АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

На правах рукопису

НАУМЕНКО Костянтин Іванович

СИНТЕЗ СИСТЕМ СТАБІЛІЗАЦІЇ ТА ОРІЄНТАЦІЇ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ

01.02.01 — теоретична механіка

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук

Київ — 1994

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті математики АН України

Офіційні опоненти:

академік АН України,
доктор технічних наук,
професор КУНЦЕВИЧ В.М.,

доктор фізико-математичних наук,
професор БОЙЧУК О.П.,

доктор фізико-математичних наук,
професор КОВАЛЬОВ О.М.

Провідна установа: Інститут механіки АН України

Захист відбудеться "26" 04 1994 р. о 14 годині на засіданні спеціалізованої ради Д 016.50 02 при Інституті математики АН України за адресою: 252601 Київ 4, ГСП, вул.Терещенківська,3

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці інституту

Автореферат розіслано "11" 03 1994 р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради ЛУЧКА А.Ю.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

В дисертаційній роботі приведені результати з застосування методів квадратичної оптимізації при синтезі систем стабілізації та орієнтації рухомих об'єктів, що знаходяться під впливом випадкових зовнішніх збурень.

Актуальність. При використанні для розв'язання задач оптимального керування на нескінченному інтервалі часу таких загально відомих варіаційних методів як принцип максимуму *Л.С.Понтрягіна* та метод динамічного програмування *Р.Беллмана* в багатьох випадках зустрічаються суттєві труднощі, подолання яких потребує застосування відповідних підходів. Одним із напрямів досліджень з стійкості керованого руху динамічних систем є використання методів проблеми аналітичного конструювання регуляторів (*Льотов О.М.*) та лінійної квадратичної гаусової проблеми (*Kalman R.E.*), які передбачають побудову за результатами лінійних вимірювань вектора стану і з умови мінімуму квадратичного функціоналу закону керування лінійною динамічною системою та необхідного для його реалізації фільтра Калмана (спостережника), що формує оцінку вектора стану системи. Дослідження в цьому напрямі знайшли широке застосування при розв'язуванні різноманітних задач керування і навігації кораблів, літаків, космічних літальних апаратів та інших рухомих об'єктів. Вагомий внесок в розвиток цього напряму досліджень та його застосування зробили *Aoki M.*, *Bryson A.E.*, *Красовський М.М.*, *Куржанський О.Б.*, *Ковальов О.М.* та ін. Питанням застосування функцій Ляпунова при синтезі систем керування присвячені роботи *Зубова В.І.*, *Кунцевича В.М.*, *Лебедєва Д.В.*, *Фурасова В.Д.*

Існує ряд важливих для практичного використання задач синтезу керування, для яких пряме застосування методів лінійної квадратичної проблеми неможливе (при сингулярній коваріаційній матриці похибок вимірювань або матриці коефіцієнтів при керуваннях в функціоналі якості неможливе використання теореми про розподілення). З цієї причини, а також у зв'язку з постановкою та розробкою методів розв'язання задач H_∞-оптимального керування в останні роки спостерігається підвищення інтересу до спектральних (частотних) методів. Цей підхід базується на ідеях теорії оптимальної фільтрації Вінера-Колмогорова (оптимізація в просторі Харді H_2) і знайшов застосування в роботах *Taten H.S.*, *Newton G.C.*, *Gould L.A.*, *Kaiser J.F.* та *Солодовнікова В.В.* і *Полуектова Р.А.*, в яких задача синтезу зводилась, як правило (якщо об'єкт керування нестійкий), до розв'язання варіаційної задачі з ізопериметричними обмеженнями. Одним із прямих методів, який дозволив позбутися цих обмежень, є запропонований в спільній з *Ларіним В.Б.* та *Сунцевим В.Н.* монографії [6] автора. Він базується на спеціальному виборі варійованої функції при зведенні задачі синтезу до розв'язання рівняння Вінера-Хопфа і в подальшому сформувався як метод параметризації множини стабілізуючих регуляторів. Важливим досягненням в цьому напрямі виявилась робота *Youla D.C., Jabr H.A, Bongiorno J.J.Jr.*, в якій при синтезі системи стабілізації враховується динаміка вимірювального пристрою і після публікації якої метод параметризації знайшов визнання в англомовних наукових виданнях, причому автори цієї роботи відзначають пріоритет застосування методу параметризації в [6]. Слід також відзначити, що подальшим розвитком частотної методології є дослідження з мінімізації H_∞-норми матриці передаточних функцій замкненої системи шляхом вибору закону керування із множини стабілізуючих регуляторів, а загальна схема синтезу H_∞-оптимального керування також базується на операції параметризації цієї множини.

Важливим напрямом досліджень з стійкості руху та визначення оцінок стану нелінійних механічних систем є задачі, що зв'язані з визначенням відносного руху твердого тіла. Питанням застосування різноманітних підходів при вирішенні ряду проблем інерціальної навігації шляхом побудови лінійних фільтрів (рівнянь спостережника, що формує оцінку стану системи) присвячені роботи *Бойчука О.П., Ябанова D.К., Парусникова М.О., Челпанова І.Б.* При цьому для ряду задач виникають труднощі, що зв'язані з нелінійністю результатів вимірювань та з вирішенням проблем стійкості процесу отримання оцінок. Широке застосування при розв'язуванні цих задач знайшли параметри Родріга-Гамільтона (роботи *Бранця В.Н.*, *Ішлінського О.D.*, *Кошлякова В.М.*, *Стороженка В.О.*, *Телченко М.Є.*, *Шмиглевського І.П.*).

