БЕЛОРУССКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени В.И.ЛЕНИНА

На правах рукописи

ГНЕЗДОВСКИЙ ЮРИЙ ЮРЬЕВИЧ

ЦЕЛЫЕ ФУНКЦИИ В РЕШЕНИЯХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ

01.01.02 - дифференциальные уравнения

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

МИНСК - 1994

Работа выполнена в Гродненском государственном
университете имени Янки Купалы

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук,
доцент В.Н.Горбузов

Официальные опоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Н.А.Лукашевич
кандидат физико-математических наук,
доцент В.В.Цегельник

Ведущее высшее учебное
заведение: Гомельский государственный университет

Защита диссертации состоится 17 мая 1994 года в 12 часов на заседании специализированного Совета К 056.03.10 по присуждению ученой степени кандидата физико-математических наук в Белоруском ордена Трудового Красного Знамени государственном университете им.В.И.Ленина по адресу : 220080,г.Минск, проспект Ф.Скорины, 4, главный корпус, ауд. 206.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белоруского государственного университета имени В.И.Ленина

Автореферат разослан " 17 " апреля 1994.

Ученый секретарь
специализированого Совета
доцент
В.И.Корзюк

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. Данная работа относится к аналитической теории обыкновенных дифференциальных уравнений. По используемым методам и полученным результатам диссертация является научным исследованием по проблеме существования у алгебраических дифференциальных уравнений и систем решений специальных видов.

Так для алгебраических дифференциальных уравнений исследуются существование и свойства параметрических решений с целыми составляющими (алгебраическими и трансцендентными). Для систем алгебраических дифференциальных уравнений определяются асимптотические характеристики роста целых решений.

Несмотря на то, что целые решения алгебраических дифференциальных уравнений рассматриваются уже несколько десятилетий и в данном направлении получено ряд существенных результатов, эта проблема всё ещё далека от завершения.

Отличительной особенностью данной диссертации от исследований других авторов является то, что поставленные задачи решаются для алгебраических дифференциальных уравнений и систем общего вида, в то время как ранее аналогичные задачи решались для дифференциальных уравнений специальных видов.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ. Изучение свойств параметрических решений с целыми составляющими у алгебраических дифференциальных уравнений, а также целых решений у систем алгебраических дифференциальных уравнений.

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ. В работе используются общие методы теории функции комплексного переменного, теории максимального члена Вимана-Валирона, метод ломаных Ньютона.

НАУЧНАЯ НОВИЗНА. В диссертации для алгебраических дифференциальных уравнений установлены асимптотические свойства параметрических решений с целыми составляющими, как-то, характеристики роста (порядок целой трансцендентной составляющей и степень полиномиальной составляющей), выполнено построение полиномиальных составляющих параметрических решений на основе разработанного структурного метода и определены достаточные условия их нахождения.

Для систем алгебраических дифференциальных уравнений получены достаточные условия отсутствия целых решений (алгебраических и трансцендентных), определены нижние и верхние границы для степеней полиномиальных и порядков роста целых трансцендентных составляющих.

Приведенные в работе результаты являются новыми.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ПРАКТИЧЕСКАЯ ЦЕННОСТЬ. Диссертация носит теоретический характер. Ее результаты могут быть использованы в аналитической теории дифференциальных уравнений, применяться в конкретных исследованиях по нахождению параметрических решений с целыми составляющими. Также полученные в диссертации результаты могут служить материалом для чтения спецкурса по аналитической теории дифференциальных уравнений.

АПРОБАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ. Результаты диссертации докладывались на Белорусских республиканских конференциях(Минск, 1988г., Гродно, 1988 г., 1992 г.), на межрегиональной конференции по функционально-дифференциальным уравнениям (Махачкала, 1991 г.), научном семинаре Гродненского госуниверситета им. Я.Купалы

СТРУКТУРА И ОБЪЕМ РАБОТЫ. Работа выполнена на 115 страницах машинописного текста и состоит из введения, двух глав и списка цитируемой литературы, включающего 124 наименования.

ПУБЛИКАЦИИ. Основные результаты опубликованы в работах [1 -11].

