

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ УКРАИНЫ
КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
СТРОИТЕЛЬСТВА И АРХИТЕКТУРЫ

На правах рукописи

ТЕМОР ШАХ



ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДИКИ РАСЧЕТА
УСТОЙЧИВОСТИ ПЛАСТИН И ОБОЛОЧЕК В СВЕРХЗВУКОВОМ
ПОТОКЕ ГАЗА

Специальность 05.23.17 - Строительная механика

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Киев - 1994



00778559 (+)

Диссертация является рукоп
 Работа выполнена на кафедр
 исследовательском институте стр
 дарственного технического университета строительства и архитек
 туры.

- Научные руководители - доктор технических наук,
 профессор Г.В.Исаханов
 доктор технических наук,
 профессор Е.С.Дехтярюк
- Официальные оппоненты - доктор технических наук,
 профессор Н.В.Василенко
 кандидат технических наук,
 старший научный сотрудник
 В.В.Савицкий
- Ведущая организация - Институт проблем прочности
 АН Украины

Защита диссертации состоится "3" июня 1994 года в 13 часов
 на заседании специализированного совета К 068.05.04 в Киевском
 государственном техническом университете строительства и архитек
 туры по адресу: 252087, г.Киев, Воздухофлотский проспект, 31.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке университета.

Автореферат разослан "16" мая 1994 года.

Ученый секретарь
 специализированного совета
 кандидат технических наук

Ю.Л.Динкевич

ЛННБ ім. В. Стефаніка
 АН України

4B-30.255

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Важнейшим направлением повышения надежности, долговечности, весового совершенства машин и сооружений является разработка и внедрение современных, ориентированных на использование ЭВМ методов расчета конструкций на устойчивость. При решении многих задач строительства и машиностроения возникают трудности, связанные с проблемой обеспечения устойчивости конструкций, находящихся в потоке жидкости или газа. Этот вид нагрузки обуславливает появление ряда специфических моментов при рассмотрении вопросов устойчивости. В практике строительства сооружений можно привести ряд примеров возникновения аэроупругой неустойчивости. Сюда относятся задачи устойчивости большепролетных висячих мостов, трубопроводных переходов, телевизионных башен, дымовых труб, градирен, а также отдельных элементов указанных выше конструкций. Специфическая особенность рассматриваемой проблемы связана с необходимостью учета среды в составе динамической системы. В случае сверхзвукового потока широко используют методы поршневой теории. При постановке таких задач колебания системы описываются общими динамическими уравнениями теории упругости, а влияние потока — по закону плоских сечений.

В настоящее время расчетное обоснование проектных решений в значительной степени опирается на данные численного моделирования с помощью тех или иных (главным образом, конечно-элементных) алгоритмов. В то же время, анализ динамических процессов в тонкостенных пространственных конструкциях машин и сооружений, находящихся в потоке жидкости или газа еще не имеет необходимой поддержки в виде развитых средств численного моделирования, обладающих достаточным уровнем общности.

В связи с этим представляется актуальной проблема разработки эффективных численных методов исследования устойчивости тонкостенных пространственных конструкций, находящихся в сверхзвуковом потоке.

Целью настоящей работы является: создание численного алгоритма исследования задач гидроаэроупругости на устойчивость, реализация разработанной методики в виде вычислительного комплекса, ориентированного на применение ПЭВМ, решение с помощью созданного программного средства задач, представляющих практический интерес.

Научная новизна диссертационной работы заключается в том, что разработана и реализована численная методика построения и исследования динамической устойчивости пластин и оболочек, находящихся в потоке газа, позволяющая учитывать эффекты, связанные со взаимодействием объекта и среды. При этом предложена эффективная методика вычисления аэродинамических матриц жесткости и демпфирования, разработанная на базе моментной схемы метода конечных элементов; полученная система расчетных соотношений реализована в виде пакета прикладных программ, являющегося составной частью вычислительного комплекса решения задач на устойчивость тонкостенных пространственных конструкций; исследованы вопросы потери устойчивости пластин и оболочек, находящихся в сверхзвуковом потоке. Достоверность полученных результатов обеспечивается сопоставлением численных решений с аналитическими и результатами других авторов.

Практическая ценность диссертационной работы состоит в реализации разработанной методики в виде программного комплекса, позволяющего с высокой степенью автоматизации проводить численные исследования задач устойчивости тонкостенных пространственных конструкций с учетом взаимодействия объекта и среды.

Апробация работы. Основные научные результаты диссертационной работы отражены в докладе "Автоколебания тонких пластин и оболочек в потоке газа" (соавтор - Е.Д. Лумельский) на 50-й научно-технической конференции КИСИ в 1989 году.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка использованных источников из 107 наименований. Работа изложена на 117 страницах машинописного текста и содержит 15 рисунков и 6 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы, определена цель исследований и приведено краткое содержание разделов диссертационной работы.

В первом разделе выполнен анализ публикаций по выбранной теме, что позволяет сформулировать постановку задачи. Приведены основные определения устойчивости, описан динамический критерий потери устойчивости, представлены основные соотношения поршневой теории.