В дисертації основна увага приділяється питанням розробки методів синтезу систем керування, які забезпечують стійкість об'єкту в умовах певної невизначеності його динамічних характеристик і мінімальну його чутливість до зовнішніх збурень, та застосування параметрів Родріга-Гамільтона при синтезі нелінійних фільтрів, які гарантують стійкість процесу визначення орієнтації твердого тіла.

Метою роботи є розробка алгоритмів синтезу оптимальних систем стабілізації багатовимірних лінійних об'єктів керування та побудова дискретних та диференційних рівнянь нелінійного спостережника, який забезпечує стійкість процедури визначення орієнтації твердого тіла при синтезі безплатформної інерціальної навігаційної системи.

Методи дослідження. В роботі застосовуються методи мінімізації квадратичних цільових функцій на траєкторіях динамічних систем, в тому числі метод оптимальної фільтрації Вінера-Колмогорова, методи перетворення Лапласа та Фур'є, апарат параметрів Родріга-Гамільтона та методи теорії функцій Ляпунова.

Наукова новизна результатів дисертації визначається розробкою найбільш загального конструктивного методу побудови множини передаточних функцій стабілізуючих регуляторів (методу параметризації цієї множини множиною аналітичних в правій півплощині функцій) для багатовимірних лінійних керованих систем, методу синтезу оптимальних систем стабілізації цих об'єктів та побудовою дискретних та диференційних рівнянь нелінійного спостережника, що забезпечує стійкість процедури визначення орієнтації твердого тіла при синтезі безплатформної інерціальної навігаційної системи.

Прикладне значення. Практичне застосування розроблених методів синтезу оптимальних систем стабілізації багатовимірних лінійних керованих об'єктів та рівнянь спостережника, що визначають орієнтацію твердого тіла, припускають побудову таких механічних систем, для яких успішно вирішується проблема їх стійкості в умовах невизначеності динамічних характеристик (проблема робастності) та мінімальної (у відповідності з заданим критерієм) чутливості до випадкових зовнішніх і внутрішніх збурень.

Достовірність основних наукових положень і висновків обгрунтовується строгістю фізичних постановок задач і математичних методів їх розв'язку та порівнянням отриманих результатів з відомими теоретичними та практичними висновками інших дослідників.

Апробація роботи. Основні положення дисертаційної роботи доповідались і обговорювались на III Всесоюзной Четаевской конференции по устойчивости движения, аналитической механики и управлению движением (Іркутськ, 1977 р.), на III, IV, V Всесоюзных конференциях по оптимальному управлению в механических системах (Київ, 1979 р.; Москва, 1982 р.; Казань, 1985 р.), на Республиканских конференциях по проблемах динамики твердого тела (Донецьк, 1981. 1990 рр.), на V Всесоюзном съезде по теоретической и прикладной механике (Алма-та,1981 р.), на III Всесоюзной школе-семинаре по математической теории навигации и управления движущимися объектами (Москва,1985 р.). на XVI і XII Межотраслевых научно-технических конференциях памяти Н.Н.Острякова (Ленінград, 1988, 1990 рр.) та на семінарах в Московському (1982, 1983 рр.) і Ленінградському (1983, 1985 рр.)

університетах, в Інституті проблем механіки АН РАН (1981, 1983 - 1985 р.), в Інституті математики та механіки УНЦ АН РАН (1983 р.), в Інституті математики АН України (1989 - 1993 рр.) і в Інституті кібернетики АН України (1993 р.).

Публікації. По темі дисертації опубліковано 30 робіт автора.

Структура й об'єм дисертації. Дисертаційна робота складається з вступу, двох глав, висновку та списку літератури, що містить 135 найменувань. Об'єм роботи - 214 сторінок машинописного тексту.

ЗМІСТ РОБОТИ

У в с т у п і обгрунтовані актуальність теми, що є предметом досліджень, і мета роботи, вміщений короткий огляд публікацій в цій галузі та стисло описаний зміст роботи.

В **п е р ш і й** главі дисертації, базуючись на підходах по вибору варійованої функції при синтезі оптимальної системи стабілізації багатовимірного керованого об'єкту, розроблений загальний метод параметризації передаточних функцій замкненої системи. Шляхом впровадження передаточної функції лінійного регулятора параметризація множини передаточних функцій об'єкту здійснюється згідно відповідними матричними рівностями, які задовольняє ця множина. Обчислювальна схема реалізації запропонованого алгоритму параметризації зводиться до процедур спеціальної факторизації двох поліноміальних (або дробово-раціональних) матриць, які є аналогами відповідних λ-матриць варіаційних задач синтезу системи керування і фільтра, що формує оптимальну, в смислі мінімуму середньоквадратичної похибки, оцінку вектора координат. Пропонується загальний підхід при розв'язуванні задачі синтезу оптимальної системи стабілізації багатовимірного керованого об'єкту, який випливає із розв'язку відповідного рівняння Вінера-Хопфа в частотній області.

В § 1.1 для керованих багатовимірних об'єктів, динаміка яких описується зведеною і незведеною до нормальної форми системою лінійних диференційних рівнянь з сталими коефіцієнтами, досліджуються питання виходу системи на усталений режим. Формулюються задачі синтезу оптимальної системи стабілізації та визначення оцінки стану, яка забезпечує мінімум середньоквадратичної похибки оцінки.

В § 1.2 наводиться обгрунтування та загальна схема параметризації множини передаточних функцій замкненої системи, а також алгоритм синтезу оптимальної системи стабілізації багатовимірного керованого об'єкту на основі лінійних вимірювань його координат.

