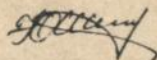


АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МЕХАНІКИ

На правах рукопису

ШИНКАР ЮРІЙ ОЛЕКСАНДРОВИЧ



ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ ОРІЄНТАЦІЄЮ
СИСТЕМ ТВЕРДИХ ТІЛ З ПРУЖНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ

01.02.01 - Теоретична механіка

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ - 1994

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Київському державному технічному університеті будівництва і архітектури.

Науковий керівник - доктор технічних наук, професор
ГУЛЯЕВ В.І.

Офіційні опоненти : доктор фізико-математичних наук, професор
КІФОРЕНКО Б.М.

доктор технічних наук
ЗАКРЖЕВСЬКИЙ О.Є.

Провідна організація - Київський політехнічний інститут

Захист відбудеться "31" травня 1994 року о 12 годині
на засіданні спеціалізованої ради К 016.49.01 в Інституті
механіки АН України (252057, Київ-57, вул. П.Нестерова, 3)

З дисертацією можна ознайомитись в науковій бібліотеці
Інституту механіки АН України.

Автореферат розіслано "21" квітня 1994 року.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради,
доктор технічних наук, професор

Назаренко

В.М.Назаренко

ЛНБ України ім.В.Стефаника



00801788 (W)

ЛНБ ім. В. Стефаника
АН України

ЗАГАЛЬНА ХАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Робота присвячена рішенням задач оптимальної переорієнтації систем твердих і довговимірних пружних тіл. Розглядається рух системи по круговій орбіті в центральному силовому полі (ЦСП). Припускається, що в процесі переорієнтації здійснюються повороти системи на великі кути, однак при цьому відносні пружні відхилення окремих елементів малі і не впливають на рух центра мас системи. Керування рухом системи виконується малими діями, порівняними за величиною з гравітаційними. Маневри переорієнтації виконуються за час, порівняний з періодом обертання системи по орбіті. Розглядається задача про оптимальний розворот системи з одного гравітаційно стабілізованого стану в другий зі стриманням пружних коливань деформованих елементів. Для її розв'язання запропоновано чисельну методику, яка використовує метод проєкції градієнта.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Сучасні космічні апарати (КА) являють собою полегшені великогабаритні конструкції. Вагова оптимізація призводить до зниження жорсткості довговимірних елементів конструкцій (стрижнів, ферм, сонячних батарей та ін.). З їх появою виникає проблема врахування пружності елементів і зниження її впливу на динамічну поведінку КА. В процесі функціонування КА виникає необхідність здійснення маневрів за даною програмою. Більшість досліджень містять рішення для недеформованих систем. Однак отримані в цьому випадку управління виявляються неприйнятними для пружних об'єктів. Збурення, викликані коливаннями пружних елементів, можуть бути неприпустимими як за умовами функціонування систем керування і орієнтації, так і за умовами експлуатації всього КА. Розробки програм оптимальних маневрів переорієнтації системи із заглушенням небажаних пружних коливань роблять тематику дисертаційної роботи особливо актуальною.

МЕТА РОБОТИ полягає в побудові математичної моделі керованого руху систем твердих і деформованих тіл в ЦСП; в розробці методики розв'язання задач оптимального керування з геометричними і фазовими обмеженнями для нелінійних динамічних систем; в реалізації цієї методики на ЕОМ і рішенні нових задач про оптимальний просторовий розворот систем твердих і пружних тіл.

НАУКОВА НОВИЗНА РОБОТИ. Побудовано нову модель керованого руху систем твердих і довговимірних пружних тіл в ЦСП. Розроблено нову ефективну чисельну методику рішення задач оптимального керування з геометричними та фазовими обмеженнями. Розв'язано нові задачі оптимальної переорієнтації в ЦСП для динамічно несиметричного твердого

тіла с пружно приєднаною масою при наявності обмежень на управління і амплітуду пружних коливань несомого тіла. Розв'язано нові задачі оптимальної переорієнтації систем твердих тіл, з'єднаних довговимірними пружними стрижневими елементами. Виконано динамічний аналіз орбітального комплексу (ОК) "Мир" з 14-метровою ферменною конструкцією в режимах стикування і переорієнтації.

ДОСТОВІРНІСТЬ основних наукових результатів забезпечується коректністю постановки задачі, математичною строгістю використаних методів, контрольованою точністю обчислень, перевіркою практичної збіжності алгоритмів в конкретних задачах, хорошим співпадінням результатів, отриманих з використанням різних моделей, а також співпадінням отриманих результатів з результатами інших авторів і з наявними експериментальними даними.

ПРАКТИЧНА ЦІННІСТЬ роботи полягає в створенні чисельної методики, алгоритмів і комплексу прикладних програм для побудови рівнянь руху, форм і частот вільних коливань систем твердих і довговимірних пружних тіл; в програмній реалізації методу неортогонального проектування для розв'язання задач оптимального керування, а також у знаходженні оптимальних законів керування рухом складних механічних систем в ЦСП. Роботи виконувались у відповідності з Національною космічною програмою України, програмами Державного комітету України з питань науки і технологій (проекти 6.06.01/02, 1/726). Результати математичного моделювання динаміки ОК "Мир" з ферменною конструкцією були використані під час космічного експерименту "Софора" в липні 1991 і липні 1992 рр.

АПРОБАЦІЯ РОБОТИ. Основні результати роботи доповідались на II Всесоюзній школі "Проблеми оптимізації в машинобудуванні (Алушта, 1986), Всесоюзній конференції "Проблеми оптимізації та надійності в будівельній механіці" (Вільнюс, 1987), XIV конференції молодих вчених Інституту механіки АН України (Київ, 1989), конференції "Великогабаритні космічні конструкції" (Севастополь, 1990), VII Всесоюзному з'їзді по теоретичній та прикладній механіці (Москва, 1991), Міжнародній конференції по великогабаритним космічним конструкціям ICOLASS-93 (Новгород, 1993).

ПУБЛІКАЦІЇ. По темі дисертації надруковано 11 робіт [1-11].

ОБ'ЄМ ДИСЕРТАЦІЇ. Дисертаційна робота складається із вступу, п'яти глав, висновку і списку літератури, що включає 219 найменувань. Загальний об'єм дисертації становить 197 сторінок.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обгрунтовано актуальність теми, сформульовано мету роботи, її наукову новизну, а також основні положення, що висуваються на захист.