Проблемы устойчивости занимают одно из центральных мест в механике деформируемых твердых тел. Работы в этой области, за малым исключением, основывались на статических концепциях устойчивости, восходящих к Эйлеру. В дальнейшем эти концепции развивались в трудах А.М.Ляпунова, Г.Циглера, В.В.Болотина, А.Р.Ржаницына, Я.Г.Пановко, А.С.Вольмира и др.

Быстрое развитие машиностроения, кораблестроения, авиастроения и ракетостроения потребовало решения новых задач, для анализа которых классические подходы не всегда пригодны. В частности, оказалось, что статические методы применимы в случаях, когда системы являются консервативными, т.е. внешние силы являются потенциальными. Однако на практике этим свойством не обладают многие классы нагрузок, важные для современной техники. Примерами служат силы взаимодействия конструкций со средой в задачах аэро- и гидрорупругости, силы, действующие на роторы газовых турбин, и т.п. В этих случаях необходимо использовать динамические подходы. Изучению таких случаев посвящены работы Г.Рейснера, А.А.Фрейзера, В.Д.Данилена, М.Раушера, Е.П.Гроссмана, Х.Дж.Киснера, М.В.Келдыша, М.А.Лаврентьева, Т.Теодерсена, В.Д.Хейса, Р.В.Лионарда, А.А.Ильюшина, В.В.Болотина, А.Р.Ржаницына, Я.Г.Пановко, А.С.Вольмира.

В последние годы большое внимание уделяется задачам устойчивости пластин и оболочек, обтекаемых потоком газа или жидкости. При рассмотрении задач аэроупругости для пластин и оболочек необходим учет взаимного влияния обтекаемой тонкостенной конструкции и среды, проявляющийся в том, что деформирование объекта, обусловленное влиянием потока, в свою очередь, вызывает дополнительное возмущение потока, которое должно быть принято в расчет при определении нагрузок, действующих на обтекаемую тонкостенную конструкцию.

Специфические трудности флаттерных задач вызваны тем, что аэродинамические силы, вообще говоря, не могут быть достаточно просто выражены через возмущение обтекаемой поверхности. Однако в области больших сверхзвуковых скоростей возможны существенные упрощения, основанные на асимптотических свойствах сверхзвукового потока. Один из возможных подходов известен под названием закона плоских сечений (поршневой теории), который приводит к формуле, связывающей местное давление на тело с нормальной компонентой скорости поверхности в рассматриваемой точке.

$$\rho = \frac{2q}{\beta} \left[\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{M^2 - 2}{M^2 - 1} \cdot \frac{1}{U} \frac{\partial w}{\partial t} \right], \quad (1)$$

где $q = \frac{\rho U^2}{2}$; $U = M \cdot u$; ρ - плотность воздуха; $\beta = \sqrt{M^2 - 1}$; M - число Маха; u - скорость звука.

В общем случае уравнение линейных колебаний механических систем, находящихся в потоке жидкости или газа, может быть представлено в виде:

$$\mathcal{M} \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial t^2} + C \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \mathcal{K} \tilde{v} = R(\tilde{v}, t), \quad (2)$$

где

$$\tilde{v}(x^1, x^2, x^3, t) = (\tilde{v}_1(x^1, x^2, x^3, t), \tilde{v}_2(x^1, x^2, x^3, t), \tilde{v}_3(x^1, x^2, x^3, t))^T$$

- вектор перемещений; \mathcal{M} - инерционный оператор; C - оператор демпфирования; \mathcal{K} - оператор, характеризующий упругие свойства системы; $R(\tilde{v}, t)$ - вектор узловых нагрузок.

При решении конкретных задач необходимо реализовать переход от континуальной модели к дискретной модели. Дискретный аналог уравнения (2) удобно получить, используя вариационный подход, основанный на принципе Гамильтона. Согласно этому принципу движение механической системы описывается выражением:

$$\int_{t_0}^t (\delta T - \delta \Pi - \delta' W) dt = 0, \quad (3)$$

где δT - вариация кинетической энергии; $\delta \Pi$ - вариация потенциальной энергии; $\delta' W$ - вариация элементарной работы внешних сил.

Вариацию элементарной работы внешних сил можно представить в виде:

$$\delta' W = \delta W_1 + \delta W_2 + \delta W_3, \quad (4)$$

где W_1 - работа внешних нагрузок (консервативных "мертвых" сил); W_2 - работа диссипативных сил; W_3 - работа неконсервативных сил, обусловленных взаимодействием тела с потоком жидкости

или газа. В настоящей работе $\delta W_1 = 0$.

Переход к дискретной модели осуществляется методом обобщенных координат. В качестве координатных функций выбираются формы собственных колебаний конструкции.

Реализация рассматриваемой схемы исследования устойчивости равновесия континуальной модели сводится к анализу ее дискретного аналога, который описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений.

Решение этой системы разыскивается в виде функции от параметра λ , удовлетворяющего некоторому характеристическому уравнению порядка $2k$ с вещественными коэффициентами.

Положим, что среди корней $\lambda_s (s=1, 2, \dots, 2k)$ этого уравнения нет одинаковых. Тогда общее решение уравнений движения образуется как линейная комбинация $2k$ экспонент $e^{\lambda_s t}$. В случае, когда вещественные части всех корней отрицательны, решение является убывающим и невозмущенное равновесие — асимптотически устойчивым. Соответствующее нулевому корню частное решение представляет собой постоянную величину, и если вещественные части других корней отрицательны, то равновесие будет асимптотически устойчивым. Неустойчивость возникает при условии, что среди корней окажется хотя бы один, вещественная часть которого положительна.

