

**ДНІПРОПЕТРОВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ**

На правах рукопису

ЛОЗОВСЬКА Людмила Іванівна

**МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕПЕРЕРВНИХ ЗАДАЧ
ОПТИМАЛЬНОГО ПОДІЛУ МНОЖИНИ В УМОВАХ НЕПОВНОЇ
ІНФОРМАЦІЇ**

Спеціальність 01.01.09 - математична кібернетика

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата
фізико-математичних наук

Дніпропетровськ 1994



00756493 (Y)

Дисертація є рукопис.

Робота виконана на кафедрі обчислювальної математики та математичної кібернетики Дніпропетровського державного університету.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор О.М. Кісельова.

Офіційні опоненти: член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор Н.З. Шор
кандидат фізико-математичних наук, доцент В.Г. Дейнего

Провідна установа: Інститут проблем машибудування НАН України (м.ХАРКІВ).

Захист відбудеться " 1 " листопада 1994 р. о 15⁰⁰ год. на засіданні спеціалізованої вченої ради К 03.01.02 по захисту дисертацій на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук при Дніпропетровському державному університеті за адресою: 320044, м.Дніпропетровськ, пр. К.Маркса 35, корп 3, ауд. 42.

З дисертацією можна ознайомитися у науковій бібліотеці Дніпропетровського держуніверситету.

Автореферат розісланий " 1 " серпня 1994 р.

Вчений секретар спеціалізованої вченої ради кандидат фіз.-мат. наук, доцент

ЛНБ ім. В. Стефаніка
АН України

В.А. Турчина

Актуальність теми. Дисертаційна робота присвячена дослідженню методів розв'язання задач оптимального поділу в умовах неповної інформації.

Актуальність розв'язання таких задач обумовлена перш за все тим, що моделі, які враховують невизначеність початкових даних, являються більш адекватними реальним умовам вибору рішень, ніж детерміновані постановки екстремальних проблем. До таких задач, наприклад, зводиться задача розміщення підприємств, які забезпечують задоволення попиту у випадку, коли попит на продукцію та вартість її транспортування залежить від випадкових факторів.

При розв'язанні задач оптимального поділу множини в умовах невизначеності виникає необхідність знаходження математичних сподівань і дисперсій функціоналів, залежних від великої кількості випадкових величин. Практично одержати аналітичні вирази для математичних сподівань - задача дуже трудомістка, оскільки передбачає обчислення кратних інтегралів, а також визначення багатьох функцій щільності розподілу. Для спрощення цієї складної задачі у роботі пропонується непрямий метод розв'язання стохастичної задачі оптимального поділу, побудований на заміні початкової стохастичної задачі її детермінованим еквівалентом, який являється точним для лінійних і квадратичних відносно випадкових параметрів функцій, що входять до постановки задачі, і наближеним в інших випадках.

Мета роботи. Метою даної роботи являється обґрунтування методів і розробка алгоритмів розв'язання задач оптимального поділу множини з n -розмірного евклідового простору E_n на підмножини, що не перетинаються, в умовах неповної інформації про початкові дані, коли невизначеність ситуації характеризується заданням апріорних імовірних характеристик параметрів. Для цього необхідно було вирішити наступні задачі:

1. Побудувати детермінований еквівалент початкової стохастичної задачі.
2. Одержати оцінку похибки, яка виникає при заміні задачі оптимального поділу в умовах неповної інформації на детермінований еквівалент.
3. Розробити алгоритми розв'язання задач оптимального поділу в умовах неповної інформації.

4. Дослідити чутливість розв'язку до можливих помилок в визначенні параметрів випадкових величин задачі.

Методика досліджень. В дисертаційній роботі використані поняття і методи теорії ймовірностей, математичного і функціонального аналізу, неперервної оптимізації, теорії прийняття рішень, методів обчислень.

Наукова новизна. В роботі пропонується спрощений метод врахування впливу невизначеності в початкових даних на значення критерію оптимальності неперервної задачі оптимального поділу множини. Перехід до детермінованого еквіваленту виконується за допомогою розкладу випадкових функцій від параметрів стану, що входять в цільовий функціонал і обмеження задачі у ряд Тейлора навколо математичних сподівань цих параметрів із збереженням лінійного та квадратичного членів ряду.

