Харківський державний університет

На правах рукопису

Таран Євгеній Юрійович

СТРУКТУРНО-ФЕНОМЕНОЛОГІЧНА РЕОЛОГІЯ РОЗВЕДЕНИХ СУСПЕНЗІЙ

01.02.05 — механіка рідини, газу і плазми

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття вченого ступеня доктора фізико-математичних наук

Харків — 1994

Харківський державний університет

На правах рукопису

Таран Євгеній Юрійович

СТРУКТУРНО-ФЕНОМЕНОЛОГІЧНА РЕОЛОГІЯ РОЗВЕДЕНИХ СУСПЕНЗІЙ

01.02.05 — механіка рідини, газу і плазми

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття вченого ступеня
доктора фізико-математичних наук

Харків — 1994

Дисертація є рукопис.
Робота виконана в Київському університеті ім. Тараса Шевченка.

Офіційні опоненти:

доктор фізико–математичних наук, професор Асланов Сергій Костянтинович (Одеський державний університет);

доктор фізико–математичних наук, Регірер Сергій Аркадійович (Інститут механіки Московського державного університету);

доктор технічних наук, професор Ступін Олександр Борисович (Донецький державний університет).

Провідна установа: Інститут кібернетики АН України (м.Київ).

Захист відбудеться "10" VI 1994 року о 15 год. на засіданні спеціалізованої вченої ради по захисту докторських дисертацій Д02.02.03 в Харківському державному університеті за адресою: *310077 Харків, площа Свободи 4, ауд. 648.*

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Харківського державного університету.

Автореферат розісланий " 6 " V 1994 року.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої
ради

Єрмаков В.Г.

Анотація. У дисертаційній роботі одержано реологічні рівняння розведених суспензій жорстких дисперсних частинок [1].

Для побудови реологічних рівнянь розроблено підхід, названий структурно-феноменологічним, для якого є характерним:

— використання феноменологічної моделі структурного континуума з одним або двома внутрішніми параметрами — одиничним вектором, який характеризує орієнтацію частинок мікроструктури суспензії, і локальною похідною за часом від нього;

— знаходження феноменологічних сталих (або функцій) моделі теоретично з використанням результатів структурних теорій в'язкості суспензій.

При цьому розглядалися:

— розведені суспензії недеформівних одновісних симетричних і асиметричних дисперсних частинок у н'ютонівському дисперсійному середовищі;

— розведені суспензії недеформівних одновісних симетричних дисперсних частинок в аномальнов'язких і пружнов'язких нен'ютонівських дисперсійних середовищах;

— розведені суспензії недеформівних одновісних симетричних і асиметричних дисперсних частинок у нен'ютонівських ізотропних і анізотропних рідинах з внутрішніми ступенями вільності.

При побудові реологічних рівнянь враховувалась можливість впливу обертального броунівського руху і зовнішніх силових полів (електричного і магнітного) на орієнтацію дисперсних частинок і, як наслідок, на реологічну поведінку суспензій.

---

[1] Цим терміном охоплюються як суспензії у класичному розумінні - суміші рідин з твердими частинками, так і розчини деяких макромолекул штучного і біологічного походження, недеформовних у потоці, або розчини частинок надмолекулярної структури, наприклад, різних вірусів, дисперсна фаза яких моделюється у реології твердими частинками.

На основі одержаних рівнянь стану досліджується реологічна поведінка і особливості деяких течій суспензій, що розглядаються.

Актуальність теми. Розвиток реології суспензій і розчинів полімерів зумовлений їхнім широким використанням при виробництві пластмас і полімерів, скла і будівельних матеріалів, у гірничій справі, будівництві, медицині, біоніці і таке інше.

Реологічні методи набули значного поширення при проведенні фізичних і фізико-хімічних досліджень речовин.

Знання механічної поведінки розведених розчинів макромолекул, динаміки окремої макромолекули у градієнтному полі швидкості розчинника і (або) зовнішніх силових полів (електричного і магнітного) є необхідним при експериментальних дослідженнях структури і властивостей макромолекул, що досліджуються за допомогою реологічних методів вимірювання. Це відноситься, наприклад, до макромолекул біологічно активних полімерів — білків і нуклеїнових кислот, особливістю яких є сталість жорстких конформацій їхніх молекулярних ланцюгів.

Багато основних процесів у живій клітині (поділ, передавання ознак, мінливість) протікають на молекулярному рівні. Тому вивчення будови і функцій макромолекул білків і нуклеїнових кислот, а також живих надмолекулярних систем доклітковоі будови — вірусів — займає одне з центральних місць у сучасному природознавстві.

Основною задачею реології суспензій і розчинів полімерів є побудова їхніх реологічних рівнянь стану — рівнянь, які зв'язують тензор напружень у суспензії з кінематичними характеристиками течії. Для розв'язання цієї задачі звичайно використовується два альтернативні підходи — феноменологічний і структурний.

При феноменологічному підході суспензія або розчин моделюється суцільним середовищем (континуумом), не враховуючи явно їхні структурні особливості, або структурним континуумом, для описання мікроструктури в якому використовуються внутрішні макропараметри. Ці параметри характеризують деякі особливості мікроструктури, наприклад, орієнтацію і кутову швидкість недеформівних елементів мікроструктури.

Феноменологічні моделі дозволяють дістати досить загальні інваріантні залежності тензору напружень у суспензії, що тече, від кінематичних характеристик течії і внутрішніх параметрів у разі їх врахування. Але при цьому підході залишаються невизначеними реологічні сталі (реологічні функції) матеріалу, які входять до визначальних рівнянь моделі, вони повинні знаходитися експериментально.

Другий підхід — структурний — при прийнятих гідродинамічних моделях суспендованих частинок і дисперсійного середовища визначає реологічну поведінку розведених суспензій, виражаючи їхні макроскопічні властивості через осереднені мікроскопічні характеристики. Проте використання при цьому енергетичного методу Ейнштейна не дозволяє дістати реологічне рівняння стану таких суспензій, а лише їхню ефективну в'язкість у найпростіших течіях. Використання ж динамічного підходу Ландау дозволяє дістати реологічне рівняння стану лише в розведеній суспензії еліпсоїдів обертання у н'ютонівському дисперсійному середовищі.

Для знаходження реологічних рівнянь стану розведених суспензій у даній роботі пропонується новий підхід, названий структурно-феноменологічним, який об'єднує сильні сторони феноменологічного і структурного підходів. Структурно-феноменологічний підхід знаходження реологічних рівнянь розведених суспензій полягає в побудові цих рівнянь як феноменологічних рівнянь структурного континуума, які містять необхідне число внутрішніх мікропараметрів для описання поведінки суспендованих частинок; осереднення цього рівняння у просторі орієнтацій суспендованих частинок, що забезпечує зв'язок між орієнтацією суспендованих частинок і макрохарактеристиками суспензії і знаходження феноменологічних реологічних сталих (реологічних функцій), які містяться у визначальних рівняннях моделі, з використанням результатів чисто структурних реологічних теорій суспензій.

Метою роботи є:

— розробка структурно-феноменологічного підходу побудови реологічних рівнянь розведених суспензій жорстких одновісних симетричних і асиметричних дисперсних частинок у н'ютонівській, у нен'ютонівських ізотропних і в нен'ютонівській анізотропній рідинах з можливістю врахування обертального броунівського руху дисперсних частинок і зовнішніх силових полів (електричного і магнітного), які діють на орієнтацію дисперсних частинок;

— одержання реологічних рівнянь таких суспензій у рамках структурно-феноменологічного підходу і дослідження їхньої реологічної поведінки в різних течіях з врахуванням і без врахування обертального броунівського руху дисперсних частинок і впливу зовнішніх силових полів на орієнтацію дисперсних частинок.

Наукова новизна роботи визначається тим, що в ній вперше:

1. Розроблено методично простий і зручний структурно-феноменологічний підхід побудови реологічних рівнянь стану розведених суспензій і розчинів полімерів з недеформівними частинками (макромолекулами).
2. В рамках структурно-феноменологічного підходу одержано реологічні рівняння розведених суспензій жорстких одновісних симетричних дисперсних частинок у н'ютонівському дисперсійному середовищі. Як гідродинамічні моделі дисперсних частинок (макромолекул) використовувались еліпсоїд обертання, циліндричний стрижень, одновісна гантель, стрижнеподібне недеформовне перлинне намисто з врахуванням і без врахування внутрішньомолекулярної гідродинамічної взаємодії, нестрижнеподібне недеформовне перлинне намисто. При знаходженні рео-

логічних рівнянь враховувався вплив обертального броунівського руху і зовнішніх силових полів (електричного і магнітного) на орієнтацію суспендованих частинок. На основі здобутих реологічних рівнянь досліджена реологічна поведінка суспензій, у течіях з однорідним і неоднорідним полем швидкості.

3. Виведені реологічні рівняння розведених суспензій одновісних і тривісних симетричних гантельних частинок в аномальнов'язкій рідині Оствальда–Рейнера, в пружнов'язких рідинах Максвелла, Рівліна–Еріксена, Олдройда, в рідинах з внутрішніми ступенями вільності — у полярній і мікрополярній рідинах Ковіна і Ерінгена, у рідині з моментними напруженнями Стокса, у диполярній рідині Блюштейна–Гріна. Проведено дослідження впливу нен'ютонівських властивостей дисперсійних середовищ на реологічну поведінку суспензії.

4. Побудовано реологічні моделі розведених суспензій одновісних асиметричних дисперсних частинок у н'ютонівській рідині і в нен'ютонівських рідинах з внутрішніми ступенями вільності. Досліджено вплив асиметрії дисперсних частинок на їхню кінематику у градієнтних течіях дисперсійного середовища з врахуванням і без врахування зовнішніх силових полів (електричного і магнітного).

   Одержані реологічні рівняння використано для дослідження впливу асиметрії дисперсних частинок на ефективну в'язкість суспензії.

5. Одержано реологічні рівняння розведеної суспензії жорстких одновісних симетричних дисперсних частинок, які моделюються одновісною гантеллю, в анізотропній рідині (рідкому кристалі). Допускається можливість врахування орієнтуючої дії зовнішнього електричного поля, якщо дисперсні частинки мають сталий дипольний момент, і обертального броунівського руху, якщо дисперсні частинки достатньо малі. На

основі одержаних рівнянь досліджено вплив анізотропних властивостей дисперсійного середовища на реологічну поведінку суспензій у простій зсувній течії при наявності зовнішнього електричного поля.

Практична цінність. Структурно–феноменологічний підхід, запропонований у даній роботі, може бути використаним для виведення реологічних рівнянь стану розведених суспензій з складною мікроструктурою суспендованих недеформівних дисперсних частинок і дисперсійного середовища.

Реологічні рівняння стану суспензій, які одержано у роботі, складають основу математичного моделювання різних течій таких середовищ. Вони можуть бути використані для аналізу особливостей течій суспензій і розчинів деяких полімерів, які знайшли широке застосування у різних галузях промисловості. Ці рівняння необхідні також для побудови теоретичних методик реологічних методів встановлення структури і розмірів макромолекул, які мають у розчині жорстку конформацію молекулярного ланцюга.

Результати теоретичних досліджень реологічної поведінки розведених суспензій у н'ютонівському і нен'ютонівських ізотропних і анізотропних рідинах, які одержано у роботі, вказують нові напрямки експериментальних досліджень таких середовищ.

Апробація роботи. Основні результати дисертаційної роботи доповідалися на таких конференціях, симпозіумах і з'їздах:

1. IV Симпозіум по реології (Москва, 1969)
2. Національна конференція по прикладній механіці (Румунія, Бухарест, 1969)
3. II Всесоюзна науково–технічна конференція по прикладній аеродинаміці (Київ, 1969)
4. I Республіканська конференція молодих вчених по механіці твердого деформівного тіла (Київ, 1969)

5. V Казахстанська міжвузівська конференція по математиці і механіці (Алма-Ата, 1974)
6. IV Всесоюзний з'їзд по теоретичній і прикладній механіці (Київ, 1976)
7. XV Всесоюзний симпозіум по реології (Одеса, 1990)
8. XI Міжнародний конгрес по реології (Бельгія, Брюссель, 1992)
9. VI Міжнародна конференція по магнітних рідинах (Франція, Париж, 1992)
10. III Міжнародний симпозіум по сучасних проблемах реології, біореології і біомеханіки (Росія, Москва, 1992)
11. XVI Симпозиум по реології (Україна, Дніпропетровськ, 1992)

Структура і об'єм дисертації. Дисертація складається з вступу, шести глав, висновків і списку цитованої літератури з 208 найменувань. Вона містить у собі 345 сторінок, включаючи 50 рисунків, зміст і список цитованої літератури.

У **вступі** окреслюється предмет досліджень, обговорюється актуальність теми роботи. Формулюється мета і задачі досліджень, подається короткий зміст дисертаційної роботи.