Численная реализация предложенной выше схемы проводится на основе МКЭ. В работе используется моментная схема метода конечных элементов (МКСЭ), предложенная А.С.Сахаровым и В.Н.Кислюком. Важным достоинством МКСЭ является учет жестких смещений элемента, что связано с использованием обычных соотношений трехмерной теории упругости при описании свойств конечных элементов.

Во втором разделе, исходя из уравнений теории тонких оболочек, предлагается методика построения динамических моделей, представляющих собой уравнения движения в обобщенных координатах, которые получены на основе аппроксимации изгибных перемещений совокупностью форм собственных колебаний.

Рассматривается тонкая оболочка при $h/R \ll 1$, $h/L \ll 1$, где h — толщина; R — минимальный из главных радиусов кривизны срединной поверхности; L — характерный линейный размер. Срединная поверхность параметризована Гауссовыми координатами x^α . Здесь и ниже греческие индексы принимают значения 1, 2. Координата x^3 направлена по нормали к срединной поверхности.

Изменение компонент вектора перемещений $\tilde{v}(\mathbf{x}, t)$ по толщине оболочки в криволинейной системе координат задается следующими соотношениями:

$$\tilde{v}_\alpha(x^1, x^2, x^3, t) = u_\alpha(x^1, x^2, t) + x^3 \varphi_\alpha(x^1, x^2, t), \quad (5)$$

$$\tilde{v}_3(x^1, x^2, x^3, t) = \omega(x^1, x^2, t),$$

где $\tilde{v}_i(x^1, x^2, x^3, t)$, ($i = 1, 2, 3$) - ковариантные компоненты, вектора перемещений произвольной точки $M(x^1, x^2, x^3)$ оболочки, компоненты $u_\alpha(x^1, x^2, t)$, ($\alpha = 1, 2$) характеризуют мембранные перемещения соответствующей точки срединной поверхности; $\varphi_\alpha(x^1, x^2, t)$, ($\alpha = 1, 2$) - градиент перемещений по толщине (эта величина характеризует угол поворота сечения); ω - прогиб-перемещение по нормали к срединной поверхности. Формулы (5) соответствуют принятию гипотезы о линейном характере изменения компонент \tilde{v}_α вектора перемещений по толщине оболочки и постоянства прогибов по толщине.

Выражения для тензора деформаций записываются следующим образом:

$$\mathcal{E}_{\alpha\beta} = \mathcal{E}_{\alpha\beta}^p + x^3 \mathcal{E}_{\alpha\beta}^{\dot{}} , \quad \mathcal{E}_{\alpha\alpha} = \frac{1}{2}(\omega_\alpha + \varphi_\alpha), \quad \mathcal{E}_{33} = f(\mathcal{E}_{\alpha\beta}),$$

$$\mathcal{E}_{\alpha\beta}^p = \frac{1}{2}(a_{\alpha\beta} + a_{\beta\alpha}), \quad \mathcal{E}_{\alpha\beta}^{\dot{}} = \frac{1}{2}(z_{\alpha\beta} + z_{\beta\alpha}),$$

где $a_{\alpha\beta} = \nabla_\alpha U_\beta - \omega \delta_{\alpha\beta}$, $\omega_\alpha = \nabla_\alpha \omega + \delta_{\alpha\beta} U_\beta$, $z_{\alpha\beta} = \nabla_\alpha \varphi_\beta$;

величины $a_{\alpha\beta}$ характеризуют деформацию в срединной поверхности (в массиве материала); ω_α - определяет угол между нормальными к срединной поверхности для недеформированного и деформированного состояний; $z_{\alpha\beta}$ - изменение кривизн; $\delta_{\alpha\beta}$ - компоненты тензора второй квадратичной формы срединной поверхности. Напряжения и деформации связаны зависимостями:

$$\sigma_{ij} = G^{ij} \mathcal{E}_{\alpha\beta} + 2 G^{ij\alpha\beta} \mathcal{E}_{\alpha\beta} + G^{ij33} \mathcal{E}_{33}.$$

Компоненты тензора упругости для однородного изотропного тела вычисляются по формуле:

$$G^{ijkl} = \lambda g^{ij} g^{kl} + \mu^0 (g^{ik} g^{jl} + g^{il} g^{jk}),$$

где λ , μ^0 - коэффициенты Ляме. Напряженно-деформированное состояние оболочки полностью описывается функциями $U_\alpha(x^1, x^2, t)$, $\omega(x^1, x^2, t)$ и $\varphi_\alpha(x^1, x^2, t)$, определенными на срединной поверхности оболочки. Записывая выражения для вариаций кинетической энергии δT и потенциальной энергии $\delta \Pi$, а также для элементарной работы внешних сил, сил диссипации на возможных перемещениях и работы неконсервативных сил, обусловленных взаимодействием тела с потоком жидкости или газа, на основании принципа Гамильтона можно получить уравнения движения в следующем виде:

$$\rho h \ddot{v}_\beta + c \dot{v}_\beta + U_\beta(v_\alpha, \omega) = p_\beta(t), \quad (\beta = 1, 2),$$

$$\rho h \ddot{\omega} + c \dot{\omega} + W(v_\alpha, \varphi_\alpha, \omega) = q(t), \quad (6)$$

$$\rho \frac{h^3}{12} \ddot{\varphi}_\beta + c_\beta \dot{\varphi}_\beta + \Phi(v_\alpha, \varphi_\alpha, \omega) = m_\beta(t),$$