НА ЗАЩИТУ ВЫНОСЯТСЯ СЛЕДУЮЩИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ:

1) Свойства параметрических решений с полиномиальными составляющими алгебраических дифференциальных уравнений: нахождение степеней параметрических решений с полиномиальными составляющими; установление границ изменения степеней полиномиальных составляющих; построение параметрических решений с полиномиальными составляющими структурным методом.

2) Свойства параметрических решений алгебраических дифференциальных уравнений с целыми составляющими, одна из которых трансцендентная функция, а вторая - полином.

3) Свойства целых решений систем алгебраических дифференциальных уравнений: определение границ изменения степеней полиномиальных решений; установление порядков роста целых трансцендентных составляющих решений.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дается краткий обзор работ по теме диссертации, а также коротко излагаются основные результаты, полученные в диссертации.

В первой главе расматривается алгебраическое дифференциальное уравнение

$$\sum_{i=0}^{N} B_i(z) \prod_{j=0}^{l} \left\{ w^{(j)} \right\}^{\pi_{ji}} = 0, \qquad (I)$$

где π_{ji} – целые неотрицательные числа, $B_i(z) = \beta_i z^{b_i} + \ldots,\ \beta_i \neq 0$.

Основная задача первой главы – определение возможных степеней полиномиальных составляющих и порядков роста целых трансцендентных составляющих параметрического решения

$$z = z(t),\ w = w(t). \qquad (2)$$

В первом параграфе вводятся понятия функций степени $S_i(m,n)$ и функций коэффициента $K_i(m,n,\alpha_m,\gamma_n)$, где $m = \deg z(t)$, $n = \deg w(t)$, α_m, γ_n – коэффициенты старших членов полиномов $z(t)$ и $w(t)$, соответственно. Это позволяет параметрические решения (2) с полиномиальными составляющими подразделить на два класса: с особой и неособой степенью (m,n). А в зависимости от порядка l определение характеристик роста $\frac{n}{m}$ распадается на два случая: $\frac{n}{m} \neq s, s = \overline{1,l-1}$, $\frac{n}{m} = s, s \in (1,\ldots,l-1)$.

Так для решений (2) с неособой степенью при $\frac{n}{m} \neq s, s = \overline{1,l-1}$, справедлива

Теорема I. *Уравнение* (I) *может иметь решения* (2) *степени* (m,n), $\frac{n}{m} \neq s, s = \overline{1,l-1}$ *лишь такие, что* $\frac{n}{m}$ *содержится в наборе*

$$\left\{ \frac{(b_i - m_i) - (b_p - m_p)}{\varkappa_p - \varkappa_i} \right\},\ i = \overline{0,N},\ p = \overline{0,N},\ i \neq p,\ \varkappa_i \neq \varkappa_p, \qquad (3)$$

где $\varkappa_i = \sum_{j=0}^{l} \pi_{ji}$, $m_i = \sum_{j=0}^{l} j\,\pi_{ji}$, *причем в набор входят лишь положительные числа, неравные* s.

Исходя из того, что значения функций степени в точке (m,n) хотя бы двух членов уравнения (I) должны не только совпадать, но и быть наибольшими, накладываются ограничения на элементы, входящие в набор (3).

Аналогичные утверждения доказываются для неособых степеней, когда $\frac{n}{m} = s, s \in (1,\ldots,l-1)$.

Подобный подход положен в основу рассуждений, когда устанавливаются асимптотические характеристики для особых степеней (m,n). Причём эти характеристики находятся не из наборов вида (3), а являются корнями алгебраических уравнений, составленных на основе функций коэффициента K_i (в диссертации это теоремы I.I.3 - I.I.4Б).

Во втором параграфе рассматривается подход, когда на основе асимптотической формулы, представляющей производную явно заданной функции через её параметрическое задание с полиномиальными составляющими, определяются границы, в которых расположены асимптотические характеристики $\frac{n}{m}$ и их аналоги.

Эти границы устанавливаются в зависимости от каждого члена уравнения (I). Поэтому, рассматривая последовательно каждый член уравнения, всякий раз происходит переопределение границ, а в итоге их уточнение. Границы устанавливаются в зависимости от параметров, входящих в задание уравнения (I), и зависят от выбранного члена уравнения. Доказанные здесь теоремы обладают алгоритмом, что позволяет легко ими пользоваться в практических целях. Основные результаты этого метода составляют теоремы I.I.2 - I.I.5 диссертации.