У **першій главі** обговорюються відомі з літератури результати досліджень, проведених у мікро- і макрореології суспензій жорстких дисперсних частинок і розчинів високополімерів з недеформівними макромолекулами. Ці результати викладені у тій мірі, наскільки це необхідно для обгрунтування структурно-феноменологічного підходу при побудові реологічних рівнянь стану розведених суспензій (розчинів) недеформівних дисперсних частинок (макромолекул).

Глава містить огляд робіт по експериментальному дослідженню реологічної поведінки і особливостей течій суспензій (розчинів) (§1.1). У §1.2

обговорюються феноменологічний і структурний підходи побудови реологічних рівнянь стану суспензій (розчинів), їх переваги і недоліки. Особлива увага приділяється феноменологічним моделям структурного континуума, зокрема, — анізотропній рідині Еріксена (§1.3), ряд прийомів виведення реологічних рівнянь якої у подальшому використовується при побудові структурно–феноменологічної реологічної теорії розведених суспензій з недеформівними дисперсними частинками. У §1.3 наводиться огляд робіт, в яких проведені дослідження особливостей реологічної поведінки анізотропної рідини Еріксена, включаючи результати досліджень примежового шару анізотропних рідин, виконаних автором.

Побудова реологічних рівнянь стану розведених суспензій еліпсоїдальних частинок у н'ютонівській рідині використовується у **другій главі** роботи для обгрунтування структурно–феноменологічного підходу при виведенні реологічних рівнянь.

Основні етапи побудови структурно–феноменологічних реологічних рівнянь розведених суспензій викладені у §2.1.

1. Згідно з результатами структурних теорій в'язкості розведених суспензій недеформівних осесиметричних дисперсних частинок напружений стан в них повинен залежати не тільки від швидкості деформування середовища, але й від осередненої орієнтації дисперсних частинок. Реологічна модель таких суспензій у роботі будується, як модель рідини з внутрішніми параметрами. Прі цьому припускається, що тензор напруження залежить не тільки від тензора градієнта швидкості $v_{i,k}$, але й від внутрішніх параметрів, які характеризують поведінку дисперсних частинок.

2. Вигляд внутрішніх параметрів визначається з аналізу результатів структурних теорій в'язкості суспензій. В загальному випадку таких параметрів два — одиничний вектор ν_i, який характеризує орієнтацію окремої осесиметричної дисперсної частинки у лабораторній системі координат, і вектор

$\mathcal{N}_i = \dot{\nu}_i - \omega_{ik}\nu_k$, який характеризує відносну кутову швидкість дисперсної частинки; тут крапка над ν_i означає локальну похідну за часом, ω_{ik} — тензор вихору швидкості.

3. Перехід від мікрохарактеристик окремої частинки до макрохарактеристик суспензії у теорії, що пропонується, відбувається, як і в структурних теоріях в'язкості відповідних суспензій, при осереднені функції, яка визначає тензор напружень T_{ij}, в орієнтаційному просторі дисперсних частинок з використанням при осереднені функції розподілу, що представляє собою щільність розподілу ймовірності знаходження осей частинок у певному кутовому положенні. Таким чином феноменологічне рівняння для напруження у суспензіях, що розглядаються, повинно мати вигляд

$$T_{ij} = < f_{ij}(v_{k,m}\ ;\ \nu_l\ ;\ \mathcal{N}_p) >, \tag{1}$$

де $< >$ — символ осереднення по кутових положеннях дисперсних частинок.

4. Аналіз рівнянь обертального руху осесиметричних дисперсних частинок під дією гідродинамічних сил у найпростіших течіях суспензій, одержаних у структурних теоріях в'язкості суспензій, дозволяє зробити висновок, що за відсутності врахування моменту інерції дисперсних частинок феноменологічне рівняння, яке визначає їх кінематику у довільних течіях, слід шукати у вигляді

$$\dot{\nu}_i = g_i(v_{k,m};\ \nu_l). \tag{2}$$

5. Аргументи функцій f_{ij} і g_i остаточно встановлюються з врахуванням того, що співвідношення (1) і (2) повинні бути інваріантними до будь яких ортогональних перетворень координат. Крім того функція f_{ij}, внаслідок симетрії дисперсних еліпсоїдальних частинок відносно своєї екваторіальної площини, повинна бути парною відносно ν_i, а функція g_i, навпаки, — непарною. Феноменологічні рівняння (1), (2) при цьому набувають вигляду

$$T_{ij} =< f_{ij}(\gamma_{km};\nu_l\nu_p;\mathcal{N}_n\nu_q) > \ \ ,\ \ \dot{\nu}_i - \omega_{ik}\nu_k = g_i(\gamma_{km};\nu_l),$$

де γ_{km} — тензор швидкостей деформації.

6. Згідно з результатами структурних теорій в'язкості суспензій у найпростіших течіях функції f_{ij} і g_i повинні бути поліноміальними функціями своїх аргументів, лінійними відносно елементів тензора γ_{km} і вектора $\mathcal{N}_n$. Остаточний вигляд функцій f_{ij} і g_i встановлюється за допомогою результатів Рівліна, який знайшов у рамках тензорної алгебри загальний вигляд поліноміальної тензорної функції від двох або трьох тензорів третього рангу, і результатів Еріксена, який побудував аналогічні функції в теорії трансверсально ізотропної рідини з макроскопічним внутрішнім параметром — директором, визначеним у кожній точці рідини. При цьому феноменологічні рівняння (1), (2) набувають вигляду

$$\begin{aligned} T_{ij} &= -p\delta_{ij} + a_1 < \nu_i\nu_j > + a_2\gamma_{km} < \nu_k\nu_m\nu_i\nu_j > + a_3\gamma_{ij} + \\ &+ a_4\gamma_{ik} < \nu_k\nu_j > + a_5\gamma_{jk} < \nu_k\nu_i > + a_6 < \mathcal{N}_j\nu_i > + a_7 < \mathcal{N}_i\nu_j >, \quad (3) \\ \dot{\nu}_i &= \omega_{ij}\nu_j + \lambda(\gamma_{ij}\nu_j - \gamma_{km}\nu_k\nu_m\nu_i), \quad (4) \end{aligned}$$

де p — тиск; a_i $(i = \overline{1,7})$, λ — реологічні сталі; δ_{ij} — символ Кронекера.

Осереднення у (3) виконується за допомогою функції розподілу F, яка задовольняє рівняння

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial (F\dot{\nu}_i)}{\partial \nu_i} = 0. \quad (5)$$

Якщо динаміка дисперсних частинок визначається тільки гідродинамічними силами, то рівняння (3) з врахуванням (4) набирає вигляду

$$\begin{aligned} T_{ij} &= -p\delta_{ij} + 2\mu\gamma_{ij} + \mu_1 < \nu_i\nu_j > + \mu_2\gamma_{km} < \nu_k\nu_m\nu_i\nu_j > + \\ &+ 2\mu_3(\gamma_{jk} < \nu_k\nu_i > + \gamma_{ik} < \nu_k\nu_j >). \quad (6) \end{aligned}$$

7. Феноменологічні реологічні сталі a_i $(i = \overline{1,7})$ λ, μ, μ_i $(i = \overline{1,3})$, які входять до рівнянь (3), (4), (6), у рамках структурно–феноменологічного підходу визначаються теоретично.

У §2.2 рівняння (4), (6) використовуються для знаходження реологічних рівнянь розведених суспензій еліпсоїдів обертання у н'ютонівській рідині без врахування впливу обертального броунівського руху на динаміку дисперсних частинок

$$T_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu_0\left(1+\frac{\phi}{ab^4\alpha_0'}\right)\gamma_{ij} + 2\mu_0\frac{\phi}{ab^2}\left(\frac{\alpha_0''}{b^2\alpha_0'\beta_0''}+\frac{1}{b^2\alpha_0'}-\right.$$
$$\left.-\frac{4}{\beta_0'(a^2+b^2)}\right)\gamma_{km} < \nu_k\nu_m\nu_i\nu_j > +2\mu_0\frac{\phi}{ab^2}\left(\frac{2}{\beta_0'(a^2+b^2)}-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{b^2\alpha_0'}\right)(\gamma_{jk} < \nu_k\nu_i > +\gamma_{ik} < \nu_k\nu_j >), \qquad (7)$$

$$\dot{\nu}_i = \omega_{ij}\nu_j + \frac{p_0^2-1}{p_0^2+1}(\gamma_{ik}\nu_k - \gamma_{km}\nu_k\nu_m\nu_i). \qquad (8)$$

У рівняннях (7), (8) μ_0 — динамічна в'язкість н'ютонівського дисперсійного середовища; ϕ — об'ємна концентрація еліпсоїдальних дисперсних частинок; $p_0 = a/b$, де a і b — піввісь симетрії і екваторіальний радіус дисперсного еліпсоїда обертання; α_0', β_0', α_0'', β_0'' — функції a і b, які визначені Джеффрі.

Реологічні сталі λ, μ, μ_k ($k = \overline{1,3}$) рівнянь (4), (6) у випадку, що розглядається, визначалися із співставлення рівнянь обертального руху дисперсного еліпсоїду обертання у простій зсувній течії і ефективної в'язкості розведеної суспензії таких частинок, знайдених Джеффрі з використанням структурного підходу, з відповідними рівняннями і ефективною в'язкістю, які було одержано за допомогою феноменологічних рівнянь (4), (6).

Обчислення у (7) величин, що осереднюються, проводиться з використанням функції розподілу осей дисперсних частинок, яка є розв'язком рівняння

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \nu_i}\left\{\left[\omega_{ik}\nu_k + \frac{p_0^2-1}{p_0^2+1}(\gamma_{ik}\nu_k - \gamma_{km}\nu_k\nu_m\nu_i)\right]F\right\} = 0. \qquad (9)$$

У §2.3 структурно-феноменологічний підхід використовується для виведення реологічних рівнянь розведених суспензій еліпсоїдів обертання з ефективним радіусом 10^{-8}м $< r < 10^{-6}$м у н'ютонівській рідині (воді).

Кутова швидкість дисперсних частинок без врахування їхнього моменту інерції у такій суспензії визначається не тільки гідродинамічними силами, але й обертальним броунівським рухом

$$\dot{\nu}_i = \omega_{ik}\nu_k + \lambda(\gamma_{ik}\nu_k - \gamma_{km}\nu_k\nu_m\nu_i) - D_r\left(\nu_i\nu_j\frac{\partial lnF}{\partial\nu_j} - \frac{\partial lnF}{\partial\nu_i}\right). \quad (10)$$

У (10) $\lambda = (p_0^2-1)/(p_0^2+1)$; $D_r = kT/W$ — коефіцієнт обертальної дифузії еліпсоїдальної дисперсної частинки у н'ютонівському дисперсійному середовищі; k — стала Больцмана; T — абсолютна температура; $W = 16\pi\mu_0(p_0^2-1)/3(p_0^2\alpha_0+\beta_0)$ — коефіцієнт обертального тертя еліпсоїдальної частинки у н'ютонівській рідині з в'язкістю μ_0; α_0 і β_0 - відомі функції a іb.

Феноменологічне рівняння для напруження у розведеній суспензії броунівських еліпсоїдальних частинок знаходиться з (3) з врахуванням (10)

$$\begin{aligned} T_{ij} &= -p\delta_{ij} + 2\mu\gamma_{ij} + \mu_1(<\nu_i\nu_j> - \frac{1}{3}\delta_{ij}) + \mu_2\gamma_{km} <\nu_k\nu_m\nu_i\nu_j> + \\ &\quad +2\mu_3(\gamma_{jk} <\nu_k\nu_i> + \gamma_{ik} <\nu_k\nu_j>). \end{aligned} \quad (11)$$

Рівняння (11) вискозиметрується за допомогою виразу для ефективної в'язкості суспензії, що розглядається, у простій зсувній течії, який одержав Саіто у рамках структурного підходу. Це дозволяє знайти вирази для реологічних сталих μ, μ_k ($k = \overline{1,3}$) і тензор напружень у суспензії

$$\begin{aligned} T_{ij} &= -p\delta_{ij} + 2\mu_0\left(1 + \frac{\phi}{ab^4\alpha_0'}\right) + 12\mu_0 D_r\frac{\phi}{ab^2}\frac{p_0^2-1}{p_0^2\alpha_0+\beta_0} \times \\ &\quad \times\left(<\nu_i\nu_j> - \frac{1}{3}\delta_{ij}\right) + 2\mu_0\frac{\phi}{ab^2}\left(\frac{\alpha_0''}{b^2\alpha_0'\beta_0''} + \frac{1}{b^2\alpha_0'} - \frac{4}{\beta_0'(a^2+b^2)}\right) \times \\ &\quad \times\gamma_{km} <\nu_k\nu_m\nu_i\nu_j> + 2\mu_0\frac{\phi}{ab^2}\left(\frac{2}{\beta_0'(a^2+b^2)} - \frac{1}{b^2\alpha_0'}\right) \times \\ &\quad \times(\gamma_{jk} <\nu_k\nu_i> + \gamma_{ik} <\nu_k\nu_j>). \end{aligned} \quad (12)$$

Функція розподілу осей симетрії броунівських еліпсоїдальних дисперсних частинок по кутових положеннях, яка використовується у (12) при обчисленні осереднюваних величин є розв'язком рівняння

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \nu_i}\left\{\left[\omega_{ik}\nu_k + \frac{p_0^2 - 1}{p_0^2 + 1}(\gamma_{ik}\nu_k - \gamma_{km}\nu_k\nu_m\nu_i)\right] F\right\} =$$

$$= D_r\left(\Delta F - 2\nu_k\frac{\partial F}{\partial \nu_k} + \nu_k\nu_m\frac{\partial^2 F}{\partial \nu_k \partial \nu_m}\right). \qquad (13)$$

Реологічні рівняння стану суспензій (7), (8), (10), (12) включають, як частинні випадки, результати, які були одержані Ейнштейном, Джеффрі, Саіто і підтверджені експериментально. Вони співпадають з реологічними рівняннями, які одержав Покровський у рамках структурного підходу з використанням методу Ландау. Це служить апробацією структурно–феноменологічного підходу виведення реологічних рівнянь стану розведених суспензій осесиметричних дисперсних частинок у н'ютонівському дисперсійному середовищі.