где U_β , W , Φ - линейные дифференциальные операторы от v_α , φ_α , ω ; ρ - плотность материала оболочки; c , c_β - коэффициенты диссипации; $p_\beta(t)$, $q(t)$, $m_\beta(t)$ - компоненты нагрузки, отнесенные к единице площади срединной поверхности.

Расчетная динамическая модель строится методом обобщенных координат.

Представим поле перемещений v_α , ω , φ_α в виде линейной комбинации собственных форм колебаний \tilde{v}_β^i , $\tilde{\omega}^i$, $\tilde{\varphi}_\beta^i$ ($i = 1, 2, \dots, n$):

$$v_\alpha = \tilde{v}_\alpha^i y_i(t), \quad \varphi_\alpha = \tilde{\varphi}_\alpha^i y_i(t), \quad \omega = \tilde{\omega}^i y_i(t), \quad (7)$$

где $y_i(t)$ - обобщенные перемещения, являющиеся неизвестными функциями времени; n - количество форм.

После соответствующих преобразований уравнения (6) может быть представлено системой обыкновенных линейных дифференциальных уравнений в обобщенных координатах

$$M^{ij} \ddot{y}_j + (C^{ij} - U K_D) \dot{y}_j + (K^{ij} - U^2 K_A) y_j = 0, \quad (8)$$

2'

где K_A и K_D - соответственно аэродинамические матрицы жесткости и демпфирования.

Численный алгоритм метода обобщенных координат реализуется на базе МКЭ. Деформирование конструкции определяется вектором узловых перемещений

$$U_N(t) = (u_{N1}(t), u_{N2}(t), \dots, u_{Ns}(t))^T,$$

где S - число степеней свободы конечно-элементной модели. Аппроксимация вектора перемещений

$$\tilde{U}(x^1; x^2; x^3; t) = (\tilde{U}_1^T(x^1; x^2; x^3; t), \tilde{U}_2^T(x^1; x^2; x^3; t), \tilde{U}_3^T(x^1; x^2; x^3; t))^T$$

в произвольной точке $M(x^1; x^2; x^3)$ конечного элемента ℓ имеет вид

$$\tilde{U}_i(x^1; x^2; x^3; t) = N_i^{\ell B}(x^1; x^2; x^3) u_B(t),$$

где $N_i^{\ell B}$ - функция формы ℓ -ого конечного элемента; u_B - подмножество координат вектора U_N , соответствующих узловым перемещениям ℓ -ого конечного элемента. k -ая собственная форма колебаний \tilde{U}^k определяется вектором узловых перемещений \hat{U}_N^k . Согласно методу обобщенных координат вектор узловых перемещений $U_N(t)$ представляется в виде

$$U_N(t) = \hat{U}^k y_k(t), \quad k = 1, 2, \dots, \pi,$$

где π - число удерживаемых форм. Тогда

$$\tilde{U}_i(x^1; x^2; x^3; t) = N_i^{\ell B}(x^1; x^2; x^3) \hat{U}_B^k y_k(t) = \hat{N}_i^{\ell k}(x^1; x^2; x^3) y_k(t),$$

где $\hat{N}_i^{\ell k}(x^1; x^2; x^3) = N_i^{\ell B}(x^1; x^2; x^3) \hat{U}_B^k$ - k -ая обобщенная функция формы ℓ -ого конечного элемента, соответствующая k -ой форме колебаний. С помощью обобщенных функций форм вычисляются матрицы масс M , демпфирования C , аэродинамического демпфирования K_D , жесткости K , аэродинамической жесткости K_A системы (8).

Третий раздел содержит основные соотношения для построения аэродинамических матриц жесткости и демпфирования, алгоритм численного метода решения задач на собственные значения для симмет-

ричных и несимметричных матриц. Здесь же приведены сведения о структуре и основных компонентах пакета прикладных программ, предназначенные для выполнения на ЭВМ расчетов устойчивости в задачах гидро-аэроупругости. Описана последовательность задания исходной информации для отдельных заданий пакета. Согласно поршневой теории аэродинамическая нагрузка определяется по формуле (1). Общая система координат выбирается таким образом, чтобы скорость потока U была направлена по одной из осей, лежащих в плоскости, перпендикулярной перемещению ω . В этом случае работа внешних нагрузок, отражающая влияние среды, определяется следующим образом:

$$\delta W_3 = \int_S P(\omega) \delta \omega ds, \quad (9)$$

где $P(\omega)$ - внешняя нагрузка, характеризующая возмущенное состояние; $\delta \omega$ - вариация перемещений. Согласно (7) формула (1) может быть преобразована к виду:

$$P = \frac{2q}{B} \left[\frac{\partial \dot{\omega}^i}{\partial x} y_i + \frac{M^2 - 2}{M^2 - 1} \cdot \frac{1}{U} \dot{\omega}^i \dot{y}_i \right].$$

Тогда формула (9) принимает вид:

$$\delta W_3 = \frac{2q}{B} \int_S \left[\frac{\partial \dot{\omega}^i}{\partial x} y_i + \frac{M^2 - 2}{M^2 - 1} \cdot \frac{1}{U} \dot{\omega}^i \dot{y}_i \right] \delta \omega_k ds.$$

Коэффициенты, стоящие перед y_i и \dot{y}_i , образуют соответственно аэродинамические матрицы жесткости и демпфирования.