Третий параграф посвящён построению параметрических решений с полиномиальными составляющими уравнения (I) структурным методом. Для этого уравнение (I) рассматривается в виде

$$\sum_{i=0}^{T} A_i(z) F_i\left[z, w, \ldots, w^{(\lambda_i)}\right] = 0, \tag{4}$$

где A_i и F_i – полиномы своих аргументов, и

$$\begin{gathered} ma_\eta + f_\eta(m,n) < ma_r + f_r(m,n) = ma_p + f_p(m,n),\ \eta = \overline{0,T}, \\ r \neq \eta,\ p \neq \eta,\ r \in \{0,\ldots,T\},\ p \in \{0,\ldots,T\}, \end{gathered} \tag{5}$$

$a_i = deg\, A_i(z)$, $f_i(m,n) = deg\, F_i(t; z(t), w(t))$, и кроме того

$$F_k\left[z, w, \ldots, w^{(\lambda_i)}\right] = \mathfrak{L}^{l}\left[z, w, \ldots, w^{(\gamma)}\right] \mathfrak{K}_k^{\delta}\left[z, w, \ldots, w^{(d_k)}\right], \tag{6}$$

Основной результат составляет

Теорема 2. *Уравнение* (4) *при* (6) *может иметь решение* (2), *степени составляющих которого удовлетворяют* (5), *если оно является решением уравнения*

$$\mathfrak{L}\left[z, w, \ldots, w^{(\gamma)}\right] = 0,$$

или решением хотя бы одного из уравнений

$$\mathfrak{R}_\rho\left[z, w, \ldots, w^{(d_\rho)}\right] - \varepsilon_t S(z)\mathfrak{R}_r\left[z, w, \ldots, w^{(d_r)}\right] =$$

$$= \varepsilon_t R\left[z, w, \ldots, w^{(\xi)}\right], \; t = \overline{1,\delta},$$

где ε_t *суть корни уравнения* $\varepsilon^\delta = 1$, $R\left[z, w, \ldots, w^{(\xi)}\right]$ *- некоторый полином, степень которого определяется в зависимости от* n, m, a_i, f_i.

Указанный метод построения параметрических решений апробируется на дифференциальных уравнениях специальных видов, при этом указываются как необходимые, так и достаточные условия наличия таких решений.

В параграфе четвёртом изучаются свойства решений (2) в случае, когда одна составляющая является полиномом, а вторая - целой трансцендентной функцией. Если $z(t)$ - полином степени m, а $w(t)$ - целая трансцендентная функция порядка ρ, то справедливы следующие теоремы.

Теорема 3. *Пусть выполняются условия* :

1) $\mathfrak{x}_0 = \ldots = \mathfrak{x}_p = \mathfrak{x}, \; \mathfrak{x} > \mathfrak{x}_\eta, \; 0 \le p \le N, \; \eta = \overline{p+1,N}$;

2) $\mathfrak{m}_0 = \ldots = \mathfrak{m}_h = \mathfrak{m}, \; \mathfrak{m} > \mathfrak{m}_\delta, \; 0 \le h \le p, \; \delta = \overline{h+1,p}$;

3) $\mathfrak{d}_0 = \ldots = \mathfrak{d}_\lambda = \mathfrak{d}, \; \mathfrak{d} > \mathfrak{d}_\tau, \; 0 \le \lambda \le h, \; \tau = \overline{\lambda+1,h}$;

4) $\mathfrak{d} - \mathfrak{m} \ge \mathfrak{d}_\delta - \mathfrak{m}_\delta, \; \delta = \overline{h+1,p}$;

5) $\sum\limits_{l=0}^{\lambda} \beta_l \ne 0$.

