КИЇВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

На правах рукопису

ГРИБОВ Сергій Миколайович

ДИСКРЕТНА ГЕОМЕТРІЯ ІНТЕРАКТИВНОГО КОНСТРУЮВАННЯ КІНЕМАТИЧНИХ ПОВЕРХОНЬ НА ОСНОВІ СКІНЧЕННИХ СУМ

Спеціальність: 05.01.01 - Прикладна геометрія та інженерна графіка

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

дисертації на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук

Київ - 1994

Дисертацією є рукопис

Роботу виконано в Київському політехнічному інституті

Науковий консультант: заслужений працівник вищої школи України,
д.т.н., проф. Павлов Анатолій Володимирович

Офіційні опоненти: член-кореспондент АН України,
д.т.н., проф. Стоян Юрій Григорович,
д.т.н., проф. Найдиш Володимир Михайлович,
д.т.н., проф. Підкоритов Анатолій Миколайович

Провідна установа: Авіаційний науково-технічний комплекс
ім. О.К. Антонова

Захист відбудеться 20 квітня 1994 року о 13 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 068.05.03 в Київському державному технічному університеті будівництва і архітектури за адресою: 252037, Київ - 37, Повітрофлотський проспект, 31, аудиторія 319.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Київського державного технічного університету будівництва і архітектури

Автореферат розісланий "18" 03 1994 року

Вчений секретар
спеціалізованої ради Д 068.05.03 Плоский В.О.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність тематики дисертаційної роботи визначається потребами подальшого розвитку геометричного моделювання поверхонь, що використовуються в практиці конструювання та технології з метою підвищення продуктивності праці конструкторів і технологів в умовах комп'ютеризованого виробництва.

В наш час найбільш перспективний напрямок розвитку виробництва пов'язаний із застосуванням інтегрованих комп'ютерних технологій, в яких об'єднуються в єдине ціле задачі проектування, конструювання та виробництва. Дана дисертаційна робота в практичному плані орієнтована на вироби машинобудування, які мають складні криволінійні поверхні (корпуси автомобілів, поверхні агрегатів літаків, поверхні сільскогосподарських знарядь тощо). Існує два основних підходи до конструювання виробів з криволінійними поверхнями. Перший підхід пов'язаний з виготовленням макета виробу. Другий підхід передбачає створення поверхні безпосередньо на екрані комп'ютера з автоматичним формуванням математичної моделі поверхні. Хоча другий підхід більш відповідає цілям інтегрованих комп'ютерних технологій, він широко не використовується в конструюванні виробів. Це пов'язано з тим, що існуючі методи моделювання поверхонь розв'язують задачі апроксимації та інтерполяції масивів точок поверхні, тобто орієнтовані саме на перший підхід, і застосування цих методів для безпосереднього створення поверхні на екрані комп'ютера призводить до складного інтерфейсу інтерактивного конструювання. Тому актуальною є проблема розробки методів геометричного моделювання, що забезпечують саме інтерактивне конструювання поверхонь.

Два підходи до конструювання поверхонь можна зіставити з двома поглядами на поняття функції, які проявилися ще у XVIII сторіччі у відомому спорі між Д'Аламбером та Ейлером про струну, що звучить. Д'Аламбер під функцією розумів довільний аналітичний вираз, а Ейлер - довільну накреслену криву. В сучасному понятті функції цим двом поглядам відповідають аналітичний та кінематичний способи завдання функції. Історично більший розвиток здобув аналітичний спосіб і саме він складає основу сучасних методів геометричного моделювання кривих та поверхонь. Погляди Ейлера розвивав Гаспар Монж і головна ідея Монжа виходила не із статичного сприйняття об'єктів, а із руху, який міг би утворювати ту чи іншу поверхню. В наш час ідеї Монжа якщо і використовуються, то половинно, тобто використовується кінематичний спосіб утворення поверхні з твірними, що задаються за допомогою аналітичних виразів, а Монж поширював кінематичний принцип і на утворення кривих. Наслідком цієї половинності можна розглядати той факт, що жоден з методів зображення кривих, які застосовуються зараз, не забезпечує природного процесу керування формою кривої на екрані комп'ютера. Тобто керування формою кривої здійснюється із застосуванням допоміжних елементів (характеристичної ламаної в методі Без'є, дотичних в кривих Ерміта, опорних точок В-сплайна), що не є природними характеристиками кривої. Щодо поверхонь, то зображення твірної за допомогою аналітичних виразів призводить до: а) сегментації поверхні; б) необхідності розв'язання питань зшивки кусків поверхні; в) проблем в параметризації поверхні.

Метою роботи є розробка теоретичних основ та вдосконалення обчислювальних алгоритмів інтерактивного моделювання криволінійних об'єктів для підвищення ефективності автоматизації технологічної підготовки виробництва.

Основні задачі дослідження:

- розробити теорію комп'ютерно-орієнтованого способу дискретного завдання кривих;
- запропонувати принципи та алгоритми ефективного керування формоутворенням плоских і просторових обводів;
- розробити методику застосування нового способу зображення кривих (кривих скінченних сум) в практиці конструювання поверхонь з метою підвищення ефективності тривимірного проектування;
- розробити принципи побудови обчислювальних алгоритмів систем комп'ютерної геометрії на базі теорії кривих скінченних сум;
- реалізувати результати досліджень у вигляді конкретної системи моделювання та відтворення криволінійних об'єктів і впровадити її у виробництво.

Методика виконання роботи. Розв'язання поставлених у роботі задач виконувалось на основі методів нарисної, аналітичної, диференціальної, обчислювальної геометрій, топології, теорії кривих та поверхонь, теорії рядів, обчислювальних методів, теорії апроксимації та інтерполяції, теорії САПР, теорії програмування.

Інформаційною та теоретичною базою досліджень є роботи вітчизняних та зарубіжних вчених:

- з теорії кривих ліній та поверхонь: Г. С. Іванова, С. М. Ковальова, І. І. Котова, В. Є. Михайленка, В. О. Надолинного, В. С. Обухової, В. А. Осипова, А. В. Павлова, О. Л. Підгорного, А. М. Підкоритова, М. М. Рижова, І. А. Скидана, А. М. Тевліна, П. В. Філіпова, С. А. Фролова, В. І. Якуніна, К. де Бора, П. Без'є, П. Кастельжо, С. Кунса, Р. Ризенфельда, Д. Фергюсона та ін.;
- з обчислювальної геометрії: О. Г. Горелика, Л. М. Куценко, К. М. Наджарова, В. М. Найдиша, В. С. Полозова, В. Л. Рвачова, К. О. Сазонова, Є. О. Стародетко, Ю. Г. Стояна, У. Ньюмена, М. Пратта, А. Фокса та ін.;
- з машинної графіки та розробки систем геометричного моделювання: Ю. І. Бадаєва, Т. А. Лінкіна, Ю. В. Рабинського, А. О. Смоляра, А. Д. Тузова, В. П. Шепеля, Л. Аммерала, П. Без'є, І. Гардана, В. Гілоя та ін.

Наукова новизна роботи полягає в наступному.

1. Виявлено геометричну природу скінченних сум. Досліджено та систематизовано геометричні властивості кривих, що породжуються різними скінченними сумами.

2. Розроблено метод кривих скінченних сум, який визначає побудову простих дуг дискретно заданих кривих для цілей комп'ютерної геометрії.

3. Розроблено метод трансформації кривої скінченної суми, що визначає нові принципи інтерактивного керування формою кривих та поверхонь.

4. Розроблено та досліджено варіанти моделювання гладких складених криволінійних обводів за допомогою кривих скінченних сум.

5. Виконано узагальнення плоских кривих скінченних сум, що призводить до побудови просторових дискретно заданих кривих.

6. Розроблено теорію інтерактивного конструювання кінематичних поверхонь. Зроблено спробу систематизації вимог до математичного методу моделювання поверхонь, які враховують психологічні аспекти в процесі інтерактивного тривимірного проектування.

7. Розроблено нові принципи організації інтерактивних графічних систем комп'ютерної геометрії, які реалізують метод кривих скінченних сум.

Практичне значення роботи полягає в запропонуванні нової технології інтерактивного конструювання плоских і просторових криволінійних об'єктів, яка розширює можливості реалізації творчих задумів конструктора, спрощує взаємодію конструктора з комп'ютером, охоплює широке коло геометричних задач (конструювання кривих на площині, кривих на поверхні, кінематичних поверхонь, спряження поверхонь).

Реалізація роботи. Всі теоретичні положення роботи були перевірені на комп'ютері. Численні приклади конструювання кривих та поверхонь, наведені в роботі, підтверджують вірогідність теоретичних результатів. На основі теорії кривих скінченних сум було розроблено бібліотеку функцій мови Сі, що реалізує аналітичний апарат плоских кривих скінченних сум. Щодо поверхонь, то теоретичні результати дисертаційної роботи комплексно реалізовані в графічній системі інтерактивного конструювання кінематичних поверхонь. За мету при розробці системи було поставлено використання її як розширення (додатка) існуючих систем геометричного моделювання. В ході роботи було розроблено також допоміжну графічну систему розв'язання геометричних задач, яка використовувалася як інструментальний засіб при дослідженнях.

Розроблені графічні системи були передані до АНТК ім. О. К. Антонова для включення їх до набору засобів геометричного моделювання агрегатів літаків, що використовуються в цій установі (основою цих засобів є система СИГМА, розроблена спеціалістами АНТК під керівництвом Ю. Б. Рабинського). Графічна система інтерактивного конструювання кінематичних поверхонь була випробувана для конструювання складних поверхонь типу залізів і закінцівок.

До захисту пропонується:

1. Теорія дискретно заданих кривих (теорія кривих скінченних сум).
2. Теорія інтерактивного конструювання кінематичних поверхонь на основі кривих скінченних сум.
3. Графічні комп'ютерні технології на основі кривих скінченних сум.