Задача синтезу оптимальної системи стабілізації багатовимірного керованого об'єкту, рух якого описується системою лінійних диференційних рівнянь з постійними коефіцієнтами

$$Px(t)=Mu(t)+\psi(t), \qquad (1)$$

полягає в побудові на основі лінійних вимірювань координат об'єкту

$$y(t)=Tx(t)+\varphi(t) \qquad (2)$$

такого рівняння регулятора

$$W_0u(t)=W_1y(t) \qquad (3)$$

або, в термінах передаточних функцій, які визначають зв'язок між змінними u і y формальною заміною оператора диференціювання змінною s, матриці передаточних функцій $W(s)=W_0^{-1}(s)W_1(s)$, щоб замкнена система була стійкою (всі нулі характеристичного визначника системи рівнянь (1)-(3) мають від'ємні дійсні частини) і в усталеному стані досягав мінімуму функціонал

$$I=\left\langle \begin{vmatrix}x^T & u^T\end{vmatrix} \mathcal{R} \begin{vmatrix}x\\u\end{vmatrix}\right\rangle, \qquad (4)$$

де < >- символ математичного сподівання, "т"- знак операції транспонування, елементи матриці $\mathcal{R}=R_0^TR_0$ - операторні поліноми від d/dt.

В рівняннях (1)-(3) $x(t)$ - n-вимірний вектор координат об'єкту, $u(t)$ - m-вимірний вектор керувань, $y(t)$ - r-вимірний вектор вимірювань, елементи матриць P, M, T, W_0 та W_1 - операторні поліноми від d/dt, вектори зовнішніх збурень $\psi(t)$ і похибок вимірювань $\varphi(t)$ - центровані стаціонарні випадкові процеси з відомою дробово-раціональною матрицею спектральних щільностей $S(\omega)$.

Розв'язування сформульованої задачі здійснюється шляхом мінімізації спектрального зображення функціоналу (4)

$$I=\frac{1}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{i\infty} sp[F_*(s)\mathcal{R}(s)F(s)S(s)]ds, \qquad (5)$$

в якому sp означає слід матриці, $\mathcal{R}(s)=R_{0*}(s)R_0(s)$, індекс "*" відповідає операції транспонування і заміні аргумента s на -s, а F(s) - матриця передаточних функцій системи рівнянь (1)-(3), що визначає зв'язок між спектральними зображеннями змінних системи, зовнішніх збурень і похибок вимірювань

$$\begin{vmatrix}x(s)\\u(s)\end{vmatrix}=F(s)\begin{vmatrix}\psi(s)\\\varphi(s)\end{vmatrix}, \qquad F(s)=\begin{vmatrix}(P-MWT)^{-1} & (P-MWT)^{-1}MW\\ WT(P-MWT)^{-1} & W+WT(P-MWT)^{-1}MW\end{vmatrix}.$$

Процедура мінімізації функціоналу (5) на множині стійких (що не мають полюсів в правій півплощині) матриць передаточних функцій

F здійснюється з урахуванням отриманих із системи равнянь (1)-(3) рівностей (E_n - n-вимірна одинична матриця)

$$\begin{Vmatrix} P & -W \end{Vmatrix} F = \begin{Vmatrix} E_n & 0 \end{Vmatrix}, \qquad F \begin{Vmatrix} P \\ -T \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} E_n \\ 0 \end{Vmatrix}$$

шляхом параметризації цієї множини за допомогою аналітичних разом з оберненими в правій півплощині матриць

$$Z=\begin{Vmatrix} P & -M \\ A & B \end{Vmatrix}, \qquad Y=\begin{Vmatrix} I & A_1 \\ -T & B_1 \end{Vmatrix} \tag{6}$$

у вигляді

$$F=Z^{-1}\begin{Vmatrix} P & A_1 \\ A & \Phi \end{Vmatrix} Y^{-1}, \tag{7}$$

де матриця Φ, вимірність якої дорівнює вимірності шуканої матриці передаточних функцій регулятора W, - деяка лінійна функція блочних елементів матриці передаточних функцій F. При цьому для матриці W у відповідності з параметризацією (7) отримуємо формули

$$W=[B+(AY_{11}+\Phi Y_{21})M]^{-1}(AY_{12}+\Phi Y_{22})=$$
$$=(Z_{21}A_1+Z_{22}\Phi)[B_1+T(Z_{11}A_1+Z_{12}\Phi)]^{-1}$$

(Z_{ij} та Y_{ij} - блочні елементи матриць Z^{-1} та Y^{-1}), що визначають параметризацію множини матриць передаточних функцій стабілізуючих регуляторів W множиною аналітичних в правій півплощині матриць Φ. Тепер процедура мінімізації функціоналу (5) методом Вінера-Хопфа на цій множині матриць Φ дає для неї зображення

$$\Phi=-H^{-1}K_+H_1^{-1},$$

що визначається за допомогою блочних елементів матриць

$$U=Z_*^{-1}\mathcal{R}Z^{-1}=\begin{Vmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{Vmatrix}, \qquad V=Y^{-1}\mathcal{S}Y_*^{-1}=\begin{Vmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{Vmatrix}$$

в результаті факторизацій

$$U_{22}=H_*H, \qquad V_{22}=H_1H_{1*} \tag{8}$$

(матриці H, H_1 і їх обернені є аналітичними в правій півплощині) і операції сепарації

$$H_*^{-1}(U_{21}PV_{12}+U_{22}AV_{12}+U_{21}A_1V_{22})H_{1*}^{-1}=K_++K_-,$$

де елементи матриці K_+ - цілі частини і правильні дроби з полюсами тільки в лівій півплощині, а елементи матриці K_- - правильні дроби з полюсами тільки в правій півплощині.

Із обчислювальної схеми реалізації запропонованого спектрального методу побудови матриці передаточних функцій оптимального регулятора випливає, що необхідними і достатніми умовами існування та єдиності розв'язку задачі є стабілізовність пари матриць P, M, та детектовність пари P, T (існування аналітичних в правій півплощині заданих формулами (6) матриць Z, Y та їх обернених), і додатна визначеність на уявній осі блочних елементів U_{22} і V_{22} матриць U та V, які визначають операції факторизації (8).