Тогда уравнение (I) *не имеет параметрических решений* (2), *где* $z(t)$ *- полином, а* $w(t)$ *- целая трансцендентная функция.*

Теорема 4. *Пусть выполняются условия:*

I) $\mathfrak{x}_0 = \ldots = \mathfrak{x}_p = \mathfrak{x}, \; \mathfrak{x} > \mathfrak{x}_\eta, \; 0 < p \le N, \; \eta = \overline{p+1,N}$;

2) $\mathfrak{m}_0 = \ldots = \mathfrak{m}_h = \mathfrak{m}, \; \mathfrak{m} > \mathfrak{m}_\delta, \; 0 \le h < p, \; \delta = \overline{h+1,p}$;

3) $\mathfrak{d}_0 = \ldots = \mathfrak{d}_\lambda = \mathfrak{d}, \; \mathfrak{d} > \mathfrak{d}_\tau, \; 0 \le \lambda \le h, \; \tau = \overline{\lambda+1,h}$;

4) *существует* $\delta \in \{h+1, \ldots, p\}$ *такой, что* $\mathfrak{d} - \mathfrak{m} < \mathfrak{d}_\delta - \mathfrak{m}_\delta$;

5) $\sum\limits_{l=0}^{\lambda} \beta_l \ne 0$.

Тогда уравнение (I) может иметь параметрические решения (2), где $z(t)$ - полином степени m, а $w(t)$ - целая трансцендентная функция порядка ρ, лишь такие, что

$$\frac{\rho}{m} \le \max_{\delta=\overline{h+1,p}} \left\{ \frac{(b-m)-(b_\delta - m_\delta)}{m_\delta - m} \right\}.$$

Теорема 5. *Пусть выполняются условия:*

$1)\ \varkappa_0 = \ldots = \varkappa_p = \varkappa,\ \varkappa > \varkappa_\eta,\ 0 < p \le N,\ \eta = \overline{p+1,N};$

$2)\ m_0 = \ldots = m_h = m,\ m < m_\delta,\ 0 \le h < p,\ \delta = \overline{h+1,p};$

$3)\ b_0 = \ldots = b_\lambda = b,\ b > b_\tau,\ 0 \le \lambda \le h,\ \tau = \overline{\lambda+1,h};$

$4)\ \sum_{l=0}^{\lambda} \beta_l \ne 0.$

Тогда уравнение (I) может иметь параметрические решения (2), где $z(t)$ - полином степени m, а $w(t)$ - целая трансцендентная функция порядка ρ, лишь такие, что

$$\frac{\rho}{m} \ge \min_{\delta=\overline{h+1,p}} \left\{ \frac{(b-m)-(b_\delta - m_\delta)}{m_\delta - m} \right\}.$$

Аналогичного характера теоремы доказываются в случае, когда $z(t)$- целая трансцендентная функция, $w(t)$ - полином. Здесь в основу положен аналог асимптотической формулы Вимана-Валирона для производных от (2) (леммы I.4.3 и I.4.4 в диссертации).

Пятый параграф носит прикладной характер и посвящается уравнениям P-типа. Так для третьего, четвертого, пятого и шестого уравнений Пенлеве получены условия наличия параметрических решений с полиномиальными составляющими на основе метода, разработанного в §I. Для уравнений третьего порядка специальных видов, характеризующихся тем, что в их совокупности содержатся уравнения P-типа, на основе метода границ, разработанного в §2, получены условия наличия решений (2) с полиномиальными составляющими.

Основной задачей второй главы является определение характеристик роста целых решений (алгебраических и трансцендентных) систем алгебраических дифференциальных уравнений

$$\sum_{i=0}^{N_j} A_{ij}(z) \prod_{k=1}^{M_{ij}} \prod_{\tau=1}^{n} \left\{ w^{(l_{\tau kij})} \right\}^{\pi_{\tau kij}} = 0, \; j = \overline{1,n}, \tag{7}$$

где $l_{\tau kij}$ и $\pi_{\tau kij}$ - целые неотрицательные числа, $A_{ij}(z) = $

$= a_{ij} z^{a_{ij}} + \ldots, \; a_{ij} \neq 0.$

В первом параграфе этой главы находятся степени полиномиальных решений системы (7) на основе метода границ, адаптированного на случай алгебраических дифференциальных систем. Основные результаты сформулированы в двух теоремах (теоремы 2.I.I и 2.I.2 диссертации). По методам доказательства и по структуре формулировки они схожи. Приведем одну из них.