Как указывалось ранее при формировании аэродинамических матриц жесткости и демпфирования используются обобщенные функции форм $N_i^{ek}(x^1, x^2, x^3)$. В пределах ℓ -ого элемента перемещения имеют вид:

$$\dot{\omega}(x^1, x^2) = \tilde{v}_3(x^1, x^2, 0) = \dot{N}_3^{ek}(x^1, x^2, 0) y_k(t).$$

Окончательно получим для вариации работ неконсервативных сил выражения вида:

$$\delta W_3 = \frac{2q}{\beta} \sum_{l=1}^m \int_{S_e} \left[\frac{\partial \dot{N}_3^{ci}}{\partial x} y_i(t) + \right. \\ \left. + \frac{M^2-2}{M^2-1} \cdot \frac{1}{U} \dot{N}_3^{ej} y_j(t) \right] \dot{N}_3^{ek} \delta y_k ds,$$

где m - количество элементов.

Следовательно, матрицы аэродинамической жесткости и демпфирования имеют вид:

$$K_{Aik} = \frac{2q}{\beta} \sum_{l=1}^m \int_{S_e} \frac{\partial \dot{N}_3^{ci}}{\partial x} \dot{N}_3^{ek} ds; \quad i, k = 1, 2, \dots, n$$

$$K_{Djk} = \frac{2q}{\beta} \cdot \frac{M^2-2}{M^2-1} \cdot \frac{1}{U} \sum_{l=1}^m \int_{S_e} \dot{N}_3^{ej} \dot{N}_3^{ek} ds; \quad j, k = 1, 2, \dots, n.$$

Исследование проблемы флаттера заключается в рассмотрении условий устойчивости тривиальных решений уравнения (9). Перейдем к фазовым координатам

$$q = (y_1, y_2, \dots, y_n, \dot{y}_1, \dot{y}_2, \dots, \dot{y}_n)^T. \quad (10)$$

С учетом (10) уравнение (8) преобразуется к виду

$$\dot{q} = Tq, \quad T = \begin{pmatrix} 0 & E \\ A & B \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где E - единичная матрица; $A = \Omega - U^2 K_A$, $B = \Omega_1 - U K_D$,

$$\Omega = \text{diag}(-\omega_1^2, -\omega_2^2, \dots, -\omega_n^2), \quad \Omega_1 = \text{diag}\left(-\frac{\Delta\omega_1}{\pi}, -\frac{\Delta\omega_2}{\pi}, \dots, -\frac{\Delta\omega_n}{\pi}\right),$$

ω_i - частота колебаний ($i = 1, 2, \dots, n$); π - количество форм, Δ - декремент колебания.

Представим решение системы (II) в виде $q_i = \dot{q}_i e^{\lambda t}$, где \dot{q}_i - не зависит от времени; $\lambda = RR + RI$ - корень характеристического уравнения $|\lambda E - T| = 0$.

Возможны два вида потери устойчивости состояния равновесия: дивергенция и флаттер. Характер потери устойчивости может быть выявлен путем исследования поведения корней при возрастающей величине скорости потока U . При этом задают интервал по возрастанию скорости потока. Для каждого значения скорости находят величины RR и RI . Затем строят годограф скоростей, по оси абсцисс которого откладывают коэффициенты RR , по оси ординат - частоты RI . Явление дивергенции как статической неустойчивости будет иметь место, если ветвь годографа скоростей пересекает мнимую ось RI , двигаясь по оси абсцисс RR в положительном направлении. Явление флаттера как динамической неустойчивости имеет место при частоте $RI \neq 0$ и при переходе ветви годографа через ось ординат в положительном направлении.

В четвертом разделе приведены результаты численного исследования устойчивости пластин и оболочек.

Все задачи рассматривались при следующих обозначениях физических и геометрических параметров: α - длина, δ - ширина, h - толщина рассматриваемого объекта; E - модуль упругости, ρ_m - плотность материала, EJ - изгибная жесткость, $D = E h^3 / 12(1 - \nu^2)$ - цилиндрическая жесткость объекта.

Аэродинамическая нагрузка определялась по формуле (I).

Анализ вычислительных аспектов предлагаемой схемы проводится на тестовых задачах, в качестве которых использованы задачи исследования устойчивости балки на двух опорах и консольной пластины.

Балка на двух опорах является простейшим объектом, для которого возможно построение конечномерных моделей аналитически. Это позволяет сравнить аналитические результаты с результатами, полученными с помощью численного метода, предложенного в настоящей работе.

При конечно-элементном анализе балка представляется набором универсальных оболочечных элементов в виде полосы с одним элементом по ширине.