Перевірка цих умов та чисельний алгоритм реаліза. і операції параметризації (7) – алгоритм побудови матриць A, B і A_1, B_1, які забезпечують аналітичність в правій півплощині матриць Z, Z^{-1} та Y, Y^{-1}, здійснюється шляхом спеціальної факторизації двох матриць $\mathcal{H}$ та $\hat{\mathcal{H}}$ у вигляді

$$\mathcal{H}=\mathcal{V}_*\Sigma\mathcal{V}, \qquad \hat{}=\hat{\mathcal{V}}\hat{\Sigma}\hat{\mathcal{V}}_*,$$

де

$$\mathcal{H}=\begin{Vmatrix} 0 & P & -M \\ P_* & & \\ -M_* & & -\mathcal{R} \end{Vmatrix}, \qquad \mathcal{V}=\begin{Vmatrix} E_n & -\dot{S} & -D \\ 0 & P & -M \\ 0 & A & B \end{Vmatrix}, \qquad \Sigma=\begin{Vmatrix} 0 & E_n & 0 \\ E_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -E_m \end{Vmatrix},$$

$$\hat{\mathcal{H}}=\begin{Vmatrix} 0 & P_* & -T \\ P & & \\ -T & & -\mathcal{S} \end{Vmatrix}, \qquad \hat{\mathcal{V}}=\begin{Vmatrix} E_n & 0 & 0 \\ -\hat{S} & P & A_1 \\ -\hat{D} & -T & B_1 \end{Vmatrix}, \qquad \hat{\Sigma}=\begin{Vmatrix} 0 & E_n & 0 \\ E_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -E_r \end{Vmatrix}.$$

Розроблений в § 1.2 метод синтезу оптимальної системи стабілізації багатовимірного керованого об'єкту застосовується в § 1.3 у випадку, коли результати вимірювань координат об'єкту є вихідною змінною системи лінійних диференційних рівнянь

$$T_0 y(t)=T_1 x(t)+\varphi(t),$$

які описують динаміку вимірювального пристрою. За допомогою впровадження розширених векторів координат об'єкту $\tilde{x}=\|x \;\; y^T\|^T$, збурень $\tilde{\phi}=\|\phi^T \; \varphi^T\|^T$ та фіктивного "білого шуму" $\tilde{\varphi}$ нульової інтенсивності в каналах вимірювань для знаходження матриці передаточних функцій оптимального регулятора використовуються кінцеві результати § 1.2. Показано, що відомі підходи по параметризації множин передаточних функцій замкненого об'єкту є частинними випадками запропонованого в роботі методу параметризації.

Для знаходження розв'язку сформульованої в § 1.2 задачі синтезу оптимальної системи стабілізації в § 1.4 пропонується модифікація спектрального методу синтезу, яка базується на використовуваній в методі просторів стану теоремі про розподілення і дозволяє синтезувати систему керування шляхом побудови рівняння фільтра, що формує оптимальну, в смислі мінімуму середньоквадратичної похибки, оцінку вектора координат об'єкту в усталеному стані.

В § 1.5 запропонований метод застосовується при синтезі передаточної функції регулятора для одноосного гіростабілізатора на поплавковому гіроскопі, диференційні рівняння руху якого при заданих динамічних характеристиках платформи, гіроскопа та двигуна з редуктором мають вигляд

$$Ad^2\alpha/dt^2-Hd\beta/dt-n[k_d u+s_d n(d\theta/dt-d\alpha/dt)]-n^2Id^2\theta/dt^2=\phi,$$

$$Bd^2\beta/dt^2+Cd\beta/dt+Hd\alpha/dt=0,$$

де α - кут повороту корпусу пристрою навколо осі стабілізації, β - кут прецесії гіроскопа, θ - кут нахилу основи, u - напруга, що подається на двигун, ϕ - збурюючий момент відносно осі стабілізації.

Розглядаючи роботу гіростабілізатора в умовах нерегулярних коливань, коли кут нахилу основи θ- нормальний стаціонарний випадковий процес, синтез системи стабілізації (побудова передаточної функції підсилювача вихідної напруги датчика кута прецесії) здійснюється шляхом мінімізації функціоналу $I=r^2\langle\beta^2\rangle+\langle u^2\rangle$ з метою досягнення розумного компромісу між вимогами мализни середньоквадратичного значення кута прецесії гіроскопа та припустимим рівнем величини напруги, що подається на двигун.

Передаточна функція оптимального регулятора має вигляд

$$w=-[p_\theta l_\beta n_\beta-n_\theta p_*(l_\beta-l_\theta)]/[p_\theta(p_\beta+l_\beta+n_\beta)-n_\theta(p_*+l_\theta)],$$

де p_β і p_θ - поліноми другого порядку, а p_* - першого, коефіцієнти яких визначаються динамічними характеристиками приладу і частотними характеристиками зовнішніх збурень, а поліноми першого порядку l_β, l_θ та n_β, n_θ знайдені в результаті розв'язку задачі синтезу. Показано, що при достатньо великих значеннях вагового множника r в функціоналі якості та малій інтенсивності шумів вимірювань передаточна функція регулятора зниженого порядку $w^0=-l_\beta n_\beta/(p_\beta+l_\beta+n_\beta)$ забезпечує близькі до оптимальних характеристики гіростабілізатора.