На підставі досліджень, проведених у §§2.2, 2.3 для розведених суспензій еліпсоїдальних частинок, рівняння (3)–(5), (10), (12) у §2.4 рекомендуються як визначальні для використання при виведенні у рамках структурно–феноменологічного підходу реологічних рівнянь розведених суспензій осесиметричних частинок інших геометрій.

У §2.5 обговорюються особливості виведення рівнянь руху і нерозривності для розведеної суспензії недеформівних дисперсних частинок у н'ютонівській рідині. Виведено рівняння енергії і одержано вирази для швидкості дисипації механічної енергії в одиниці об'єму суспензії з врахуванням і без врахування моменту інерції дисперсних частинок.

У **третій главі** роботи як гідродинамічні моделі осесиметричних недеформівних суспендованих частинок (макромолекул) розведених суспензій (розчинів) у н'ютонівській рідині використовуються циліндричний стрижень значного видовження, одновісна гантель, стрижнеподібне і нестрижнеподібне недеформівні перлинні намиста. Використання раніше цих моделей у структурних теоріях в'язкості суспензій (розчинів) у найпростіших течіях дало можливість одержати результати, які дозволяють проводити надійну кількісну інтерпретацію експериментальних даних.

У рамках структурно–феноменологічного підходу в роботі було одержано:

— реологічне рівняння розведеної суспензії циліндричних стрижнеподібних частинок значного видовження (§3.1)

$$T_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu_0\gamma_{ij} + \mu_0\phi D_r \frac{6p_0^2}{ln2p_0 - 0.8}\left(< \nu_i\nu_j > -\frac{1}{3}\delta_{ij}\right) + +\mu_0\phi\frac{p_0^2}{ln2p_0 - 1.8}\gamma_{km} < \nu_k\nu_m\nu_i\nu_j >, \tag{14}$$

де p_0 — видовження циліндричної суспендованої частинки; $D_r = kT/W$, де $W = 2\mu_0\vartheta p_0^2/(ln2p_0 - 0.8)$, ϑ — об'єм дисперсної частинки;

— реологічне рівняння розведеної суспензії одновісних гантельних частинок (§3.2)

$$T_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu_0\gamma_{ij} + \frac{3}{2}n_0\xi L^2 D_r(< \nu_i\nu_j > -\frac{1}{3}\delta_{ij}) + +n_0\frac{\xi L^2}{2}\gamma_{km} < \nu_k\nu_m\nu_i\nu_j >, \tag{15}$$

де n_0 — число дисперсних частинок в одиниці об'єму суспензії; L — довжина осі гантелі; $\xi = 6\pi\mu_0 a$ — коефіцієнт опору при стоксовому обтіканні бусинки гантелі (точкового центру опору) н'ютонівською рідиною з в'язкістю μ_0; $D_r = kT/W$, де $W = \xi L^2/2$;

— реологічні рівняння розведених розчинів недеформівних стрижнеподібних ланцюгових макромолекул (§3.3)

$$T_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu_0\gamma_{ij} + \frac{3}{8}n_0 L^3\pi\mu_0 D_r\left(< \nu_i\nu_j > -\frac{1}{3}\delta_{ij}\right) + +\frac{1}{8}n_0 L^3\pi\mu_0\gamma_{km} < \nu_k\nu_m\nu_i\nu_j > \tag{16}$$

без врахування внутрішньомолекулярної гідродинамічної взаємодії сегментів і

$$T_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu_0\gamma_{ij} + n_0\frac{L^3\pi\mu_0 D_r}{ln(L/b)}\left(< \nu_i\nu_j > -\frac{1}{3}\delta_{ij}\right) +$$

$$+n_0\frac{L^3\pi\mu_0}{3ln(L/b)}\gamma_{km} < \nu_k\nu_m\nu_i\nu_j > \qquad (17)$$

з врахуванням внутрішньомолекулярної гідродинамічної взаємодії сегментів; у (16), (17) L — довжина стрижнеподібної макромолекули; b — відстань між бусинками перлинного намиста, яке моделює макромолекулу;

— реологічне рівняння розведеного розчину жорстких вільно протічних ланцюгових нестрижнеподібних макромолекул (§3.4)

$$T_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu_0\left(1 + n_0\frac{\xi\mathfrak{P}}{2\mu_0}\right)\gamma_{ij} + 3n_0\xi(\mathfrak{R} - \mathfrak{P})D_r \times$$

$$\times \left(< \nu_i\nu_j > -\frac{1}{3}\delta_{ij}\right) + n_0\xi\frac{(\mathfrak{R} - \mathfrak{P})^2}{\mathfrak{R} + \mathfrak{P}}\gamma_{km} < \nu_k\nu_m\nu_i\nu_j > +$$

$$+ n_0\xi\frac{\mathfrak{P}(\mathfrak{R} - \mathfrak{P})}{2(\mathfrak{R} + \mathfrak{P})}(\gamma_{ik} < \nu_k\nu_j > + \gamma_{jk} < \nu_k\nu_i >), \qquad (18)$$

де $\mathfrak{R} = \sum_{k=-n}^{+n} \mathfrak{x}_k^2, \ \mathfrak{P} = \sum_{k=-n}^{+n} \mathfrak{y}_k^2,$

$(\mathfrak{x}_k, \mathfrak{y}_k, \mathfrak{z}_k)$ — координати k-тої бусинки модельної ланцюгової макромолекули у системі координат $\mathfrak{x}, \mathfrak{y}, \mathfrak{z}$, яка зв'язана з головними осями інерції макромолекули; $\xi = 6\pi\mu_0 a$ — стоксовий коефіцієнт поступального тертя бусинки перлинного намиста, яке моделює ланцюгову макромолекулу, у н'ютонівському розчиннику з в'язкістю μ_0; $D_r = kT/W$, де $W = \xi(\mathfrak{R} + \mathfrak{P})$.

Функції розподілу осей суспендованих частинок (макромолекул) по кутових положеннях, які використовуються при осереднені у визначальних рівняннях (14)–(17) і (18), є розв'язками рівнянь

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \nu_i}[(\gamma_{ik}\nu_k - \gamma_{km}\nu_k\nu_m\nu_i)F] = D_r\left(\Delta F - 2\nu_k\frac{\partial F}{\partial \nu_k} + \right.$$

$$\left. +\nu_k\nu_m\frac{\partial^2 F}{\partial \nu_k \partial \nu_m}\right) \qquad (19)$$

і

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \nu_i}\left\{\left[\omega_{ik}\nu_k + \frac{\mathfrak{R}-\mathfrak{P}}{\mathfrak{R}+\mathfrak{P}}(\gamma_{ik}\nu_k - \gamma_{km}\nu_k\nu_m\nu_i)\right] F\right\} = D_r\left(\triangle F - 2\nu_k\frac{\partial F}{\partial \nu_k} + \nu_k\nu_m\frac{\partial^2 F}{\partial \nu_k \partial \nu_m}\right) \tag{20}$$

відповідно.

Реологічні рівняння стану суспензій (розчинів) (14)–(20) включають, як частинні випадки, результати, які були одержані Садроном, Бюргерсом, В. Куном, Г. Куном, Кірквудом, Ауером, Плоком, Саіто і Сугіта в структурних теоріях в'язкості суспензій (розчинів), що розглядаються.

Результати, одержані у §3.4, дозволяють побудувати реологічні рівняння стану для розведених суспензій симетричних тривісних гантелей у н'ютонівській рідині.

Симетрична тривісна гантель — це недеформівна система шести точкових центрів гідродинамічної взаємодії моделі з дисперсійним середовищем (бусинок), розташованих на кінцях трьох взаємноперпендикулярних осей L_1, $L_2, L_3 \, (L_1 \geq L_2 = L_3)$. Осі симетрічної тривісної гантелі перетинаються в одній точці і діляться у ній навпіл. Як і для одновісної гантелі, припускається, що осі тривісної гантелі не взаємодіють з дисперсійним середовищем.

У §6.4 симетрична тривісна гантель використовується як гідродинамічна модель осесиметричних дисперсних частинок у нен'ютонівських рідинах з внутрішніми ступенями вільності.

Розгляд у §3.5 суспензії симетричних тривісних гантелей у н'ютонівській рідині використовується для апробації симетричної тривісної гантелі як гідродинамічної моделі осесиметричних дисперсних частинок (макромолекул).

Реологічні рівняння розведеної суспензії симетричних тривісних гантелей одержуються як частинний випадок рівнянь (18), (20) при $\mathfrak{R} = L_1^2/2$, $\mathfrak{P} = L_2^2/2$.

Для гідродинамічного моделювання одновісних асиметричних дисперсних частинок суспензій з н'ютонівським дисперсійним середовищем у §3.6 використовується асиметрична тривісна гантель. Поперечні осі L_2 і L_3 ($L_2 = L_3$) асиметричної тривісної гантелі ділять головну вісь L_1 на дві частині L_{11} і L_{12} ($L_{11} > L_{12}$). Мірою асиметрії тривісної гантелі вибирається величина $q = (L_{11} - L_{12})/L_1$.

Реологічні рівняння розведеної суспензії асиметричних тривісних гантелей, динаміка яких визначається гідродинамічними силами і обертальним броунівським рухом, були одержані у §3.6 з використанням структурно-феноменологічного підходу. Вони мають вигляд

$$\begin{aligned} T_{ij} &= -p\delta_{ij} + 2\mu_0\gamma_{ij} + n_0\frac{\xi L_2^2}{2}\Big[\gamma_{ij} + 3(p_e^2-1)D_r \times \\ &\times \left(<\nu_i\nu_j> - \frac{1}{3}\delta_{ij}\right)\frac{(p_e^2-1)^2}{p_e^2+1}\gamma_{km} <\nu_k\nu_m\nu_i\nu_j> + \\ &+ \frac{p_e^2-1}{p_e^2+1}(\gamma_{ik}<\nu_k\nu_j> + \gamma_{jk}<\nu_k\nu_i>)\Big], \quad (21) \\ \dot{\nu}_i &= \omega_{ik}\nu_k + \tilde{\lambda}(\gamma_{ik}\nu_k - \gamma_{km}\nu_k\nu_m\nu_i) - \frac{kT}{W}\left(\nu_i\nu_j\frac{\partial lnF}{\partial \nu_j} - \frac{\partial lnF}{\partial \nu_i}\right), \quad (22) \\ v_{0i} &= \frac{1}{6}L_1(q-6q_1)(v_{i,k}\nu_k - \dot{\nu}_i). \quad (23) \end{aligned}$$

У рівняннях (21)–(23) q_1 — параметр, який визначає положення центру реакції асиметричної тривісної гантелі на осі L_1; v_{0i} — швидкість руху центру реакції частинки відносно дисперсійного середовища.

$$\tilde{\lambda} = \frac{p_e^2-1}{p_e^2+1},\ p_e^2 = p_0^2\left(1+\frac{2}{3}q^2\right),\ p_0 = \frac{L_1}{L_2}\ ,$$

$$D_r = \frac{kT}{W},\ W = \frac{1}{2}\xi L_2^2(p_e^2+1)\ .$$

Осереднення у рівнянні (21) виконується за допомогою функції розподілу осей дисперсних частинок по кутових положеннях, яка є розв'язком рівняння (5) з використанням рівняння (22) для $\dot{\nu}_i$ у ньому.