В першій главі зроблено огляд досліджень по динаміці та керуванню рухом систем твердих і пружних тіл.

Основи динаміки систем тіл закладені в роботах В.В.Белецького, Й.Віттенбурга, В.Вольтерра, А.І.Лур'є, Дж.Рауса, В.Томсона, П.Тейта, М.Г.Четаєва. Розробці математичних моделей, аналізу динаміки та стійкості руху систем твердих і пружних тіл присвячені роботи Л.Д.Акуленка, А.П.Алпатова, В.Г.Вильке, Р.Ф.Ганієва, О.О.Горошка, В.І.Гуляєва, Л.В.Докучаєва, В.И.Драновського, Я.Ф.Каюка, Д.М.Климова, П.С.Ковальчука, А.П.Маркеева, Ю.Г.Маркова, К.С.Матвійчука, В.М.Морозова, М.К.Набіулїна, В.В.Павлова, М.П.Плахтїєнка, В.І.Попова, В.М.Рубановського, В.В.Румянцева, В.Ю.Рутковського, В.А.Саричева, А.Т.Улитка, Ф.Л.Черноуська, І.О.Янова, Р.М.Bainum, M.Balas, R.Calico, P.C.Hughes, J.N.Juang, V.K.Kumar, P.W.Likins, L.Meirovitch, V.J.Modi, G.S.Nurre, M.Pascal, R.Quinn, R.Santini, R.E. Scelton, S.K.Shrivastava, L.Silverberg та ін. Задачі оптимального керування деформованими системами є менш дослідженими. Рішенню задач оптимального керування рухом складних механічних систем присвячені роботи Л.Д.Акуленка, В.Є.Бербука, В.І.Гуляєва, О.Є.Закржевського, С.І.Злочевського, Ю.А.Карпачова, Б.М.Кифоренка, М.М.Красовського, В.Л.Кошкіна, Є.П.Кубишкіна, М.А.Павловського, Ф.Л.Черноуська, Н.Варух, R.T.Naftka, P.Kabamba, P.Likins, G.Singh. Однак питання оптимального керування просторовою переорієнтацією складених КА, що містять довговимірні стрижневі та ферменні елементи, виявляються недосить дослідженими. В багатьох роботах переорієнтація здійснюється за допомогою одного або декількох плоских розворотів, або одного ейлерового розвороту, які часто бувають менш ефективними, ніж просторові. Модель деформованого об'єкта як несучого тіла з приєднаними осциляторами може викривити характеристики оптимального маневра переорієнтації. Побудова оптимального рішення у вигляді комбінації оптимальної переорієнтації "твердого скелету" та відповідного гасіння пружних коливань також виявляється менш ефективною, ніж безпосереднє розв'язання задачі про оптимальний просторовий розворот для повної математичної моделі системи твердих і деформованих тіл.

Друга глава присвячена розробці математичних моделей керованого руху систем твердих тіл з пружними елементами в ЦСП.

Припускається, що центр мас досліджуваної механічної системи

рухається в ЦСП круговою орбітою радіуса R_0 з постійною кутовою швидкістю ω_0 . Для опису орієнтації механічної системи використовуються кватерніони $\Lambda = \{\lambda_i, i=\overline{0,3}\}$. Вони зручні тим, що мають усього один перший інтеграл, а кінематичні рівняння для них лінійні. Однак використання кватерніонів, як і інших надлишкових змінних, в задачах оптимального керування утруднено тим, що система виявляється керованою лише на відповідній інтегральній поверхні. Кутові змінні дозволяють наочно описати орієнтацію системи, однак в кінематичні рівняння вони входять через складні кутові функції, а самі рівняння стають сингулярними. Тому при рішенні задач оптимальної переорієнтації початковий і кінцевий стан системи задаються за допомогою літакових кутів, а в кінематичних і динамічних рівняннях використовуються кватерніони.

Розглянемо рух механічної системи, що складається з двох твердих тіл - масивного 1 (несучого), малого 2 (несомого), з'єднаних довговимірним пружним стрижнем 3 (рис.1). У випадку, коли маса стрижня набагато менше за масу несомого тіла, досліджувану механічну систему можна розглядати як тверде тіло з пружно приєднаною точковою масою, і рівняння керованого руху в ЦСП набувають вигляду :

$$\theta_1 \dot{\omega} + \dot{\omega} \times \theta_1 \omega + m \dot{u} \times \dot{a} = 3\omega_0^2 [\dot{\epsilon}_3 \times \theta_1 \dot{\epsilon}_3 + 2m\dot{\epsilon}_3 \times (E \dot{u}^2 - \dot{u}|\dot{u}) \dot{\epsilon}_3] + \dot{M}^G + \dot{u} \times \dot{F}^G, \quad (1) \quad \dot{a} = \dot{u} + \dot{\omega} \times (\omega \times \dot{u}) + \dot{\omega} \times \dot{u} + 2 \dot{\omega} \times \dot{u}, \quad (2)$$

$$m [\dot{a} + \omega_0^2 (\dot{u} - 3\dot{\epsilon}_3 \dot{u} \cdot \dot{\epsilon}_3)] + K \dot{u} = \dot{F}^G, \quad (3) \quad \dot{\Lambda} = 1/2 (\Lambda \cdot \dot{\omega} - \dot{\Omega}_0 \cdot \Lambda), \quad (4)$$

де θ_1 - тензор інерції тіла 1, $\dot{\omega}$ - абсолютна кутова швидкість системи, $m = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ - зведена маса системи, m_1 - маса 1-го твердого тіла, вектор \dot{u} характеризує відносно пружне відхилення несомого тіла, $K = \text{diag}\{3EI_y/l^3; 3EI_x/l^3; 0\}$ - матриця жорсткості стрижня, EI_y , EI_x - жорсткості стрижня при згині в напрямках $O_3 x_3, O_3 y_3$; l - довжина стрижня, $\dot{\epsilon}_3 = \dot{R}_0/R_0$, E - одиничний тензор, символом "*" позначена локальна похідна в орбітальній системі координат, "|" - діадний добуток векторів, "." - кватерніонний добуток. У векторному рівнянні (3) необхідно залишити лише перші два скалярних, які відповідають проекціям на осі Oy і Oz .