Використовуючи теорію інтеграла Фур'є та апарат цілих, що фізично реалізуються (в смислі Вінера), функцій, в § 1.6 спектральний метод синтезу застосовується до об'єктів, що мають запізнювання в керуваннях і спостереженнях. В замкненому вигляді отримано розв'язок задач синтезу системи оптимальної стабілізації та формуючого оцінку вектора стану фільтра д... об'єктів, поведінка яких опи су...ться диференційними рівняннями

$$dx(t)/dt=Fx(t)+Gu(t-\tau)+\phi(t)$$

при вимірюваннях

$$y(t)=Tx(t-h)+\varphi(t).$$

Показано, що при $R=const$ і $S=const$ рівняння регулятора

$$u(t)=-Le^{F\tau}\hat{x}(t)-L\int_{t-\tau}^{t}e^{F(t-s)}Gu(s)ds,$$

та фільтра

$$d\hat{x}(t)/dt=F\hat{x}(t)+Gu(t-\tau)+e^{Fh}Nw(t),$$

$$w(t)=y(t)-T\hat{x}(t-h)-T\int_{t-h}^{t}e^{F(t-s)}Nw(s)ds,$$

в яких сталі матриці L та N - матричні коефіцієнти в рівняннях регулятора та фільтра при відсутності загаювань, забезпечують в усталеному стані мінімум функціоналу (4).

В § 1.7 запропонований спектральний метод застосовується при синтезі систем оптимальної стабілізації та визначення оцінок усталеного стану дискр...них систем. За допомогою спектрального параметра $z=e^{-i\omega}$ розв'язання задач синтезу зводиться до схеми, що аналогічна випадку неперервного часу, а факторизація та сепарація відповідних матриць виконується не відносно уявної осі, а відносно одиничного кола.

В § 1.8 наводиться розв'язок лінійної квадратичної гауссової задачі стабілізації дискретної системи, поведінка якої описуєт...я лінійними періодичними скінченно-різницевими рівнянн...и в нормальній формі. Керуючий вплив в заданий дискретний момент розшук...ється за допомогою лінійних вимірювань вектора стану, які передують цьому моменту, що обумовлене врахуванням часу обробки інформації та побудови керуючого сигналу. Будується фільтр, що формує на основі цих вимірювань оптимальну оцінку вектора стану в усталеному режимі (система асимптотичної оцінки), знаходиться закон керування у вигляді лінійної функції цієї оцінки, а періодичні матричні коефіцієнти фільтра та регулятора визначаються послідовностями ма...иць $S(i)$ та $P(i)$, що задовольняють стандартні рекурентні співвідношення з крайовими умовами, які є розв'язками відповідних дискретних алгебраїчних рівнянь Ріккаті.

§ 1.9 присвячений питанням розробки алгори...му факторизац... матричних поліномів - найбільш трудомісткій з обчислювальної точки зору опера... і при практичній реалізації спектрального методу. Про понується алгоритм факторизації матричного поліному, що базується на зведенні цієї задачі до розв'язання такого алгебраїчного матричного рівняння Ріккаті, при розв'язуванні якого ефективно застосовується ітераційний процес методу Ньютона. Реалізація запропонованого підходу при факторизації скалярного поліному 2n-I степені $\mathcal{H}(s)=(-1)^n s^{2n}+u_1 s^{2n-2}+\ldots+u_{n-1}s^2+u_n$ у вигляді $\mathcal{H}(s)=H(s)H_*(s)$, де $H(s)=s^n+a_1 s^{n-1}+\ldots+a_{n-1}s+a_n$ - гурвіців поліном, зводиться до побудови послідовності векторів a_k ($a_\infty = a = |a_1\ a_2\ \ldots\ a_n|^T$), елементи яких є розв'язками системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$G_1(a_k)I_0 a_{k+1}=\frac{1}{2}u+\frac{1}{2}G_0(a_k)a_k,$$

де $u=|u_1\ u_2 \ldots u_n|^T$, $I_0=diag((-1)^{n-1}, (-1)^{n-2}, \ldots, -1, 1)$, а матриця $G_1(a_k)$ - матриця Гурвіца, тобто невиродженою, якщо елементи вектора a_k визначають гурвіців поліном.

Основним напрямом досліджень **другої** глави є проблема, що являється базовою при розв'язуванні ряду задач інерціальної навігації. Розглядається задача визначення орієнтації твердого тіла за результатами вимірювань вектора його кутової швидкості в проекціях на осі зв'язаної з тілом системи координат (інформація від датчиків кутової швидкості) та інформації про проекції на ці осі вектора, стан якого відомий в інерціальній системі координат (наприклад, показання астродатчиків або магнітометра). При такій інформаційній структурі задачі, базуючись на динамічній моделі, яка описує рух твердого тіла, що являє собою космічний літальний апарат, запропонований Калманом метод оптимальної фільтрації дозволяє, користуючись результатами вимірювань, отримати лінійні оцінки параметрів стану об'єкту. Тут слід зазначити, що використання динамічних рівнянь як моделі руху космічного літального апарату приводить до певних труднощів при побудові оцінок, оскільки збурюючі моменти (зовнішні та внутрішні), як правило, точно невідомі, що приводить до суттєвих невизначеностей моделі. Цих труднощів можна уникнути, якщо використовувати тільки кінематичні рівняння. Проте і в цьому випадку виникають особливості, що зв'язані з нелінійністю результатів вимірювань. Разом з цим розв'язок задачі визначення орієнтації за допомогою алгоритму, що базується на методах теорії оптимальної фільтрації (після лінеаризації задачі), не завжди забезпечує стійкість процесу отримання оцінки. В главі розглядається варіант цієї задачі, що формулюється в термінах визначення оцінок параметрів Родріга-Гамільтона.

В § 2.1 викладені деякі результати класичної теорії руху твердого тіла навколо нерухомої точки та ряд векторно-матричних рівностей, які задовольняє вектор параметрів Родріга-Гамільтона.