Згідно з рівняннями (22), (23) асиметрична тривісна гантель, обертаючись під дією гідродинамічних сил і обертального броунівського руху, переміщується поступально відносно дисперсійного середовища.

У §3.6 одержано також реологічні рівняння, які дозволяють враховувати вплив електричного або магнітного поля на обертальний і поступальний рух асиметричних дисперсних частинок і, як наслідок, на реологічну поведінку суспензії.

У §§2.2, 2.3, 3.1 – 3.5 і у **главі 4** на основі реологічних рівнянь стану, одержаних у другій і третій главах, досліджено реологічну поведінку розведених суспензій (розчинів) недеформівних одновісних симетричних дисперсних частинок (макромолекул) у течіях з однорідним і неоднорідним полем швидкості.

У §2.2 досліджується реологічна поведінка розведених суспензій неброунівських еліпсоїдальних частинок у н'ютонівській рідині у простій зсувній течії і течії одновісного розтягнення.

При обчисленні осереднюваних величин компонентів тензору напружень (7) у простій зсувній течії використовувалась функція розподілу осей дисперсних частинок по кутових положеннях, яка була знайдена Мейзоном і Менлі, як розв'язок рівняння (9). У течії одновісного розтягнення неброунівські еліпсоїдальні дисперсні частинки орієнтуються стаціонарно уздовж ліній току. При цьому фунція розподілу осей частинок по кутових положеннях перетворюється на дельта–функцію *Дірака*, яка зосереджена у куті зависання частинок.

Обчислення компонентів тензору напружень і з їх використанням виразів для ефективної в'язкості суспензії у простій зсувній течії і течії одновісного розтягнення показало, що ефективна в'язкість розведеної суспензії неброунівських еліпсоїдальних дисперсних частинок у н'ютонівській рідині не залежить від градієнтів швидкостей течій, але суспензія при цьому веде себе як нен'ютонівська рідина — її ефективна в'язкість залежить від геометрії течії. Це є наслідком принципово різної кінематичної або стаціонарної орієнтації неброунівських еліпсоїдальних дисперсних частинок під дією гідродинамічних сил.

У §§2.3, 3.1–3.4 досліджується реологічна поведінка розведених суспензій (розчинів) одновісних симетричних броунівських дисперсних частинок (макромолекул) — видовжених еліпсоїдів обертання, циліндричних стрижнеподібних і нестрижнеподібних ланцюгових макромолекул — у простій зсувній течії і в течії одновісного розтягнення.

На суспендовані частинки (макромолекули) таких суспензій (розчинів) діють дві протилежні системи сил: гідродинамічні сили, які намагаються зорієнтувати частинки (макромолекули) уздовж ліній току і тепловий ротаційний рух, який заважає цій орієнтації.

Функції розподілу суспендованих частинок (макромолекул) у простій зсувній течії з врахуванням їхнього обертального броунівського руху знаходились як розв'язки рівнянь (13), (19), (20) у вигляді ряду

$$\begin{aligned} F(\varphi,\theta) \;=\; & \sum_{j=0}^{\infty} \lambda^j \left[\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{j} a_{n0,j} P_{2n}(cos\theta) + \right. \\ & \left. + \sum_{n=1}^{j}\sum_{m=1}^{n} (a_{nm,j} cos2m\varphi + b_{nm,j} sin2m\varphi) P_{2n}^{2m}(cos\theta)\right], \qquad (24) \end{aligned}$$

де $P_{2n}(cos\theta)$ — многочлени Лежандра; $P_{2n}^{2m}(cos\theta)$ — приєднані функції Лежандра; φ і θ — кути, які визначають у сферичній системі координат орієнтацію вектора ν_i; $\lambda = (p_0^2 - 1)/(p_0^2 + 1)$ — для суспензій еліпсоїдальних дисперсних частинок; $\lambda = 1$ — для суспензій одновісних гантельних частинок і розчинів стрижнеподібних макромолекул; $\lambda = (\mathfrak{R} - \mathfrak{P})/(\mathfrak{R} + \mathfrak{P})$ — для розчинів нестрижнеподібних недеформівних ланцюгових макромолекул (у всіх випадках $\lambda \leq 1$). Для знаходження коефіцієнтів $a_{n0,j}$, $a_{nm,j}$, $b_{nm,j}$ використовувалися рекурентні співвідношення, які були одержані Петерліном. Вони дозволяють визначити функцію розподілу з будь-яким ступенем точності.

Для течії одновісного розтягнення розв'язки рівнянь (13), (19), (20) знаходились у вигляді ряду

$$F(\theta) = \sum_{n=0}^{i} \sum_{i=0}^{\infty} (\alpha_1 \Lambda)^i a_{ni} P_{2n}(cos\theta), \tag{25}$$

де $\alpha_1 = q_1/D_r$; q_1 — паралельний градієнт швидкості течії одновісного розтягнення. Коефіцієнти a_{ni} знаходилися за допомогою рекурентних співвідношень, які були одержані Таксерман-Крозер і Зябицьким.

Обчислення осереднюваних величин за допомогою функцій розподілу (24), (25) дозволило дістати компоненти тензорів напружень і вирази для ефективної в'язкості у суспензіях (розчинах) у течіях простого зсуву і одновісного розтягнення. При цьому одержано, що ефективна в'язкість розведених суспензій (розчинів) броунівських дисперсних частинок (макромолекул) у н'ютонівській рідині залежить від градієнтів швидкостей течій — вона зменшується з збільшенням швидкості зсуву K у простій зсувній течії і збільшується з збільшенням швидкості розтягнення q_1 в течії з паралельним градієнтом.

Такі суспензії виявляють також ефект Вайссенберга — ненульові різниці нормальних напружень $T_{xx} - T_{zz}$ і $T_{yy} - T_{zz}$ — властивість, притаманну пружнов'язким рідинам.

На Рис. 1–3 наведені характерні залежності ефективної в'язкості $\mu_a^{\perp} \equiv \equiv T_{xy}/K$ і різниць нормальних напружень $\sigma_1 \equiv T_{yy} - T_{zz}$, $\sigma_2 \equiv T_{xx} - T_{zz}$ у простій зсувній течії від $\alpha \equiv K/D_r$ і ефективної в'язкості $\mu_a^{\parallel}$ в течії одновісного розтягнення від $\alpha_1 \equiv q_1/D_r$ для розведеної суспензії ($\phi = 0.01$) у воді ($\mu_0 = 0.001 H \cdot$ сек/м^2) видовжених еліпсоїдів обертання з ефективним радіусом $r (\equiv \sqrt[3]{ab^2}) = 10^{-7}$м.

Виявлені нен'ютонівські властивості суспензій (розчинів) недеформівних дисперсних частинок (макромолекул) у н'ютонівській рідині є наслідком участі обертального броунівського руху у кінематичній або стаціонарній орієнтації дисперсних частинок у градієнтних течіях дисперсійного середовища.

У §3.5 розглядаються розведені суспензії симетричних тривісних гантелей у н'ютонівській рідині. Показано, що динаміка тривісної гантелі під дією гідродинамічних сил у градієнтних течіях дисперсійного середовища і сил обертального броунівського руху при відповідному виборі параметрів, які характеризують гантель, співпадає з динамікою суспендованого еліпсоїду обертання, осі якого рівні осям тривісної гантелі $2a = L_1$, $2b = L_2 = L_3$. Одержано також, що реологічні властивості розведених суспензій броунівських еліпсоїдальних дисперсних частинок і відповідних тривісних гантелей у н'ютонівській рідині співпадають не тільки якісно, але й кількісно. Це дозволяє використовувати симетричну тривісну гантель нарівні з еліпсоїдом обертання як гідродинамічну модель одновісних симетричних дисперсних частинок у суспензіях з н'ютонівським дисперсійним середовищем. Її використання має переваги, оскільки приводить до значного спрощення виведення реологічних рівнянь стану і зменшення об'єму обчислень при дослідженні реологічної поведінки суспензії.

У §3.6 розглядаються розведені суспензії одновісних асиметричних дисперсних частинок у н'ютонівській рідині. Як гідродинамічна модель дисперсних частинок використовується асиметрична тривісна гантель.

Рівняння (22), (23) використовуються для дослідження впливу асиметрії тривісних гантелей на їх обертальний рух і поступальну міграцію відносно дисперсійного середовища під дією гідродинамічних сил у градієнтних течіях і зовнішнього однорідного стаціонарного електричного поля.

За допомогою рівняння (21) вивчається реологічна поведінка розведеної суспензії асиметричних тривісних гантелей у градієнтних течіях з врахуванням впливу броунівського руху на динаміку дисперсних частинок. Показано, що врахування асиметрії дисперсних частинок призводить до збільшення ефективної нен'ютонівської зсувної в'язкості суспензії порівняно з суспензією осесиметричних дисперсних частинок, які мають екваторіальну площину симетрії.

У **четвертій главі** роботи визначальні рівняння, які були одержані у другій і третій главах, використовуються для дослідження реологічної поведінки розведених суспензій жорстких одновісних симетричних броунівських дисперсних частинок в однорідному полі швидкості $\vec{v} = \mathfrak{V}\vec{r}$ ($r = \{x, y, z\}$, $\mathfrak{V}$ — const) течій довільної геометрії.

Функція розподілу осей дисперсних частинок по кутових положеннях, яка використовується при цьому, була знайдена за допомогою результатів одержаних Покровським при розв'язанні рівняння обертальної дифузії (13) броунівських еліпсоїдів обертання у течіях н'ютонівської рідини з малими градієнтами.

При цьому у роботі знайдено вираз для ефективної в'язкості розведених суспензій одновісних симетричних дисперсних частинок у течіях довільної геометрії з однорідним полем швидкості. Цей вираз включає, як частинні випадки, вирази для ефективної в'язкості таких суспензій, які було одержано у другій і третій главах роботи для течій простого зсуву і одновісного розтягнення.

У §4.1 вираз для ефективної в'язкості розведених суспензій одновісних симетричних дисперсних частинок у течіях з однорідним полем швидкості використовується для одержання значень ефективної в'язкості таких суспензій у течії чистого зсуву. Показано, що ефективна в'язкість суспензій у течії чистого зсуву збільшується зі збільшенням $\alpha_2 \equiv q_2/D_r$, де q_2 — градієнт швидкості у течії чистого зсуву.

Реологічні рівняння стану розведених суспензій осесиметричних дисперсних частинок у н'ютонівському дисперсійному середовищі, які було одержано у другій і третій главах, замикають систему рівнянь, яка складається з рівняння руху суспензії і рівняння нерозривності

$$\rho\left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j v_{i,j}\right) = T_{ji,j} + F_i, \qquad (26)$$

$$\gamma_{ii} = 0, \qquad (27)$$

де ρ — густина, F_i — вектор масових сил.

Це дозволяє досліджувати реологічну поведінку таких суспензій у течіях з неоднорідним полем швидкості.

У §4.2 розглядається усталений прямолінійно–паралельний рух розведеної суспензії броунівських еліпсоїдів обертання у н'ютонівській рідині між двома паралельними стінками. Відомо, що при малих числах Рейнольдса R_p для суспендованих частинок, які задовольняють умову

$$\frac{r^2}{h^2} R_p < 10^{-6}, \qquad (28)$$

де r — ефективний радіус еліпсоїдальної суспендованої частинки, h — половина ширини каналу, в неоднорідному полі швидкості, яке спостерігається у такій течії, не відбувається міграції еліпсоїдальних частинок у напрямі зменшення градієнту швидкості. Крім того у пристінному шарі течії відстань від центрів обертання суспендованих частинок до стінок каналу при умові (28) також залишається незмінною, навіть, якщо вона дорівнює ефективному діаметру суспендованої частинки. Це дозволяє розглядати суспензію розведеною по всій ширині каналу і використати рівняння (12), (13) як реологічні рівняння, які замикають систему рівнянь руху (26) і нерозривності (27).

Нехтування аналогічно Ейнштейну взаємодією суспендованих частинок з стінками каналу дозволяє прийняти як граничну умову для швидкості течії суспензії умову прилипання.

Згідно експериментальних даних обертальний рух дисперсних еліпсоїдальних частинок під дією гідродинамічних сил у течії у плоскому каналі при малих r/h аналогічний їхньому обертальному руху у простій зсувній течії. Це означає, що в околі окремої дисперсної частинки суспезії неоднорідний потік у плоскому каналі можна апроксимувати простою зсувною течією. Функція розподілу осей дисперсних частинок з врахуванням їхнього обертального броунівського руху при цьому визначається співвідношенням (24). Його коефіцієнти $a_{n0,j}, a_{nm,j}, b_{nm,j}$ у такому разі залежать не від сталої швидкості зсуву K, а від градієнту dv_y/dx, тобто залежать від координати x, перпендикулярної до стінок каналу.

