

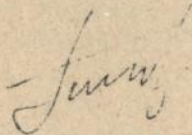
На правах рукопису

Плянковський Сергій Ігорович

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОГО ТА ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ  
ПРОЕКТУВАЛЬНИХ РОЗРАХУНКІВ ІНСТРУМЕНТУ ДЛЯ ВИСОКОШВИДКІСНОГО  
РОЗДІЛЕННЯ МЕТАЛУ

Спеціальність 05.13.16 - Використання обчислювальної техніки,  
математичного моделювання та математичних методів в наукових дослідженнях

АВТОРЕФЕРАТ  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук



Дисертацією в рукопис

АВ 29.743

Робота виконана на кафедрі технології літакобудування  
Харківського авіаційного інституту ім.М.Є.Жуковського

ЛНБ України ім.В.Стефаника



00810411 (F)

Науковий керівник - кандидат технічних наук, професор  
КУШНАРЕНКО Сергій Григорович

Науковий консультант- доктор технічних наук, професор,  
ШЕВЧЕНКО Олександр Миколайович

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор,  
СІРОДЖА Ігор Борисович;  
кандидат технічних наук, старший нау-  
ковий співробітник СЕВРИКОВ Віктор  
Іванович

Провідна організація - Інститут кібернетики АН України  
ім.В.М.Глушкова (м.Київ)

Захист відбудеться 04.05 1994 р. о 14 годині у аудиторії  
ХІ поверку на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 016.22.02  
при Інституті проблем машинобудування АН України за адресою:  
310046, м.Харків, вул. Дм.Пожарського 2/10, ІПМаш АН України

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці ІПМаш АН  
України за адресою: 310046, м.Харків, вул. Дм.Пожарського 2/10,  
ІПМаш АН України

Автореферат розісланий 28.03 1994 р.

Вчений секретар спеціалізованої вченої  
ради, доктор технічних наук

Шейко Т.І.

Актуальність проблеми. Одним з найбільш перспективних шляхів вдосконалення процесів розділення металу є застосування безвідходних методів з високими швидкостями деформування. Досвід експлуатації такого обладнання підтвердив його високу ефективність. На цей час для широкого впровадження високошвидкісних машин визначними стали вимоги забезпечення високої надійності та довговічності їх деталей та вузлів. В першу чергу це відноситься до інструмента, як найбільш відповідального елемента технологічної оснастки. Існуючі методи його проектування базуються на інтуїтивних уявленнях, що призводить до необхідності витрати часу та коштів на доробку конструкції у виробничих умовах. Альтернативний підхід ґрунтується на використанні результатів чисельного дослідження полів напружень у інструменті, що потребує створення математичних моделей інструмента, ефективних алгоритмів і програм для розв'язання отриманих крайових задач. Аналіз літературних джерел свідчить, що для проектувальних розрахунків, специфікою яких є необхідність багаторазового повторення з варіацією розмірів та форми деталей, найбільш перспективною є розробка досі не реалізованого методу, що поєднував би ідеї граничних методів та методів теорії R-функцій. Це потребує створення відповідного математичного і програмного забезпечення.

Все це визначило актуальність та обумовило зміст даної роботи, присвяченої розв'язанню цих задач.

Робота виконана з 1989р. по 1993р. на кафедрі технології літакобудування Харківського авіаційного інституту у відповідності до:

- д/б теми "Технологічний процес та автоматизований модуль для імпульсної різки прокату зі сталей та сплавів" (ДР МО1 890040685), виконаної за загальносоюзною програмою робіт на період з 1986р. по 1990р. по проблемі 0.72.06 (Створити та освоїти нові технологічні процеси й обладнання для імпульсної обробки ударом твердого тіла, розширення масштабів впровадження раніш створених процесів та обладнання), затвердженої постановами ДКНТ і Держплану СРСР;

- д/б тем "Створення наукових основ, технології й автоматизованих комплексів машин імпульсної різки горячих злиwkів та прокату в лініях машин безперервного лиття заготовок (МБЛЗ) і

прокатних станів" (ДР № 019200502862) та "Дослідження і розробка ресурсозберігаючої технології й автоматизованого обладнання імпульсної дії для безвідходного розділення прокату великого перетину, розділу кушів литва та подрібнення литникових систем" (ДР № 019200502871), що виконуватися за програмою робіт на період з 1992р. по 1995р. за напрямом 5.42.02 (Розробка високоефективних технологій обробки металів тиском), затвердженою Держкомітетом України з питань науки та технологій.

Мета роботи. Розробити математичне і програмне забезпечення проєктувальних розрахунків інструмента для високошвидкісного розділення металу, ґрунтуючись на граничних методах розв'язання крайових задач в умовах експлуатації системи "Поле".