В § 2.2 досліджуються питання синтезу фільтра Калмана-Бьюсі, який формує оцінку вектора малого повороту, що визначає похибку інтегрування кінематичних рівнянь. Показано, що у випадках, коли вимірювальний вектор, напрямок якого відомий в інерціальній системі координат,має малу кутову швидкість або малі похибки вимірювань цього вектора, при реалізації фільтра спостерігається втрата стійкості обчислювального процесу. В зв'язку з цим пропонується підхід по синтезу субоптимального фільтра, який не потребує процедури інтегрування рівняння Ріккаті і при реалізації якого не виникає чисельна нестійкість в обумовлених випадках. Структура цього субоптимального фільтра аналогічна структурі оптимального дискретного фільтра, а матричний коефіцієнт підсилення будується за тим же законом шляхом заміни коваріаційної матриці похибки оцінки матрицею, пропорційною одиничній з коефіцієнтом, рівним оцінці максимального власного значення цієї коваріаційної матриці. Досліджуються точносні властивості та стійкість цього фільтра.

В § 2.3 наводиться розв'язок задачі визначення локальної орієнтації твердого тіла за результатами вимірювань проекцій (поданих векторами $k_1, k_2, \ldots, k_n$) на осі зв'язаної з тілом системи координат заданих в нерухомій системі векторів $m_1, m_2, \ldots m_n$ при відомій апріорній оцінці орієнтації тіла. Для розв'язку задачі використовується апарат параметрів Родріга-Гамільтона. Шукана оцінка орієнтації твердого тіла знаходиться у вигляді вектора параметрів Родріга-Гамільтона λ^*, що визначає поворот нерухомої системи координат до співпадання з рухомою, шляхом мінімізації функціоналу

$$I=\alpha \sin^2\hat{\varphi}/2+\sum_{i=1}^{n}\beta_i|k_i-k_i^*|^2,$$

в якому α та β_i - додатні вагові множники, $\hat{\varphi}$ - кут повороту твердого тіла з положення, заданого апріорною оцінкою λ^0, в положення, що визначається шуканою оцінкою λ^*, $k_i^*=A(\lambda^*)m_i$ - оцінка результату вимірювань (вектора k_i), $A(\lambda^*)$ - матриця перетворення координат, яка відповідає заданому вектором λ^* скінченному повороту тіла.

Оцінка орієнтації тіла знаходиться у вигляді вектора параметрів Родріга-Гамільтона λ^*, який є власним вектором, що відповідає максимальному власному значенню побудованої за результатами вимірювань симетричної матриці $H=2\alpha\lambda^0\lambda^{0T}+\sum_{i=1}^{n}\beta_i K(m_i,k_i)$.

У випадку вимірювань одного вектора отримано точний розв'язок задачі визначення локальної орієнтації твердого тіла. Ілюструється застосування методу для знаходження оцінки результату інтегрування кінематичних рівнянь із умови мінімуму квадрата норми нев'язки матриці перетворення координат.

Для розв'язку сформульованої в § 2.2 задачі визначення орієнтації твердого тіла в § 2.4 разроблений нелінійний дискретний алгоритм знаходження оцінок орієнтації тіла в параметрах Родріга-Гамільтона. Запропонований алгоритм фільтрації включає стандартну процедуру інтегрування кінематичних рівнянь та додаткову корекцію в задані дискретні моменти часу з використанням інформації про напрямок вимірювального вектора в заданий та передуючий йому моменти. Так, припускаючи, що вимірювальний вектор змінює напрямок в інерціальній системі координат, для отримання оцінки орієнтації тіла в момент часу t_{i+1} крім інформації про проекції вимірювального вектора в цей момент використовуються перепроектовані на віднесені до цього моменту осі рухомої системи координат результати вимірювань в момент часу t_i (за допомогою отриманої шляхом інтегрування кінематичних рівнянь матриці повороту рухомої системи координат за інтервал часу $\Delta t_i=t_{i+1}-t_i$) і для знаходження орієнтації твердого тіла використовується метод локальної орієнтації. При цьому за апріорну оцінку $\lambda^0(t_{i+1})$ приймається сума скінченних поворотів $\lambda^*(t_i)$ та результату інтегрування $\delta\lambda$ кінематичних рівнянь на інтервалі Δt_i, а отримана оцінка $\lambda^*(t_{i+1})=f(\lambda^*(t_i),k(t_i),k(t_{i+1}))$ визначає рівняння нелінійного дискретного фільтру. Синтезований фільтр у випадку малих похибок співпадає з алгоритмом § 2.2, що має калманівську структуру. Якщо похибка оцінки - скінченний вектор, то алгоритм є нелінійним і має некалманівську структуру. Досліджується працездатність цього фільтру при виникненні в процесі його функціонування скінченних похибок.

В § 2.5 проведено дослідження важливої в практичних застосуваннях задачі визначення орієнтації твердого тіла за результатами вимірювань проекцій на осі зв'язаної з тілом системи координат двох заданих в інерційній системі векторів при відсутності апріорної оцінки орієнтації твердого тіла. Застосувавши для розв'язання цієї задачі описаний в § 2.3 метод визначення локальної орієнтації твердого тіла, максимальне власне значення симетричної матриці Н знайдено у вигляді (φ_m та φ_k- кути між векторами m_1, m_2 та k_1, k_2)

$$\nu=(\beta_1^2+2\beta_1\beta_2\cos(\varphi_m-\varphi_k)+\beta_2^2)^{1/2},$$

а нормований власний вектор (шуканий вектор параметрів Родріга-Гамільтона), що відповідає цьому власному значенню, є при $m=m_1 \times m_2$ та $k=k_1 \times k_2$ будь-яким ненульовим нормованим стовпчиком матриці

$$\Lambda(\nu)=[E+K(m/|m|,k/|k|)][\nu E+\beta_1 K(k_1,m_1)+\beta_2 K(k_2,m_2)].$$