Апробація роботи. Основні положення дисертаційної роботи доповідалися на X Всесоюзному науково-методичному семінарі "Инженерная и машинная графика" (Полтава, 1991 р.), на міжнародній науково-технічній конференції "Проблемы графической технологии" (Севастополь, 1991 р.), на Всеукраїнській науково-методичній конференції "Перспективы развития машинной графики в преподавании графических дисциплин" (Одеса, 1992 р.), на Всеукраїнській науково-методичній конференції "Геометричне моделювання. Інженерна та комп'ютерна графіка" (Харків, 1993 р.), у відділі математичного моделювання Інституту проблем машинобудування АН України (Харків, 1993 р.), на наукових семінарах кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки Київського політехнічного інституту (1993 р.), кафедри нарисної геометрії, інженерної та машинної графіки Київського державного технічного університету будівництва і архітектури (січень 1994 р.), на міжвузівському семінарі наукового напряму "Прикладна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка" загальнотехнічного відділення Академії наук вищої школи України (березень 1994 р.).

<u>Публікації</u>. Результати досліджень викладені в 39 роботах і монографії.

<u>Структура та обсяг роботи</u>. Дисертація складається з вступу, шести глав, загальних висновків, викладених на 183 сторінках машинописного тексту, списку літератури з 207 найменувань, двох додатків. Робота містить в собі 88 рисунків, 6 таблиць.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

<u>У вступі</u> обгрунтовується актуальність досліджуваної проблеми, приводиться загальний огляд публікацій, пов'язаних з темою дисертації, наводиться перелік основних задач дослідження, зміст наукових положень, які складають новизну та практичну цінність роботи, та деякі питання реалізації науково-технічних результатів роботи. Робиться висновок про актуальність постановки в дисертаційній роботі такої загальної задачі: розробити математичну теорію кривих та на її основі теорію інтерактивного конструювання поверхонь, що орієнтовані на дискретний характер комп'ютера та пристроїв відтворення і враховують психологічні аспекти в інтерактивному формоутворенні поверхонь, з метою підвищення ефективності розв'язання задачі інтеграції проектування та технологічної підготовки виробництва.

<u>В першій главі</u> закладаються основи теорії кривих скінченних сум. Вихідною точкою дослідження можна розглядати положення топології, що стосується тривимірних многостатностей (тобто кривих та поверхонь евклідового простору): на будь-якій топологічній многостатності M вимірності $n \leq 3$ можна ввести як гладку, так і кусково-лінійну структуру. Іншими словами, будь-яка тривимірна многостатність є кусково-лінійною, тобто має комбінаторні тріангу-

ляції, але ці тріангуляції вибрані настільки дрібними, що симплекси не розрізнюються неозброєним оком і многостатність, крива або поверхня здаються гладкими.

Виходячи з положень топології пропонується геометрична модель кривої скінченної суми (СС). Крива скінченної суми розглядається як ламана з великою кількістю ланок однакової довжини. Припускається також, що крива СС є симетричною фігурою. Геометрична модель кривої СС реалізує монотонність змінювання довжин проекцій на вісь X, яка проходить через точки A та B (рис.1,а), для непарної кількості точок n кривої таким чином:

$$(\ell - \kappa \cdot a) + (\ell - (\kappa - 1) \cdot a) + \ldots + (\ell - 2 \cdot a) + (\ell - a) = \frac{L_1}{2} \qquad (1)$$

де: a - невідомий параметр, який визначає властивість монотонності дискретно заданої кривої, що її моделюють.

З виразу (1) знайдемо параметр a і запишемо його таким чином:

$$a = \frac{L - L_1}{2 \cdot (CC_1)} \qquad (2)$$

В знаменнику виразу (2) присутня скінченна сума членів натурального ряду (це і обумовило назву кривих), тобто

$$CC_1 = 1 + 2 + \ldots + \kappa = \kappa \cdot (\kappa + 1)/2$$

На основі параметра a згідно з геометричною моделлю (рис.1,а для непарного n, рис.1,б парного n) обчислюються рекурентно, тобто послідовно точка за точкою, координати точок кривої скінченної суми. На рис.2,а зображено множину кривих скінченної суми CC_1. Всі криві цієї множини мають однакову довжину і різняться відстанню між кінцевими точками.

За допомогою побудованої моделі виявлено геометричну природу натурального ряду чисел. Вона виявляється в тому, що для заданих довжини L кривої, відстані L_1 між кінцевими точками, кількості n точок однозначно визначається форма дискретно заданої кривої. Цей результат розглядається як найбільш важливий науковий результат дисертаційної роботи. З натуральних чисел починався розвиток математики. В даній роботі виявлено нову, геометричну властивість сукупності членів натурального ряду. Це стало можливим тільки на сучасному етапі розвитку науки і техніки завдяки застосуванню обчислювальної техніки з розвиненими засобами візуалізації.

Геометрична модель кривої скінченної суми CC_1 була узагальнена на інші скінченні суми. В роботі додатково до CC_1 розглянуто ще 8 скінченних сум, побудовано їхні геометричні моделі, наведено зображення кривих. Для більш грунтовного дослідження геометричних

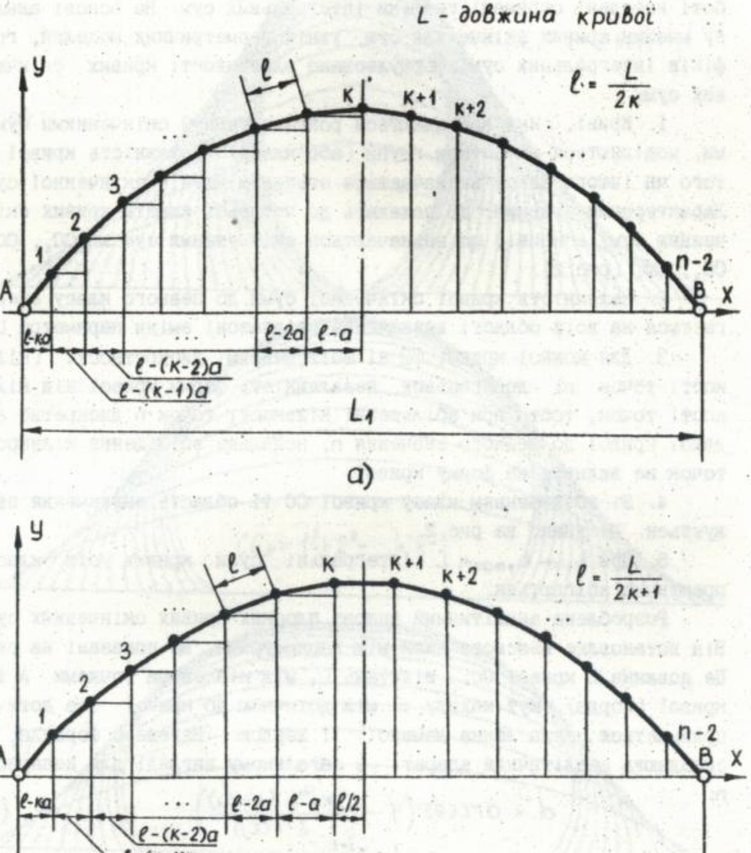

L - довжина кривої
$l = \frac{L}{2k}$
y
x
A
B
1
2
3
k
k+1
k+2
n-2
l
l-ka
l-2a
l-a
l-(k-2)a
l-(k-1)a
L_1
а)
y
x
A
B
1
2
3
k
k+1
k+2
n-2
l
$l = \frac{L}{2k+1}$
l-ka
l-2a
l-a
l/2
l-(k-2)a
l-(k-1)a
L_1
б)

Рис. 1

властивостей кривих СС обчислювалися їхні інтегральні суми. В роботі наведені отримані графіки інтегральних сум. На основі аналізу множин кривих скінченних сум, їхніх геометричних моделей, графіків інтегральних сум сформульовано властивості кривих скінченних сум:

1. Криві, які визначаються розглянутими 9 скінченними сумами, поділяються на чотири групи (або класи). Належність кривої до того чи іншого класу визначається степенем членів скінченної суми. Характерними кривими, що належать до чотирьох класів кривих скінченних сум, є криві, що визначаються скінченними сумами CC_1, CC_2, CC_3, CC_4 (рис. 2).

2. Належність кривої скінченної суми до певного класу зберігається на всій області визначення (діапазоні зміни параметра L_1).

3. Для кожної кривої СС зі збільшенням дискретності (кількості точок n) досягається незалежність форми кривої від кількості точок, тобто при збільшенні кількості точок n дискретно заданої кривої до деякого значення n', подальше збільшення кількості точок не впливає на форму кривої.

4. Зі збільшенням класу кривої СС її область визначення звужується. Це видно на рис. 2.

5. При $L_1 \to L_{1max} = L$ інтегральні суми кривих усіх класів практично збігаються.

Розроблено аналітичний апарат плоских кривих скінченних сум. Він встановлює взаємозв'язок між параметрами, що показані на рис. 3. Це довжина L кривої СС, відстань L_1 між кінцевими точками А і В кривої (хорда), кут нахилу α між дотичною до кривої (за дотичну приймається перша ланка ламаної) і хордою. Наведемо формули, що складають аналітичний апарат, в загальному вигляді для непарного n:

$$\alpha = \arccos\left(1 - \frac{\kappa^{j+1}\cdot(L-L_1)}{L\cdot(CC_j)}\right), \tag{3}$$

$$L = \frac{L_1\cdot\kappa^{j+1}}{\kappa^{j+1} - (CC_j)\cdot(1-\cos\alpha)}, \tag{4}$$

$$L_1 = \frac{L\cdot(\kappa^{j+1} - (CC_j)\cdot(1-\cos\alpha))}{\kappa^{j+1}}. \tag{5}$$

де: j=1,2,3,4. В табл. 1 формули (3), (4), (5) та відповідні формули для парного n конкретизовані для скінченних сум CC_1, CC_2, CC_3, CC_4.