Керування системою здійснюються малими діями, порівняними з гравітаційними - моментом \dot{M}^G і парою сил \dot{F}^G , прикладених в центрах мас твердих тіл.

Оскільки при розгляданні деформованої системи як твердого тіла з приєднаними осциляторами важко врахувати нелінійні динамічні ефекти, була запропонована більш загальна модель керованого руху систем, що складаються з твердих тіл і довговимірних стрижневих елементів.

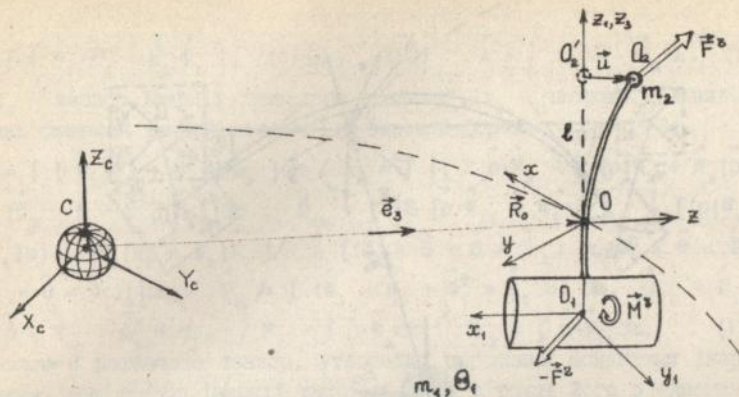


Рис. 1.

тив. Розглядаються прямолінійні стрижні зі змінними жорсткісними та інерційними характеристиками. Приймається до уваги інерційні характеристики як твердих, так і пружних тіл, і враховуються не лише згинні, а й крутильні коливання.

Рух досліджуваної системи представляється у вигляді суперпозиції орбітального руху, руху "твердого скелета" системи відносно центра мас і малих пружних коливань відносно "твердого скелета":

$$\vec{r} = \vec{R}_0 + \vec{\rho} + \vec{u}, \quad (5)$$

де вектор $\vec{\rho}$ визначає геометрію "твердого скелета", а пружні коливання \vec{u} довільної точки P системи описуються за допомогою переміщення \vec{w} центру мас тіла (центру поперечного перерізу стрижня) і вектору $\vec{\phi}$ малого поворота твердого тіла (перерізу стрижня):

$$\vec{u} = \vec{w} + \vec{\phi} \times \vec{\xi}. \quad (6)$$

Вектор $\vec{\xi}$ визначає положення точки P відносно центру мас тіла (центра поперечного перерізу стрижня) (рис.2). Переміщення \vec{u} розкладається в ряд за степенями узагальнених координат q_k , $k=1, n$:

$$\vec{u} = \sum_{k=1}^n \vec{U}_k q_k + \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^n \vec{U}_{ik} q_i q_k + \dots, \quad (7)$$

де $(\vec{U}_k, k=1, n)$ - набір припустимих функцій ($\vec{U}_k = \vec{W}_k + \vec{\Phi}_k \times \vec{s}$). Доданки \vec{U}_{ik} визначаються з використанням формули для укорочення осі зігнутого стрижня:

$$\vec{U}_{ik} = -\text{ort}(\rho') \int_{\alpha_0}^{\alpha} \vec{W}'_i(v) \cdot \vec{W}'_k(v) dv + (\vec{W}'_i(\alpha) \cdot \vec{W}'_k(\alpha)) \text{ort}(\rho' \times \vec{W}'_i) \times \vec{s}, \quad (8)$$

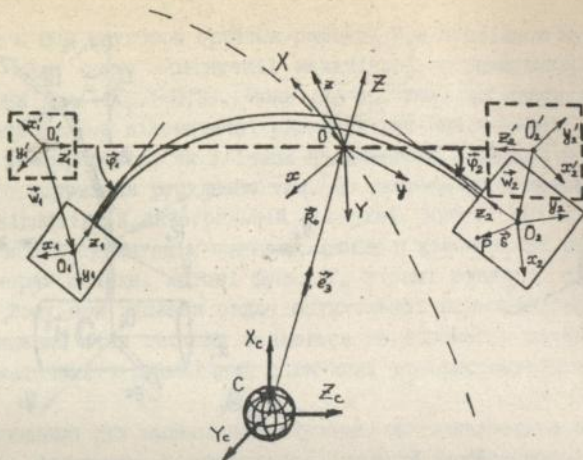


Рис. 2.

Розглядаються малі коливання системи відносно "твердого скелета", тому члени більш високого, ніж другий, порядку малості в розкладі (7) можна не зберігати. Однак одразу відкидати квадратичні доданки не можна, оскільки при цьому були б загублені деякі лінійні доданки в динамічних рівняннях.

За базисні функції в розкладі (7) було обрано власні форми коливань всієї системи, для визначення яких використовувалась спеціальна методика. Отримані власні форми задовольняють умовам ортогональності. Оскільки побудова функцій \vec{U}_k проводилась з урахуванням умов статичної рівноваги системи, з розгляду виключені шість форм коливань вільної конструкції з нульовою частотою, які відповідають шести степеням свободи недеформованої системи, що рухається як тверде тіло. В результаті загальна система рівнянь руху, запропонована в працях А.І.Лур'є, спрощується і приймає вигляд:

$$\begin{aligned} & \theta_0 \ddot{\omega} + \dot{\omega} \times \theta_0 \dot{\omega} + 2 \left[\sum_{k=1}^n q_k (\Lambda_k \dot{\omega} + \dot{\omega} \times \Lambda_k \dot{\omega}) + \dot{q}_k \Lambda_k \dot{\omega} \right] = \\ & = 3\omega_0^2 \left[\dot{\theta}_3 \times \theta_0 \dot{\theta}_3 + 2 \sum_{k=1}^n q_k \dot{\theta}_3 \times \Lambda_k \dot{\theta}_3 \right] + \sum_j \left[\dot{\beta}_j \times \vec{F}_j^r + \vec{M}_j^r \right], \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \tilde{m}_{11} (\ddot{q}_1 + \nu_1^2 q_1) - \dot{\omega} \left[\Lambda_1 + \sum_{k=1}^n q_k Q_{1k} \right] \dot{\omega} - 2 \dot{\omega} \sum_{k=1}^n \dot{q}_k \vec{\Gamma}_{1k} - \dot{\omega} \sum_{k=1}^n q_k \vec{G}_{k1} = \\ & = 3\omega_0^2 \left\{ -3\dot{\theta}_3 \Lambda_1 \dot{\theta}_3 + 2N_1 - \sum_{k=1}^n q_k \left[3\dot{\theta}_3 D_{1k} \dot{\theta}_3 - 2 \left(\tilde{m}_{1k} + N_{1k} \right) \right] \right\} + \end{aligned}$$