Обчислення осереднюваних величин у (12), підставлення отриманих при цьому компонентів тензора напружень у рівняння руху дозволило встановити, що для усталеної течії розведеної суспензії еліпсоїдальних частинок між двома паралельними стінками характерним є:

1. як і для усталеної течії в'язкої нестисливої н'ютонівської рідини перепад тиску на одиницю довжини у напрямі течії суспензії є сталим;
2. на відміну від течії н'ютонівської рідини тиск у потоці суспензії у плоскому каналі є функцією як продольної так і поперечної координат: $p = p(x,y)$.

Результати чисельних обчислень профіля швидкості для течії разведеної суспензії ($\phi = 0.01$) броунівських еліпсоїдальних частинок у воді ($\mu_0 = 0.001 H \cdot \text{сек/м}^2$) у плоскому каналі (суцільні лінії) наведені на Рис. 4: Рис. 4а відповідає $p_0 = 10$, $\partial p/\partial y = 26.8 H/\text{м}^3$; Рис. 4б — $p_0 = 25$, $\partial p/\partial y = 7.12 H/\text{м}^3$ при $T = 300^o K$. Штрихові лінії — це параболічні закони розподілу швидкості розведеної суспензії еліпсоїдальних частинок, які одержані у припущенні, що суспензія поводить себе як н'ютонівська рідина з в'язкістю розведеної суспензії при нульовій швидкості зсуву.

Результати розрахунків залежності $\Delta p(x) = p(x,y) - p(0,y)$ від x наведені на Рис. 5.

У **п'ятій главі** роботи розглядаються розведені суспензії одновісних гантельних дисперсних частинок

— в аномально в'язкій степеневій рідині (Оствальда–Рейнера) (§5.4)

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + 2m \mid 2\gamma_{km}\gamma_{mk} \mid^{(n-1)/2} \gamma_{ij}; \tag{29}$$

— в узагальненій нен'ютонівській нестисливій в'язкій рідині Рейнера-Рівліна (§5.5)

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu_1\gamma_{ij} + 4\mu_2\gamma_{ik}\gamma_{kj}; \tag{30}$$

— у пружнов'язкій рідині Максвелла (§5.6)

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau'_{ij}, \tag{31}$$

$$\tau'_{ij} + \lambda_0\frac{d\tau'_{ij}}{dt} = 2\mu_0\gamma_{ij}, \tag{32}$$

де

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_k\frac{\partial}{\partial x_k};$$

— у пружнов'язкій рідині Олдройда (§5.7)

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau'_{ij}, \tag{33}$$

$$\begin{aligned} \tau'_{ij} &+ \lambda_1\frac{\mathfrak{d}\tau'_{ij}}{\mathfrak{d}t} + \eta_0\gamma_{ij}\tau'_{kk} + \nu_1\gamma_{kl}\tau'_{kl}\delta_{ij} = \\ &= 2\mu_0\left(\gamma_{ij} + \lambda_2\frac{\mathfrak{d}\gamma_{ij}}{\mathfrak{d}t} + \nu_2\gamma_{kl}\gamma_{lk}\delta_{ij}\right), \end{aligned} \tag{34}$$

де похідна, яка позначена $\mathfrak{d}/\mathfrak{d}t$, від деякого тензора b_{ik} має вигляд

$$\frac{\mathfrak{d}b_{ik}}{\mathfrak{d}t} = \frac{\partial b_{ik}}{\partial t} + v_m\frac{\partial b_{ik}}{\partial x_m} - (v_{i,m}b_{mk} + v_{k,m}b_{im});$$

— у пружнов'язкій рідині Рівліна–Еріксена (§5.8)

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= -p\delta_{ij} + \eta_1\gamma^{(1)}_{ij} + \eta_2\gamma^{(2)}_{ij} + \eta_3\gamma^{(1)}_{ik}\gamma^{(1)}_{kj} + \eta_4\gamma^{(2)}_{ik}\gamma^{(2)}_{kj} + \\ &+ \eta_5(\gamma^{(1)}_{ik}\gamma^{(2)}_{kj} + \gamma^{(2)}_{ik}\gamma^{(1)}_{kj}), \end{aligned} \tag{35}$$

де

$$\gamma^{(1)}_{km} = v_{k,m} + v_{m,k}; \quad \gamma^{(2)}_{km} = \frac{\partial \gamma^{(1)}_{km}}{\partial t} + v_j \gamma^{(1)}_{km,j} + v_{j,m}\gamma^{(1)}_{kj} + v_{j,k}\gamma^{(1)}_{jm}.$$

В реологічних рівняннях (29)–(35) τ_{ij} — тензор напружень; τ'_{ij} — девіатор тензора напружень; m, n, μ_1, μ_2, λ_0, μ_0, λ_1, λ_2, ν_1, ν_2, η_0 — феноменологічні сталі; у рівнянні (35) η_i ($i = \overline{1,5}$) — феноменологічні функції інваріантів $\gamma^{(2)}_{kk}$, $\gamma^{(1)}_{km}\gamma^{(1)}_{mk}$, $\gamma^{(2)}_{km}\gamma^{(2)}_{mk}$, $\gamma^{(1)}_{km}\gamma^{(1)}_{ml}\gamma^{(1)}_{lk}$, $\gamma^{(2)}_{km}\gamma^{(2)}_{ml}\gamma^{(2)}_{lk}$, $\gamma^{(1)}_{km}\gamma^{(2)}_{mk}$.

Припускається, що дисперсні частинки суспензії або мають сталий дипольний момент $\vec{p}_c = P\vec{\nu}$, або в них індукується дипольний момент $\vec{p}_i = \kappa(\vec{E}\vec{n})\vec{n}$, де κ — діелектрична сприйнятливість дисперсних частинок у напрямі осі симетрії; $\vec{E}$ — вектор напруженості електричного поля.

У §5.1 в рамках структурного підходу одержано рівняння обертального руху суспендованих одновісних гантельних частинок під дією гідродинамічних сил у градієнтних течіях суспензії і сил зовнішнього електричного поля

$$\dot{\nu}_i = v_{i,k}\nu_k - \gamma_{km}\nu_k\nu_m\nu_i + \frac{2P}{\Xi L^2}(E_i - \nu_k E_k \nu_i), \tag{36}$$

якщо дисперсні частинки мають дипольний момент $\vec{p}_c$, і

$$\dot{\nu}_i = v_{i,k}\nu_k - \gamma_{km}\nu_k\nu_m\nu_i + \frac{2\kappa}{\Xi L^2}E_k\nu_k(E_i - \nu_k E_k \nu_i), \tag{37}$$

якщо у дисперсних частинках індукується дипольний момент $\vec{p}_i$. В рівняннях (36), (37) L — довжина осі одновісної гантелі; Ξ — коефіцієнт опору тертя бусинки гантелі у нен'ютонівському дисперсійному середовищі.

Коефіцієнт Ξ у дисперсійних середовищах, які розглядаються у п'ятій главі, залежить від величини відносної швидкості дисперсійного середовища при обтіканні бусинки гантелі $| U_{i0} | = (L/2) \, | \mathcal{N}_i\mathcal{N}_i - 2\gamma_{ij}\mathcal{N}_i\nu_j + \gamma_{ij}\gamma_{ik}\nu_j\nu_k |^{1/2}$.

У §5.2 одержано визначальне рівняння для напруження у розведених суспензіях одновісних гантелей у нен'ютонівських рідинах з використанням структурно–феноменологічного підходу

$$T_{ij} = \tau_{ij} + \frac{n_0 L^2}{2} < \Xi(\gamma_{ik}\nu_k\nu_j - \nu_j\mathcal{N}_i) >, \tag{38}$$

де τ_{ij} — напруження у дисперсійному середовищі за відсутності суспендованих частинок; n_0 — число суспендованих частинок в одиниці об'єму суспензії; $< >$ — символ осереднення за допомогою функції розподілу осей дисперсних частинок по кутових положеннях, що є розв'язком рівняння (5), $\dot{\nu}_i$ в якому визначається співвідношенням (36) або (37).

При виведенні рівняння (38) було використано феноменологічне рівняння виду (3), коефіцієнти a_i $(i = \overline{1,7})$ якого є функціями інваріантів $\mathcal{N}_i\mathcal{N}_i$, $\gamma_{ij}\mathcal{N}_i\nu_j$, $\gamma_{ij}\gamma_{ik}\nu_j\nu_k$.

Обчислення функцій a_i $(i = \overline{1,7})$ визначального феноменологічного рівняння для напруження у суспензії проводилось при порівнянні виразів для швидкості дисипації механічної енергії у одиниці об'єму суспензії, які було одержано в роботі у рамках феноменологічного та структурного підходів.

У §5.3 показано, що в усталених стаціонарних течіях при наявності стаціонарних електричних полів одновісні гантельні частинки у суспензіях, що розглядаються у п'ятій главі, набувають стаціонарної орієнтації, яка визначається рівнянням

$$W_0(v_{i,k}\nu_k - \gamma_{km}\nu_k\nu_m\nu_i) + P(E_i - \nu_k E_k \nu_i) = 0, \tag{39}$$

якщо дисперсні частинки мають дипольний момент $\vec{p}_c$, або рівнянням

$$W_0(v_{i,k}\nu_k - \gamma_{km}\nu_k\nu_m\nu_i) + \kappa E_k\nu_k(E_i - \nu_k E_k \nu_i) = 0, \tag{40}$$

якщо в частинках індукується дипольний момент $\vec{p}_i$.

Функція розподілу орієнтацій осей суспендованих частинок, яка використовується при осередненні у (38), при стаціонарній орієнтації суспендованих частинок перетворюється у дельта–функцію Дірака, зосереджену в куті зависання дисперсних частинок.

Визначальне рівняння для тензора напружень у суспензіях в умовах стаціонарної орієнтації дисперсних частинок набирає вигляду

$$T_{ij} = \tau_{ij} + n_0 W_0 v_{i,k}\nu_k\nu_j. \tag{41}$$

Параметр W_0 в рівняннях (39)–(41) це коефіцієнт обертального тертя завислої гантельної дисперсної частинки, який визначається співвідношенням

$$W_0 = \frac{\Xi_0 L^2}{2}. \tag{42}$$

Тут Ξ_0 — коефіцієнт опору тертя бусинки гантелі при її стаціонарній орієнтації у дисперсійному середовищі. *Для* нен'ютонівських дисперсійних середовищ, що розглядаються у п'ятій главі, він залежить від величини відносної швидкості U_{i0} обтікання дисперсійним середовищем бусинки гантелі, яка при стаціонарній орієнтації гантелі набуває вигляду

$$| U_{i0} | = \frac{L}{2} | v_{i,k}\nu_k | .$$

В рівняннях (39)–(41) W_0 це єдиний параметр, який залежить від реологічних властивостей дисперсійного середовища. У суспензії з степеневим дисперсійним середовищем (29) він визначається співвідношенням

$$W_0 = 8\pi \left(\frac{12}{n^2}\right)^{(n+1)/2} F(n) m a^{2-n} \left(\frac{L}{2}\right)^{n+1} | v_{i,k}\nu_k |^{n-1}, \tag{43}$$

де $F(n)$ — функція, чисельні значення якої затабульовані; a — радіус бусинок гантелі.

У суспензіях в рідинах Рейнера–Рівліна (30), Максвелла (31), (32), Олдройда (33), (34) і Рівліна–Еріксена (35) коефіцієнт W_0 визначається співвідношенням виду

$$W_0 = W_N(1 + \beta v_{l,k} v_{l,m} \nu_k \nu_m), \tag{44}$$

де W_N — коефіцієнт обертального тертя одновісної гантелі у н'ютонівському дисперсійному середовищі; β — параметр, який залежить від L і a, що характеризують гантель, а також від реологічних сталих нен'ютонівських рідин (30)–(35).

В §§5.4–5.8 рівняння (39)–(41) з врахуванням співвідношень (42)–(44) було використано для дослідження реологічної поведінки суспензій в усталеній стаціонарній простій зсувній течії при наявності стаціонарного електричного поля, вектор напруженості якого є перпендикулярним до вектора швидкості течії. При цьому досліджувався вплив нен'ютонівських властивостей дисперсійних середовищ на інкременти $[\mu_a] \equiv \mu_a - \mu_a^{(0)}$ і $[\sigma_1] \equiv \sigma_1 - \sigma_1^{(0)}$ ефективної зсувної в'язкості суспензії μ_a і першої різниці нормальних напружень $\sigma_1 \equiv T_{yy} - T_{zz}$ у ній порівняно з суспензією з ньютонівським дисперсійним середовищем; тут $\mu_a^{(0)}$ і $\sigma_1^{(0)} \equiv \tau_{yy} - \tau_{zz}$ — ефективна зсувна в'язкість і перша різниця нормальних напружень у дисперсійному середовищі за відсутності суспендованих частинок.