В подальших главах роботи використовуються плоскі криві скінченних сум. Проте, в першій главі розглядаються підходи до побу-

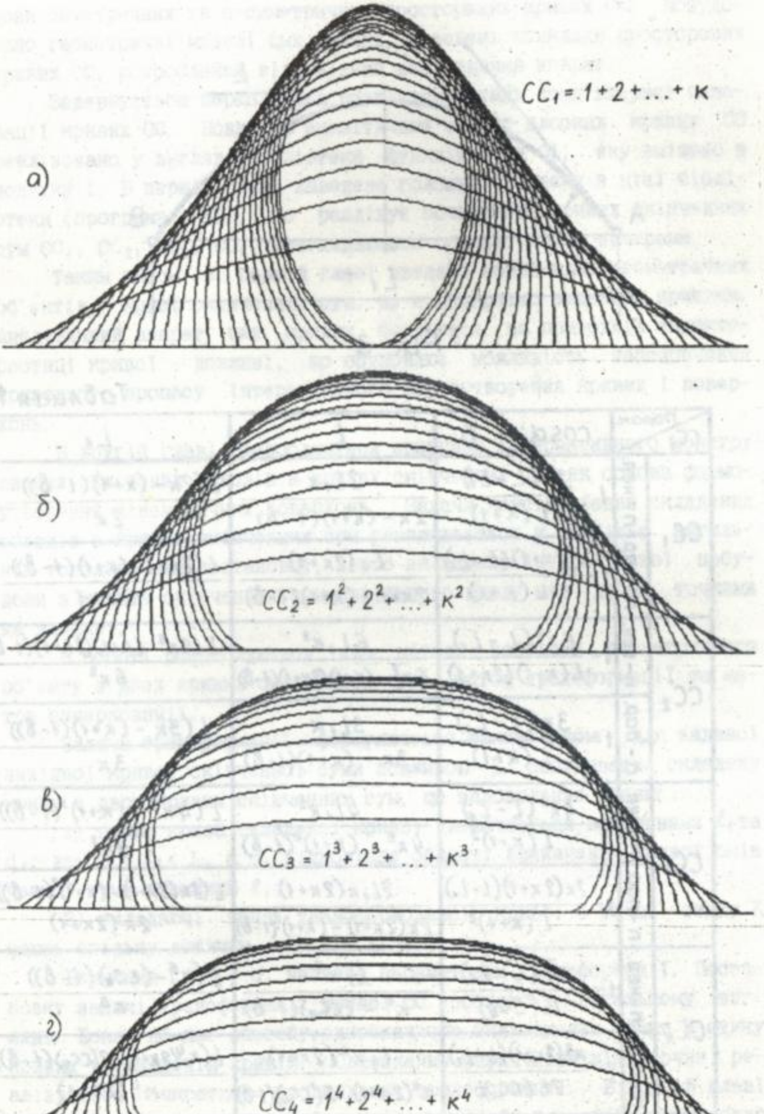

а)
$CC_1 = 1 + 2 + \ldots + к$
б)
$CC_2 = 1^2 + 2^2 + \ldots + к^2$
в)
$CC_3 = 1^3 + 2^3 + \ldots + к^3$
г)
$CC_4 = 1^4 + 2^4 + \ldots + к^4$

Рис. 2

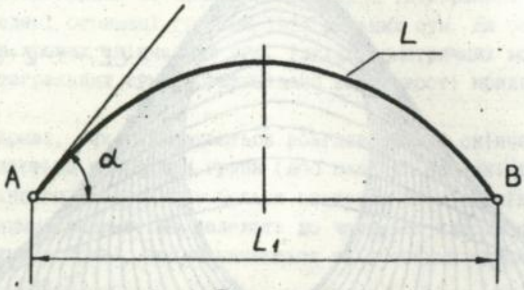


Рис. 3

Таблиця 1

CC_j \ Парам.		$\cos\alpha \to B$	L	L_1
CC_1	n - неп.	$1-\frac{2k(L-L_1)}{L(k+1)}$	$\frac{2L_1k}{2k-(k+1)(1-B)}$	$\frac{L(2k-(k+1)(1-B))}{2k}$
	n - пар.	$1-\frac{(2k+1)(L-L_1)}{L(k+1)}$	$\frac{L_1(2k+1)}{2k+1-(k+1)(1-B)}$	$\frac{L(2k+1-(k+1)(1-B))}{2k+1}$
CC_2	n - неп.	$1-\frac{6k^2(L-L_1)}{L(k+1)(2k+1)}$	$\frac{6L_1k^2}{6k^2-(k+1)(2k+1)(1-B)}$	$\frac{L(6k^2-(k+1)(2k+1)(1-B))}{6k^2}$
	n - пар.	$1-\frac{3k(L-L_1)}{L(k+1)}$	$\frac{3L_1k}{3k-(k+1)(1-B)}$	$\frac{L(3k-(k+1)(1-B))}{3k}$
CC_3	n - неп.	$1-\frac{4k^2(L-L_1)}{L(k+1)^2}$	$\frac{4L_1k^2}{4k^2-(k+1)^2(1-B)}$	$\frac{L(4k^2-(k+1)^2(1-B))}{4k^2}$
	n - пар.	$1-\frac{2k(2k+1)(L-L_1)}{L(k+1)^2}$	$\frac{2L_1k(2k+1)}{2k(2k+1)-(k+1)^2(1-B)}$	$\frac{L(2k(2k+1)-(k+1)^2(1-B))}{2k(2k+1)}$
CC_4	n - неп.	$1-\frac{k^5(L-L_1)}{L(CC_4)}$	$\frac{L_1k^5}{k^6-(CC_4)(1-B)}$	$\frac{L(k^5-(CC_4)(1-B))}{k^5}$
	n - пар.	$1-\frac{k^4(2k+1)(L-L_1)}{2L(CC_4)}$	$\frac{L_1k^4(2k+1)}{k^4(2k+1)-2(CC_4)(1-B)}$	$\frac{L(k^4(2k+1)-2(CC_4)(1-B))}{k^4(2k+1)}$

дови симетричних та несиметричних просторових кривих СС. Побудовано геометричні моделі цих кривих, наведені приклади просторових кривих СС, розроблений відповідний аналітичний апарат.

Завершується перша глава розглядом питань комп'ютерної генерації кривих СС. Повністю аналітичний апарат плоских кривих СС реалізовано у вигляді бібліотеки функцій мови Сі, яку вміщено в додатку 1. В першій главі наведено головну програму з цієї бібліотеки (програма KSK), що реалізує обчислення кривих скінченних сум CC_1, CC_2, CC_3, CC_4, розглядаються основні блоки програми.

Таким чином в першій главі введено новий клас геометричних об'єктів - криві скінченних сум, що є дискретно заданими кривими. Аналітичний апарат цих кривих базується на природній характеристиці кривої - довжині, що обумовлює можливість забезпечення природного процесу інтерактивного формоутворення кривих і поверхонь.

<u>В другій главі</u> розробляються принципи інтерактивного конструювання складених обводів з кривих скінченних сум як основа формоутворення кінематичних поверхонь. Задача конструювання складених обводів з кривих скінченних сум розглядається у найбільш загальній топологічній постановці, тобто як задача інтерактивної побудови з кривих скінченних сум довільного шляху між двома точками на площині.

В роботі розробляються два методи побудови геометричного об'єкту з двох кривих скінченних сум: метод трансформації та метод суперпозиції.

Задача трансформації формулюється таким чином: для заданої вихідної кривої скінченної суми довжиною L побудувати складену криву з двох кривих скінченних сум, що задовольняє умови:

1) перша крива складеної кривої визначається величинами ℓ_1 та d_1, де: $0 < \ell_1 < L$, а d_1 відповідає області визначення кривої скінченної суми довжиною ℓ_1;

2) складаючі криві трансформованої кривої в точці стику К мають спільну дотичну.

Величини L, ℓ_1, d_1 названо параметрами трансформації. Постановку задачі трансформації кривої СС зроблено у загальному вигляді. Вона не дає способу однозначного знаходження точки К стику кривих в складеній кривій. Однозначне визначення цієї точки реалізується конкретною процедурою трансформації. В другій главі розглянуто процедури трансформації кривої СС без збереження довжини та із збереженням довжини вихідної кривої.

Спочатку на основі аналітичного апарату плоских кривих СС елементарно будується процедура трансформації без збереження довжини. Нехай крива, що проходить між точками А і В, має довжину L. Треба побудувати складену криву з двох кривих СС, що проходить між точками А і В, якщо відомі параметри ℓ_1 та d_1 першої кривої СС в складеній кривій. Задача полягає в знаходженні координат точки К стику двох кривих в складеній кривій. Обчислюватимемо координати точки К таким чином:

$$x_K = d_1 \cdot \cos(\alpha - \alpha_1), \quad y_K = d_1 \cdot \sin(\alpha - \alpha_1) \qquad (6)$$

де: α - кут, що обчислюється за формулою (3) на підставі довжини кривої L та відстані між точками А і В;

α_1 - кут, що обчислюється за формулою (3) на підставі параметрів ℓ_1 та d_1.

Геометричний зміст такого обчислення координат точки К полягає в тому, що таким чином визначається положення першої кривої в складеній кривій, при якому вихідна крива довжиною L та крива з параметрами ℓ_1, d_1 мають спільну дотичну в точці А. Знаходження точки К однозначно визначає другу криву СС в складеній кривій, тобто дозволяє обчислити параметри ℓ_2, d_2 другої кривої СС. Дійсно, d_2 дорівнюватиме відстані між точками К та В. Умова забезпечення спільної дотичної між двома кривими СС в складеній кривій дозволяє обчислити довжину ℓ_2 другої кривої за формулою (4). В загальному випадку довжина трансформованої кривої не буде дорівнювати довжині вихідної кривої, тобто $\ell_1 + \ell_2 \neq L$. Саме тому цю процедуру названо трансформацією без збереження довжини.

Друга крива СС в складеній кривій визначатиме положення прямої, що проходить через точку В і є дотичною до другої кривої. В свою чергу, ця пряма визначатиме криву СС довжиною L', що проходить між точками В і А. Таким чином, процедура трансформації виконує відображення параметрів трансформації, тобто

$$L, \ell_1, d_1 \rightarrow L', \ell_2, d_2 \qquad (7)$$

Було досліджено зворотність трансформації. При цьому одержано нові геометричні результати.

ЛЕМА про замкнену криву скінченних сум: довільна пряма на площині та відрізок, хоча б одна гранична точка якого розташована на прямій, визначають замкнену криву, складену з двох кривих скінченних сум.

Доведення цієї леми базується на теоретичних положеннях, розглянутих в главі 1. На рис. 4 показано дві замкнені криві. Крива 1 визначається прямою a та відрізком AB, крива 2 - прямою b та відрізком BA.