Наукова новизна. В роботі одержані нові результати, які виносяться на захист:

1) математичні моделі інструмента для випадків розділення прокату з довільною формою перетину клиновими ножами та ножем-пластиною, а також для різки прокату зсувом при різних технологічних схемах;

2) математичне забезпечення та програмні модулі для системи "Поле", які дозволяють використовувати як координатні функції поліноми, що тотожно задовольняють полігармонічне рівняння та рівняння Ламе першого і другого корядку;

3) створене програмне забезпечення, яке реалізує алгоритм поліпшення збіжності розв'язку динамічних задач при використанні методу розкладення по формах власних коливань на основі багаторазового виділення квазістатичної складової;

4) запропонований алгоритм розв'язку задачі на власні коливання, що дозволяє знизити кратність інтегралів при обчислюванні елементів матриць;

5) рекомендації з вибору розмірів інструмента для високошвидкісного розділення металу по комбінованій схемі, отримані внаслідок його чисельного дослідження.

Вірогідність результатів, здобутих в роботі, підтверджується їх зіставленням для областей канонічної форми з точними розв'язками чи результатами інших авторів; досить тсчним збігом рекомендацій щодо вибору характерних розмірів інструмента, здобутих шляхом розрахунку з даними, одержаними внаслідок аналізу досвіду його експлуатації в промисловості.

Практична цінність. Значення результатів роботи для науки

полягає в тому, що розроблені алгоритми та програмні модулі для системи "Поле" дозволяють реалізувати в умовах її експлуатації різноманітні граничні методи для розв'язання широкого класу задач, наприклад теорії пластин, вигину балок і т.ін., суттєво знизивши при цьому обчислювальні витрати.

Розроблене програмне забезпечення для проектувальних розрахунків інструмента для високошвидкісного розділення металу в рамках системи "Поле" дозволяє з мінімальними витратами часу здійснювати вибір його геометричних параметрів, а також інших елементів конструкції (зокрема плит імпульсних машин).

Реалізація роботи. Такі результати роботи як: математичні моделі інструмента для високошвидкісного розділення металу; програмне забезпечення на базовій та вхідній мові системи "Поле" для проведення проектувальних розрахунків; рекомендації щодо вибору розмірів інструмента для комбінованої різки прокату та плит імпульсної машини для обруски литва використані в НДР, що виконуються на кафедрі технології літакобудування ХАІ при проектуванні високошвидкісних машин для різки металу.

Апробація роботи. Основні результати роботи доповідались та обговорювались на всеукраїнській науково-технічній конференції "Імпульсна обробка металів" (м.Харків, 1990 р.), на науково-технічних конференціях ХАІ (1987 - 1990 р.).

Публікації. Основний зміст роботи викладено у чотирьох наукових працях, в тому числі: трьох статтях, тезах доповідей.

Обсяг праці. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновку та додатків і містить 29 рисунків, 7 таблиць, список використаної літератури зі 121 найменування, усього 234 сторінки.

## ЗМІСТ РОБОТИ

У першому розділі проведений аналіз раніш виконаних робіт по моделюванню та розрахунку інструмента для високошвидкісного розділення металу. Зроблено висновок про необхідність розробки моделей, що описують процес навантаження інструмента під час різки прокату довільнов формов перетину клиновими ножами і ножем-пластином, а також моделей інструмента для різки прокату зсувом, враховуючих особливості його навантаження на різних етапах робочого циклу. Сформульовані вимоги до методу розв'язання

отриманих крайових задач і, у відповідності з ними, проаналізовані можливості використання існуючих методів. Зроблений висновок про те, що для проектувальних розрахунків найбільш ефективно використання граничних методів в комбінації з методом R-функцій, а для урахування часової складової рішення - методу розкладення по модах з попереднім виділенням його квазістатичних складових. Обґрунтовано вибір системи "Поле" як інструментальної бази досліджень.

Проведений аналіз дозволив сформулювати задачі, що потребують розв'язання:

1) розробка математичних моделей інструмента для різних способів і схем високошвидкісного розділення металу;

2) розробка математичного забезпечення і програмних модулів, що розширяють апроксимаційний апарат системи "Поле" поліномами, які тотожно задовольняють основні диференціальні оператори поставлених задач;

3) розробка програмного забезпечення на вхідній мові системи "Поле" для розв'язання тестових та прикладних задач.