Одержані оцінки похибок заміни початкової стохастичної задачі її детермінованим еквівалентом. Ясно, що для функцій лінійних або квадратичних відносно випадкових параметрів, детермінований еквівалент буде точним.

Розроблені алгоритми розв'язання задач оптимального поділу множини в умовах невизначеності, складовою частиною яких являється Γ -алгоритм Н.З. Шора^{1*}.

Проведено дослідження чутливості рішення до можливих помилок в визначенні випадкових параметрів. Розроблені алгоритми, які дозволяють коректувати раніше одержані рішення, якщо детермінований еквівалент дає відносно велику похибку.

Практична цінність. Розроблені в дисертації методи та алгоритми можуть бути використані при рішенні задачі розміщення підприємств, які забезпечують задоволення неперервно розподіленого попиту, у випадку, коли попит на продукцію і вартість транспортування продукції залежать від випадкових факторів, а також інших практичних задач, які зводяться в математичній постановці до неперервних задач оптимального поділу множини в умовах неповної інформації про початкові дані.

* Шор Н.З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения. Киев: Наукова думка, 1979.

Реалізація результатів роботи. Запропоновані в роботі алгоритми використані при розробці математичного забезпечення для вирішення задач оптимального поділу в умовах невизначеності.

Публікації і апробація роботи. По темі дисертації опубліковано 4 роботи. Основні положення та результати докладались та обговорювались на семінарах "Математичні методи геометричного проєктування" наукової ради АН України по проблемі "Кібернетика" (Харків, Запоріжжя, 1994 р.) та на наукових семінарах кафедри обчислювальної математики та математичної кібернетики ДГУ (1993, 1994 р.).

Структура та об'єм роботи. Дисертація складається із вступу, чотирьох глав, закінчення, додатку і списку літератури. Загальний обсяг роботи 158 сторінок.

Зміст роботи.

У вступі обґрунтовується актуальність теми дисертації, сформульована мета роботи та зміст одержаних результатів.

В главі I розглядалась однопродуктова задача оптимального поділу множини з E_n без обмежень з визначенням центрів підмножин в умовах неповної інформації (ОПМУНІ).

Математична постановка задачі ОПМУНІ має вигляд:

Нехай Ω - обмежена, вимірня по Лебегу випукла множина у n -мірному просторі E_n . Потрібно поділити її на N вимірних по Лебегу підмножин $\Omega_1, \dots, \Omega_N$ (серед яких можуть бути пусті) і розташувати центри τ_1, \dots, τ_N цих підмножин в області Ω , так щоб

$$mes(\Omega_i \cap \Omega_k) = 0, \quad i \neq k, i, k = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

де $mes(\cdot)$ - міра Лебегу,

$$\bigcup_{i=1}^N \Omega_i = \Omega, \quad (2)$$

і при цьому функціонал

$$F(\{\Omega_1, \dots, \Omega_N\}, \{\tau_1, \dots, \tau_N\}) = M \sum_{i=1}^N \int_{\Omega_i} [c(x, \tau_i, \xi_i) + a_i] \cdot \rho(x, \xi_0) dx \quad (3)$$

досягає мінімального значення.

Тут і в подальшому інтеграли розуміються по Лебегу. Точка $\tau_i = (\tau_i^{(1)}, \dots, \tau_i^{(n)}) \in \Omega_i$ іменується центром підмножини Ω_i ; a_1, \dots, a_N - задані невід'ємні числа; $\xi_i = \xi_i(\Theta)$; $\Theta \rightarrow R$ ($i=0, 1, \dots, N$) - випадкові

величини на ймовірному просторі $(\Theta, \mathfrak{F}, P)$ з відомими обмеженими математичними сподіваннями $\bar{\xi}_0, \dots, \bar{\xi}_N$ і дисперсіями ξ_0, \dots, ξ_N , причому пари ξ_0, ξ_i для всіх $i=1, 2, \dots, N$ - незалежні випадкові величини. Функції $c(x, \tau, y_i)$ дійсні, обмежені, вимірні по аргументу x на деякій відкритій, обмеженій, випуклій множині $W \supset \Omega$, випуклі по τ , на W і борелівські по y_i на множині значень випадкової величини $\xi_i(\Theta)$ для всіх $i=1, 2, \dots, N$; $\rho(x, y_0)$ - дійсна, невід'ємна, обмежена, вимірنا по x на Ω і борелівська по y_0 на множині значень випадкової величини $\xi_0(\Theta)$.