Для дослідження зворотності трансформації було побудовано більш загальну процедуру обчислення складеної кривої з двох кривих скінченних сум шляхом встановлення відповідності між точками прямих, що визначають замкнені криві скінченних сум. Геометричний зміст встановлення цієї відповідності полягає в знаходженні на прямих a і b (рис. 4) точок, які є центрами кіл, що дотикаються і проходять відповідно через точки A і B. Знайдено аналітичні вирази, що реалізують розглянуту геометричну інтерпретацію відповідних точок:

$$R_1 = \frac{L_1^2 - 2 \cdot R_2 \cdot L_1 \cdot \cos\beta}{2 \cdot (R_2 + L_1 \cdot \cos\alpha - R_2 \cdot \cos(\alpha+\beta))}, \qquad (8)$$

$$R_2 = \frac{L_1^2 - 2 \cdot R_1 \cdot L_1 \cdot \cos\alpha}{2 \cdot (R_1 + L_1 \cdot \cos\beta - R_1 \cdot \cos(\alpha+\beta))}, \qquad (9)$$

де: L_1 - відстань між точками A і B.

Відповідність, що визначається виразами (8) та (9) у загальному випадку не є взаємно однозначною. Дійсно, на рис. 4 точці 1 відповідає крім точки 2 ще одна точка - точка 2'. Для того, щоб побудована відповідність була взаємно однозначною, тобто бієктивним відображенням, прямі, що визначають замкнені криві СС розглядаються як проективні прямі. На проективній прямій визначається точка, яка розділяє пряму на два відрізки. Наприклад, на рис. 4 точка D розділяє пряму a на два відрізки - AD та A∞D. Вважатимемо, що відрізки проективної прямої визначають криві скінченних сум, які складають замкнену криву. На рис. 4 крива, що розташована над відрізком AB і входить в криву 1, визначається відрізком A∞D, друга частина кривої 1 - відрізком AD. Відповідні частини кривої 2 визначаються відрізками BC та B∞C проективної прямої b.

ТВЕРДЖЕННЯ про бієктивне відображення відрізків проективних прямих: для будь-яких двох відрізків проективних прямих a та b, що проходять відповідно через точки A та B і визначають замкнені криві скінченних сум, вирази (8) та (9) визначають бієктивне відображення відрізків, на підставі чого може бути однозначно розрахована складена крива скінченних сум.

В роботі розглянуто всі чотири випадки розташування відповідних точок та складених кривих, що визначаються кожною парою відрізків проективних прямих a та b. В ході дослідження зворотності

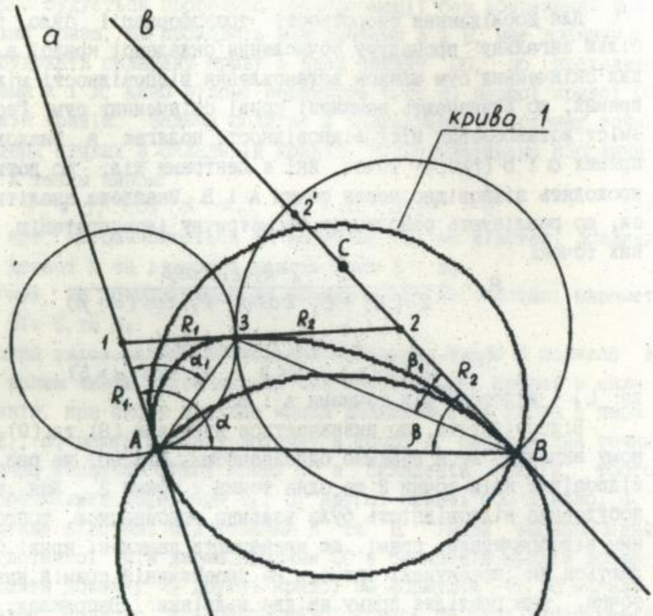


Рис. 4

трансформації встановлено що:

1) задача трансформації кривої скінченної суми є оборотною;

2) розглянута процедура трансформації кривої скінченної суми без збереження довжини не охоплює всіх розв'язків задачі трансформації (для вирішення цієї проблеми в главі 4 вводиться поняття відносних значень параметрів трансформації).

На основі твердження про біективне відображення відрізків проективних прямих та аналізу складених кривих СС, які одержуються на основі цього твердження, сформульовано наступні висновки.

ВИСНОВОК 1. Точки A та B і відповідні дві точки відрізків проективних прямих можуть розглядатися як вершини ламаної лінії, що визначає складену криву скінченних сум. Ламану лінію можна розглядати за характеристичну ламану складеної кривої СС, а про саму складену криву говорити як про криву у стилі Без'є.

ВИСНОВОК 2. Якщо розглядати такі дві пари відрізків проективних прямих, щоб в кожній парі був один відрізок, який має невласну точку, то точки A та B і дві пари відповідних точок визначають характеристичну ламану замкненої кривої.

Другим методом побудови геометричного об'єкту з двох кривих скінченних сум є метод суперпозиції.

ОЗНАЧЕННЯ. Під суперпозицією двох плоских кривих скінченних сум будемо розуміти криву, координатна модель якої будується на основі геометричних моделей вихідних кривих скінченних сум.

Іншими словами, в методі суперпозиції виконується "змішування" геометричних моделей вихідних кривих СС, в той час, як в методі трансформації вихідні криві стикуються між собою.

ТВЕРДЖЕННЯ про суперпозицію двох плоских кривих скінченних сум: для будь-яких двох різних точок та півпрямих, що виходять з цих точок, може бути однозначно побудовано суперпозицію двох плоских кривих скінченних сум.

Плоскі криві СС, що розглянуті в главі 1, є симетричними кривими. В результаті суперпозиції одержуються вже несиметричні дискретно задані криві. До множини кривих, що одержуються, входять і криві з точками перегину, які здобуваються при певних положеннях півпрямих.

В загальному випадку суперпозиція двох плоских кривих СС визначає просторову дискретно задану криву. Нехай в системі координат Oxyz задано дві точки A і B та півпрямі a та b, що з них виходять. Півпряма a та відрізок AB в системі координат Oxyz визначатимуть площину, в якій розташовується перша вихідна крива СС, а півпряма b та відрізок ВА - площину другої вихідної кривої. Відрізки прямих, що сполучають відповідні точки координатних моделей вихідних кривих, є твірними поверхні, на якій розташована просторова крива суперпозиції. Координати точок цієї кривої визначаються таким чином:

$$\begin{aligned} x_{3i} &= x_{1i} + (i-1)\cdot(x_{2i} - x_{1i})/(n-1), \\ y_{3i} &= y_{1i} + (i-1)\cdot(y_{2i} - y_{1i})/(n-1), \\ z_{3i} &= z_{1i} + (i-1)\cdot(z_{2i} - z_{1i})/(n-1), \end{aligned} \qquad (10)$$

де: (x_{1i}, y_{1i}, z_{1i}), (x_{2i}, y_{2i}, z_{2i}) - координатні моделі вихідних кривих СС, n - кількість точок.

В роботі розглянуто можливості керування формою кривої в методі суперпозиції кривих скінченних сум.

Більш важлива роль в роботі відводиться трансформації кривих СС. Раніше було розглянуто побудову складеної кривої з двох кривих СС. Якщо другу криву в складеній кривій розглядати за вихідну (базову) криву наступного кроку трансформації і задати параметри ℓ_2, d_2 першої кривої в складеній кривій при другій трансформації, то в результаті двох послідовних процедур трансформації з параметрами трансформації L, ℓ_1, d_1, ℓ_2, d_2 ми здобудемо складену криву, що складається з трьох кривих скінченних сум.

Розглянуто можливості керування формою кривої за допомогою параметрів трансформації. Докладно розглядається вплив параметрів L, ℓ_1, d_1, ℓ_2, d_2 на форму складеної кривої.

ОЗНАЧЕННЯ. Послідовне застосування процедур трансформації називатимемо рекурентною послідовністю процедур трансформації. Криву T_n, що здобувається в результаті цього будемо символічно позначати таким чином:

$$T_n = (L, \ell_1, d_1, \ell_2, d_2, \ldots, \ell_n, d_n) \qquad (11)$$

Рекурентна послідовність процедур трансформації забезпечує конструювання складених обводів з кривих скінченних сум як побудову довільної кривої, що проходить між двома точками.

Трансформація кривих скінченних сум визначає нові принципи інтерактивного керування формою кривої. Новизна підходу полягає в наступному:

1. В процесі інтерактивного конструювання складеного обводу на екрані комп'ютера повинна відображатися мінімальна графічна інформація додатково до зображення кривої, що її конструюють. А саме, повинна зображатися тільки базова крива. Така ситуація

зберігається незалежно від складності кривої, що робить процес конструювання наочним, а екран дисплея не переобтяжується графічною інформацією.

2. Керування формою кривої виконується за допомогою параметрів, безпосередньо пов'язаних з кривою, що конструюється. Параметри трансформації забезпечують прості та наочні засоби керування формою кривої.

3. Можлива побудова скільки завгодно складного складеного обводу при мінімальній кількості вихідної інформації.

4. Весь процес конструювання складеного обводу може бути забезпечений засобами кривих скінченних сум.

Завершується друга глава розглядом трансформації кривої СС із збереженням довжини. Ця задача трансформації не має однозначного розв'язання, тому використання її в інтерактивному конструюванні обмежене.

<u>В третій главі</u> завершується розробка теорії кривих скінченних сум. Більшість із існуючих методів моделювання кривих ліній розв'язують задачі інтерполяції або апроксимації наборів точок. Для більш повного виявлення можливостей використання кривих скінченних сум в комп'ютерній геометрії було досліджено застосування їх для інтерполяції точкових каркасів на площині та у просторі.

Задача інтерполяції точкового каркаса на площині в загальному вигляді формулюється таким чином: між точками А та В на площині провести гладку складену криву з сегментів кривих скінченних сум, що проходить через упорядкований набір точок площини, які розташовані між точками А та В і є вузловими точками складеної кривої.

За допомогою кривих скінченних сум може виконуватися інтерполяція точкового каркаса на площині за одною або за двома крайовими умовами. Під завданням крайової умови мається на увазі завдання деякої прямої в точці А або В при одній крайовій умові чи в обох точках при двох крайових умовах. Завдання крайової умови може бути забезпечено за допомогою кривої СС. Наприклад, крайову умову в точці А можна задати, задавши довжину L кривої СС, що проходить через точки А і В. Таке завдання несуперечливе, оскільки зміна L в межах області визначення кривої СС, яка проходить через точки А і В, з урахуванням напряму кривої вичерпує всі можливі положення прямої відносно точки А.