Теорема 6. *Пусть для j-го уравнения системы (7) выполняются условия:*

$\varkappa_{r\theta j} = \varkappa_{rpj} = \ldots = \varkappa_{rp+\lambda_r j} > \varkappa_{rf_r j}, \; r \in \{1,\ldots,n\},$

$0 \le p \le N_j, \; \theta = \overline{0,p-1}, \; f_r = \overline{p+\lambda_r+1, N_j};$

$\varkappa_{\tau pj} = \ldots = \varkappa_{\tau p+\lambda_\tau j}, \; 0 \le \lambda_\tau \le \lambda_r, \; \tau = \overline{1,n}, \; \tau \neq r;$

$a_{pj} - m_{pj} > a_{lj} - m_{lj}, \; l = \overline{p+1,p+\lambda}, \; \lambda = \min\{\lambda_\tau : \tau = \overline{1,n}\}.$

Тогда относительно существования полиномиальных решений $w_\tau = w_\tau(z)$ справедливы следующие утверждения:

I) при $p = 0$, $\lambda = N_j$ решений нет.

2) при $p = 0$, $\lambda < N_j$ степени m_τ могут быть лишь такими, что выполняется хотя бы одно из неравенств

$$\sum_{\tau=1}^{n} (\varkappa_{\tau\eta j} - \varkappa_{\tau pj}) m_\tau \ge (a_{pj} - m_{pj}) - (a_{\eta j} - m_{\eta j}), \; \eta = \overline{\lambda+1, N_j}. \tag{8}$$

3) при $0 < p \le N_j$, $\lambda = N_j - p$ степени m_τ могут быть лишь такими, что выполняется хотя бы одно из неравенств

$$\sum_{\tau=1}^{n} (\varkappa_{\tau\theta j} - \varkappa_{\tau pj}) m_\tau \ge (a_{pj} - m_{pj}) - (a_{\theta j} - m_{\theta j}), \; \theta = \overline{0,p-1}. \tag{9}$$

4) при $0 < p < N_j$, $\lambda < N_j - p$ степени m_τ, при которых выпол-

няются неравенства

$$\sum_{\tau=1}^{n}(æ_{\tau\eta j} - æ_{\tau p j})m_\tau < (a_{pj}-m_{pj})-(a_{\eta j}-m_{\eta j}),\ \eta = \overline{p+\lambda+1,N_j},$$

могут быть лишь такими, что выполняется хотя бы одно из неравенств (9).

5) *при* $0 < p < N_j$, $\lambda < N_j - p$ *степени* m_τ, *при которых выполняются неравенства*

$$\sum_{\tau=1}^{n}(æ_{\tau\theta j} - æ_{\tau p j})m_\tau < (a_{pj}-m_{pj})-(a_{\theta j}-m_{\theta j}),\ \theta = \overline{0,p-1},$$

могут быть лишь такими, что выполняется хотя бы одно из неравенств (8) *при* $\eta = \overline{p+1+\lambda,N_j}$,

где $\sum_{k=1}^{M_{ij}}\pi_{\tau kij} = æ_{\tau ij}$, $\sum_{k=1}^{M_{ij}} l_{\tau kij}\pi_{\tau kij} = m_{\tau ij}$, $\sum_{\tau=1}^{n} m_{\tau ij} = m_{ij}$.

Во втором параграфе второй главы, используя асимптотическую формулу представления производной целой функции через саму функцию, получены условия наличия и определены характеристики роста целых решений системы (7). При этом в силу выбора метода решения поставленной задачи по необходимости был введен в рассмотрение специальный класс $\mathcal{D}$ целых решений

$$w_\tau = w_\tau(z),\ \tau = \overline{1,n}, \tag{10}$$

системы (7)(см. определение в диссертации на с.93). Основной результат этого параграфа гласит следующее:

Теорема 7. *Пусть для j-го уравнения системы* (7) *выполняются условия:*

$$æ_{t_\sigma 0j} = \ldots = æ_{t_\sigma p_\sigma j},\ æ_{t_\sigma 0j} > æ_{t_\sigma f_\sigma j},\ 0 \le p_\sigma \le p_{\sigma-1},$$

$$f_\sigma = \overline{p_\sigma+1,p_{\sigma-1}},\ p_0 = N_j,\ \sigma = \overline{1,s};$$

$$æ_{t_\sigma 0j} \ge æ_{t_\sigma \eta_\sigma j},\ \eta_\sigma = \overline{p_{\sigma-1}+1,N_j},\ \sigma = \overline{1,s};$$

$$æ_{t_\delta 0j} = \ldots = æ_{t_\delta p_\delta j},\ 0 \le p_\delta \le p_{\delta-1} \le p_s,\ \delta = \overline{s+1,n};$$

$$\mathfrak{m}_{\iota_\sigma 0j} = \ldots = \mathfrak{m}_{\iota_\sigma \lambda_\sigma j},\ 0 \le \lambda_\sigma \le \lambda_{\sigma-1},\ \lambda_0 = p_n,\ \sigma = \overline{1,s};$$

$$a_{0j} - \mathfrak{m}_{0j} > a_{lj} - \mathfrak{m}_{lj},\ l = \overline{1,\lambda_s}.$$

Тогда система (7) может иметь целые решения (IO) класса D_s, где $w_{t_\sigma}(z)$ $\left[t_\sigma \in \{1,\ldots,n\},\ \sigma = \overline{1,s},\ 1 \le s \le n\right]$ - целые трансцендентные функции, а $w_{t_\delta}(z)$ $\left[t_\delta \in \{1,\ldots,n\},\ \delta = \overline{s+1,n},\ 1 \le s \le n\right]$ - полиномы, лишь такие, что порядки ord $w_{t_\sigma}(z) = \rho_{t_\sigma}$ и степени $\deg w_{t_\delta}(z) = m_{t_\delta}$ удовлетворяют хотя бы одному из неравенств

$$\sum_{\sigma=1}^{s}\left[\mathfrak{m}_{\iota_\sigma qj} - \mathfrak{m}_{\iota_\sigma 0j}\right]\rho_{\iota_\sigma} + \sum_{\delta=s+1}^{n}\left[\varkappa_{\iota_\delta qj} - \varkappa_{\iota_\delta 0j}\right]m_{\iota_\delta} \ge$$

$$\ge \left[a_{0j} - \mathfrak{m}_{0j}\right] - \left[a_{qj} - \mathfrak{m}_{qj}\right],\ q = \overline{\lambda_s+1,p_s}.$$

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОПУБЛИКОВАНЫ В СЛЕДУЮЩИХ РАБОТАХ:

I. *Гнездовский Ю.Ю.* Параметрические решения уравнений Пенлеве.- Материалы республиканской научно-практической конференции творческой молодежи " Актуальные проблемы информатики: математическое, програмное и информационное обеспечение " (3-6 мая 1988 года).- Минск: БГУ,1988.- С.134.

2. *Горбузов В.Н., Гнездовский Ю.Ю.* Рост параметрических полиномиальных решений алгебраических дифференциальных уравнений не выше второго порядка и неприводимых уравнений Пенлеве.- Минск: Ред. ж. " Дифференц. уравнения ", 1988.- 25с (Рукопись деп. в ВИНИТИ 4 ноября 1988 г., № 8847 - В88).

3. *Гнездовский Ю.Ю.* Алгебраические решения дифференциальных уравнений второго порядка.- Тезисы докладов научно-практической конференции " Научно - техническое творчество молодежи - вак-

ный фактор коммунистического воспитания и профессиональной подготовки высококвалифицированных специалистов ".(I2 - I4 декабря 1988 г.).- Гродно: ГрГУ, 1988.- С. 64 - 66.

4. *Горбузов В.Н., Гнездовский Ю.Ю.* Об алгебраических решениях обыкновенных дифференциальных уравнений.- Тезисы докладов третьей северо - кавказской региональной конференции по функционально - дифференциальным уравнениям и их приложениям.- Махачкала: ДГУ, 1991.- С.49.

5. *Гнездовский Ю.Ю.* Параметрические решения алгебраических дифференциальных уравнений.- 6 Конференция математиков Беларуси. (29 сентября - 2 октября 1992 г.).- Гродно: ГрГУ, 1992.- С.22.