Позначимо

$$\xi = (\xi_0, \dots, \xi_N), \quad \tau = (\tau_1, \dots, \tau_N),$$

$$f^0(\{\Omega_1, \dots, \Omega_N\}, \tau, \xi) = \sum_{i=1}^N \int_{\Omega_i} [c(x, \tau_i, \xi_i) + a_i] \cdot \rho(x, \xi_0) dx, \quad (4)$$

Будемо вважати, що функції $\rho(x, \xi_0)$, $c(x, \tau_1, \xi_1)$, ..., $c(x, \tau_N, \xi_N)$ - двічі неперервно диференційовані по ξ_0, \dots, ξ_N відповідно, на множині значень випадкових величин ξ_0, \dots, ξ_N навколо їх математичних сподівань $\bar{\xi}_0, \dots, \bar{\xi}_N$.

Для заміни початкової стохастичної задачі її наближенням детермінованим еквівалентом розкладемо функцію $f^0(\{\Omega_1, \dots, \Omega_N\}, \tau, \xi)$ в ряд Тейлора навколо $\bar{\xi}$. Залишаючи в розкладі члени до другого порядку включно і застосовуючи до обох частин одержаного ряду операцію математичного сподівання, одержимо

$$M f^0(\{\Omega_1, \dots, \Omega_N\}, \tau, \xi) \approx \sum_{i=1}^N \int_{\Omega_i} \varphi_i(x, \tau_i) dx$$

Тут і далі

$$\begin{aligned} \varphi_i(x, \tau_i) = & \left[c(x, \tau_i, \bar{\xi}_i) + a_i + \frac{1}{2} c''_{\xi_i \xi_i}(x, \tau_i, \bar{\xi}_i) \xi_i \right] \rho(x, \bar{\xi}_0) + \\ & + \frac{1}{2} \left[c(x, \tau_i, \bar{\xi}_i) + a_i \right] \xi_0 \rho''_{\xi_0 \xi_0}(x, \bar{\xi}_0) \end{aligned} \quad (5)$$

Очевидно, що приблизна рівність в (5) буде точною для лінійної і квадратичної відносно ξ функції $f^0(\{\Omega_1, \dots, \Omega_N\}, \tau, \xi)$.

Введемо характеристичну функцію підмножини Ω_i :

$$\lambda_i(x) = \begin{cases} 1, & x \in \Omega_i \\ 0, & x \in \Omega \setminus \Omega_i \end{cases}, \quad i=1, 2, \dots, N$$

і перепишемо задачу (1) - (3) у вигляді:

знайти пару елементів $(\lambda_i(x), \tau_i)$ (де $\lambda_i(x) \in \Gamma_i$ майже всюди (м.в.) для $x \in \Omega$, $\tau_i \in \Omega^N$) таку, що

$$J(\lambda_*(\cdot), \tau_*) = \inf_{(\lambda(\cdot), \tau) \in \Gamma_1 \times \Omega^N} J(\lambda(\cdot), \tau), \quad (6)$$

$$\text{де } J(\lambda(\cdot), \tau) = \int_{\Omega} \sum_{i=1}^M \varphi_i(x, \tau_i) \lambda_i(x) dx, \quad (7)$$

$$\Gamma_1 = \left\{ \lambda(x) : \lambda_i(x) = 0 \quad \text{м.в. для } x \in \Omega, \quad i=1, 2, \dots, N; \right. \\ \left. \sum_{i=1}^N \lambda_i(x) = 1 \quad \text{м.в. для } x \in \Omega; \right\}.$$

Доведено, що оптимальне рішення задачі (6) - (8) має вигляд для $i=1, 2, \dots, N$ та майже всіх $x \in \Omega$:

$$\lambda_{*i}(x) = \begin{cases} 1, & x \in \Omega_{*i} \\ 0, & x \in \Omega \setminus \Omega_{*i} \end{cases}, \quad (9)$$

$$\text{де } \Omega_{*i} = \left\{ x \in \Omega : \varphi_i(x, \tau_i) = \min_{k=1, \dots, N} \varphi_k(x, \tau_k) \right\},$$