Решение уравнения движения балки при условии пренебрежения силами инерции в продольном направлении представляется в виде:

$$\omega = \sum_{n=1}^m y_n(t) \sin \frac{n\pi x}{a} A_n$$

и разыскивается методом Бубнова-Галеркина. Результаты аналитического и численного исследований представлены в табл. 1.

Таблица 1

Аэродинамические матрицы

Жесткости		Демпфирования	
Аналитич.	ЭВМ	Аналитич.	ЭВМ
$\begin{pmatrix} 0 & 1.507 \\ 1.509 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.113 \cdot 10^9 & 1.509 \\ 1.509 & 0.427 \cdot 10^9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.832 \cdot 10^1 & 0 \\ 0 & 0.830 \cdot 10^1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.833 \cdot 10^{-1} & 0.243 \cdot 10^{-6} \\ 0.243 \cdot 10^{-6} & 0.831 \cdot 10^{-1} \end{pmatrix}$

Исследование устойчивости балки заключается в рассмотрении корней соответствующего характеристического уравнения. Задается интервал по возрастанию скорости потока ΔU . Для каждого значения скорости находят величины RR и RI и строят годограф скоростей. В данном случае число Маха изменялось сначала в интервале $M = 1,5+3$ с шагом $\Delta M = 0,5$. Для более точного определения критической скорости целесообразным является процесс вычислений, при котором сужается интервал изменения чисел M и уменьшается шаг ΔM . В конечном итоге число Маха изменялось в интервале $M = 1,015+1,5$, при этом шаг составлял $\Delta M = 0,005$.

Такая же процедура исследования сохраняется для следующих задач. Вычислительный процесс построен таким образом, что решение последовательно разыскивается для π форм, где $\pi = 1, 2, \dots, k$, ($k_{max} = 15$) до тех пор, пока сравниваемые числа Маха дают хорошее совпадение.

В задаче для балки решение разыскивалось для 2, 3 и 4 форм.

На рис. 1 представлены частотные годографы низших двух тонов. Точками указаны расчетные значения R ; цифры соответствуют числам M .

При $M = 1,455$ в спектре собственных чисел λ разрешающей матрицы появляется пара комплексно сопряженных корней. Этой паре