$$+ \sum_j \int \left[\vec{W}_1 \cdot \vec{F}_j^r + \vec{M}_j^r \cdot \vec{\Phi}_1 \right], \quad (1=1, n_r) \quad (10) \quad \dot{\Lambda} = \frac{1}{2} (\Lambda \cdot \vec{\omega} - \vec{\Omega}_0 \cdot \Lambda), \quad (11)$$

де θ_0 - тензор інерції "твердого скелета", ν_1 - частота вільних коливань системи, що відповідає 1-й власній формі,

$$\begin{aligned} \vec{m}_{1k} = & \int \left[\vec{W}_1 \cdot \vec{W}_k + \vec{\Phi}_1^r \cdot \vec{\Theta} \cdot \vec{\Phi}_k \right] dm, \quad \Lambda_k = \int \left\{ \left[E \rho \cdot \vec{W}_k - \frac{1}{2} (\rho |\vec{W}_k + \vec{W}_k | \rho) \right] + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} (\vec{\Phi}_k \times \vec{\Theta} - \vec{\Theta} \times \vec{\Phi}_k) \right\} dm, \quad Q_{1k} = \int \left\{ E [\rho \cdot \vec{W}_{1k} + \vec{W}_1 \cdot \vec{W}_k] - \frac{1}{2} [(\rho |\vec{W}_{1k} + \right. \\ & \left. + \vec{W}_{1k} | \rho) + (\vec{W}_1 | \vec{W}_k + \vec{W}_k | \vec{W}_1)] + \frac{1}{2} [(\vec{\Phi}_{1k} \times \vec{\Theta} - \vec{\Theta} \times \vec{\Phi}_{1k}) + (\vec{\Phi}_1 \times \vec{\Theta} - \vec{\Theta} \times \vec{\Phi}_k - \right. \\ & \left. - \vec{\Phi}_k \times \vec{\Theta} \times \vec{\Phi}_1) \right\} dm, \quad \vec{\Gamma}_{1k} = \int (\vec{W}_1 \times \vec{W}_k + \vec{\Phi}_1^r \times \vec{\Phi}_k \cdot \vec{\Theta}) dm, \quad \vec{G}_{1k} = \vec{\Gamma}_{1k} + \\ & + \int (\rho \times \vec{W}_{1k} + \vec{\Phi}_{1k}^r \cdot \vec{\Theta}) dm, \quad N_k = \int \rho \cdot \vec{W}_k dm, \quad N_{1k} = \int \rho \cdot \vec{W}_{1k} dm, \quad (12) \end{aligned}$$

символом $\vec{\Theta}$ позначено тензор, утворений погонними моментами інерції стрижня, або тензор інерції твердого тіла в точці його з'єднання зі стрижнем, $\vec{\Theta} = \theta - E\theta$, $\theta = \text{tr } \theta$. Керування здійснюється за допомогою зосереджених сил \vec{F}_j^r , прикладених в точках з радіус-векторами $\vec{\beta}_j$, а також моментів \vec{M}_j^r .

В задачі оптимальної переорієнтації треба побудувати керування, які переводять систему із заданого стану

$$\vec{\omega}(0) = \vec{\omega}_0, \quad \Lambda_0(0) = \Lambda [\alpha_0, \beta_0, \gamma_0], \quad (13)$$

в потрібний стан

$$\vec{\omega}(T) = \vec{\omega}_0, \quad \alpha[\Lambda(T)] = \alpha_2, \quad \beta[\Lambda(T)] = \beta_2, \quad \gamma[\Lambda(T)] = \gamma_2, \quad (14)$$

мінімізуючи час переорієнтації (задача на швидкодію)

$$\Phi = T, \quad (15)$$

або енергетичні витрати на керування

$$\Phi = \int_0^T [c_1 (M^r(t))^2 + c_2 (F^r(t))^2] dt, \quad (16)$$

(c_1 - розмірні коефіцієнти), при наявності обмежень на керування

$$|M_1^r(t)| \leq \bar{M}_1, \quad 1=1,3, \quad |F_j^r(t)| \leq \bar{F}_j, \quad j=1,2 \quad (17)$$

фазові координати

$$u^2(t) \leq \bar{P}^2, \quad (18)$$

і час закінчення керованого процесу

$$T \leq T_r, \quad (19)$$

з гасінням пружних коливань

$$\vec{u}(0) = \vec{u}(0) = \vec{u}(T) = \vec{u}(T) = \vec{0} \quad (20)$$

для твердого тіла с пружно приєднаною масою, або з гасінням пружних коливань по перших n_r гармоніках для гібридної системи

$$q_1(0) = \dot{q}_1(0) = q_1(T) = \dot{q}_1(T) = 0, \quad 1=1, n_r. \quad (21)$$

При цьому n_r обирається таким чином, щоб для немодельованих мод ($1 > n_r$) внесок в оптимальне рішення був набагато менше, ніж для модельованих ($1 \leq n_r$).

Третя глава присвячена розробці чисельної методики розв'язання задач оптимального керування.

Проведено порівняльний аналіз існуючих методів і обґрунтовано перевагу використання прямих методів і, зокрема, градієнтних для рішення задач оптимального керування.