Досліджені похибки визначення орієнтації тіла. Припускаючи, що похибки вимірювань проекцій векторів k_1 і k_2 - незалежні випадкові величини з нормальним розподілом та дисперсіями σ_1^2 і σ_2^2, для дисперсії кута малого повороту, що відповідає кватерніону похибки визначення орієнтації твердого тіла, отримана формула

$$\langle\varepsilon^2\rangle=\frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2}{4\sin^2\varphi_m}+\frac{\beta_1^2\sigma_1^2+\beta_2^2\sigma_2^2}{4(\beta_1+\beta_2)^2}.$$

Із розв'язку задачі визначення ортогонального перетворення між двома базисами в n-вимірному евклідовому просторі для матриці перетворення координат, що визначає в сформульованій тут задачі орієнтацію твердого тіла, отримано явне її зображення у вигляді

$$A_*=\frac{1}{\sin^2\varphi_m}[k_1^*(m_2\times m)^T+k_2^*(m\times m_1)^T+k^*m^T],$$

де $$k_1^*=\frac{1}{\nu\sin\varphi_k}[(\beta_1\sin\varphi_k+\beta_2\sin\varphi_-)k_1+\beta_2\sin(\varphi_k-\varphi_m)k_2],$$

$$k_2^*=\frac{1}{\nu\sin\varphi_k}[\beta_1\sin(\varphi_k-\varphi_m)k_1+(\beta_2\sin\varphi_k+\beta_1\sin\varphi_m)k_2],\quad k^*=k_1^*\times k_2^*.$$

Демонструється застосування методу до задачі визначення скінченного повороту тіла за результатами вимірювань в початковий та кінцевий моменти часу координат трьох неколінеарних точок тіла.

В § 2.6 результати з дискретної оптимальної фільтрації використовуються при синтезі безплатформної інерціальної навігаційної системи, що передбачає побудову диференційних рівнянь, інтегрування яких на борту рухомого об'єкту дає оцінки параметрів його стану. Диференційні рівняння спостережника (фільтру), що описують поведінку оцінки $\hat\lambda$ визначення орієнтації твердого тіла в параметрах Родріга-Гамільтона, співпадають по формі з відповідними кінематичними рівняннями

$$d\hat\lambda/dt=\tfrac{1}{2}\Phi(\omega_0+u)\hat\lambda,$$

де ω_0- результат вимірювань вектора кутової швидкості тіла в проекціях на осі зв'язаної з ним системи координат, і в цих рівняннях за допомогою колінеарного похибці оцінки спостережника вектора

$$u=\sum_{s=1}^{n}\beta_s k_s\times A(\hat\lambda)m_s,$$

в якому β_s - додатні константи, k_s - результати вимірювань проекцій на осі зв'язаної з тілом системи координат заданих в інерціальній системі векторів m_s, здійснюється корекція вектора кутової швидкості тіла. За допомогою другого методу Ляпунова доведена стійкість процедури визначення оцінок орієнтації твердого тіла при вимірюваннях проекцій двох або більше векторів.

В важливому для практичних застосувань випадку вимірювань двох векторів, коли похибки вимірювань проекцій векторів ω_0, k_1 та k_2 - незалежні випадкові величини з нормальним розподілом та відомими дисперсіями, для коваріаційної матриці похибок оцінки спостерігача отримано явне її зображення. Методом математичного моделювання показано, що при мінімізації сліду цієї матриці на множині додатних параметрів β_s синтезований нелінійний фільтр приводить до похибок, власні значення коваріаційних матриць яких менші, ніж у аналогічних похибок лінійного калманівського фільтру.

В § 2.7 розглядається задача про приведення твердого тіла з довільними початковими умовами його стану в задану кутову орієнтацію. На відміну від відомих методів синтезу систем керування обертанням твердого тіла, які полягають в побудові зворотного зв'язку за компонентами вектора кутової швидкості та векторної частини кватерніону, в роботі закон керування формується з нелінійної складової, що компенсує власний момент гіроскопічної взаємодії, та лінійного зворотного зв'язку по компонентам векторної частини кватерніону і його похідної, яка є нелінійною функцією кватерніону та вектора кутової швидкості твердого тіла.

За допомогою другого методу Ляпунова показано, що глобальна стійкість процесу переорієнтації твердого тела в невагомості забезпечується при замиканні динамічних та кінематичних рівнянь руху тіла вектором керуючих моментів

$$u=\omega\times I\omega+\mathrm{sign}(q_0)I(Kdq/dt+Lq),$$

де K та L - сталі додатно означені симетричні матриці, I - матриця моментів інерції, ω - вектор кутової швидкості тіла в проекціях на зв'язані з ним осі, q_0 і q - скалярна та векторна частини нормованого кватерніону розбіжності між поточним та бажаним кінцевим кутовими положеннями твердого тіла. Показано, що в порівнянні з іншими алгоритмами синтезу запропонований підхід при виконанні плоского повороту твердого тіла зменшує час його переорієнтації.