а в якості $\tau_{*1}, \dots, \tau_{*N}$ вибирається оптимальне розв'язання задачі:

$$G(\tau) = \int_{\Omega} \min_{i=1, \dots, N} [\varphi_i(x, \tau_i)] dx \rightarrow \min \quad (10)$$

$$\text{при умовах } \tau \in \Omega^N. \quad (11)$$

Сформульований алгоритм рішення задачі (6) - (8), складовою частиною якого є τ -алгоритм, що використовується для вирішення задачі (10) - (11).

Серед задач ОПМУНІ з визначенням центрів підмножин розглянута задача являється самою простою (далі будуть розглядатися багатопродуктові задачі з обмеженнями). А так як в основі методів розв'язання як указаної задачі, так і тих, які будуть розглянуті пізніше, лежить перехід від початкової безкінечнорозмірної задачі до кінечнорозмірної типу (10) - (11), тому має рацію приділити увагу дослідженню властивостей мінімізуємої функції $G(\tau)$, а також обговоренню ефективності алгоритма розв'язання цієї задачі.

Властивості функції $G(\tau)$ із (10) для детермінованого випадку були досліджені в роботах О.М.Кисельової.

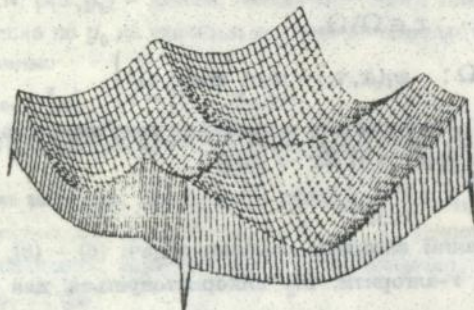
Розглядаючи функцію $G(\tau)$, визначену на одиничному квадраті

$$\Omega \in E_2, \text{ в випадку, коли } c(x, \tau_i, \xi_i) = \sqrt{(x - \tau_i^{(1)})^2 + (y - \tau_i^{(2)})^2} \xi_i -$$

псевдоевклідова метрика, $\rho(x, \xi_0) = \text{const } \forall x \in \Omega, \alpha_i = 0, i=1, 2, \dots, N$, і одержавши її графічне зображення, та проводячи багаточисленні експерименти по розв'язанню задач поділу випуклих множин з

визначенням координат центрів підмножин із різних початкових наближень, дозволяють зробити висновок, що як і у детермінованому випадку, допустима множина Ω^N задачі (10) - (11) може бути представлена у вигляді об'єднання кінцевого числа випуклих підмножин, на кожній з яких цільова функція $G(\tau)$ випукла, має точку локального мінімуму. Причому, значення функції $G(\tau)$ в цих точках співпадають і являються глобальним розв'язком задачі (10) - (11). На мал. 1 показана така функція $G(\tau)$ у випадку, коли $N=3$.

В загальному ж випадку задача (10) - (11) багатоекстремальна.



Мал. 1.

Експериментально встановлена висока ефективність τ -алгоритму і при знаходженні глобального мінімуму. За допомогою багаторазового використання τ -алгоритму з різних початкових наближень, завдяки його високій швидкості за прийнятний час вдається знайти глобальний мінімум з вірогідністю, близькою до 1.

Запропонований алгоритм використовувався для розв'язання модельних задач поділу великих розмірностей - на 15, 100 підмножин.

Суттєво вдалося збільшити швидкість програми (до 30%), реалізуючи підпрограми, що працюють найчастіше на макроасемблерові.

Досліджувалась також можливість застосування методу для оптимального поділу невиконаних областей.