На основі аналітичного апарату кривих СС та бієктивного відображення відрізків проективних прямих побудовано обчислювальний метод інтерполяції каркаса точок на площині за одною крайовою умовою, який названо двопрохідною інтерактивною інтерполяцією. Крива, що одержується за цим методом, символічно позначається таким чином:

$$I_n = (L,\ \ell_{21},\ R_{11},\ R_{21},\ \ell_{22},\ R_{12},\ R_{22},\ \ldots,\ \ell_{2n},\ R_{1n},\ R_{2n}) \tag{12}$$

де: L - параметр, що задає крайову умову і визначає криву першого проходу;

$\ell_{21}, \ell_{22}, \ldots, \ell_{2n}$ - параметри, що задають множини кривих другого проходу;

$R_{11}, R_{21}, R_{12}, R_{22}, \ldots, R_{1n}, R_{2n}$ - параметри локального керування формою сегментів складеної кривої на основі бієктивного відображення відрізків проективних прямих.

В роботі на конкретних прикладах розглянуто можливості керування формою складеної кривої при двопрохідній інтерактивній інтерполяції.

На основі аналітичного апарату кривих СС та суперпозиції кривих СС побудовано обчислювальний метод інтерполяції каркаса точок на площині за двома крайовими умовами. Крива, що одержується за цим методом, символічно позначається таким чином:

$$I_n' = (LL_1,\ LL_2,\ \pm k_1,\ \pm k_2,\ \ldots,\ \pm k_n) \tag{13}$$

де: LL_1, LL_2 - параметри, що задають крайові умови (вони визначають дві складені інтерполюючі криві з сегментів кривих СС, відносно яких виконується суперпозиція;

$\pm k_1, \pm k_2, \ldots, \pm k_n$ - параметри локального керування формою сегментів складеної кривої (абсолютне значення параметрів k_i визначає кількість послідовних кроків суперпозиції, а знак перед параметрами - область, в якій виконується суперпозиція).

Розглянуто інтерполяцію просторового точкового каркаса. Інтерполяція за одною крайовою умовою призводить до одержання кусково-плоскої просторової кривої, а за двома крайовими умовами (із застосуванням суперпозиції) - суто просторової кривої.

Для забезпечення можливості побудови складених кривих шляхом керування кривиною було досліджено кривину кривих скінченних сум. Розроблено аналітичний апарат, що встановлює взаємозв'язок між радіусом кривини в початковій (кінцевій) точці кривої, довжиною кривої та відстанню між кінцевими точками кривої. Цей аналітичний апарат є розширенням аналітичного апарату, розробленого в главі 1.

Його також реалізовано в бібліотеці функцій мови Сі, що вміщено в додатку 1. Наведемо формули, що складають аналітичний апарат кривини, для непарного n:

$$R = \frac{L}{2 \cdot K \cdot \sqrt{2 \cdot (1 - \cos(\alpha - \beta))}}, \tag{14}$$

$$L_1 = \frac{L \cdot (K - X \cdot (\dot{C}C_j))}{K}, \tag{15}$$

$$X = \frac{(1-\cos(\alpha-\beta)) \cdot (K^j + (K-1)^j \pm \sqrt{2 \cdot K^j \cdot (K-1)^j \cdot (1+\cos(\alpha-\beta))})}{K^{2j} - 2 \cdot K^j \cdot (K-1)^j \cdot \cos(\alpha-\beta) + (K-1)^{2j}} \tag{16}$$

де: j=1,2,3,4;

α - кут нахилу першої ланки ламаної кривої СС;

β - відповідний кут для другої ланки ламаної.

Аналітичну залежність $L(L_1, R)$ не одержано і обчислення L за L_1 та R виконується ітераційним способом, проте однозначність L забезпечує швидку збіжність ітераційного процесу.

Завершується третя глава і побудова теорії кривих скінченних сум в цій роботі узагальненням плоских кривих скінченних сум.

ТЕОРЕМА 3.1. Кожні дві різні плоскі криві скінченних сум CC_1, CC_2, CC_3, CC_4, що проходять між точками А та В на площині та визначаються півпрямою $a\ (A \in a)$, яка складає з відрізком АВ кут α, при $\alpha > 0$ визначають нескінченну множину координатних моделей кривих, що обумовлюються геометричними моделями вихідних кривих скінченних сум.

На основі цієї теореми виконується побудова узагальненого сегмента кривої скінченної суми. Геометричний зміст узагальненого сегмента полягає в "змішуванні" кривих СС. Але, якщо в розглянутій раніше суперпозиції кривих СС "змішуються" криві однакових скінченних сум, то в узагальненому сегменті кривих СС "змішуються" криві різних скінченних сум.

<u>В четвертій главі</u> розробляється теорія інтерактивного конструювання поверхонь за допомогою кривих скінченних сум. Розробці цієї теорії передує аналіз психологічних проблем інтерактивного конструювання просторових об'єктів. На основі аналізу можливостей зорового сприйняття простору людиною вироблений підхід до інтерактивного комп'ютерного конструювання поверхонь. Головними складовими елементами цього підходу є:

1) кінематичний спосіб утворення поверхні;
2) використання за твірні кінематичної поверхні плоских кривих;

3) параметричне зображення поверхні.

Теорія інтерактивного конструювання поверхонь, розроблювана в даній роботі, базується на використанні параметричних кривих. Зміст їх використання полягає в зображенні на площині графіків зміни параметрів (координат точок, дискримінантів, ваги точок, значень похідних тощо), які визначають форму поверхні, та наступної обробки цих графіків для цілеспрямованого формування геометричних властивостей поверхні. В даній роботі головну роль відіграють параметричні криві, які будуються на основі параметрів трансформації кривої скінченної суми.

Виконано геометричну постановку задачі інтерактивного конструювання кінематичних поверхонь за допомогою кривих СС (рис.5). Ця задача формулюється таким чином: шляхом інтерактивної взаємодії з комп'ютером за допомогою програмних засобів, що забезпечують керування дискретним каркасом та автоматичне формування неперервної поверхні з досягненням потрібної форми та геометричних характеристик поверхні, сформувати визначник кінематичної поверхні.

В роботі детально розглянуто складові частини визначника кінематичної поверхні інтерактивного конструювання. Криві, які складають геометричну частину визначника поверхні, поділяються на дві групи.

В першу групу входять криві d_1, d_2, d_3 (рис.5). Вони визначають вихідні дані інтерактивного конструювання. Ці криві.вважаються дискретно заданими. Також вважатимемо відомими довжини цих кривих $L_{d_1}, L_{d_2}, L_{d_3}$. Є зафіксованим таке призначення кривих d_1, d_2, d_3:

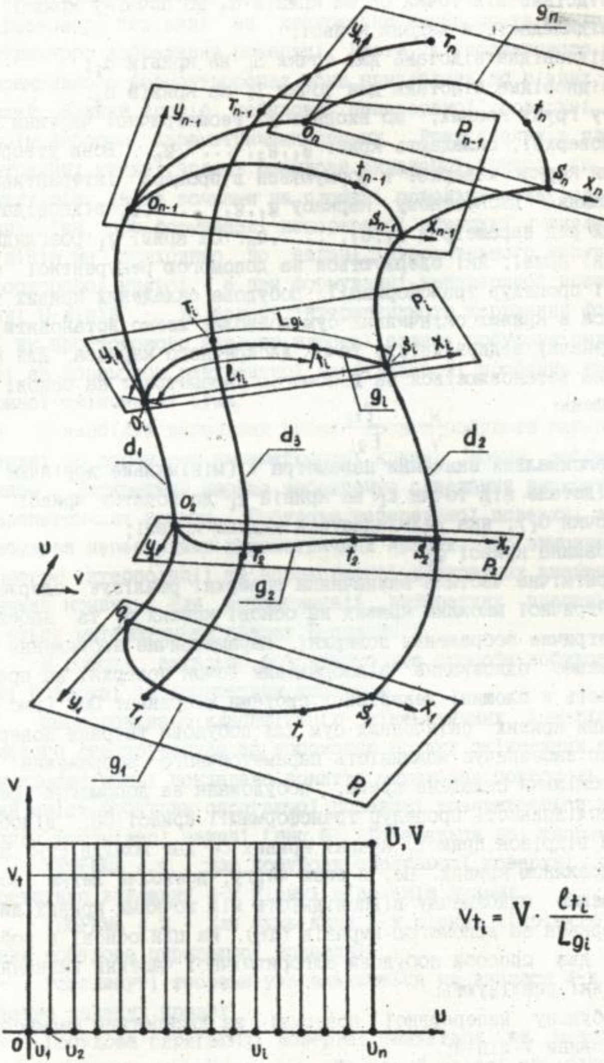
1) крива d_1 визначає положення початку системи координат (точки O_i), що зв'язана з площиною твірної, та положення початкової точки твірної;

2) крива d_2 визначає положення точки S_i, яка задає напрям осі $O_i x_i$ системи координат площини твірної та положення кінцевої точки твірної;

3) крива d_3 визначає положення точки T_i, яка задає додатний напрям осі $O_i y_i$ площини твірної.

Таким чином, три відповідні точки кривих d_1, d_2, d_3 визначають деяку площину P_i твірної. Взаємно однозначну відповідність точок кривих d_1, d_2, d_3 будемо встановлювати за допомогою параметра u на основі таких відношень:

$$\frac{u}{U} = \frac{\ell_{O_i}}{L_{d_1}} = \frac{\ell_{S_i}}{L_{d_2}} = \frac{\ell_{T_i}}{L_{d_3}} \qquad (17)$$



g_n
T_n
y_n
P_n
t_n
S_n
x_n
y_{n-1}
T_{n-1}
O_n
P_{n-1}
t_{n-1}
O_{n-1}
S_{n-1}
x_{n-1}
T_i
L_{g_i}
P_i
y_i
S_i
x_i
t_i
l_{t_i}
g_i
O_i
d_1
d_3
d_2
O_2
y_2
T_2
t_2
S_2
x_2
P_2
g_2
U
V
O_1
y_1
T_1
t_1
S_1
x_1
P_1
g_1
V
U, V
V_1
$V_{t_i} = V \cdot \frac{l_{t_i}}{L_{g_i}}$
U
O
U_1
U_2
U_i
U_n

Рис. 5

де: U - максимальне значення параметра u (мінімальне дорівнює 0);
ℓ_{O_i}- відстань від точки O_i на кривій d_1 до початку кривої, яка відкладається вздовж кривої;
ℓ_{S_i}- відповідна відстань для точки S_i на кривій d_2;
ℓ_{T_i}- відповідна відстань для точки T_i на кривій d_3.