Другий розділ присвячений розробці математичних моделей інструмента для різних способів високошвидкісного розділення прокату. Задача пошуку напруженого стану сформульована як плоска динамічна задача лінійної теорії пружності. Для визначення зовнішнього навантаження при розділенні ножем-пластиною прокату з довільною формою перетину рівнодіюча зусилля різки задавалась

Схема процесу різки прокату ножем-пластиною

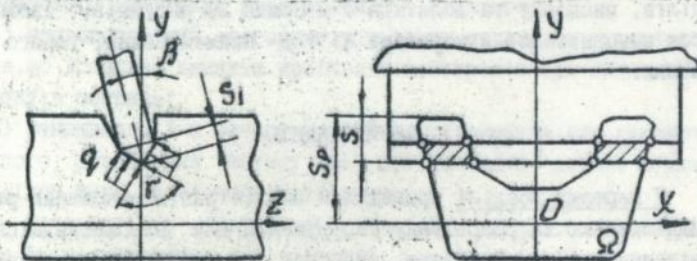


Рис.1

виразом  $P = qF(s)$ , де  $q$  -питоме зусилля опору пластичному бігу металу, що розділяється;  $F(s)$  - залежність від ходу ножа площі між прямими  $y = s_p - s$  і  $y = s_p - s + s_3 \cos(\gamma/2 - \beta) / \cos(\gamma/2)$ , де  $\gamma$  та  $s_3$  - кут розбігу і висота клинної заточки,  $\beta$  - кут, під яким проходить

розділення прокату (див.рис.1). Аналогічно для лівої грані така проекція дорівнює площі частини перерізу  $\Omega_{II}$  між прямими  $y=S_p - S$  і  $y=S_p - S + S_3 \cos(\gamma/2 + \beta) / \cos(\gamma/2)$ . Залежність зусилля різки від ходу ножа задається виразом:

$$P(s) = \int_{\Omega_{II}} \text{tg}(\gamma/2 - \beta) f_q(x,y) dx dy + \int_{\Omega_{II}} \text{tg}(\gamma/2 + \beta) f_q(x,y) dx dy. \quad (1)$$

Для визначення залежності  $S(t)$  вираз (1) замінено ламаною лінією, що проходить через точки  $(P_i, S_i)$ . Після його підстановки в рівняння руху траверси і введення позначення  $k_n^2 = \frac{(P_n - P_{n-1})}{\Delta SM}$  для  $S(t)$  отримана формула:

$$S = S_{n-1} + \frac{v_0 \prod_{i=1}^{n-1} \cos k_i (t_i - t_{i-1})}{k_n} \sin k_n (t - t_{n-1}). \quad (2)$$

За допомогою залежностей (1) і (2) здобуті вирази для навантажень на ніж-пластину при різці прокату з довільною формою перетину. Сформульовані межові умови для основних типів конструкції ноїв.

Для випадку розділення прокату клиновими ножами з перемінним кутом заточки шляхом аналогічних викладок для  $P(S)$  отримано:

$$P(s) = (\text{tg}\gamma_2 + \text{tg}\gamma_3) \int_{\Omega_2} f_q(x,y) dx dy + 2 \text{tg}(\gamma_1/2) \int_{\Omega_1} f_q(x,y) dx dy, \quad (3)$$

де  $\Omega_1$  - частина перерізу прокату між прямими  $y=S_p - S$  і  $y=S_p - S + S_1$   
 Схема процесу різки прокату клиновим ножом

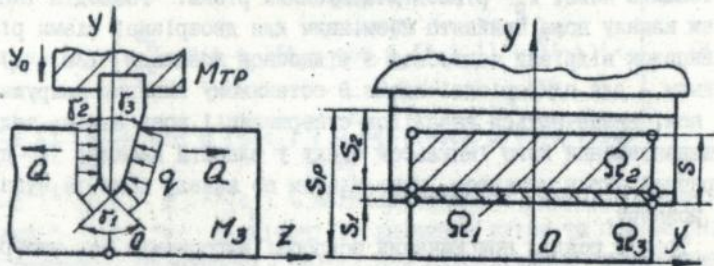


Рис.2

$S_1$  (див.рис.2), а  $\Omega_2$  - між прямими  $y=S_p$  і  $y=S_p - S + S_1$ . Залежність  $S(t)$  так само задається формулою (2). Вирази (2), (3) справедливі до моменту початку пластичного розтягу прокату зусиллями розпору  $Q$ . Для визначення критичної глибини занурення клинових

ножів запропоновано використовувати рівняння:

$$\int_{\Omega_2} q(x,y) dx dy + \int_{\Omega_1} q(x,y) dx dy = \sigma_T \int_{\Omega_3} dx dy, \quad (4)$$

де в даному випадку  $\Omega_3$  - частина перерізу прокату нижче прямої  $y = S_p - S$ . Вирази для більш загальних випадків розділення клиновими ножами можуть бути отримані аналогічно. Сформульовані межові умови для ножів різної конструкції.