У §5.4 показано, що при н'ютонівському дисперсійному середовищі розведена суспензія одновісних гантелей у стаціонарній простій зсувній течії при наявності поперечного стаціонарного однорідного електричного поля поводить себе як нен'ютонівська рідина, виявляючи залежність ефективної зсувної в'язкості μ_a і першої різниці нормальних напружень σ_1 від параметра $\alpha_0 \equiv KW_N/PE$. Залежності $(\mu_a - \mu_0)/n_0 W_N$ і $\sigma_1/n_0 PE$ від α_0 для суспензії з н'ютонівським дисперсійним середовишем наведені на Рис. 6 і 7 (криві 1).

У §5.4 одержано, що розведена суспензія одновісних гантелей у степеневій рідині (29) поводить себе як квазістепенева рідина з показником нен'ютонівської поведінки n степеневого дисперсійного середовища і з ефективним показником консистенції (розрідження), залежним від орієнтації дисперсних частинок, тобто, залежним від величини швидкості зсуву і величини вектора напруженості електричного поля. При цьому інкременти ефективної в'язкості $[\mu_a]$ і першої різниці нормальних напружень $[\sigma_1]$ у суспензії з степеневим псевдопластичним (при $n < 1$) дисперсійним середовищем менші, а в суспензії з степеневим дилатантним (при $n > 1$) дисперсійним середовищем більші, ніж інкременти ефективної в'язкості і першої різниці нормальних напружень у суспензії з н'ютонівським дисперсійним середовищем.

При врахуванні поперечної в'язкості μ_2 дисперсійне середовище Рейнера-

Рівліна (30) у простій зсувній течії виявляє ефект Вайссенберга. У §5.5 показано, що у простій зсувній течії розведеної суспензії одновісних гантельних частинок при наявності поперечного електричного поля це призводить до збільшення інкрементів ефективної в'язкості суспензії $[\mu_a]$ і першої різниці нормальних напружень $[\sigma_1]$ порівняно з суспензією з н'ютонівським дисперсійним середовищем.

У §§5.6 і 5.7 показано, що врахування поруч з н'ютонівською в'язкістю дисперсійного середовища його пружних властивостей у розведених суспензіях одновісних гантельних частинок в пружнов'язких рідинах Максвелла (31), (32) і Олдройда (33), (34) впливає протилежним чином на реологічні властивості суспензії — призводить до зменшення інкрементів ефективної в'язкості суспензії $[\mu_a]$ і першої різниці нормальних напружень $[\sigma_1]$ порівняно з суспензією з н'ютонівським дисперсійним середовищем.

У реологічному рівнянні дисперсійного середовища Рівліна–Еріксена (35) його пружні властивості явно не враховуються. Проте ця рідина виявляє нелінійні пружнов'язкі властивості, що призводить (§5.8), як і в суспензіях з дисперсійними середовищами Максвелла і Олдройда, до зменшення інкрементів ефективної в'язкості суспензії $[\mu_a]$ і першої різниці нормальних напружень $[\sigma_1]$ порівняно з суспензією з н'ютонівським дисперсійним середовищем.

У §6.1, 6.2 **шостої глави** роботи розглядаються розведені суспензії одновісних гантельних дисперсних частинок у нен'ютонівських ізотропних рідинах з внутрішніми ступенями вільності:

— у полярній рідині Ковіна

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu\gamma_{ij} - 2kH_{ij}, \tag{45}$$

$$\Lambda_{ij} = \alpha\delta_{ij}\Psi_{rr} + (\beta+\gamma)\Psi_{ij} + (\beta-\gamma)\Psi_{ji}; \tag{46}$$

— в рідині з моментними напруженнями Стокса

$$\tau_{(ij)} = -p\delta_{ij} + 2\mu\gamma_{ij}, \tag{47}$$

$$\tau_{[ij]} = \frac{1}{2}(\beta + \gamma)\omega_{i,jrr}, \tag{48}$$

$$\Lambda_{ij} = (\beta + \gamma)\omega_{i,j} + (\beta - \gamma)\omega_{j,i}; \tag{49}$$

— у диполярній рідині Блюштейна–Гріна

$$\tau_{ij} = -\mathfrak{H}\delta_{ij} + 2\mu\gamma_{ij}, \tag{50}$$

$$\Sigma_{(ij)k} = -\mathfrak{J}_i\delta_{jk} - \mathfrak{J}_j\delta_{ik} + h_1\delta_{ij}A_{kll} + h_2(A_{ijk} + A_{jik}) + h_3A_{kji}. \tag{51}$$

В реологічних рівняннях (45)–(51) τ_{ij} — тензор напружень; $\tau_{(ij)}$, $\tau_{[ij]}$ — симетрична і антисиметрична частини тензора напружень; Λ_{ij} — тензор моментних напружень; Σ_{ijk} — тензор диполярних напружень; $\Sigma_{(ij)k}$ — симетрична відносно індексів i і j частина тензора Σ_{ijk}; $H_{ij} = \mathcal{E}_{mij}(\Omega_m - \omega_m)$; $\omega_m \equiv (1/2)\mathcal{E}_{mli}v_{i,l}$ — регіональна кутова швидкість рідини; $\Psi_{mk} = \Omega_{m,k}$; $A_{ijk} = v_{i,jk}$; $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{J}_i$, $\mathfrak{J}_j$ — функції просторових координат і часу, які визначаються при розв'язанні конкретних задач; μ, k, α, β, γ, h_i $(i = \overline{1,3})$ — реологічні сталі.

Як і в п'ятій главі припускається, що дисперсні частинки суспензії або мають сталий дипольний момент $\vec{p}_c = P\vec{\nu}$, або в них індукується дипольний момент $\vec{p}_i = \kappa(\vec{E}\cdot\vec{n})\vec{n}$.

Реологічні рівняння таких суспензій в усталених стаціонарних течіях при наявності стаціонарних електричних полів було одержано з використанням визначальних рівнянь (39)–(42) і даних про коефіцієнти опору бусинок гантелі у дисперсійних середовищах (45)–(51).

Стаціонарна орієнтація завислих дисперсних частинок визначається рівнянням

$$W_N(1 + b)(v_{i,k}\nu_k - \gamma_{km}\nu_k\nu_m\nu_i) + P(E_i - \nu_kE_k\nu_i) = 0, \tag{52}$$

якщо частинки мають сталий дипольний момент $\vec{p}_c$, або рівнянням

$$W_N(1+b)(v_{i,k}\nu_k - \gamma_{km}\nu_k\nu_m\nu_i) + \kappa E_k\nu_k(E_i - \nu_k E_k\nu_i) = 0, \tag{53}$$

якщо в частинках індукується дипольний момент $\vec{p}_i$.

Визначальне рівняння для напруження у таких суспензіях має вигляд

$$T_{ij} = \tau_{ij} + n_0 W_N(1+b)v_{i,k}\nu_k\nu_j. \tag{54}$$

В рівняннях (52)–(54) W_N — коефіцієнт обертального тертя одновісної частинки у н'ютонівській рідині з в'язкістю μ, тобто в дисперсійних середовищах (45)–(51) за відсутності врахування їхніх нен'ютонівських властивостей; b — параметр, залежний від реологічних сталих визначальних рівнянь (45)–(51) дисперсійних середовищ суспензій.

Дослідження у §6.1 реологічної поведінки розведеної суспензії одновісних гантелей у полярній рідині Ковіна (45)–(46) у простій зсувній течії при наявності поперечного стаціонарного електричного поля показали, що врахування у дисперсійному середовищі поруч з н'ютонівською в'язкістю μ обертальної в'язкості k і моментних напружень Λ_{ij} призводить до збільшення інкрементів ефективної в'язкості $[\mu_a]$ і першої різниці нормальних напружень $[\sigma_1]$ в суспензії порівняно з такою ж суспензією з н'ютонівським дисперсійним середовищем. Свого найбільшого значення ці величини досягають при $k \to \infty$, $H_{ij} \to 0$, тобто для суспензії з дисперсійним середовищем з моментними напруженнями Стокса (47)–(49). На Рис. 6 і 7 подані залежності $\mu_a^* \equiv [\mu_a]/n_0W_N$ і $\sigma_1^* \equiv \sigma_1/n_0PE$ від $\alpha_0 \equiv KW_N/PE$. Криві 1 відповідають суспензії у н'ютонівській рідині з в'язкістю μ, криві 2–4 — суспензіям в рідині з моментними напруженнями Стокса (47)–(49) при $a_0(\equiv a/l_0) = 5, 2, 10/9$ відповідно; тут a — радіус бусинок гантелі; $l_0 \equiv [(\beta+\gamma)/\mu]^{1/2}$ — параметр, зв'язаний з характерним розміром елементів недеформівної мікроструктури полярної рідини Ковіна (45), (46) і рідини з моментними напруженнями Стокса (47), (49). Граничний перехід $l_0 \to 0$ у полярній рідині

Ковіна (45), (46) відповідає граничному переходу до н'ютонівської рідини без елементів мікроструктури.

Дослідження у §6.2 за допомогою реологічних рівнянь стану (52)–(54) реологічної поведінки розведеної суспензії одновісних гантельних частинок в диполярній рідині Блюштейна–Гріна (50), (51), яка є моделлю рідини з деформівною мікроструктурою, показало, що при переході від деформівної мікроструктури дисперсійного середовища до недеформівної ефективна в'язкість суспензії і перша різниця нормальних напружень у простій зсувній течії при наявності поперечного стаціонарного електричного поля зменшується. Як показали дослідження, це зумовлено тим, що при збільшенні жорсткості елементів мікроструктури диполярної рідини її ефективна в'язкість зменшується.

У §6.3 розглядається суспензія одновісних гантелей в анізотропній рідині з внутрішніми ступенями вільності — в анізотропній рідині Еріксена

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu\gamma_{ij} + \mu_1 n_i n_j + \mu_2 \gamma_{lm} n_l n_m n_i n_j + + 2\mu_3(\gamma_{jl} n_l n_i + \gamma_{il} n_l n_j), \tag{55}$$

$$\dot{n}_i = \omega_{il} n_l + \lambda(\gamma_{il} n_l - \gamma_{lm} n_l n_m n_i), \tag{56}$$

де τ_{ij} — симетричний тензор напружень; n_i — одиничний директор, внутрішній макропараметр, визначений у кожній точці рідини, який характеризує орієнтацію елементів мікроструктури рідини під дією гідродинамічних сил; μ, μ_i $(i = \overline{1,3})$, λ — феноменологічні реологічні сталі.

При виведенні реологічних рівнянь стану суспензії припускалося, що анізотропія фізичних властивостей дисперсійного середовища відносно напряму директора n_i визначає наявність різних коефіцієнтів поступального тертя $\zeta_\parallel$ і $\zeta_\perp$ бусинок гантельної частинки при їх русі уздовж і поперек напряму директора n_i. Це призводить до тензора $\xi_{ik} = \zeta_\perp \delta_{ij} + (\zeta_\parallel - \zeta_\perp) n_i n_k$ поступального тертя бусинок гантелі в анізотропній рідині (55), (56).

Використання структурно-феноменологічного підходу дозволило у §6.3 одержати реологічні рівняння стану розведених суспензій одновісних гантелей в анізотропній рідині з врахуванням обертального броунівського руху і орієнтуючої дії зовнішнього електричного поля на суспендовані частинки.

Дослідження реологічної поведінки суспензій гантельних частинок, які мають сталий дипольний момент $\vec{p}_c = P\vec{\nu}$, у простій зсувній течії при наявності поперечного стаціонарного однорідного електричного поля показало, що її ефективна в'язкість μ_a, як і в відповідній суспензії у н'ютонівській рідині, залежить від параметра $\alpha \equiv KW/PE$, де $W = \zeta_\perp L^2/2$. На Рис. 8 наведена залежність $\mu_a^* \equiv (\mu_a - \mu_a^{(0)})/n_0W$ від α при $\beta = 60^o$; тут $\mu_a^{(0)} = \mu+\mu_2(\lambda^2-1)/4\lambda^2+\mu_3$ — ефективна в'язкість дисперсійного середовища (55), (56) при $\mu_1 = 0$ у простій зсувній течії; $\beta = (\widehat{n_iOx})$. При $\Delta > 1$ інкремент ефективної в'язкості $\mu_a - \mu_a^{(0)}$ більший, ніж у суспензії з н'ютонівським дисперсійним середовищем ($\Delta = 1$), а при $\Delta < 1$ — менший. Спостерігається ефект, невластивий суспензіям у н'ютонівських і нен'ютонівських ізотропних рідинах,— зростання інкременту нен'ютонівської в'язкості суспензії при збільшенні α при малих і великих швидкостях зсуву (Рис. 8).

У §6.4 одержано реологічні рівняння стану розведених суспензій тривісних гантелей в ізотропних нен'ютонівських рідинах з внутрішніми ступенями вільності з врахуванням обертального броунівського руху на кінематику суспендованих частинок.