В главі II дисертації приводиться математична постановка детермінованого еквіваленту багатопродуктової задачі ОПМУНІ з обмеженнями у вигляді:

Знайти пару елементів $(\lambda_*(x), \tau_*)$ (де $\lambda_*(x) \in \Gamma_1$, майже всюди (м.в.) для $x \in \Omega$, $\tau_* \in \Omega^N$) таку, що

$$J(\lambda_*(\cdot), \tau_*) = \min_{(\lambda(\cdot), \tau) \in \Gamma_1, \Omega^N} J(\lambda(\cdot), \tau), \quad (12)$$

$$\text{де } J(\lambda(\cdot), \tau) = \int \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N \varphi_i^j(x, \tau_i, \psi_i) \lambda_i^j dx, \quad (13)$$

$$\Gamma_1 = \{ \lambda(x) : \lambda(x) \in \Gamma \quad \text{м.в. для } x \in \Omega, \quad j=1,2,\dots,M; \\ \int \sum_{j=1}^M \left[\rho^j(x, \bar{\xi}_0^j) + \frac{1}{2} \rho''_{\xi_0^j} (x, \bar{\xi}_0^j) \bar{\xi}_0^j \right] \lambda_i^j(x) dx = b_i, \quad i=1,2,\dots,p; \quad (14) \\ \int \sum_{j=1}^M \left[\rho^j(x, \bar{\xi}_0^j) + \frac{1}{2} \rho''_{\xi_0^j} (x, \bar{\xi}_0^j) \bar{\xi}_0^j \right] \lambda_i^j(x) dx \leq b_i, \quad i=p+1,\dots,N \};$$

$$\text{тут і далі } \Gamma = \left\{ \lambda(x) : \sum_{i=1}^N \lambda_i^j(x) = 1 \quad \text{м.в. для } x \in \Omega, \quad j=1,2,\dots,M; \right. \\ \left. 0 \leq \lambda_i^j(x) \leq 1 \quad \text{м.в. для } x \in \Omega, \quad i=1,2,\dots,N, j=1,2,\dots,M \right\};$$

$$\varphi_i^j(x, \tau_i, \psi_i) = \\ = \left[c^j(x, \tau_i, \bar{\xi}_i^j) + a_i^j + \psi_i + \frac{1}{2} c''_{\xi_i^j} (x, \tau_i, \bar{\xi}_i^j) \bar{\xi}_i^j \right] \rho^j(x, \bar{\xi}_0^j) + \\ + \frac{1}{2} \left[c^j(x, \tau_i, \bar{\xi}_i^j) + a_i^j + \psi_i \right] \rho''_{\xi_0^j} (x, \bar{\xi}_0^j) \bar{\xi}_0^j.$$

Для розв'язання цієї задачі використовувався метод, запропонований О.М. Кісельовою, який базується на переході від цієї нескінченнорозмірної задачі оптимізації через функціонал Лагранжа, в якій вводяться обмеження (14), до спрощеної кінцеворозмірної задачі, що не залежить від прямих змінних $\lambda(\cdot)$.

Одержане рішення цієї задачі для $i=1,2,\dots,N, j=1,2,\dots,M$ і м.в. для $x \in \Omega$ у вигляді:

$$\lambda_{\Omega_i^j}(x) = \begin{cases} 1, & x \in \Omega_{\Omega_i^j} \\ 0, & x \in \Omega \setminus \Omega_{\Omega_i^j} \end{cases},$$

де $\Omega_{\Omega_i^j} = \left\{ x \in \Omega : \varphi_i^j(x, \tau_{\Omega_i^j}, \psi_{\Omega_i^j}^*) = \min_{k=1,\dots,N} \varphi_k^j(x, \tau_{\Omega_k}, \psi_{\Omega_k}^*) \right\}$, а в якості $\tau_{\Omega_i^j} = (\tau_{\Omega_i^j,1}, \dots, \tau_{\Omega_i^j,N})$, $\psi_{\Omega_i^j}^*, \dots, \psi_{\Omega_i^j,N}^*$ вибирається оптимальне рішення двоїстої задачі, зведеної до вигляду:

$$G(\psi) = \min_{\tau \in \Omega^N} \left\{ \int \sum_{j=1}^M \min_{k=1,\dots,N} \left[\varphi_k^j(x, \tau_i, \psi_i) \right] dx - \sum_{i=1}^N \psi_i b_i \right\} \rightarrow \max, \\ \text{при умовах } \psi_i \geq 0, \quad i=p+1,\dots,N.$$

§ 2.4 присвячений оцінці похибки детермінованого еквіваленту.