Запропонована математична модель інструмента для різки прокату зсувом, яка враховує три характерних етапи його навантаження: співударання з рухомими частинами обладнання, вільний хід і власне різка. Для пошуку навантаження на ніж при співударянні з циліндричним бойком запропоновано рівняння:

$$v_0 t_1 - \frac{1}{m_0} \int_0^{t_1} \int_0^{\tau} P dt = kP^{\eta} + v_1 + \frac{2}{\pi a \rho_0 F} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{i} \cos \frac{i\pi x}{l} \times \\ \times \int_0^{t_1} P \sin\left(\frac{i\pi a}{l}(t_1 - \tau)\right) d\tau + \frac{1}{m_H} \int_0^{t_1} \int_0^{\tau} P dt, \quad \text{де } a, \rho_0, F, l, m_0 -$$

відповідно швидкість звуку, густина, площа, довжина і маса бойка;  $m_H$  - маса ножа;  $v_0$  - початкова швидкість бойка. Для етапу різки прокату описаний спосіб визначення залежності зусилля розділення від часу. Для випадку розділення круглого прокату навантаження по каналу в площині ножа вважається постійним на дузі з кутом розбігу  $\approx 150^\circ$  і дорівнює  $f_k = \frac{12}{5Rh} P_p(t)$ , де  $R$  - радіус прокату;  $h$  - товщина ножа;  $P_p$  - рівнодіюча зусилля різки. Розподіл тиску вздовж каналу ножа прийнято незмінним для двозрізної схеми різки (випадок відрізки заготовок з відносною довжиною  $l/d \approx 1$ ) і лінійним - для однозрізної схеми. В останньому випадку напруження у ножі визначаються внаслідок суперпозиції розв'язків задач про навантаження його імпульсом тиску у власній площині і про поперечний вигин моментом, прикладеним по каналу ножа та зусиллями розпору.

Третій розділ присвячений розробці алгоритмів та програм для розв'язання раніш поставлених задач. Для пошуку вектора пересування точок інструмента застосовано метод багаторазового виділення квазістатичної складової з подальшим розкладенням по модах динамічної частини розв'язку. Розглядається випадок, коли зовнішнє навантаження може бути задане у вигляді здобутку двох функцій, одна з яких залежить тільки від часу, а друга - від ко-

ординат:  $f(x, y, t) = T(t) \cdot q(x, y)$ . Вільш загальний випадок зовнішнього навантаження зводиться до розглянутого шляхом його розкладу в ряд за певною системою координатних функцій  $q_i(x, y)$ . У випадку, коли функція  $T(t)$  є  $2n$  раз диференціальною, розв'язок при  $n$ -кратному виділенні квазістатисти шукається у вигляді:

$$U = \sum_{k=1}^n T^{(2k-2)}(t) U_{0k}(x, y) + (-1)^n \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_i b_i(t)}{p_i^{2n+1}} \varphi_i(x, y), \quad (5)$$

де  $\varphi_i, p_i$  - відповідно власні форми і частоти коливань;

$$b_i = \int_0^t T^{(2n)}(\tau) \sin p_i(t - \tau) d\tau; \quad A_i = \int_{\Omega} q(x, y) \varphi_i(x, y) d\Omega, \quad a$$

квазістатичні складові  $U_{0k}$  шукаються з розв'язку задач:

$$\left. \begin{aligned} L(U_{01}) &= q(x, y), \quad (x, y) \in \Omega \\ V_1(U_{01}) &= g_1(x, y), \quad (x, y) \in \partial\Omega_1 \end{aligned} \right\}; \quad \left. \begin{aligned} L(U_{0k}) &= -m U_{0, k-1}, \quad (x, y) \in \Omega \\ V_1(U_{0k}) &= 0, \quad (x, y) \in \partial\Omega_1 \end{aligned} \right\}.$$

Збіжність ряду (4) суттєво поліпшується в порівнянні з розв'язком без виділення квазістатик за рахунок множників  $p_i^{-2n}$ ; кожне виділення квазістатисти веде до прискорення збіжності.

У випадку, коли функція  $T(t)$  і (чи) її похідні мають розриви першого роду в моменти часу  $t=t_k$ , для визначення пересувань використовується залежність:

$$\left. \begin{aligned} U &= \sum_{k=1}^n T_{2k-2}^{(2)}(t) U_{0k}(x, y) + (-1)^n \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_i b_i(t)}{p_i^{2n+1}} \varphi_i(x, y) + \\ &+ \sum_{i=1}^{\infty} A_i \varphi_i(x, y) \left\{ \frac{\Delta_0}{p_i^2} H(t-t_k) (1 - \cos p_i(t-t_k)) + \sum_{j=1}^n (-1)^j \times \right. \\ &\times H(t-t_k) \left[ -\frac{\Delta_{2j-1}}{p_i^{2j+1}} \sin p_i(t-t_k) + \frac{\Delta_{2j}}{p_i^{2j+2}} (1 - \cos p_i(t-t_k)) \right] \left. \right\} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

де  $\Delta_i = T^{+(1)}(t_k) - T^{-(1)}(t_k)$  - величина стрибка  $i$ -тої похідної (знаками "-" і "+" відмічені її значення зліва та справа від точки розриву). Залежності (5) і (6) відповідають початковим умовам вигляду:  $T^{(k)}(t) = 0, k = 0, 1, \dots, 2n-1$ . Для випадку ненульових початкових умов отриманий вираз для додаткової складової, яку необхідно додати до правих частин формул (5), (6) при визначенні пересувань:

$$\sum_{i=1}^{\infty} A_i \varphi_i \left[ \sum_{k=1}^n (-1)^k \left\{ \sin p_i t \frac{T^{(2k-1)}(0)}{p_i^{2k+1}} + \cos p_i t \frac{T^{(2k-2)}(0)}{p_i^{2k}} \right\} \right]. \quad (7)$$