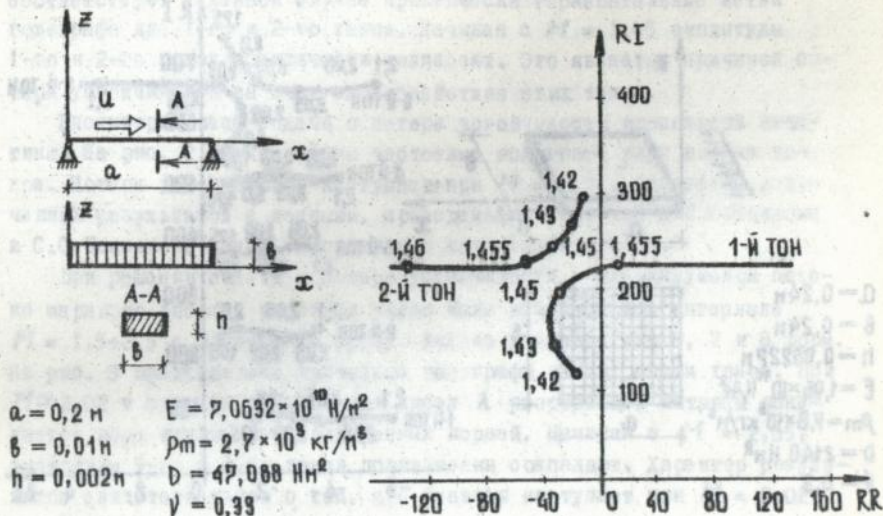


Рис. 1

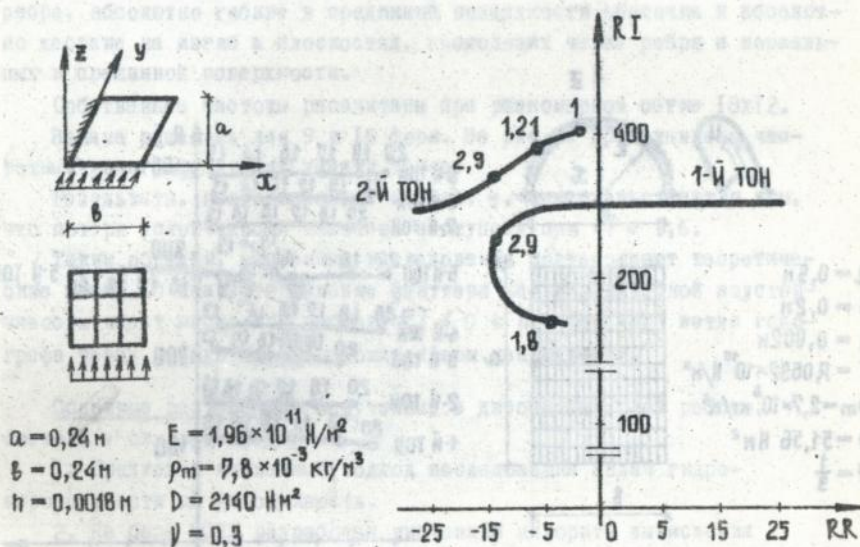


Рис. 2

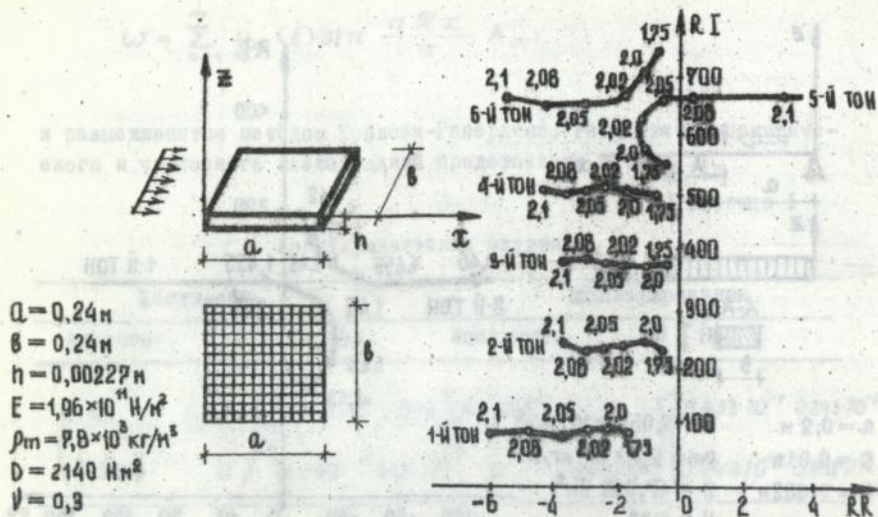


Рис. 3

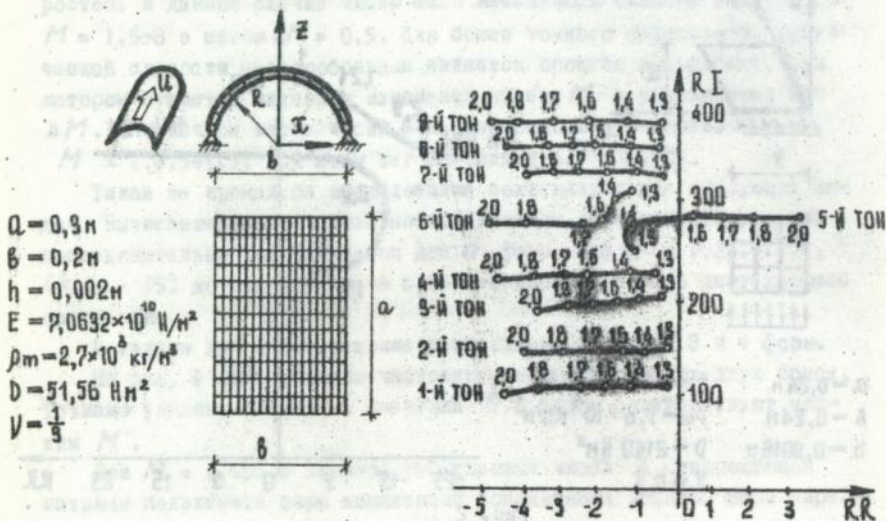


Рис. 4

соответствуют в данном случае практически горизонтальные ветви годографа для 1-го и 2-го тонов. Начиная с $M = 1,45$ амплитуды 1-го и 2-го тонов практически совпадают. Это является причиной потери устойчивости за счет взаимодействия этих тонов.

Рассматривалась задача о потере устойчивости консольной пластины. На рис. 2 представлены частотные годографы двух низших тонов. Потеря устойчивости наступает при $M = 2,91$. Сравнение полученных результатов с данными, приведенными в работе В.П.Кандидова и С.С.Чеснокова, дает совпадение с точностью до 0,7%.

При решении задачи о потере устойчивости в сверхзвуковом потоке шарнирно-опертой пластины число Маха изменялось в интервале $M = 1,5+2,5$ с шагом $\Delta M = 0,005$. Задача решалась для 6, 7 и 8 форм. На рис. 3 представлены частотные годографы низших шести тонов. При $M \approx 2,02$ в спектре собственных чисел λ разрешающей матрицы появляется пара комплексно сопряженных корней. Начиная с $M = 2,05$, амплитуды 5-го и 6-го тонов практически совпадают. Характер результатов свидетельствует о том, что флаттер наступает при $M = 2,02$.

Далее рассматривалась задача о потере устойчивости шарнирно опертой цилиндрической панели в сверхзвуковом потоке газа.

Считается, что панель по всем краям оперта на нерастяжимые ребра, абсолютно гибкие в срединной поверхности оболочки и абсолютно жесткие на изгиб в плоскостях, проходящих через ребра и нормальных к срединной поверхности.

Собственные частоты рассчитаны при равномерной сетке 18×12 .

Задача решалась для 9 и 10 форм. На рис. 4 представлены частотные годографы низших девяти тонов.

Результаты, представленные на рис. 4, свидетельствуют о том, что потеря устойчивости пластины наступает при $M = 1,6$.

Таким образом, численные исследования подтверждают теоретические выводы о том, что явление флаттера как динамической неустойчивости имеет место при частоте $RI \neq 0$ и при переходе ветви годографа через мнимую ось в положительном направлении.