6. *Гнездовский Ю.Ю.* По поводу параметрических решений алгебраических дифференциальных уравнений второго порядка.- Минск: Ред. ж. " Дифференц. уравнения ", 1992.- 23с (Рукопись деп. в ВИНИТИ 27.10.92, № 3087 - В92).

7. *Горбузов В.Н., Гнездовский Ю.Ю.* Целые трансцендентные решения алгебраических дифференциальных систем.- Минск: Ред. ж. " Дифференц. уравнения ", 1992.- 13с. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 27.10.92, № 3077 - В92).

8. *Горбузов В.Н., Гнездовский Ю.Ю.* Параметрические решения дифференциальных уравнений.- Гродно: Изд - во ГрГУ, 1993.- 107 с.

9. *Горбузов В.Н., Гнездовский Ю.Ю.* Целые трансцендентные решения алгебраических дифференциальных систем // Дифференц. уравнения.- 1993.- Т. 29, № 6.- С. 1064 - 1067.

10. *Горбузов В.Н., Гнездовский Ю.Ю.* Полиномиальные решения систем алгебраических дифференциальных уравнений // Вестник БГУ.- 1994, № 2.

11. *Гнездовский Ю.Ю.* Параметрические решения алгебраических дифференциальных уравнений// В сб. "Математические исследования". Вып. 2. - Гродно: Изд -во Гродненского госуниверситета, 1994. - С. 38 - 55.

Подписано в печать 12.04.1994 г. Формат 60 84/16. Бумага тип. 3
Печать офсетная. Тираж 100 экз. Заказ 20 .
Отпечатано на ротапринте Гродненского государственного университета им.Я.Купалы. 230023, г.Гродно, ул.Ожешко,22

ный фактор коммутативности [illegible] в [illegible] подготовки [illegible] (... - 14 декабря 1990 г.).- Гродно: ГрГУ, 1990.- С. 85 - 86.
4. Горбузов В.Н., [illegible] П.П. [illegible] решений [illegible] дифференциальных уравнений.- Тезисы докладов [illegible] [illegible] дифференциальных уравнений и их приложения.- [illegible]: ВГУ, 1991.- [illegible].
5. [illegible] П.П. Параметрические решения алгебраических дифференциальных уравнений [illegible] (23 сентября - [illegible]) [illegible] - Гродно: ГрГУ, 1992.- [illegible].
6. [illegible] П.П. [illegible] параметрических решений алгебраических дифференциальных уравнений первого порядка.- Минск: [illegible] "Дифференц. уравнения", 1992.- 20с (Рукопись деп. в ВИНИТИ [illegible], № [illegible]).
7. Горбузов В.Н., [illegible] П.П. [illegible] трансцендентные решения [illegible] дифференциальных систем.- Минск: Ред. ж. "Дифференц. уравнения", 1992.- 7 с. (Рукопись деп. в ВИНИТИ [illegible].10.92, № [illegible] - В92).
8. Горбузов В.Н., [illegible] П.П. Параметрические решения дифференциальных уравнений.- Гродно: Изд - во ГрГУ, 1993.- 107 с.
9. Горбузов В.Н., [illegible] П.П. Целые трансцендентные решения алгебраических дифференциальных систем // Дифференц. уравнения.- 1993.- Т. 29, № 6.- С. 1054 - 1057.
10. Горбузов В.Н., [illegible] П.П. [illegible] решения систем алгебраических дифференциальных уравнений // Вестник ВГУ.- 1994.- № 2.
11. [illegible] П.П. Параметрические решения алгебраических дифференциальных уравнений // В сб. "Математические исследования".- Вып. [illegible] - Гродно: Изд.-во Гродненского госуниверситета, 1994.- С. [illegible] - [illegible].

Подписано в печать [illegible].04.1994 г. Формат 60 84/16. Бумага тип. [illegible]
Печать офсетная. Тираж 100 экз. Заказ 20 .
Отпечатано на ротапринте Гродненского государственного
университета им.Я.Купалы. 230023, г.Гродно, ул.Ожешко,22