Для забезпечення можливості реалізації граничних методів для визначення квазістатичних складових  $U_{Ok}$  розроблене математичне і програмне забезпечення, яке дозволило доповнити апроксимаційний апарат системи "Поле" полігармонічними поліномами і поліномами, що тотожно задовольняють рівняння статичної плоскої задачі теорії пружності першого та другого порядку. Як полігармонічні поліноми використані  $H_q$ -поліноми Бондаренка:

$$\left. \begin{aligned} H_{2-\delta, 2}^{n, q} &= \sum_{i=q-1}^n (-1)^i \binom{i}{q-1} \binom{n}{2i} x^{n-2i} y^{2i}, \quad q = \overline{1, 1+1} \\ H_{1+\delta, 1}^{n, q} &= \sum_{i=q-1}^{1+\delta-1} (-1)^i \binom{i}{q-1} \binom{n}{2i+1} x^{n-2i-1} y^{2i+1}, \quad q = \overline{1, 1+1} \end{aligned} \right\}, *$$

де  $q, n$  - порядок полігармонічного полінома і його ступінь;  $1, \delta$  - відповідно ціла та подвоєна дробова частина числа  $\frac{n}{2}$ . Нижні індекси характеризують парність многочлена відносно  $x$  і  $y$  (при 1 - непарний, при 2 - парний). Для обчислення значень частинних похідних  $H_q$ -поліномів до заданого порядку отримані рекурентні залежності:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^1}{\partial x^1} \frac{\partial^m}{\partial y^m} H_{1+\delta, 1}^{n, q} &= 1 \frac{\partial^{1-1}}{\partial x^{1-1}} \frac{\partial^m}{\partial y^m} H_{2-\delta, 1}^{n-1, q} + x \frac{\partial^1}{\partial x^1} \frac{\partial^m}{\partial y^m} H_{2-\delta, 1}^{n-1, q} + \\ &+ m \frac{\partial^1}{\partial x^1} \frac{\partial^{m-1}}{\partial y^{m-1}} H_{1+\delta, 2}^{n-1, q} + y \frac{\partial^1}{\partial x^1} \frac{\partial^m}{\partial y^m} H_{1+\delta, 2}^{n-1, q}; \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^1}{\partial x^1} \frac{\partial^m}{\partial y^m} H_{2-\delta, 2}^{n, q} &= \frac{n}{n-2} \frac{\partial^{1-1}}{\partial x^{1-1}} \frac{\partial^m}{\partial y^m} H_{1+\delta, 2}^{n-1, q} + x \frac{\partial^1}{\partial x^1} \frac{\partial^m}{\partial y^m} H_{1+\delta, 2}^{n-1, q} - \\ &- m \frac{\partial^1}{\partial x^1} \frac{\partial^{m-1}}{\partial y^{m-1}} H_{2-\delta, 1}^{n-1, q} - y \frac{\partial^1}{\partial x^1} \frac{\partial^m}{\partial y^m} H_{2-\delta, 1}^{n-1, q}. \quad (9) \end{aligned}$$

розроблені і протестовані відповідні програмні модулі. З використанням  $H_q$ -поліномів побудовані поліноми, що тотожно задовольняють рівняння статичної плоскої задачі теорії пружності першого порядку:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= - H_{1+\delta, 1}^{n, 2} \\ v_1 &= - H_{2-\delta, 2}^{n, 2} + \frac{\gamma+1}{\gamma} H_{2-\delta, 2}^{n, 1} \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} u_2 &= - H_{2-\delta, 2}^{n, 2} \\ v_2 &= H_{1+\delta, 1}^{n, 2} - \frac{1}{\gamma} H_{1+\delta, 1}^{n, 1} \end{aligned} \right\},$$

$$\left. \begin{aligned} u_3 &= -H_{1+\delta,1}^{\gamma+2} - \frac{\gamma+1}{\gamma} H_{1+\delta,1}^{\gamma+1} \\ v_3 &= -H_{2-\delta,2}^{\gamma+2} \end{aligned} \right\}, \quad \left. \begin{aligned} u_4 &= -H_{2-\delta,2}^{\gamma+2} - \frac{1}{\gamma} H_{2-\delta,2}^{\gamma+1} \\ v_4 &= H_{1+\delta,1}^{\gamma+2} \end{aligned} \right\}$$