Задача оптимальної переорієнтації систем твердих тіл з пружними елементами сформульована як задача оптимального керування з геометричними і фазовими обмеженнями:

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad t \in [T_0, T_1] \quad (22)$$

$$x(T_0) = x_0, \quad (23) \quad h(x(T_1), T_1) = 0, \quad (24)$$

$$\phi^i(u) \leq 0, \quad i=1, \bar{n}_f, \quad (25) \quad \psi^j(x, u, t) \leq 0, \quad j=1, \bar{n}_p, \quad (26)$$

$$\Phi = \int_{T_0}^{T_1} G(x, u, t) dt + g(x(T_1), T_1) \rightarrow \min_{u, T_1} \quad (27)$$

Для зручності чисельної реалізації здійснено перехід до задачі з фіксованим часом шляхом введення нової незалежної змінної τ і додаткового керуючого параметра p :

$$T = (T_1 - T_0) / p = \text{const}, \quad t = T_0 + p\tau, \quad (28)$$

таким чином отримана задача оптимального керування з параметром.

Рішення задачі оптимального керування (22)-(28) здійснюється за допомогою наступної ітераційної процедури. Для припустимого початкового наближення (u_0, x_0, p_0) будуються варіації керувань δu_0 , керуючого параметра δp_0 і відповідні варіації фазових координат δx_0 , які також задовольняють рівнянням стану, обмеженням і термінальним умовам, та зменшують значення цільового функціоналу. Визначення покращуючих варіацій зводиться до проектування антиградієнта цільового функціоналу

$$-\nabla \Phi = (-\Phi_u^*, -\Phi_p) \quad (29)$$

на лінеаризовані обмеження

$$\int_0^T B(\tau) \delta u_0(\tau) d\tau + b \delta p_0 = 0, \quad (30)$$

де відповідні функціональні похідні отримано з використанням формули Коші для рівнянь в варіаціях. Відзначимо, що в (30) обмеження враховуються лише на множині вузлів сітки на інтервалі $[0; T]$, в яких обмеження-нерівності є рівностями або порушуються з малю нев'язкою ϵ . Ця множина запроваджується для чисельної апроксимації похідних Гато функціоналів в (25), (26), оскільки останні не мають відповідних похідних Фреше.

В результаті рішення ізопериметричної задачі (29), (30) визначаються проварійовані керування і відповідні фазові координати, які,

однак, порушують обмеження з деякою нев'язкою R внаслідок використання лінеаризованих співвідношень. Для компенсації нев'язки будуться малі за нормою варіації керувань. Оскільки їх обчислення не потребує перерахунку проєкційного оператора, то операції визначення покращуючих варіацій та компенсації нев'язки можуть бути об'єднані. В результаті проєкція градієнту на обмеження виявляється неортогональною :

$$\delta u(\tau) = \alpha \left\{ -\Phi_u^*(\tau) + B^*(\tau)\Gamma^{-1}(C-R/\alpha) \right\}, \quad \delta p = \alpha \left\{ -\Phi_p^* + p^*\Gamma^{-1}(C-R/\alpha) \right\}, \quad (31)$$

де $C = \int_0^T B(\tau)\Phi_u^*(\tau)d\tau + b\Phi_u^*$, $\Gamma = \int_0^T B(\tau)B^*(\tau)d\tau + bb^*$ - матриця Грама, яка характеризує керуваність системи. Ітераційний процес продовжується доти, поки не будуть (з заданою точністю) виконуватись необхідні умови екстремума :

$$B^*(\tau)\lambda + 2\Phi_u^*(\tau) = 0, \quad b^*\lambda + 2\Phi_p^* = 0, \quad (32)$$

і, крім цього, умови Куна-Такера для всіх множників Лагранжа $\lambda = 2\Gamma^{-1}(R - C)$, які відповідають обмеженням-нерівностям.

З метою перевірки ефективності та достовірності розробленої методики було розв'язано ряд тестових задач. Отримані рішення з високою точністю співпали з наявними в літературі чисельними та аналітичними рішеннями.

В четвертій главі розв'язано задачу оптимального керування рухом динамічно несиметричного твердого тіла з пружно приєднаною масою. Розглядалась задача оптимальної переорієнтації з одного гравітаційно стабілізованого стану ($\alpha_0 = \gamma_0 = 0$, $\beta_0 = \pi$) в інший ($\alpha_T = \beta_T = \gamma_T = 0$) з гасінням пружних коливань несомого тіла при закінченні керуваного процесу.

Для підвищення ефективності обчислювального процесу здійснено перехід до безрозмірних змінних. Таке масштабування змінних змінює топологію припустимої області, поліпшуючи збіжність оптимізаційного пошуку.

Було розв'язано задачу про оптимальний за швидкістю плоский розворот при наявності обмежень на величини керувань і амплітуду пружних коливань несомого тіла. У випадку, коли не враховується вплив ЦСП, рівняння стану є близькими до лінійних, і задача може бути зведена до задачі про керування двомасовою коливальною системою, що раніш була розглянута як тестова. Врахування ЦСП суттєво змінює як оптимальний час переорієнтації ($\omega_{opt}^T = 3,232$ з урахуванням ЦСП і 2,769 без), так і характер оптимального рішення (рис.3,а-в - з урахуванням ЦСП, рис.3,г-е - без). Наявність пружного зв'язку між несучим і несомим тілами не здійснює суттєвого впливу на час швидко-

дії, але впливає на характер оптимальних законів зміни фазових координат: малі високочастотні пружні коливання накладаються на викликані орбітальним рухом системи переміщення, які змінюються повільно. Наявність другого керування дозволило зменшити вплив пружних коливань несомого тіла на кутову швидкість несучого тіла, а також зменшити величину пружних коливань ($u_{\max}/l = 0,0375$ для $r=1$ та $u_{\max}/l = 0,00732$ для $r=2$). Із отриманих результатів (рис.4) випливає, що величина обмежень (18) на амплітуду пружних коливань несомого тіла незначно впливає на час швидкодії, однак має суттєвий вплив на характер оптимального розвороту.