Запропонований в § 2.5 алгоритм розв'язання задачі (14) - (15), складовою частиною якого є τ -алгоритм, генерує послідовність, яка сходиться в загальному випадку до локального мінімуму.

В § 2.6 проілюстровано застосування викладеного методу для розв'язування модельних задач.

В главі III розглядається MD-модель (в термінах Сортирова^{1*}, або в умовах неприйняття ризику в термінах Ховарда^{2*}) багатопродуктової задачі ОПМУНІ при обмеженнях. Очевидно, що M-модель, розглянута в другій главі, не враховує розкид значень функціонала відносно середнього і тому може стати непринятною в ситуації, коли дисперсія функціоналу $f^0(\cdot, \tau, \xi)$ сильно залежить від вибраного розв'язання. В таких випадках сумішно вважати "перше" рішення $\left(\left\{ \Omega_1^1, \dots, \Omega_N^M \right\}, \left\{ \tau_1, \dots, \tau_N \right\} \right)_1$ кращим ніж "друге" $\left(\left\{ \Omega_1^1, \dots, \Omega_N^M \right\}, \left\{ \tau_1, \dots, \tau_N \right\} \right)_2$, якщо "перше" в порівнянні з "другим" забезпечує менше значення $Mf^0(\cdot)$, але призводить до суттєво більшого розкиду його значень.

В подібній ситуації необхідно знайти розумний компроміс між бажанням максимально зменшити показник в середньому і у той же час не допустити значного збільшення його дисперсії. Таким компромісом можна назвати MD-модель задачі ОПМУНІ.

Ця задача відрізняється від M-моделі задачі ОПМУНІ глави II тільки тим, що цільовий функціонал і обмеження доповнені доданком, який виключає дисперсії $Df^i(\cdot, \tau, \xi)$, $i=0, 1, \dots, N$.

Математична постановка цієї задачі приведена в такому вигляді:

Потрібно поділити множину Ω з E_n на $M \cdot N$ вимірних по Лебегу підмножин $\Omega_1^1, \dots, \Omega_N^M$ (серед котрих можуть бути пусті) і розташувати центри τ_1, \dots, τ_N цих підмножин в області Ω так, щоб

$$\text{mes}(\Omega_i^j \cap \Omega_k^j) = 0, \quad i \neq k, \quad i, k = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, M,$$

$$\bigcup_{i=1}^N \Omega_i^j = \Omega, \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad (15)$$

^{1*} Вошнин А.П., Сортиров Г.Р. Оптимизация в условиях неопределенности. // МЭИ - СССР, Техника - НРБ. - 1989.

^{2*} Howard Ronald A. Proximal decision analysis // Management science. - Vol.17., No.9, May, 1971.

$$Mf^i(\{\Omega_1^1, \dots, \Omega_N^M\}, \tau, \xi) + \frac{1}{2}r(Mf^0)Df^i(\{\Omega_1^1, \dots, \Omega_N^M\}, \tau, \xi) = b_i, \quad i=1, \dots, p, \quad (16)$$

$$Mf^i(\{\Omega_1^1, \dots, \Omega_N^M\}, \tau, \xi) + \frac{1}{2}r(Mf^0)Df^i(\{\Omega_1^1, \dots, \Omega_N^M\}, \tau, \xi) \leq b_i, \quad i=p+1, \dots, N, \quad (17)$$

і щоб функціонал $F(\{\Omega_1^1, \dots, \Omega_N^M\}, \tau) =$ (18)

$$= Mf^0(\{\Omega_1^1, \dots, \Omega_N^M\}, \tau, \xi) + \frac{1}{2}r(Mf^0)Df^0(\{\Omega_1^1, \dots, \Omega_N^M\}, \tau, \xi)$$