і вперше - другого порядку:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{\gamma+2}{\gamma+1} H_{1+\delta,1}^{\gamma+3} + H_{1+\delta,1}^{\gamma+2} \\ v_1 &= \frac{\gamma+2}{\gamma+1} H_{2-\delta,2}^{\gamma+3} - \frac{1}{\gamma} H_{2-\delta,2}^{\gamma+2} \end{aligned} \right\}, \quad \left. \begin{aligned} u_2 &= \frac{\gamma+2}{\gamma+1} H_{2-\delta,2}^{\gamma+3} \\ v_2 &= -\frac{\gamma+2}{\gamma+1} H_{1+\delta,1}^{\gamma+3} - \frac{1}{\gamma(\gamma+1)} H_{1+\delta,1}^{\gamma+2} \end{aligned} \right\},$$

$$\left. \begin{aligned} u_3 &= \frac{\gamma+2}{\gamma+1} H_{1+\delta,1}^{\gamma+3} + \frac{\gamma+1}{\gamma} H_{1+\delta,1}^{\gamma+2} \\ v_3 &= \frac{\gamma+2}{\gamma+1} H_{2-\delta,2}^{\gamma+2} \end{aligned} \right\}, \quad \left. \begin{aligned} u_4 &= \frac{\gamma+2}{\gamma+1} H_{2-\delta,2}^{\gamma+3} + \frac{1}{\gamma} H_{2-\delta,2}^{\gamma+2} \\ v_4 &= -\frac{\gamma+2}{\gamma+1} H_{1+\delta,1}^{\gamma+3} - \frac{1}{\gamma+1} H_{1+\delta,1}^{\gamma+2} \end{aligned} \right\}.$$

Розроблені і протестовані відповідні програмні модулі.

Розроблене програмне забезпечення і проведені обчислювальні експерименти для визначення застосовності деяких граничних методів для пошуку квазістатичних складових. Отримані вирази для обчислювання елементів матриць коефіцієнтів та векторів правої частини. При розв'язанні тестових задач визначено, що метод Гальоркіна-Петрова при використанні розроблених систем поліномів не забезпечує отримання стійких результатів. Для розв'язання прикладних задач рекомендовано використання методів штрафу і Трефца. Для визначення штрафних коефіцієнтів запропонована ітераційна процедура. В порівнянні з точними розв'язками похибка результатів, одержаних даними методами, не перевищувала 3%, а час розв'язання задач був в 3...7 разів менше, ніж методом Рітца.

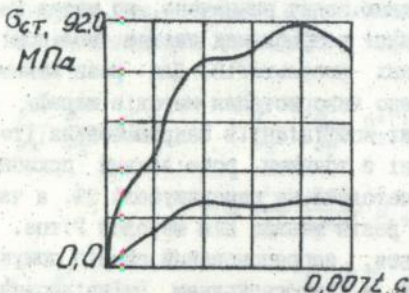
Для задач, що розглядаються, запропонований спосіб пошуку власних частот і форм коливань з використанням співвідношень методу зв'язаних нев'язок. Використання  $H_q$  і  $E_q$  поліномів дозволяє звести задачу до алгебраїчної, ґрунтуючись на граничних алгоритмах, усунувши при цьому операції обернення щільно заповнених матриць. Наприклад, при коливаннях пластини у власній площині для визначення власних частот і мод маємо:

$$\rho p^2 \left\{ \int_{\Gamma_2} [N_{2nj} u_{1ni} + N_{2\tau j} u_{1\tau i}] d\Gamma - \int_{\Gamma_1} [u_{2nj} N_{1ni} + u_{2\tau j} N_{1\tau i}] d\Gamma \right\} =$$

$$= \int_{\Gamma_2} [N_{1nj} u_{1ni} + N_{1\tau j} u_{1\tau i}] d\Gamma - \int_{\Gamma_1} [u_{1nj} N_{1ni} + u_{1\tau j} N_{1\tau i}] d\Gamma, \quad (10)$$

де  $\Gamma_1, \Gamma_2$  - частини межі, на яких задані кінематичні і силові умови;  $u_{1n1} \dots N_{1t1}$  - нормальні та дотичні пересування, які задаються  $i$ -тим елементом системи E1-поліномів, а  $u_{2n1} \dots N_{2t1}$  - E2-поліномів. Для задачі про поперечні коливання пластини постійної товщини до аналогічних результатів приводить використання систем E3- і E4-поліномів. Реалізація даного алгоритму в рамках системи "Поле" стримується відсутністю засобів розв'язання алгебраїчної задачі на власні значення для випадку несиметричних щільно заповнених матриць, тому для розв'язання прикладних задач був використаний метод Рунге-Кутци. На прикладі розв'язання тестової задачі підтверджена ефективність використання вилучення квазістатичних складових (точність при однаковому числі координатних функцій збільшилась на порядок в порівнянні зі стандартним підходом).