Другу групу кривих, що входять до геометричної частини визначника поверхні, складають криві $g_1, g_2, \ldots, g_n$. Вони утворюють дискретний каркас поверхні і формуються в процесі інтерактивного конструювання. Дискретному каркасу $g_1, g_2, \ldots, g_n$ відповідатиме дискретний ряд параметрів $u_1, u_2, \ldots, u_n$. За криві g_i розглядаються складені криві, які одержуються за допомогою рекурентної послідовності процедур трансформації. Побудова складених кривих твірних каркаса з кривих скінченних сум дозволяє легко встановити взаємно однозначну відповідність точок дискретного каркаса. Для кривих g_i вона встановлюється за допомогою параметра v на основі таких відношень:

$$\frac{v}{V} = \frac{\ell_{t_i}}{L_{g_i}} \qquad (18)$$

де: V - максимальне значення параметра v (мінімальне дорівнює 0);
ℓ_{t_i}- відстань від точки t_i на кривій g_i до початку кривої (до точки O_i), яка відкладається вздовж кривої;
L_{g_i}- довжина кривої g_i.

Алгоритмічна частина визначника поверхні реалізує одержання однопараметричної множини кривих на основі кривих g_i та забезпечує параметричне зображення поверхні. Параметричне зображення припускає взаємно однозначне відображення точок поверхні на прямокутну область в площині декартової системи координат Ouv (рис. 5). Застосування кривих скінченних сум для побудови твірних поверхні автоматично забезпечує можливість параметричного зображення поверхні, оскільки складена крива, побудована за допомогою рекурентної послідовності процедур трансформації кривої СС, відображається на відрізок прямої. Апарат кривих СС дає можливість працювати з довжиною кривих. Це, в свою чергу, дозволяє легко встановити взаємно однозначну відповідність між точками кривих дискретного каркаса за допомогою виразів (18). На цій основі в роботі розроблені два способи побудови алгоритмічної частини визначника поверхні, які реалізують:

1) побудову неперервної поверхні за дискретним каркасом у вигляді множини V-ліній;

2) аналогічну побудову поверхні у вигляді множини U-ліній. З практичного погляду кожний з двох способів забезпечує одержання неперервної поверхні за дискретним каркасом та можливість параметричного зображення поверхні. Проте, з теоретичного погляду інтерактивного формоутворення вони призводять до різних просторових задач. Кожний спосіб побудови неперервної поверхні оперує із своїм набором параметричних кривих. Розв'язання в площині параметричних кривих задачі побудови складеної кривої як довільного шляху між двома точками на площині породжує різні просторові задачі. Так, при формуванні неперервної поверхні у вигляді множини V-ліній ми приходимо до задачі інтерактивного керування формою просторової кривої, а при формуванні неперервної поверхні у вигляді U-ліній - до задачі інтерактивного керування формою поверхні як просторового аналогу плоскої задачі побудови складеної кривої за допомогою рекурентної послідовності процедур трансформації кривої скінченної суми.

В найбільш загальних рисах процес побудови неперервної поверхні за допомогою параметричних кривих можна зобразити таким чином . Дискретний каркас забезпечує одержання дискретних значень параметричних кривих. Побудова неперервної поверхні зводиться до побудови неперервних параметричних кривих, що виконується за допомогою інтерполяції та апроксимації дискретних значень параметричних кривих. Для апроксимації дискретних значень використовується математичний апарат B-сплайнів.

В роботі детально розглянуто два способи побудови неперервної поверхні за дискретним каркасом.

Запропоновано класифікацію кінематичних поверхонь інтерактивного конструювання за допомогою кривих скінченних сум. В основу класифікації покладено поняття спряження поверхонь. Геометричний зміст побудови спрягаючої поверхні розкривається шляхом розгляду допоміжної задачі (рис. 6). Доводяться дві теореми.

ТЕОРЕМА 4.1. Для побудови спрягаючої поверхні необхідно і достатньо завдання 4-х різних відрізків прямих.

ТЕОРЕМА 4.2. Для будь-яких 4-х різних відрізків прямих можлива побудова спрягаючої поверхні.

Розглянуті теореми узагальнюються на випадок 4-х різних дискретно заданих кривих.

Побудова спрягаючої поверхні базується на методі суперпозиції кривих скінченних сум. На рис. 6 твірні спрягаючої поверхні

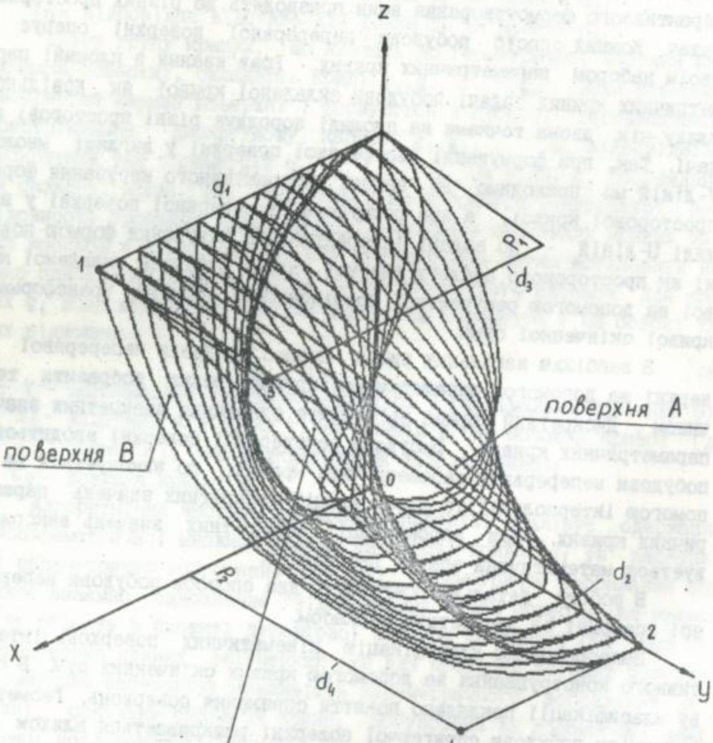

Z
d_1
P_1
d_3
1
3
поверхня A
поверхня B
0
d_2
P_2
X
2
Y
d_4
4
спрягаюча поверхня

Рис. 6

здобуваються в результаті суперпозиції відповідних твірних поверхонь А та В.

Класифікацію кінематичних поверхонь інтерактивного конструювання наведено на рис. 7. Праворуч на рисунку схематично зображені параметри керування формою поверхні. Для спрягаючих поверхонь керування параметром L (довжиною базової кривої) є недоступним, оскільки L обчислюється виходячи з умов спряження з іншими поверхнями. Для спрягаючих поверхонь за двома кривими d_1, d_2 керування формою поверхні здійснюється шляхом керування формою допоміжних поверхонь з плоскими твірними. В результаті суперпозиції відповідних твірних допоміжних поверхонь здобуваються просторові твірні спрягаючої поверхні. Приклади різних поверхонь із запропонованої класифікації наведено на рис. 8.

Завершується четверта глава розглядом у загальному вигляді підходів до інтерактивного конструювання кінематичної поверхні, заданої невпорядкованим точковим каркасом, та перезавдання поверхонь інших методів моделювання.

Глави 5 та 6 об'єднуються навколо практичних задач розробки нових графічних технологій, що базуються на теорії кривих скінченних сум.

<u>В п'ятій главі</u> розробляються алгоритми інтерактивного конструювання кривих ліній. Щодо тематики дисертаційної роботи, то ці алгоритми можуть застосовуватися для формування вихідних даних інтерактивного конструювання, тобто напрямних ліній кінематичних поверхонь.

Інтерактивне конструювання кривих ліній на площині базується на наступній теоремі.

ТЕОРЕМА 5.1. Для виконання інтерактивного конструювання кривих на площині за допомогою кривих скінченних сум на основі використання відносних значень параметрів форми цих кривих (довжини кривої та відстані між граничними точками) необхідно і достатньо завдання початкової точки конструювання та початкового напряму, що задається деякою прямою.

Поняття відносних значень параметрів трансформації введено в главі 4. Зміст цього поняття полягає в обчисленні параметрів всіх кривих скінченних сум в складеній кривій відносно однієї величини з метою одержання множини подібних кривих. За таку величину (міру) в главі 4 використовується відстань між граничними точками твірної кінематичної поверхні, тобто відстань між точками на напрям-

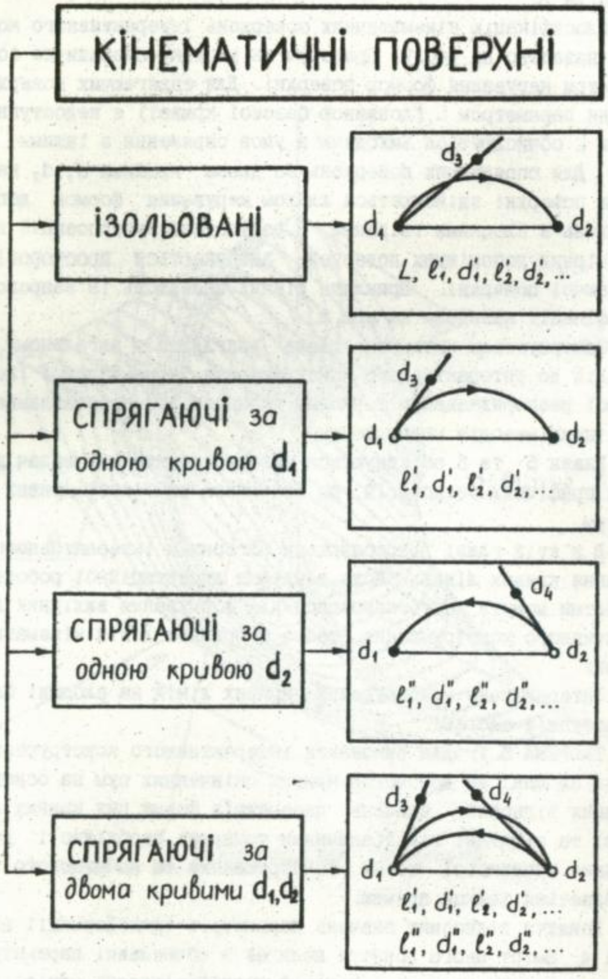

КІНЕМАТИЧНІ ПОВЕРХНІ
ІЗОЛЬОВАНІ
d3
d1
d2
L, l'1, d'1, l'2, d'2, ...
СПРЯГАЮЧІ за одною кривою d1
d3
d1
d2
l'1, d'1, l'2, d'2, ...
СПРЯГАЮЧІ за одною кривою d2
d4
d1
d2
l"1, d"1, l"2, d"2, ...
СПРЯГАЮЧІ за двома кривими d1, d2
d3
d4
d1
d2
l'1, d'1, l'2, d'2, ...
l"1, d"1, l"2, d"2, ...