Розв'язано задачу з іншим цільовим функціоналом - енергетичним (16), при наявності обмежень (17) на керування. Оптимальні закони зміни керувань не повністю виходять на обмеження, а в задачах з великим часом переорієнтації T_f має місце внутрішній екстремум (крім того, в процесі оптимізаційного пошуку спостерігався вихід керувань на обмеження з наступним сходом з них, тобто "прилипання" до обмежень відсутнє). При цьому оптимальні керування є функціями повільної зміни, в наслідок чого пружні коливання несомого тіла практично не збуджуються. Система з двома керуваннями виявилась більш ефективною, ніж система, керування якою здійснюється за допомогою лише одного моменту (при $\omega_0 T_f = 5$ для $r = 2$: $\Phi_{\text{opt}} = 9,847$, а для $r = 1$: $\Phi_{\text{opt}} = 19,689$), і крім того, в процесі переорієнтації вона викликає менші по амплітуді пружні коливання несомого тіла (при $\omega_0 T_f = 5$ для $r = 2$: $u_{\max}/l = 0,0023$, для $r=1$: $u_{\max}/l = 0,0224$).

Для досліджуваної механічної системи також розв'язано задачу про оптимальний просторовий розворот. Всі описані вище явища, які мали місце для плоского розвороту, збереглися і у випадку просторового. Особливістю просторового розвороту виявилась його багатоекстремальність. Було отримано шість різних оптимальних рішень (одне з них наведено на рис.5). Один з локально-оптимальних розворотів виявився плоским (він співпав з раніш отриманим), а інші - просторовими. Найкращі локально-оптимальні рішення мають близькі значення часу переорієнтації (відрізняються менш, ніж на 1%), але суттєво розрізняються за схемою розвороту (серед них навіть нема симетричних відносно площини орбіти). Один з найкращих локально-оптимальних розворотів здійснюється за допомогою нерелейних керувань. Відмітимо, що просторові розвороти виявились ефективнішими за плоский ($\omega_0 T_{\text{opt}} = 2,84$ для просторових і $\omega_0 T_{\text{opt}} = 3,232$ для плоского розвороту).

П'ята глава присвячена розв'язанню задач динаміки та оптимального керування орієнтацією систем твердих тіл, з'єднаних довговимір-

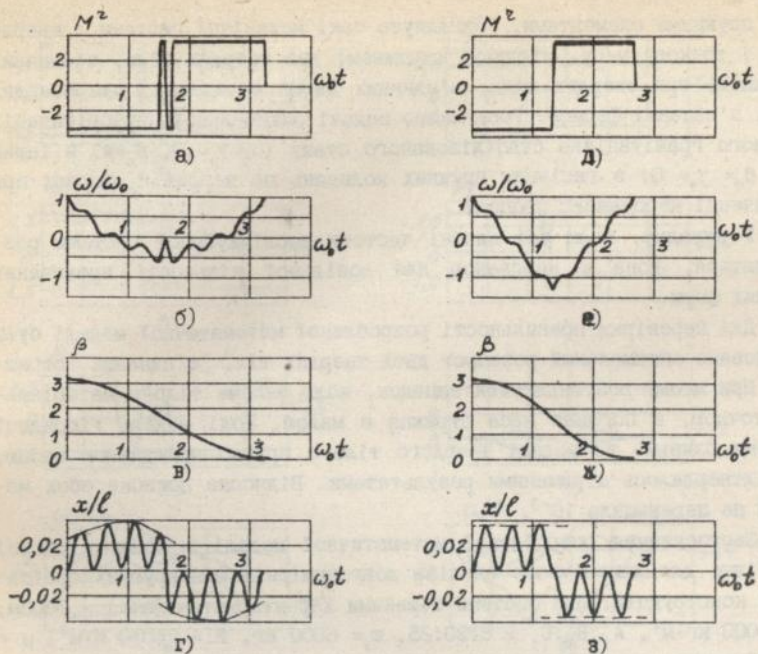


Рис. 3.

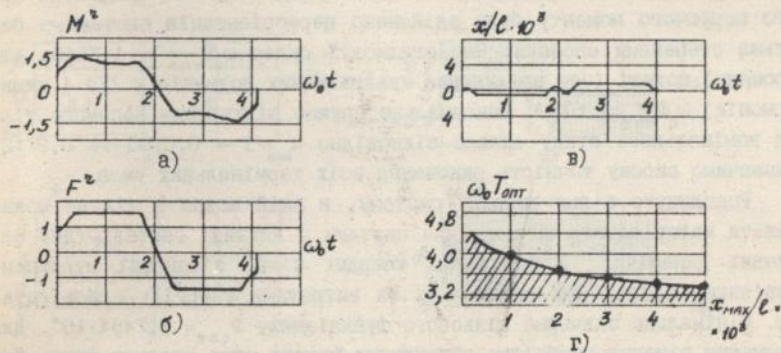


Рис. 4.

ними пружними елементами. Розглянута такі механічні системи: тверде тіло і точкову масу, з'єднані стрижнем; два твердих тіла, з'єднаних стрижнем; три твердих тіла, з'єднаних двома стрижнями; два твердих тіла, з'єднаних фермою. Розв'язано задачі оптимальної переорієнтації з одного гравітаційно стабілізованого стану ($\alpha_0 = \gamma_0 = 0$, $\beta_0 = \pi$) в інший ($\alpha_f = \beta_f = \gamma_f = 0$) з гасінням пружних коливань по перших n_f формах при закінченні керованого процесу.

У випадку, коли усі власні частоти досліджуваної системи розрізняються, вона є керованою для довільної кількості врахованих власних форм.

Для перевірки правильності розробленої математичної моделі було побудовано оптимальний розворот двох твердих тіл, з'єднаних стрижнем. При цьому розглядається випадок, коли несоме тіло є матеріальною точкою, а погонна маса стрижня є малою. Тоді модель гібридної системи близька до моделі твердого тіла з пружно приєднаною масою, що підтвердилось отриманими результатами. Відносна похибка обох моделей не перевищила 10^{-3} .

Застосування розробленої математичної моделі в повному обсязі необхідне для динамічного аналізу довговимірних маневруючих орбітальних конструкцій. Для системи з такими характеристиками: $l = 100$ м, $A_1 = 6000$ кг·м², $A_1 : B_1 : C_1 = 6 : 30 : 25$, $m_1 = 6000$ кг, $EI = 24040$ Н·м², $\mu = 0,47$ кг/м, $m_2 = 70$ кг (проект "Вулкан") було розв'язано задачу про оптимальний за швидкодією плоский розворот при наявності обмежень (17) на управління (рис.6). Для отримання оптимального рішення потрібно враховувати не менше двох перших форм, тобто за допомогою одного керуючого моменту було здійснено переорієнтацію системи з багатьма степенями свободи. Час швидкодії склав $\omega_0^T \text{опт} = 1,7660$, для спрощеної моделі (без врахування квадратичних доданків у (7) і вищих гармонік) $\omega_0^T \text{опт} = 1,6759$. Максимальне пружне відхилення несомого тіла від номінального стану склало відповідно $u_{\max} / l = 0,0786$ та $0,0712$. Відзначимо високу точність виконання всіх термінальних умов.