У четвертому розділі описана послідовність проведення проєктувальних розрахунків при використанні розробленого математичного і програмного забезпечення і наведені їх приклади для ряду прикладних задач. При розрахунку ножа-пластини з клинковою заточкою розглянуто два варіанти конструкції: ніж без ребер і ніж з жорсткими ребрами. Встановлено, що наявність жорстких ребер веде до зменшення максимальних значень стискувальних напружень у 3.56 рази (див. рис. 3). Для заданих даних визначена мінімально допустима товщина



1-ніж без ребер; 2-ніж з жорсткими ребрами

Рис.3

ножа - 27.6 мм для ножа без ребер (за даними Н.Ф. Углицького, який розв'язав цю задачу в статичній постановці - 22.3 мм).

Вперше проведені числові дослідження по визначенню оптимального кута розбігу клинового виступу інструмента для різки металу по комбінованій схемі. Особливість розрахунків є те, що для цього випадку від часу залежить не тільки величина зовнішнього навантаження, але і ділянка його прикладення. Для забезпечення можливості виділення квазістатик зовнішнє навантаження розкладалося у ряд Фур'є. У результаті розрахунків виявлено (див. рис. 4), що збільшення кута розбігу клина від  $20$  до  $25^\circ$  веде до зме-

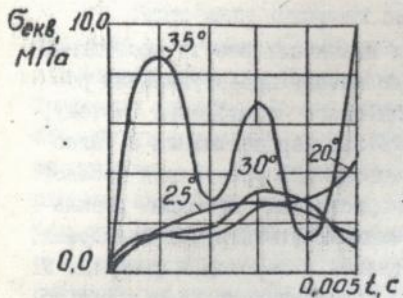


Рис.4

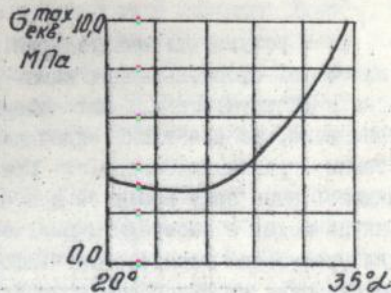
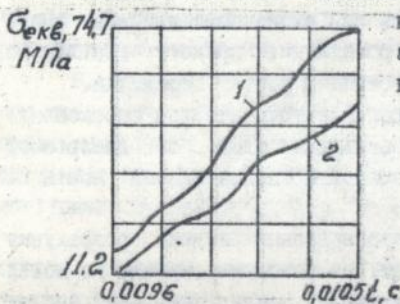


Рис.5

ишення максимального значення еквівалентної напруги в його основі. Подальше збільшення кута розбігу веде до її різкого зростання (починаючи з  $35^\circ$ ). У результаті аналізу залежності максимальної еквівалентної напруги в основі клинового виступу від кута його розбігу (рис.5) з меншим кроком по куту рекомендовано встановлювати значення останнього в межах  $26...27^\circ$ . Цей висновок



1-базовий варіант; 2-запропонований варіант

Рис.6

плити максимальне значення еквівалентної напруги в ній було зменшено на 25.7% в порівнянні з базовим варіантом (див.рис.6).

У додатках приведені основні положення методу R-функцій і операторного методу побудови квазіполіноміальних розв'язків полілінійних диференціальних рівнянь, тексти розроблених програм і матеріали про впровадження результатів роботи.

підтверджується досвідом експлуатації ножів такої конфігурації на ряді промислових підприємств (зокрема на ММЗ в м.Рибниця).

Як ілюстрацію можливості використання розробленого математичного і програмного забезпечення для проектування інших деталей імпульсних машин приведений приклад розрахунку розпірної плити машини МІР-ТК, навантаженої силами інерції. При отриманих значеннях розмірів

1. У результаті аналізу раніш виконаних робіт, проведеного на основі сформульованих вимог до методу проєктувальних розрахунків інструмента для високошвидкісного розділення металу, встановлено, що для таких задач найбільш перспективним є використання граничних методів. При цьому для урахування часової складової розв'язку краще за все скористатися методом розкладення по модах з попереднім вилученням квазістатичних складових, а для урахування геометричної інформації - методом R-функцій. У цьому зв'язку як базою для розробки прикладних програм доцільно скористатися програмуючою системою "Поле".

2. Для задачі моделювання процесу розділення металу ножом-пластиною здобуті нові результати, які дозволяють визначати характер розподілу зовнішнього навантаження на інструмент по різальній кромці і за часом при розділі прокату з довільною формою перетину. Сформульовані межові умови задачі розрахунку напруженого стану для основних конструктивних схем ножів.

3. Запропонована залежність для визначення глибини занурення клинового інструмента при розділенні прокату довільного перетину, при якому наступає пластичний розтяг перемички.

4. Створені математичні моделі інструмента для високошвидкісної різки металу зсувом для випадків одно- та двозрізної схем різки з врахуванням особливостей навантаження ножів на різних етапах робочого циклу.