Рис. 7

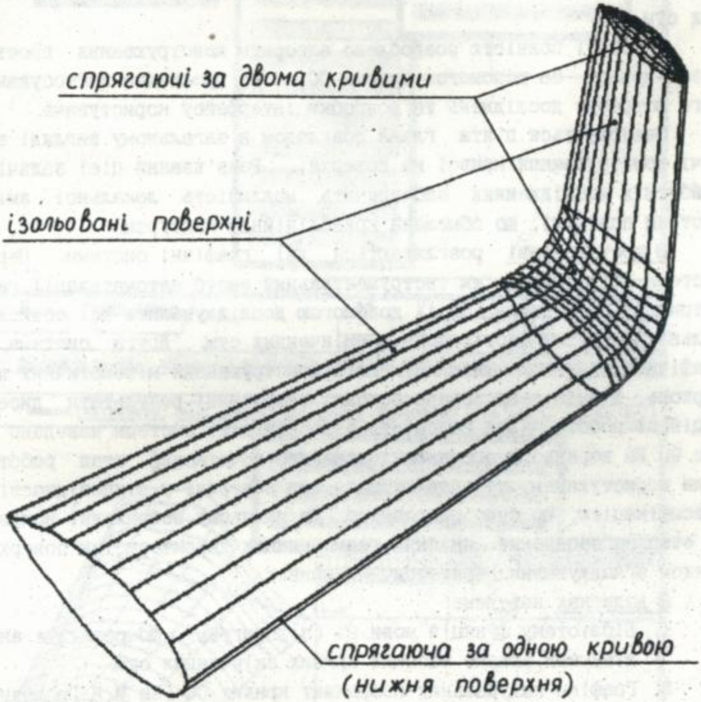

спрягаючі за двома кривими
ізальовані поверхні
спрягаюча за одною кривою
(нижня поверхня)

Рис. 8

них поверхні. При інтерактивному конструюванні кривих на площині за міру використовується абстрактна величина (довжина деякого відрізка), відносно якої задаються довжини кривих СС та відстані між граничними точками.

Інтерактивне конструювання кривих у просторі базується на наступній теоремі.

ТЕОРЕМА 5.2. Інтерактивне конструювання просторової кривої є повністю алгоритмічно визначеною задачею в класі кривих скінченних сум.

В роботі повністю розроблено алгоритм конструювання просторової кривої за допомогою кривих СС, але практичне застосування його потребує досліджень та розробки інтерфейсу користувача.

Завершується п'ята глава розглядом в загальному вигляді задачі конструювання кривої на поверхні. Розв'язання цієї задачі в майбутніх дослідженнях забезпечить можливість локальної зміни частини поверхні, що обмежена криволінійним контуром.

<u>В шостій главі</u> розглядаються дві графічні системи. Перша система розроблялась як інструментальний засіб автоматизації геометричних досліджень. За її допомогою досліджувалися всі обчислювальні алгоритми теорії кривих скінченних сум. Друга система є графічною системою інтерактивного конструювання кінематичних поверхонь, в якій реалізовано основні теоретичні результати дисертаційної роботи. Два фрагменти з роботи цієї системи наведено на рис. 9. На верхньому зображенні показано початковий етап роботи, коли користувачем встановлюється тип поверхні у відповідності з класифікацією, що було розглянуто. На нижньому зображенні показано етап забезпечення якісних геометричних характеристик поверхні шляхом згладжування параметричних кривих.

<u>В додатках</u> наведено:

1. Бібліотеку функцій мови Сі (підпрограм), що реалізує аналітичний апарат плоских кривих скінченних сум.
2. Графіки натуральних координат кривих СС (за М. Я. Громовим). Оцінки похибок нагромадження при обчисленні кривих СС.

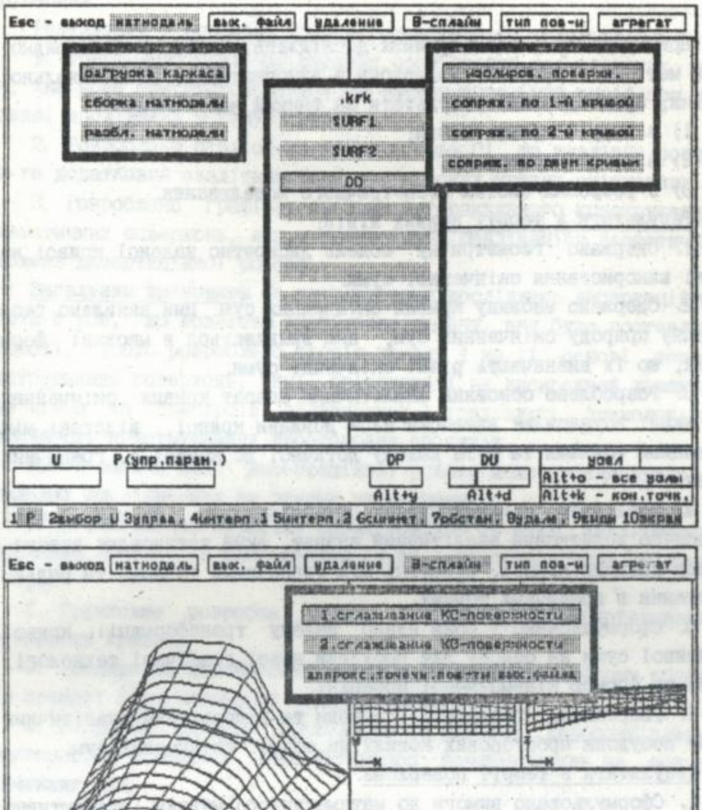

Esc - выход
матмодель
вых. файл
удаление
B-сплайн
тип пов-и
агрегат
загрузка каркаса
сборка матмодели
разбл. матмодели
.krk
SURF1
SURF2
DD
изолиров. поверхн.
сопряж. по 1-й кривой
сопряж. по 2-й кривой
сопряж. по двум кривым
U
P(упр.парам.)
DP
DU
узел
Alt+o - все узлы
Alt+y
Alt+d
Alt+k - кон.точк.
1.сглаживание КС-поверхности
2.сглаживание КВ-поверхности
аппрокс.точечн.пов-ти вых.файла
0.000
20.000
1.0
1
1.6
Сглаживание с сохр. граничн. образ.

Рис. 9

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ І ВИСНОВКИ

При проведенні геометричних досліджень, в цілому підпорядкованих меті конструювання поверхонь з використанням обчислювальної техніки, були одержані результати за такими напрямками:

1) з теорії кривих ліній;

2) з теорії поверхонь;

3) з розробки систем геометричного моделювання.

Результати з теорії кривих ліній.

1. Одержано геометричну модель дискретно заданої кривої на основі використання скінченної суми.

2. Одержано множину кривих скінченних сум. Цим виявлено геометричну природу скінченних сум, яка виявляється в множині форм кривих, що їх визначають різні скінченні суми.

3. Розроблено основний аналітичний апарат кривих скінченних сум, який встановлює взаємозв'язок довжини кривої, відстані між граничними точками та кута нахилу дотичної до кривої в граничних точках.

4. Досліджено кривину кривих скінченних сум. На цій основі розроблено додатковий аналітичний апарат, який встановлює взаємозв'язок довжини кривої, відстані між граничними точками та радіуса кривини в граничних точках.

5. Сформульовано і розв'язано задачу трансформації кривої скінченної суми як основу для побудови нової графічної технології керування формою кінематичної поверхні.

6. Розроблено теоретичні основи та відповідний аналітичний апарат побудови просторових кривих на основі скінченних сум.

Результати з теорії поверхонь.

1. Сформульовано вимоги до математичного методу інтерактивного конструювання поверхні з урахуванням психологічних аспектів конструювання просторових об'єктів.

2. Розроблено теорію інтерактивного конструювання кінематичних поверхонь з використанням за твірні складених кривих із сегментів кривих скінченних сум.

3. Розроблено нову графічну технологію керування формою кінематичної поверхні шляхом керування формою твірних дискретного каркаса.

4. Запропоновано класифікацію поверхонь інтерактивного конструювання.

Результати з розробки систем геометричного моделювання.

1. Розроблено графічну систему розв'язання геометричних задач, яка може використовуватися як інструментальний засіб при проведенні досліджень в галузі геометрії.

2. Розроблено бібліотеку функцій мови Сі, що реалізує основний та додатковий аналітичний апарат плоских кривих скінченних сум.

3. Розроблено графічну систему інтерактивного конструювання кінематичних поверхонь, яка є комплексною реалізацією теоретичних положень дисертаційної роботи.

Загальним висновком за результатами досліджень дисертаційної роботи є той, що повністю розв'язано задачу, яку було поставлено в роботі, тобто розроблено теорію кривих і на її основі теорію конструювання поверхонь, які орієнтовані на дискретний характер комп'ютера та пристроїв відтворення і враховують психологічні особливості конструювання просторових об'єктів.

Проблематика даної дисертаційної роботи може розвиватися в подальших дослідженнях за такими напрямками:

1. Встановлення числових характеристик зв'язку аналітичного зображення кривих із зображенням їх за допомогою кривих скінченних сум.

2. Грунтовна розробка питань інтерактивного конструювання просторових кривих.

3. Розширення можливостей локального варіювання форми поверхні в процесі інтерактивного конструювання.

4. Розробка методів обчислення та аналізу диференціальних характеристик поверхонь інтерактивного конструювання на основі скінченних сум.

5. Дослідження питань, пов'язаних з внутрішньою геометрією поверхонь інтерактивного конструювання, зокрема побудови геодезичних ліній на поверхні, сіток з потрібними метричними характеристиками.

6. Моделювання дискретними методами деформацій матеріалів.

7. Дослідження інтерактивної інтерполяції та апроксимації дискретних каркасів елементів різної природи.