Розглянуто більш складну систему, в якій жодне з тіл не можна вважати матеріальною точкою. Для системи у вигляді гантелі (два однакових динамічно асиметричних твердих тіла, з'єднаних стрижнем) розв'язано задачу про оптимальну за витратами енергії переорієнтацію. Мінімальне значення цільового функціоналу $\Phi_{\text{опт}} = 3,7434 \cdot 10^4$. Для отримання рішення необхідне врахування перших двох власних форм. Для $n_f = 1$ $\Phi_{\text{опт}} = 3,6405 \cdot 10^4$. Різниця в значеннях цільових функціоналів пояснюється необхідністю додаткових енерговитрат для гасіння коливань за вищими формами.

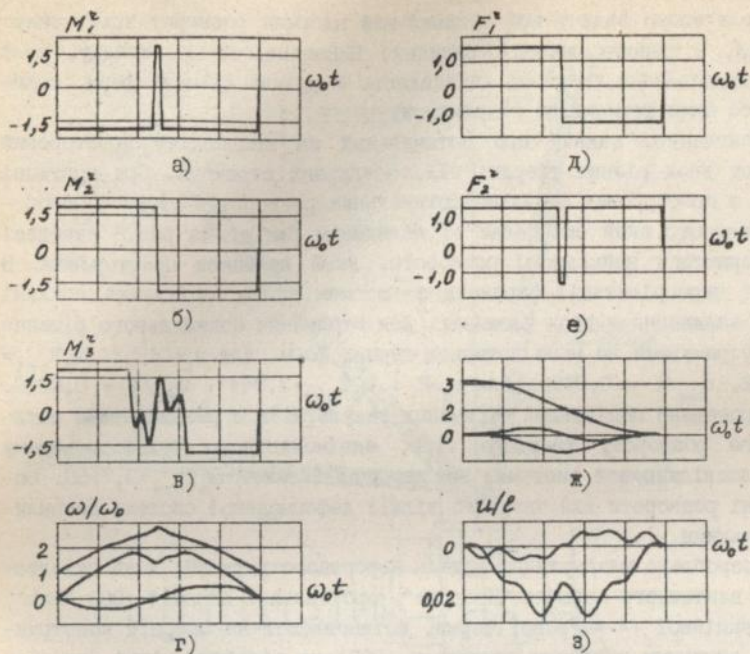


Рис. 5.

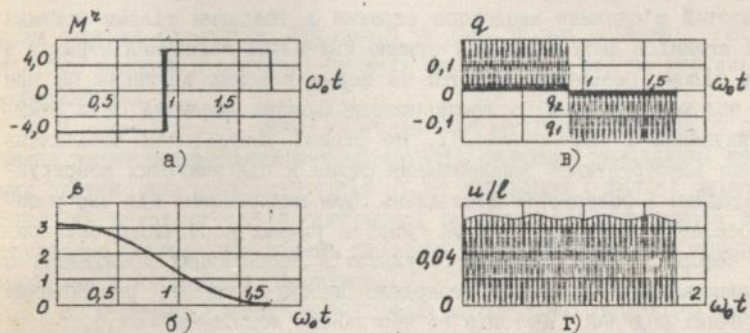


Рис. 6.

Розв'язано задачу про оптимальний плоский розворот трьох твердих тіл, з'єднаних двома стрижнями. Показано, що у випадку, коли точки прикладання керувань співпадають з нулями власних форм, коливання за цими формами не збурюються.

Розглянуто задачу про оптимальний за швидкодією просторовий розворот двох різних твердих тіл, з'єднаних стрижнем. При побудові одного з просторових локально-оптимальних розворотів отримано плоский розворот, який співпадає зі знайденим раніш. На рис.8 наведені характеристики найкращого розворота, який виявився просторовим. В процесі переорієнтації стрижень з несомим тілом здійснюють спільні пружні коливання в двох площинах. Для отримання оптимального рішення треба утримувати не менш чотирьох перших форм. Для $n_f=4$: $\omega_0 T_{опт} = -3,7552$, $u_{max}/l = 0,0796$, для $n_f=2$: $\omega_0 T_{опт} = -3,9641$, $u_{max}/l = 0,0808$. Було проведено порівняння отриманих результатів з результатами оптимального розвороту твердого тіла, екімоментного недеформованому стану досліджуваної системи. Час швидкодії склав $\omega_0 T_{опт} = -3,7160$. Оптимальні розвороти для твердого тіла і деформованої системи виявилися близькими.

Розроблено математичну модель керованого руху ОК, який складається з вантажного корабля "Прогрес", орбітальної станції (ОС) "Мир", і 20-секційної 14-метрової ферми, встановленої на опорній конструкції, з висувним рушійним пристроєм (ВРП) на вільному кінці (рис.7). ОК моделювався як несуче тверде тіло (ОС), до якого за допомогою пружно закріпленого стрижня зі змінними жорсткістними та інерційними характеристиками було приєднано несоме тверде тіло (ВРП). Внаслідок особливостей з'єднання зведеного стрижня з твердими тілами можливі спільні згинні в двох площинах і згинно-крутильні коливання стрижня з несомим тілом. Визначені частоти та форми власних коливань ОК при різних положеннях ферми, а також промодельована динаміка ОК в режимах стикування і переорієнтації. На основі результатів досліджень проведено конструктивне допрацювання ферми і підтримуючих конструкцій. Методика і результати досліджень були використані під час роботи IX основної експедиції на ОК "Мир" в рамках космічного експерименту "Софора". Співставлення результатів теоретичних досліджень з експериментальними даними підтвердило високу точність розроблених математичних моделей і методів їх чисельного дослідження.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ дисертаційної роботи полягають в наступному :