Аналіз одержаних рівнянь показав, що нен'ютонівські властивості дисперсійного середовища таких суспензій впливають на їхню реологічну поведінку так, як і у відповідних суспензіях одновісних гантелей.

У §6.4 одержано рівняння динаміки тривісних гантелей в анізотропній рідині (55), (56) під дією гідродинамічних сил у градієнтних течіях. Це дозволило дослідити вплив анізотропії дисперсійного середовища на динаміку таких модельних частинок у градієнтних течіях.

Основні результати і висновки

I. При побудові реологічних рівнянь стану розведених суспензій недеформівних дисперсних частинок є доцільним використання структурно-феноменологічного підходу, який об'єднує сильні сторони феноменологічного і структурного підходів.

II. Ефективність використання при побудові реологічних рівнянь стану розведених суспензій і розчинів полімерів структурно-феноменологічного підходу підтверджується результатами другої, третьої, п'ятої і шостої глав роботи, в яких одержано такі реологічні рівняння:

1. реологічні рівняня розведених суспензій недеформівних еліпсоїдів обертання, стрижнеподібних циліндричних частинок значного видовження, симетричних тривісних гантелей, розведених розчинів недеформівних нестрижнеподібних вільно протічних ланцюгових макромолекул у н'ютонівській рідині з урахуванням обертального броунівського руху суспендованих частинок (макромолекул);
2. реологічні рівняння розведених суспензій одновісних гантелей, асиметричних тривісних гантелей, розведених розчинів недеформівних стрижнеподібних ланцюгових макромолекул у н'ютонівській рідині з врахуванням обертального броунівського руху суспендованих частинок (макромолекул), орієнтуючого впливу зовнішнього електричного поля, інерції суспендованих частинок (макромолекул), внутрішньомолекулярної гідродинамічної взаємодії;
3. реологічні рівняння розведених суспензій одновісних гантельних частинок в аномально в'язкій степеневій рідині (Оствальда-Рейнера), в узагальненій нен'ютонівській нестисливій в'язкій рідині Рейнера-Рівліна, пружнов'язких рідинах Максвелла, Олдройда і Рівліна-Еріксена з врахуванням орієнтуючого впливу зовнішнього електричного поля і

нен'ютонівських властивостей дисперсійного середовища;

4. реологічні рівняння розведених суспензій одновісних гантельних частинок у нен'ютонівських ізотропних і анізотропних рідинах з внутрішніми ступенями вільності — у полярній рідині Ковіна, у рідині з моментними напруженнями Стокса, у диполярній рідині Блюштейна-Гріна, в анізотропній рідині Еріксена з врахуванням орієнтуючого ефекта зовнішнього електричного поля і нен'ютонівських властивостей дисперсійного середовища;

5. реологічні рівняння розведених суспензій симетричних і асиметричних тривісних гантельних частинок в ізотропних нен'ютонівських рідинах з внутрішніми ступенями вільності — у полярній рідині Ковіна, у рідині з моментними напруженнями Стокса, у диполярній рідині Блюштейна-Гріна з врахуванням обертального броунівського руху суспендованих частинок і нен'ютонівських властивостей дисперсійного середовища.

III. Аналіз реологічних рівнянь стану розведених суспензій осесиметричних дисперсних частинок у н'ютонівських, нен'ютонівських ізотропних і анізотропних рідинах, одержаних у роботі, показує, що в загальному випадку такі суспензії являють собою нелінійні пружнов'язкі системи, які виявляють в течіях такі нен'ютонівські властивості:

1. залежність ефективної в'язкості суспензії від геометрії течії та від градієнтів швидкості течії суспензії;

2. ефект нормальних напружень у суто зсувних течіях суспензій (ефект Вайссенберга);

3. несиметричність тензора напружень.

IV. Дослідження реологічної поведінки розведених суспензій (розчинів) осесиметричних дисперсних частинок (макромолекул) у н'ютонівській рідині у найпростіших течіях з однорідним полем швидкості за допомогою реологічних рівнянь, одержаних у роботі, показало:

1. ефективна в'язкість розведеної суспензії у н'ютонівській рідині неброунівських осесиметричних частинок, які моделюються еліпсоїдом обертання, не залежить від градієнтів швидкості течій, але суспензія веде себе як нен'ютонівська рідина – її ефективна в'язкість залежить від геометрії течії;
2. ефективна в'язкість розведеної суспензії (розчину) броунівських осесиметричних дисперсних частинок (макромолекул) залежить не тільки від геометрії течії, але і від градієнтів швидкості течії — вона зменшується у простій зсувній течії і збільшується у течіях одновісного розтягнення і чистого зсуву зі збільшенням швидкості деформації;
3. врахування асиметрії одновісних дисперсних частинок у суспензіях з н'ютонівським дисперсійним середовищем призводить до збільшення нен'ютонівської ефективної в'язкості суспензії порівняно з суспензією одновісних симетричних дисперсних частинок.

V. *Дослідження течії розведеної суспензії броунівських осесиметричних частинок з н'ютонівським дисперсійним середовищем у плоскому каналі показало, що:*

1. залежність ефективної в'язкості таких суспензій від швидкості зсуву призводить до непараболічного профілю швидкості течії;
2. перепад тиску на одиницю довжини уздовж каналу сталий, але на відміну від течії н'ютонівської рідини спостерігається зміна тиску поперек каналу.

VI. *Дослідження реологічної поведінки розведених суспензій неброунівських осесиметричних частинок з нен'ютонівським дисперсійним середовищем* у простій зсувній течії при наявності перпендикулярного стаціонарного однорідного електричного поля показало, що

1. врахування нен'ютонівських властивостей дисперсійного середовища, яке моделюється дилатантною ($n > 1$) степеневою рідиною, рідиною Рейнера–Рівліна, полярною рідиною Ковіна, рідиною з моментними напруженнями Стокса, диполярною рідиною Блюштейна–Гріна призводить до збільшення інкрементів $[\mu_a]$ і $[\sigma_1]$ ефективної нен'ютонівської в'язкості суспензії і першої різниці нормальних напружень у ній, зумовлених наявністю суспендованих частинок, порівняно з суспензією з н'ютонівським дисперсійним середовищем;

2. врахування нен'ютонівських властивостей дисперсійного середовища, яке моделюється псевдопластичною ($n < 1$) степеневою рідиною, пружнов'язкими рідинами Максвелла, Олдройда і Рівліна–Еріксена призводить до зменшення інкрементів $[\mu_a]$ і $[\sigma_1]$, порівняно з суспензією з н'ютонівським дисперсійним середовищем.

VII. Орієнтація директора анізотропного дисперсійного середовища, а також анізотропія його фізичних властивостей призводять, в залежності від величин параметрів, які її характеризують, до збільшення або зменшення інкременту $[\mu_a]$ ефективної нен'ютонівської в'язкості розведеної суспензії одновісних дисперсних частинок в анізотропній рідині Еріксена порівняно з відповідною суспензією у н'ютонівській рідині.

Спостерігається новий ефект, невластивий суспензіям у н'ютонівських і нен'ютонівських ізотропних рідинах, — зростання інкременту нен'ютонівської в'язкості суспензії при збільшенні швидкості зсуву при малих і великих швидкостях.

VIII. У суспензіях симетричних тривісних гантелей в анізотропній рідині спостерігається зависання дисперсних частинок у певному кутовому положенні у простій зсувній течії під дією тільки гідродинамічних сил, в той час, як у відповідній суспензії з ізотропним дисперсійним середовищем, такі суспендовані частинки здійснюють періодичний обертальний рух.

IX. Структурно-феноменологічний підхід, запропонований у даній роботі, може бути використаним для виведення реологічних рівнянь стану розведених суспензій з складною мікроструктурою суспендованих недеформівних дисперсних частинок і дисперсійного середовища.

Реологічні рівняння стану суспензій недеформівних дисперсних частинок, які одержано у роботі, і результати досліджень їхніх течій можуть бути використані для аналізу особливостей течій суспензій і розчинів деяких полімерів, які знайшли широке застосування у різних галузях промисловості, хімічній, харчовій і фармацевтичній технологіях.

Зміст дисертаційної роботи відображено у 46 друкованих працях. Основні з них:

1. **Таран Є.Ю., Шмаков Ю.І.** Особливості руху анізотропної рідини при великих числах Рейнольдса // *Доповіді АН УРСР*. Сер. А. 1968. №10. С. 937–940.

2. **Таран Є.Ю., Шмаков Ю.І.** Автомодельні задачі примежового шару анізотропної рідини // *Доповіді АН УРСР*. Сер. А. 1969. №9. С. 835–839.

3. **Таран Є.Ю., Шмаков Ю.І.** Косе обтікання нескінченного циліндра потоком анізотропної рідини // *Доповіді АН УРСР*. 1969. Сер. А. №10. С. 928–932.

4. **Шмаков Ю.И., Таран Е.Ю.** Структурно-континуальный подход в реологии полимерных материалов // *Инж.-физ. журн.*. 1970 Т. 18. №6. С. 1019–1024.

5. **Таран Е.Ю., Шмаков Ю.И.** Пограничный слой анизотропной жидкости // *Бионика*. 1971. Вып. 5. С. 38–42.

6. **Таран Е.Ю., Шмаков Ю.И.** Структурно-континуальная теория слабых суспензий эллипсоидальных частиц // *Гидромеханика*. 1971. Вып. 19. С. 57-62.

7. **Таран Є.Ю.** Структурно-континуальний підхід у реології полімерних матеріалів. IV. Розбавлені суспензії жорстких паличкоподібних частинок (модель еліпсоїда обертання і циліндра) // *Доповіді АН УРСР*. 1972. Сер. А. №4. С. 365-368.

8. **Шмаков Ю.И., Таран Е.Ю., Бегоулев П.Б.** Течение разбавленных растворов полимеров в плоском канале // *Гидромеханика*. 1972. Вып. 20. С. 87-92.

9. **Таран Е.Ю.** Реологическое уравнение состояния разбавленных растворов жестких свободно протекаемых цепных макромолекул // *Теплофизика и теплотехника*. 1972. Вып. 21. С. 144-147.

10. **Таран Е.Ю.** Структурно-феноменологическая теория напряженного состояния в разбавленных суспензиях жестких осесимметричных частиц в ньютоновских жидкостях // IV Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике. Киев. 21-26 мая 1976 г. Аннотации докладов. Киев: Наукова думка. 1976. С. 74-75.

11. **Таран Е.Ю.** Реологическое уравнение состояния разбавленных суспензий жестких гантелей с шариками на концах // *Прикл. механика*. 1977. Т. 13. №4. С. 110-115.

12. **Таран Е.Ю.** Реологическое уравнение состояния разбавленной суспензии дипольных гантелей в степенной жидкости // *Инж.-физ. журн.*. 1978. Т. 34. №4. С. 622-628.

13. **Таран Е.Ю.** Влияние электрического поля на реологическое поведение разбавленной суспензии дипольных гантелей в упруго-вязкой жидкости

Олдройда // *Механика полимеров*. 1978. №3. С. 519–524.

14. Таран Е.Ю. Влияние упруговязких свойств дисперсионной среды на реологическое поведение разбавленной суспензии дипольных гантелей в жидкости Ривлина–Эриксена // *Прикл. механика*. 1979. Т. 15. №9. С. 108–112.
15. Таран Е.Ю. Влияние поперечной вязкости дисперсионной среды на реологические свойства разбавленной суспензии жестких осесимметричных частиц // *Докл. АН УССР*. Сер. А. 1984. №7. С. 43–46.
16. Таран Е.Ю. Моментные напряжения в дисперсионной среде разбавленной суспензии // *Докл. АН УССР*. Сер.А. 1986. №3. С. 50–53.
17. Таран Е.Ю. Влияние гуковской упругости дисперсионной среды на поведение разбавленной суспензии // *Гидромеханика*. 1987. Вып. 55. С. 55–58.
18. Таран Є.Ю. Розведена суспензія жорстких осесиметричних частинок у мікрополярній рідині // *Вісник Київ. ун-ту*. Математика і механіка. 1987. Вип. 29. С. 91–96.
19. Придатченко Ю.В., Таран Е.Ю. Гидродинамическая и реологическая модели разбавленной суспензии жестких эллипсоидальных частиц в неньютоновских жидкостях // *Докл. АН УССР*. Сер. А. 1988. №3. С. 59–62.
20. Таран Е.Ю. Влияние деформируемости микроструктуры диполярной дисперсионной среды на реологическое поведение суспензии // *Докл. АН УССР*. Сер. А. 1988. №8. С. 43–46.
21. Таран Е.Ю., Придатченко Ю.В. Движение асимметричных дисперсных частиц в градиентных течениях жидкости // *Докл. АН УССР*. Сер. А. 1989. №10. С. 55–59.