Основные результаты, полученные в диссертационной работе, состоят в следующем:

1. Предложен численный подход исследования задач гидроаэроупругости на устойчивость.
2. На базе МСКЭ разработан численный алгоритм вычисления аэродинамических матриц жесткости и демпфирования.

3. Разработана и реализована численная методика построения и исследования динамической устойчивости пластин и оболочек, находящихся в потоке газа, позволяющая учитывать эффекты, связанные со взаимодействием объекта и среды.

4. Разработан вычислительный комплекс, с помощью которого выполняются все этапы исследования устойчивости пластин и оболочек в потоке газа с учетом изменения скорости потока.

5. В результате решения тестовых задач выявлена сходимость результатов при увеличении количества форм.

6. Достоверность результатов, полученных на основе разработанной методики, подтверждена сравнением с аналитическими решениями и известными решениями других авторов.

7. Найдены критические скорости потока, при которых происходит потеря устойчивости исследуемых объектов.

Подп. к печ. 17.05.84

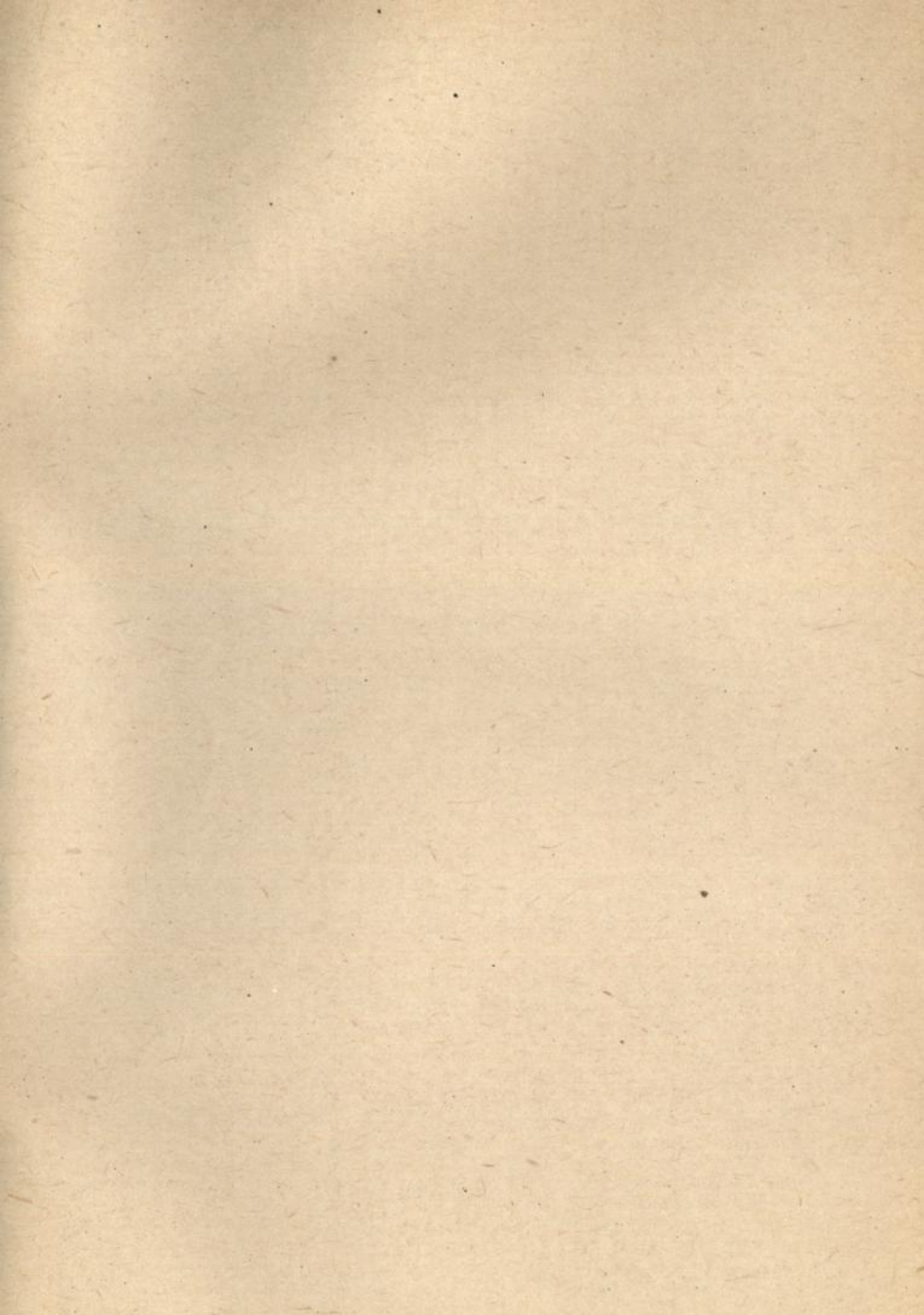
Формат 60×84¹/₁₆.

Бумага тип. № 3. Способ печати офсетный. Услови. печ. л. 2,95

Услови. кр.-отт. 1,04. Уч.-изд. л. 10

Тираж 100. Зак. № 4-2211

Фирма «ВНПОЛ»
252151, г. Киев, ул. Волынская, 60.



AB 30.233