1. Побудовано математичну модель керованого руху систем твердих тіл, з'єднаних довговимірними пружними елементами, в центральному силовому полі. Прийняті до уваги як поступальні, так і обертальні

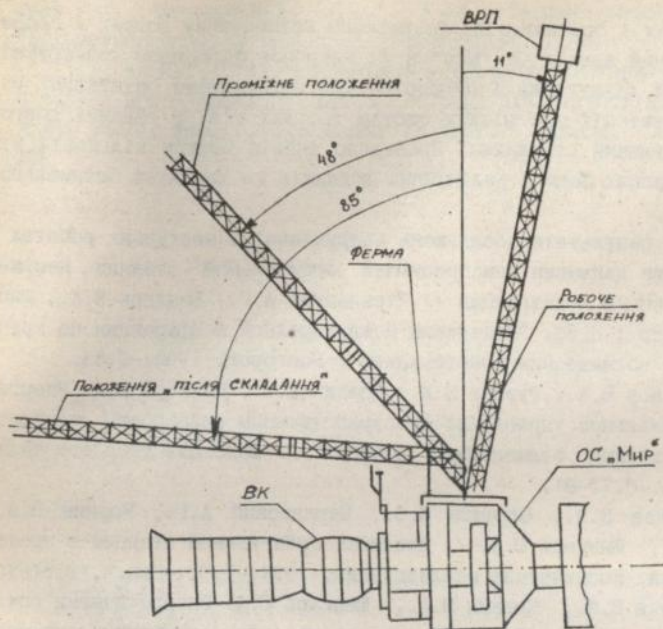


Рис. 7.

рухи окремих елементів. Враховані як вищі форми коливань, так і нелінійні доданки в розкладі пружних переміщень в ряд за узагальненими координатами.

2. Розроблено і реалізовано на ЕОМ методику чисельного розв'язання задач оптимальної переорієнтації складних нелінійних механічних систем при наявності обмежень на керування і фазові змінні. Надійність методики та її програмної реалізації підтверджено високою точністю співпадіння рішень тестових задач оптимального керування з наявними в літературі рішеннями.

3. Отримано рішення нових задач оптимальної переорієнтації твердого тіла з пружно приєднаною масою в ЦСП. Встановлено багатоекстремальність задачі про просторовий розворот. Виконано дослідження залежності оптимального рішення від характеристик системи керування, вигляду цільового функціоналу і обмежень на амплітуду пружних коливань.

4. Виконано дослідження динаміки різних модельних і реальних

систем твердих і пружних тіл. Розроблено математичну модель і проведено динамічний аналіз ОК "Мир" з 14-метровою ферменною конструкцією, в режимах стикування і переорієнтації. Визначено оптимальні режими переорієнтації для різних систем твердих тіл, з'єднаних довговимірними пружними стрижнями. Проведено аналіз впливу кількості утримуваних власних форм і нелінійних доданків на характер оптимального розвороту.

Основні результати досліджень надруковані в наступних роботах :

1. Аналіз динаміки маневрующей орбитальної станції, несущей упругую ферменную конструкцію // Чернявский А.Г., Бондарь В.К., Шинкарь Ю.А. и др.: В зб. "Материалы Международной конференции по крупногабаритным космическим конструкциям".-Новгород, 1993.-С.53.

2. Баженов В.А., Гуляев В.И., Кошкин В.Л., Шинкарь Ю.А. Энергетически оптимальное управление пространственным разворотом твердого тела с трехосным эллипсоидом инерции // Механика твердого тела.-1990.-Вип.26.-С.77-81.

3. Гуляев В.И., Ефремов И.С., Чернявский А.Г., Кошкин В.Л., Бондарь В.К., Шинкарь Ю.А. // Динамика орбитальной станции с протяженной фермой.-Космические исследования.-1994.-Т.32.-Вип.2.-С.61-70.

4. Гуляев В.И., Кошкин В.Л., Шинкарь Ю.А. Энергетически оптимальный пространственный разворот твердого тела // Механика гироскопических систем.- Киев, 1988.- № 7.-С.92-95.

5. Гуляев В.И., Кошкин В.Л., Шинкарь Ю.А. Оптимальный по импульсу управляющего момента пространственный разворот твердого тела // Прикладная механика.- Т.24.-№ 5.-1988.-С.99-104.

6. Гуляев В.И., Кошкин В.Л., Шинкарь Ю.А. Оптимальное управление системой твердых и деформируемых тел в центральном силовом поле // Аннотации докладов VII Всесоюзного съезда по теоретической и прикладной механике.- М.,1991.-С.121.

7. Гуляев В.И., Кошкин В.Л., Шинкарь Ю.И. Оптимальное управление пространственной ориентацией системы двух тел, соединенных упругим стержнем // Математическое моделирование.-1991.-Т.3.-№4-С.12-21.

8. Савилова И.В., Терехова Е.О., Шинкарь Ю.А. и др. Комплекс прикладных программ решения задач оптимального управления механическими системами // Проблемы оптимизации в машиностроении: Классификатор математического обеспечения.-Харьков: ХПИ. -1986.-С.37.

9. Савилова И.В., Шинкарь Ю.А. Численное решение задачи об оптимальном развороте несимметричного твердого тела // Тезисы II Всесоюзной школы молодых ученых и специалистов " Проблемы оптимизации в машиностроении".-Харьков: ХПИ.- 1986.- С.37.

ский А.Г., Шинкарь Ю.А. и др. - В зб.: Тезисы докладов конференции "Крупногабаритные космические конструкции". Севастополь, 1990.-С.47.

11. Шинкарь Ю.А. Оптимальное управление движением твердого тела с упруго присоединенной массой // Труды XIV научной конференции молодых ученых Института механики АН УССР. - Кийлов, 1989.-Т.2.-С.202-206.

Подп. к печ. 23.02.94

Формат 60×84^{1/16}.

Бумага тип. №3 . Способ печати офсетный. Услови. печ. л. 0,93

Услови. кр.-отт. 1,04 . Уч.-изд. л. 10

Тираж 100 . Зак. № 4-1374

Фирма «ВИПОЛ»
252151, г. Киев, ул. Вольмская, 60.

1829304
AV 29.871