Основні положення дисертації опубліковані в наступних роботах:

1. *Алиев Ф.А., Ларин В.Б., Науменко К.И., Сунцев В.Н.* Оптимизация линейных инвариантных во времени систем управления.- Киев: Наук. думка, 1978.- 328 с.
2. *Ларин В.Б., Науменко К.И.* Об интегрировании кинематических уравнений в параметрах Родрига-Гамильтона// Навигация и управление.- Киев: Ин-т математики АН УССР, 1982.- С.62-71.
3. *Ларин В.Б., Науменко К.И.* Об определении ориентации твердого тела//Изв.АН СССР. Механика твердого тела.-1983.-№ 3.-С.24-32.
4. *Ларин В.Б., Науменко К.И.* О субоптимальной фильтрации в задачах определения ориентации твердого тела// Там же. - 1987. - № 1.- С.32-41.
5. *Ларин В.Б., Науменко К.И., Сунцев В.Н.* Оптимальная стабилизация нескольких координат объекта одним управляющим воздействием// Докл. АН СССР.- 1971.- 198, № 2.- С.307-309.
6. *Ларин В.Б., Науменко К.И., Сунцев В.Н.* Спектральные методы синтеза линейных систем с обратной связью.- Киев: Наук. думка, 1971.- 140 с.
7. *Ларин В.Б., Науменко К.И., Сунцев В.Н.* Синтез оптимальных линейных систем стабилизации//Докл. АН СССР.- 1972.- 204, № 2.- С.306-308.
8. *Ларин В.Б., Науменко К.И., Сунцев В.Н.* Синтез оптимальных линейных систем с обратной связью.-Киев:Наук.думка, 1973.-152 с.
9. *Науменко К.И.* Синтез оптимальных линейных систем при наличии запаздывания в управлении//Мат.физика.- 1975.-Вып. [illegible].-С.5?-57.
10. *Науменко К.И.* Оптимальная стабилизация линейных систем с запаздываниями в управляющих воздействиях// Там же. - 1978.-Вып. 23.- С.21-32.
11. *Науменко К.И.* Стабилизация горизонтального движения двуногого шагающего аппарата при неполной информации.- Киев, 1978.- 44с. -(Препр./ АН УССР. Ин-т математики; 78.31).
12. *Науменко К.И.* Оптимальная стабилизация линейных систем с запаздываниями в управляющих воздействиях// Проблемы устойчивости движения, аналитической механики и управления движением.- Новосибирск: Наука, 1979.- С.211-218.
13. *Науменко К.И.* Управление горизонтальным движением двуногого шагающего аппарата при неполной информации// Мат. физика.- 1980.- Вып. 28.- С.29-33.

14. *Науленко К.И.* Спектральные методы определения оптимальных оценок состояния и стабилизации линейных систем. - Киев, 1981. - 48 с.-(Препр./ АН УССР. Ин-т математики; 81.55).
15. *Науленко К.И.* Локальный метод определения ориентации твердого тела//Навигация и управление. - Киев: Ин-т математики АН УССР, 1982.- С.121-128.
16. *Науленко К.И.* Об определении ориентации твердого тела в параметрах Родрига-Гамильтона//Мат. физика.-1982.-Вып.32.-С.48-52.
17. *Науленко К.И.* О локальном методе определения ориентации твердого тела// Системы навигации и управления.- Киев: Ин-т математики АН УССР, 1983.- С.17-25.
18. *Науленко К.И.* Оптимальные оценки состояния и стабилизации линейных систем//Мат. физика.- 1983.- Вып. 33.- С.21-25.
19. *Науленко К.И.* Оценка установившихся состояний и оптимальная стабилизация линейных систем//Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. - 1984.- № 1.- С.51-58.
20. *Науленко К.И.* О применении параметров Родрига-Гамильтона для определения ориентации твердого тела//Моделирование и управление движением системы твердых тел. - Киев, 1984. - С.56-63. (Препр./АН УССР. Ин-т математики; 84.6).
21. *Науленко К.И.* Наблюдение и управление движением динамических систем.- Киев: Наук. думка, 1984.- 208 с.
22. *Науленко К.И.* Об определении оценок угловой ориентации корпуса шагающего аппарата// Управление движением шагающего аппарата.- Киев, 1985.- С.48-62.-(Препр./АН УССР. Ин-т математики; 85.1).
23. *Науленко К.И.* Определение оценок угловой ориентации корпуса шагающего аппарата//Мат. физика и нелинейн. механика. - 1986.- Вып. 6 (40).- С.36-42.
24. *Науленко К.И.* Об оптимальном ортогональном преобразовании// Укр. мат. журн.- 1987.-39, № 2.- С.255-257.
25. *Науленко К.И.* Применение методов оптимальной фильтрации при синтезе систем гиростабилизации// Материалы XVI МНТК памяти Н.Н.Острякова.-ЦНИИ "Румб", 1989.-С.169.
26. *Науленко К.И.* Определение локальной ориентации твердого тела/ Фильтрация и управление в механических системах.- Киев: Ин-т математики АН УССР, 1991.- С.50-58.
27. *Науленко К.И.* Нелинейная дискретная фильтрация в задаче определения ориентации// Материалы XVII МНТК памяти Н.Н.Острякова.-НПО "Азимут", 1991.-С.144.

28. *Науменко К.И.* Синтез системы управления ориентацией твердого тела// Устойчивость и управление в механических системах.- Киев: Ин-т математики АН Украины, 1992.- С.27-36.
29. *Науменко К.И.* Синтез систем оптимальной стабилизации методом Винера-Хопфа.- Киев, 1992.- 40 с.- (Препр./ АН Украины. Ин-т математики; 92.26).
30. *Науменко К.И.* Синтез непрерывного нелинейного наблюдателя при определении оценок ориентации твердого тела.-Киев, 1993.-12с.- (Препр./ АН Украины. Ин-т математики; 93.21).

Підп. до друку 22.02.94. Формат 60×84/16. Папір друк. Офс. друк.
Умов. друк. арк. 1,16. Умов. фарб.-відб. 1,16. Обл.-вид.арк. 0,85.
Тираж 100 пр. Зам. 42 Безкоштовно.

Підготовлено і віддруковано в Інституті математики АН України
252601 Київ 4, ГСП, вул.Терещенківська, 3.