ОСНОВНІ ПУБЛІКАЦІЇ ПО ТЕМІ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Грибов С.Н. Машинный алгоритм определения линии пересечения сложных криволинейных поверхностей// Прикл. геометрия и инж. графика. - К.: Будівельник, 1985. - Вып.39. - С.72-73.
2. Грибов С.Н. Машинные алгоритмы геометрического анализа для целей контроля математических моделей криволинейных поверхностей// Прикл. геометрия и инж. графика. - К.: Будівельник, 1985. - Вып.40. - С.78-80.
3. Грибов С.Н. Создание математической модели криволинейной поверхности по ее макету с помощью контрольно-измерительной машины// Прикл. геометрия и инж. графика. - К.: Будівельник, 1986. - Вып.41. - С.81-82.
4. Грибов С.Н., Дорошенко Ю.А. Моделирование, геометрический расчет и воспроизведение самолетных обводов// Геометрическое моделирование в авиационном проектировании. - К.: КИИГА, 1987. - С.6-8.
5. Технологические рекомендации. Система инженерно-геометрических расчетов в технологической подготовке производства плазово-шаблонной и обводообразующей оснастки/ А.В. Павлов, Ю.И.Бадаев, Н.В.Белицкая, С.Н.Грибов и др. - ТР.1.4.1640-86. М.: НИАТ, 1987. - 340 с.
6. Бадаев Ю.И., Грибов С.Н., Коваль Г.М., Уставщиков В.Г. Разработка и внедрение инвариантной системы автоматизированного проектирования и изготовления технологической оснастки агрегатов криволинейной формы/ Всесоюзная конф. "Автоматизация проектирования средств технологического оснащения в машиностроении и приборостроении": Тез. докладов. - Рига: РПИ, 1988. - С.26-27.
7. Павлов А.В., Грибов С.Н. Инвариантный метод машинного решения задач пересечения геометрических объектов и его применение. - К.: КПИ, 1988. - 12 с. - Деп. в УкрНИИНТИ 17.08.88, 2008 - Ук88.
8. Лейчик В.И., Грибов С.Н. Инвариантное моделирование и воспроизведение криволинейных технических объектов/ Республиканская межвузовская конф. "Автоматизация технологической подготовки производства в машиностроении и приборостроении": Тез. докл. - Ворошиловград: ВМСИ, 1989. - С.91.

9. Грибов С.Н. Машинный алгоритм подготовки оптимальной геометрической информации при моделировании и расчете пересекающихся поверхностей// Прикл. геометрия и инж. графика. - К.: Будівельник, 1989. - Вып. 48. - С. 98-100.
10. Бадаев Ю.И., Стрельченко О.А., Грибов С.Н. Моделирование процессов формообразования криволинейных поверхностей на станках с ЧПУ: Методические указания для слушателей ФПК и студентов. - К.: КПИ, 1990. - 43 с.
11. Городецкий Е.М., Уставщиков В.Г., Грибов С.Н. Моделирование и расчет геометрических объектов сложной формы: Методические указания для слушателей ФПК. - К.: КПИ, 1990. - 48 с.
12. Бадаев Ю.И., Грибов С.Н. Моделирование геометрических объектов сложной составной формы в системах автоматизированного проектирования/ X Всесоюзн. научно-методический семинар "Инженерная и машинная графика": Тез. докл. - Полтава, 1991. - С. 98.
13. Бадаев Ю.И., Грибов С.Н., Джакашев А.З. Политканевые локально-топологические соответствия. - К.: КПИ, 1991. - 11 с. - Деп. в УкрНИИНТИ 09.09.91, 1263 - Ук91.
14. Бадаев Ю.И., Грибов С.Н., Лейчик В.И., Васильков В.А. Конструирование и моделирование геометрических объектов сложной формы на ПЭВМ/ Международная научно-техн. конф. "Проблемы графической технологии": Тез. докл. - Севастополь: СВВМИУ, 1991. - С. 57.
15. Бадаев Ю.И., Дорошенко Ю.А., Грибов С.Н., Гриценко И.А. Конструирование и технологическая подготовка производства криволинейных объектов сложной формы на ПЭВМ/ Всесоюзн. конф. "Компьютерная геометрия и графика в инженерном образовании": Тез. докл. - Нижний Новгород, 1991. - С. 151-152.
16. Грибов С.Н., Бадаев Ю.И. Диалоговая инструментальная система для решения геометрических задач/ Международная научно-техн. конф. "Проблемы графической технологии": Тез. докл. - Севастополь: СВВМИУ, 1991. - С. 13-14.
17. Грибов С.Н., Джакашев А.З. Пакеты прикладных программ для решения сложных геометрических задач/ Автоматизированное проектирование ГПС многономенклатурного производства: Тез. докл. конф. - Киев, 1991. - С. 10.
18. Джакашев А.З., Грибов С.М., Бадаєв Ю.І. Деформація U-V простору на поверхні з метою розрахунку листових заготовок // Прикл. геометрія та інж. графіка. - К.: Будівельник, 1991.

- Вип. 52. - С. 31-34.
19. Грибов С. Н. Организация данных и эффективность решения геометрических задач// Прикл. геометрия и инж. графика. - К.: Будівельник, 1992. - Вып. 53. - С. 102-104.
20. Грибов С. Н., Бадаев Ю. И. Геометрическое моделирование криволинейных обводов в подготовке специалистов САПР/ Всеукраинская научно-методическая конф. "Перспективы развития машинной графики в преподавании графических дисциплин": Тез. докл. - Одесса: ОПИ, 1992. - С. 14.
21. Грибов С. Н. Геометрическая модель дискретно заданной кривой. Понятие кривой конечной суммы. - К.: КПИ, 1993. - 8 с. - Деп. в УкрИНТЭИ 01.03.93, 315 - Ук93.
22. Грибов С. Н. Семейство кривых конечных сумм и их геометрические свойства. - К.: КПИ, 1993. - 14 с. - Деп. в УкрИНТЭИ 01.03.93, 316 - Ук93.
23. Грибов С. Н. Аналитический аппарат кривых конечных сумм. - К.: КПИ, 1993. - 6 с. - Деп. в УкрИНТЭИ 01.03.93, 317 - Ук93.
24. Грибов С. Н. Пространственные кривые конечных сумм. - К.: КПИ, 1993. - 13 с. - Деп. в УкрИНТЭИ 24.03.93, 651 - Ук93.
25. Грибов С. Н. Постановка задачи трансформации сегмента кривой конечной суммы. Трансформация кривой без сохранения длины. К.: КПИ, 1993. - 8 с. - Деп. в УкрИНТЭИ 24.03.93, 652 - Ук93.
26. Грибов С. Н. Построение составной кривой из сегментов кривых конечных сумм на основе биективного отображения отрезков проективных прямых. - К.: КПИ, 1993. - 13 с. - Деп. в ГНТБ Украины 19.05.93, 916 - Ук93.
27. Грибов С. Н. Суперпозиция плоских кривых конечных сумм. - К.: КПИ, 1993. - 10 с. - Деп. в ГНТБ Украины 19.05.93, 917 - Ук93.
28. Грибов С. Н. Управление формой составной кривой с помощью параметров трансформации кривой конечной суммы. - К.: КПИ, 1993. - 8 с. - Деп. в ГНТБ Украины 19.05.93, 918 - Ук93.
29. Грибов С. Н. Интерполяция плоских и пространственных точечных каркасов с помощью кривых конечных сумм. - К.: КПИ, 1993. - 14 с. - Деп. в ГНТБ Украины 14.07.93, 1493 - Ук93.
30. Грибов С. Н. Обобщение плоских кривых конечных сумм. - К.: КПИ, 1993. - 14 с. - Деп. в ГНТБ Украины 14.07.93, 1495-Ук93.
31. Грибов С. Н. Исследование кривизны кривых конечных сумм. - К.: КПИ, 1993. - 15 с. - Деп. в ГНТБ Украины 14.07.93, 1494-Ук93.
32. Грибов С. М. Розв'язання геометричних задач на ПЕОМ// Прикл.

геометрія та інж. графіка. - К.: КІБІ, 1993. - Вип.54. - С.59-61.

33. Грибов С.Н., Павлов А.В. Кривые конечных сумм в интерактивном конструировании кинематических поверхностей/ Всеукраїнська науково-методична конф. "Геометричне моделювання. Інженерна та комп'ютерна графіка": Тез. доп.- Харків, ХПІ, 1993. - С.53.
34. Павлов А.В., Грибов С.Н., Ванин В.В. Параметризация линейных обводов и примеры ее применения в конструировании поверхностей// Прикл. геометрия и инж. графика. - К.: КИСИ, 1993. - Вып.55. - С.10-14.
35. Грибов С.Н. Постановка задачи интерактивного конструирования поверхности с помощью кривых конечных сумм. - К.: КПИ, 1994. - 17 с. - Деп. в ГНТБ Украины 22.02.94, 371 - Ук94.
36. Грибов С.Н. Интерактивное конструирование кинематической поверхности, заданной минимальным количеством исходной информации.- К.: КПИ, 1994.- 28 с.- Деп. в ГНТБ Украины 22.02.94, 372 - Ук94.
37. Грибов С.Н. Интерактивное сопряжение поверхностей. Классификация поверхностей интерактивного конструирования. - К.: КПИ, 1994. - 16 с. - Деп. в ГНТБ Украины 22.02.94, 373-Ук94.
38. Грибов С.Н. Алгоритмы интерактивного конструирования плоских и пространственных кривых на основе кривых конечных сумм. - К.: КПИ, 1994. - 20 с. - Деп. в ГНТБ Украины 22.02.94, 374 - Ук94.
39. Павлов А.В., Грибов С.М. Комп'ютерне конструювання кінематичних поверхонь за допомогою кривих скінченних сум// Прикл. геометрія та інж.графіка.- К.: КДТУБА,1994.- Вип.56.-С.7-10.
40. Грибов С.М. Дискретні методи в інтерактивному формоутворенні кривих та поверхонь. - К.: КПИ, 1994. - 245 с. - Деп. в ДНТБ України 22.02.94, 375 - Ук94.

Підп. до друку 16.03.94. Формат 60x84 1/16
Папір друк. №3. Спосіб друку офсетний. Умовн. друк. арк. 2,17
Умовн. фарбо-відб. 2,17 Обл.-вид. арк. 2,34
Тираж 100 Зам. № 4-522

Фірма ВІПОЛ
252151, Київ, вул. Волинська, 60