § 5.1 розглядаються основні положення і дано короткий огляд підходів, які використовувалися до цього часу. Одночасно аналізується, які недоліки властиві цим методам і як можна було б їх подолати.

У § 5.2 досліджується узагальнений підхід Фермі-Брейта, який базується на врахуванні всіх спінових ефектів (спин-спінових (SS), спин-орбітальних (IS) і спин-тензорних (ST)), обумовлених

врахуванням не тільки одноглюонного члена, але і конфайнментного. Також досліджується Лоренц-структура потенціалу. Підтверджується перевага використання змішаної Лоренц-структури потенціалу міжваркової взаємодії.

У закінченні сформульовані основні висновки дисертації:

1. Проведена апробація варіанта методу гіперферичних функцій на прикладі атома гелію. Одержані значення енергії основних і двічі збуджених станів даного атома. Цей підхід має ряд переваг у порівнянні з іншими методами.

Особливість пропонованого варіанта методу гіперферичних функцій полягає у виборі базисних функцій, за якими ведеться розклад у такому вигляді, який забезпечує правильну асимптотичну поведінку потенціалу в області великих радіусів.

2. Проведено вибір потенціалу міжваркової взаємодії, визначені відповідні параметри, константи на основі опису спектра мас мезонів як двокваркових систем. Виявляється, що найкращі результати дають потенціали в  $\gamma=2/3$  і 1, хоча осциляторний потенціал також дає якісно задовільний опис.

3. Проведені дослідження трикваркових систем. Одержано спектр мас найбільш широко відомих баріонів. На основі одержаних результатів можна зробити висновок про те, що в рамках пропонованої моделі спектр мас баріонів також описується успішно, без використання додаткових параметрів.

4. Проведено дослідження "тонкої" і "надтонкої" структури деяких сімейств гадронів. При цьому враховано конфайнмент в  $1S$  -  $1SS$  - внесках. Такий підхід можна розглядати як узагальнення наближення Фермі-Брейта. Також врахована і спин-тензорна взаємодія.

З одержаних результатів випливає, що основний внесок в різницю мас робить непертурбативний (конфайнментний) член.

5. Досліджена змішана Лоренц-структура потенціалу міжваркової взаємодії. Виявляється, що така форма потенціалу добре реалізується в процесі опису розщеплення мас, причім результати, одержані в рамках такого підходу, є кращими в порівнянні з результатами деяких авторів, одержаних іншими методами.

Слід зазначити, що дана модель добре описує розщеплення в  $P$ - хвильових мезонах за винятком різниці  ${}^3P_2$ - ${}^3P_1$  (у випадку цб системи, тобто у легких мезонах), однак подібна ситуація має

місце 1 в релятивістських підходах. Ця проблема, напевне, потребує окремого розгляду.

Варто наголосити, що малопараметричний феноменологічний потенціал типу (1), напевне, у принципі не може дати надзвичайно точного опису даних. Тому зусилля слід спрямувати на пошуки КХД-мотивованих потенціалів.

Результати дисертації опубліковані в наступних працях:

1. S. Chalupka, I. Haysak, V. Lengyel, P. Petrecky, M. Salak, L. Szaniszló. The application of Hyperspherical Functions Method to the Three-quark system// "Physics in Ukraine", Proceedings of Contributed Papers, Nucl. Phys. Sectia, Kiev, ITP, 1993. -P.29-30.

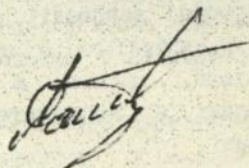
2. S. Chalupka, I. Haysak, V. Lengyel, P. Petrecky, M. Salak, L. Szaniszló. Confinement and effects of mass-splitting of baryons in quark Models//National Conference on Physics of Few-Body and Quark-Hadronic Systems. Kharkov, Ins. of Physics and tech. Kharkov, 1993. -P.66-72.

3. Lengyel V., Szaniszló L. Atomoktól kvarkokig//Fizikai szemle. -42, №11. -0.418-421.

4. M. Haysak, J. Griga, V. Lengyel, L. Szaniszló. Concerning one promising method of calculation of Helium states in the hyperspherical coordinates method//Book of Abstr. of IV European conference on Atomic and Molecular Physics, Part.I, Riga. 1992. -P.78.

5. S. Chalupka, I. Haysak, V. Lengyel, P. Petrecky, M. Salak, L. Szaniszló. Mass spectrum of Hadrons<sup>o</sup> with OEP-potential.//Hadrons 92, Proc. Workshop. on Elastic and Diffr. Sc. Kiev ITP, 1992. -P.57-65.

6. М. И. Гайсак, В. И. Ленгель, Л.Л. Санисло. К вопросу о расчёте дважды возбуждённых состояний атома гелия//XI Всесоюзная конференция по теории атомов и атомных спектров. Москва, 1991. -С.75.



Підписано до друку 23.03.93. Формат 60x84/16.  
Печ.л. 1.0. Замовлення 783. Тираж 100

---

УВВК "Патент", вул. Гагаріна, 101



462583

AB 29.647