5. Реалізований алгоритм розв'язання задачі розрахунку динамічних пересувань в пружних тілах методом розкладу по модах з попереднім вилученням квазістатичних складових, який забезпечує при зберіганні числа координатних функцій суттєве підвищення точності розв'язку (в тестовому прикладі - на порядок). Запропонована модифікація цього алгоритму для випадку ненульових початкових умов.

6. Отримані рекурентні співвідношення для обчислювання елементів диференціального кортежу полігармонічних  $H_q$ -поліномів. З допомогою  $H_1$  і  $H_2$ -поліномів отримані формули для поліномів, що задовольняють рівняння Ляме ( $E_1$ -поліноми). Вперше запропоновані вирази для  $E_2$ -поліномів, що тотожно задовольняють рівняння Ляме другого порядку. Розроблені і протестовані відповід-

ні програмні модулі системи "Поле".

7. Розроблені програми на вхідній мові системи "Поле", і на прикладі розв'язання тестових задач проведені порівняльні дослідження деяких граничних методів (методу Гальоркіна--Петрова, Трефтца і штрафа). Встановлено, що методи Трефтца і штрафа забезпечують отримання результатів з достатньою точністю (відносна похибка в тестових задачах не перевищує 3%) з приблизно рівними затратами машинного часу. Для ефективного застосування методу штрафа в проектувальних розрахунках доцільно використовувати як стартові значення штрафних коефіцієнтів їх величини, отримані на попередньому кроці проектування. Метод Гальоркіна--Петрова значно складніший в реалізації і потребує додаткових досліджень. В розглянутих прикладах час розв'язання задач граничними методами був у 3...7 разів менше, ніж методом Рітца.

8. Запропонований алгоритм, що дозволяє знизити кратність інтегралів при обчисленні елементів матриць в задачі на власні значення для випадків згинальних коливань пластини і її коливань у власній площині, в якому для перетворення інтегралу по області від інерціальних членів до межового використовується вираз розв'язку через  $H_3$ ,  $H_4$  і  $E_2$ -поліноми відповідно.

9. Розроблене математичне і програмне забезпечення дозволяє проводити проектувальні розрахунки інструмента для високошвидкісної різки прокату і може бути використане для розрахунку елементів конструкції, процес навантаження яких описується аналогічними системами рівнянь (зокрема плит імпульсних машин).

10. За допомогою розробленого програмного забезпечення вперше проведені числові дослідження інструмента для різки металу по комбінованій схемі. Рекомендації з вибору характерних розмірів інструмента, отримані при проведенні розрахунків, збігаються з даними, одержаними внаслідок відпрацювання його конструкції в процесі експлуатації.

11. Для підвищення ефективності використання розробленого програмного забезпечення доцільно доповнення системи "Поле" блоками, які проводять зміну параметрів конструкції, що проектується, відповідно до алгоритмів оптимального проектування.

За темою дисертації опубліковані такі роботи:

1. Исследование динамического напряженно-деформированного

ЛНБ ім. В. Стефаника  
АН України

462.157

состояния элементов высоко  
структурно-вариационным мет  
С.Г.Кушнарченко, А.Н.Шевченко

Тез. докл. всесоюз. науч.-техн.конф.- Харьков, 1990.- С.138.

2. Планковский С.И., Кушнарченко С.Г. К вопросу о нагружении инструмента машин импульсной резки холодного проката//Обработка металлов давлением в машиностроении.- 1990.-Вып.26.- С.40 - 44.

3. Планковский С.И., Кушнарченко С.Г. К вопросу моделирования процессов хрупкого разрушения при высокоскоростных разделительных операциях//Обработка металлов давлением в машиностроении.- 1991. - Вып.27. - С.31 - 35.

4. Планковский С.И. Расчет динамического напряженного состояния плит импульсных машин// Обработка металлов давлением в машиностроении.- 1992. - Вып.28 (знаходиться у друку).

Особистий внесок автора. За результатами робіт, виконаних у співавторстві, участь автора визначається таким чином. В роботі /1/ ним реалізований стосовно до системи "Поле" алгоритм розв'язання задачі розрахунку динамічних пересувань у пружних тілах методом розкладання по модах з попереднім виділенням квазістатичних складових, запропонована його модифікація для випадку ненульових початкових умов; розроблене програмне забезпечення на вхідній мові системи "Поле" для проведення проектувальних розрахунків інструмента для високошвидкісної різки прокату. В роботі /2/ запропонована математична модель інструмента для зсувної різки прокату на етапі розділення, а в /3/ - його модель, що враховує особливості навантаження при співударінні з бойком чи матеріалом, що розділяється.

Відповідальний за випуск Андренко Г.І.

Підписано до друку 21.03.94 Папір друк. №1. Зам. № 2089. Формат 60×90 1/16. Тираж 100 прим. Ум. друк. арк. 1.0. Обл.-вид. арк. 0.96.

Виготовлено на роталпринті Інституту проблем машинобудування АН України, 310046, Харків-46, вул. Дм. Пожарського, 2/10.