22. **Таран Е.Ю., Придатченко Ю.В.** Разбавленная суспензия изотропных дисперсных частиц в анизотропной дисперсионной среде // ***Докл. АН УССР.*** Сер. А. 1991. №10. С. 82–87.

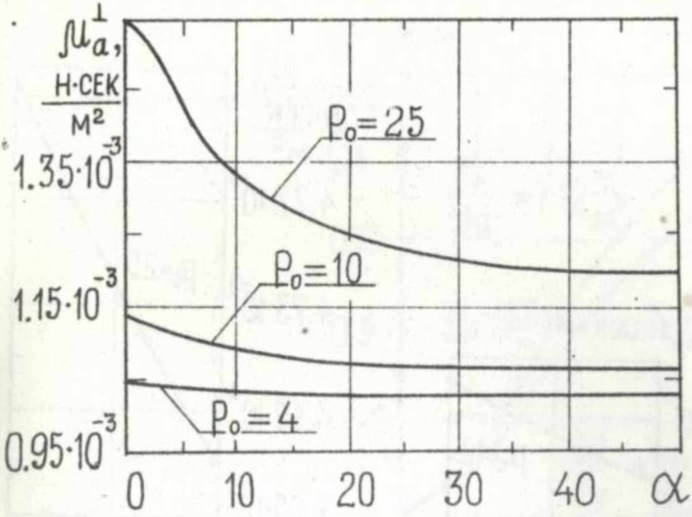
23. **Таран Е.Ю., Придатченко Ю.В., Таран Д.Е.** Особенности движения анизотропных диэлектрических дисперсных частиц в изотропной дисперсионной среде при наличии внешнего электрического поля // ***Докл. АН Украины.*** 1991. №11. С. 58–62.

24. **Придатченко Ю.В., Таран Е.Ю.** Динамика анизотропных дисперсных частиц в жидких кристаллах // ***Докл. АН Украины.*** 1991. №12 С. 41–45.

25. **Таран Е.Ю., Придатченко Ю.В.** Реологическое поведение разбавленных суспензий жестких асимметричных частиц // ***Инж.-физ. журн.*** 1992. Т. 62. С. 57–65.

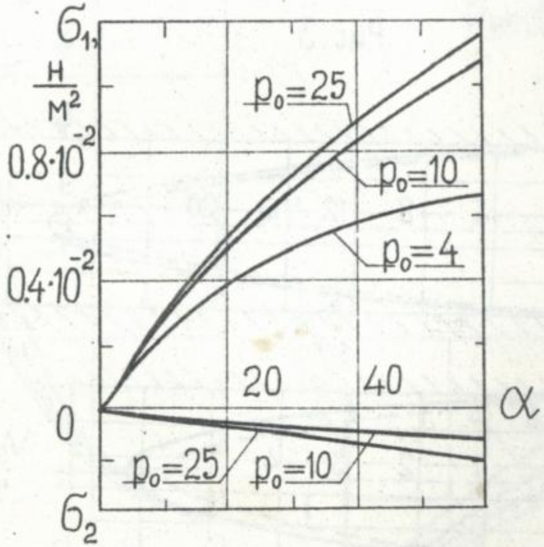
26. **Придатченко Ю.В., Таран Е.Ю.** Динамика симметричной трехосной гантели в градиентных течениях анизотропной дисперсионной среды // Тезисы докл. XIV Симпозиума "Реология-92". Днепропетровск. 1992. С. 49.

27. **Taran E.Yu., Pridatchenko Yu.V.** Using of free-drained models of rigid impenetrable isotropic and anisotropic suspended particles in rheology of suspensions // Proc. IXth Congr. or. Rheology, Brussels, Belgium, August 17-21, 1992, V.2, P. 658.



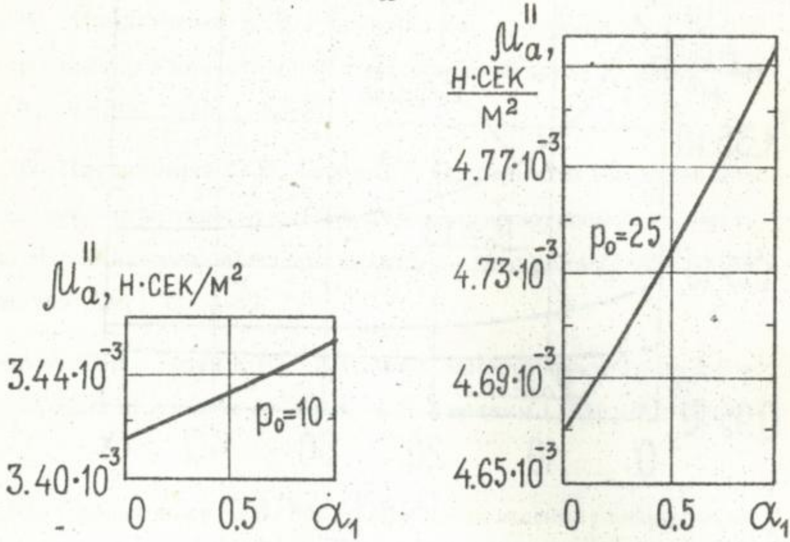
$\mu_a^{\perp}$,
$\frac{Н \cdot СЕК}{М^2}$
$1.35 \cdot 10^{-3}$
$1.15 \cdot 10^{-3}$
$0.95 \cdot 10^{-3}$
$P_o = 25$
$P_o = 10$
$P_o = 4$
0
10
20
30
40
α

Рис.1



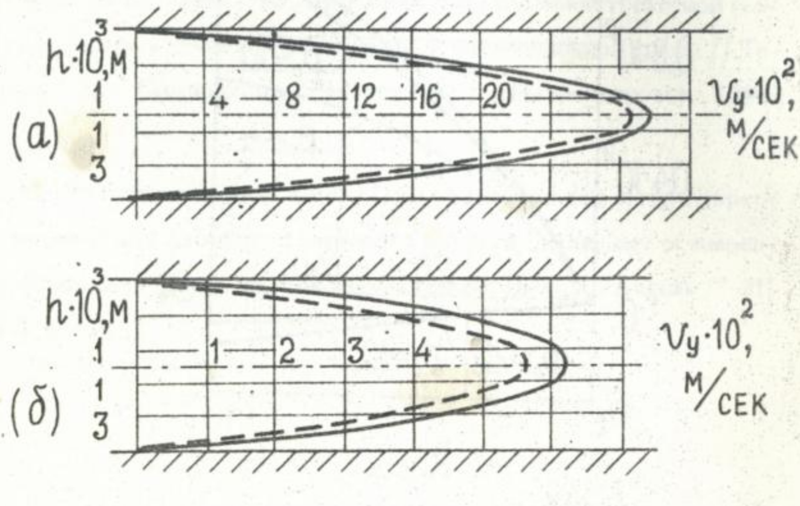
σ_1,
$\frac{Н}{М^2}$
$0.8 \cdot 10^{-2}$
$0.4 \cdot 10^{-2}$
0
σ_2
$p_o = 25$
$p_o = 10$
$p_o = 4$
$p_o = 25$
$p_o = 10$
20
40
α

Рис.2



μ_a'', н·сек/м²
$3.44\cdot10^{-3}$
$3.40\cdot10^{-3}$
$p_0=10$
0
0.5
α_1
μ_a'',
$\frac{н\cdot сек}{м^2}$
$4.77\cdot10^{-3}$
$4.73\cdot10^{-3}$
$4.69\cdot10^{-3}$
$4.65\cdot10^{-3}$
$p_0=25$
0
0.5
α_1

Рис.3



$h\cdot10$, м
3
1
1
3
(а)
4
8
12
16
20
$v_y\cdot10^2$,
м/сек
$h\cdot10$, м
3
1
1
3
(б)
1
2
3
4
$v_y\cdot10^2$,
м/сек

Рис.4

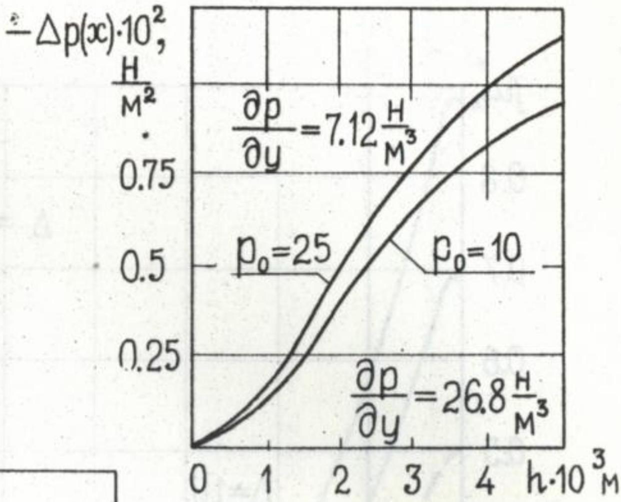


Рис.5

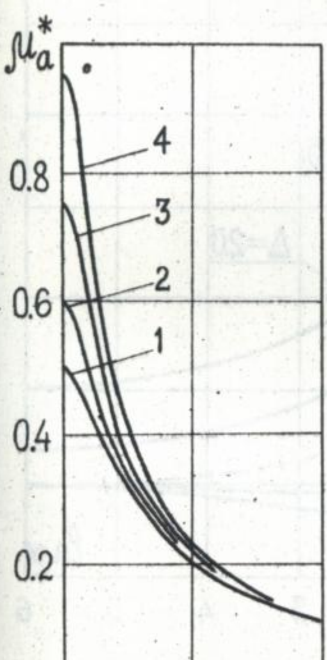


Рис.6

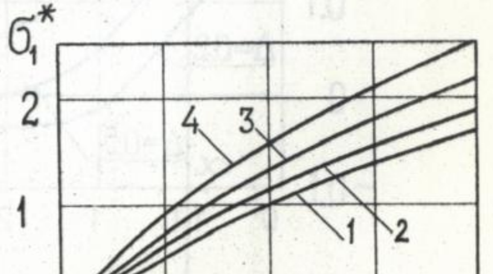


Рис.7

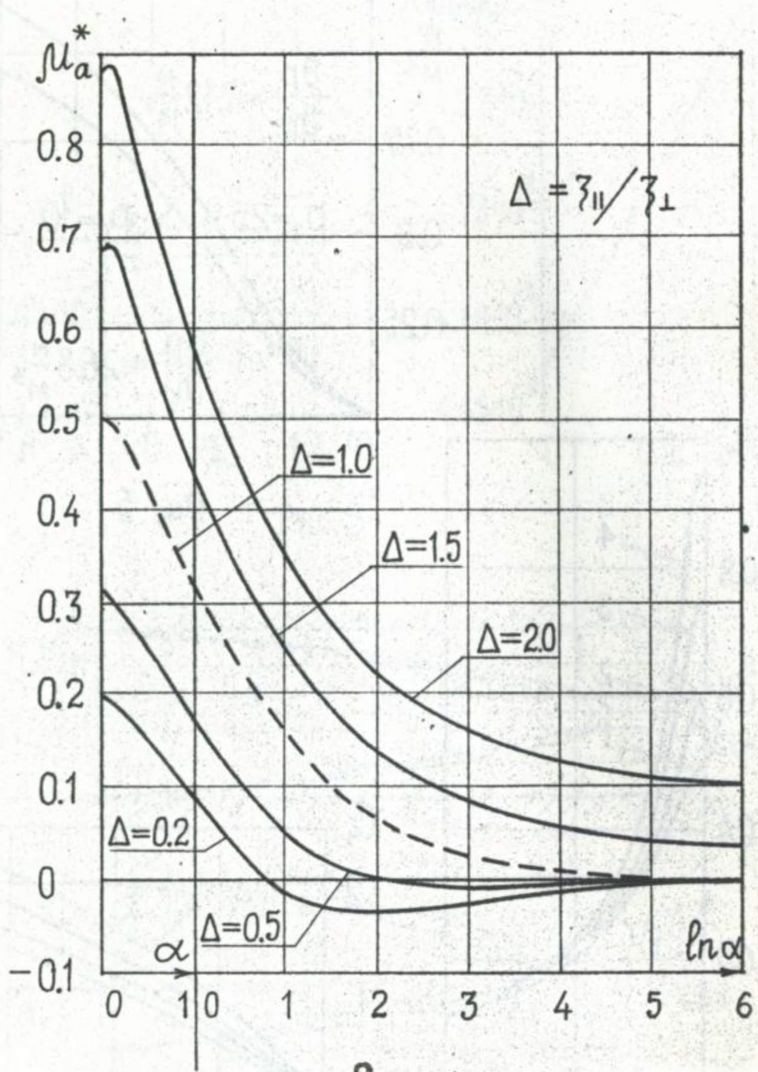


Рис. 8

Підписано до друку: 25.03.94г. Формат 60/84 1/16
Об'єм 1,5 д.а. Зам.N 3645. Тираж 100 примірників.

Державне комунальне поліграфічне підприємство "Тираж"
м.Київ