досягав мінімального значення, причому

$$S = M \sum_{j=1}^M \int \rho^j(x, \xi_0^j) dx + \frac{1}{2}r(Mf^0)D \sum_{j=1}^M \int \rho^j(x, \xi_0^j) dx \leq \sum_{i=1}^N b_i, \quad (19)$$

$$0 \leq b_i \leq S, \quad i=1, 2, \dots, N.$$

Тут $r(\cdot)$ - так названа міра неприйняття ризику, невід'ємний ваговий коефіцієнт. Відповідним вибором $r(\cdot)$ можна зняти протиріччя між зменшенням значення функціоналу в середньому і збільшенням його дисперсії. Коефіцієнт $r(Mf^0)$ можна ввести як $r(Mf^0) = -u''(Mf^0)/u'(Mf^0)$, де $u(\cdot)$ - функція корисності, задана у вигляді $u(f^0(\cdot)) = (1 - e^{-\frac{1}{2}f^0(\cdot)}) / (1 - e^{-\frac{1}{2}})$. В цьому випадку міра неприйняття ризику не залежить від Mf^0 і визначається як $r(Mf^0) = \gamma/S$, де $\gamma \geq 0$.

Далі, діючи по схемі розв'язання задачі з глави II, додатково оцінивши дисперсії $Df^i(\cdot, \tau, \xi)$, $i=0, 1, \dots, N$, та вводячи характеристичну функцію підмножини Ω_i^j , одержано розв'язання нової задачі.

Очевидно, що задача (15) - (18) перетворюється на задачу з глави II при $\gamma=0$.

Описаний метод використовується для розв'язання модельних задач.

Глава IV присвячена питанню дослідження чутливості цільового функціоналу. Розроблений метод дозволяє визначити деякі крайні границі допустимих змін початкової контрольної точки ξ , а також відкорегувати координати τ_i і, відповідно, діл множини Ω без повторення процесу оптимізації з новими даними.

В закінченні сформульовані основні результати роботи, котрі виносяться на захист:

1. В дисертації запропоновані наближені методи розв'язання деяких задач оптимального поділу множини із знаходженням центрів підмножин в умовах неповної інформації:

- однопродуктової задачі оптимального поділу множини без обмежень;
- багатодуктової задачі оптимального поділу множини з обмеженнями в формі рівнянь та нерівностей.

2. Для розглянутих задач досліджені питання впливу невизначеності початкової інформації на значення критерію оптимальності. Одержано наближений вираз для детермінованого еквіваленту стохастичної задачі, що залежить тільки від апріорних математичних сподівань і дисперсій випадкових параметрів задачі. В основі методів розв'язання наближеного детермінованого еквіваленту стохастичної задачі лежить слідуюча ідея. Початкова нескінченорозмірна задача оптимізації зводиться через функціонал Лагранжа до допоміжної кінченорозмірної негладкої задачі, для чисельного розв'язання котрої застосовується ϵ -алгоритм.

3. Проведені дослідження чутливості цільового функціоналу і координат підмножин оптимального поділу множини.

4. Розроблене математичне забезпечення для розв'язання розглянутих неперервних задач оптимального поділу множини в умовах неповної інформації, а також дослідження чутливості.

5. Проведено аналіз ефективності і достовірності розробленої методики на модельних задачах.

В додатку приводиться опис програмного забезпечення, розробленого на мові "C" та "макроасемблерові" в середовищі "Borland C++ V3.1", і призначеного для розв'язування задачі оптимального поділу множини з обмеженнями в умовах неповної інформації з визначенням центрів підмножин, орієнтованого на розв'язання задач оптимального поділу множин з E_2 з будь-якою кількістю підмножин і "продуктів". Для виконання всіх графічних робіт по виводу уточнених кордонів між підмножинами, дослідженню вигляду функції $G(\tau)$ і чутливості використовується пакет "PC-MathLAB".

Конкретна особиста участь автора в одержанні наукових результатів в опублікованих роботах. Співавтором по публікаціям

являється О.М. Кисельова, науковий керівник автора при виконанні дисертації. Їй належать постановки розглянутих задач та ідеї їх розв'язання. Автором проводилась практична реалізація цих ідей та розробка відповідного програмного забезпечення.

Основні результати дисертації опубліковані в роботах:

1. Киселева Е.М., Гордиенко (Лозовская) Л.И. О оценках погрешностей в алгоритмах оптимального разбиения. // Решение прикладных задач математической физики и дискретной математики. - Днепропетровск: ДГУ, 1987 г. - с.70-77.
2. Киселева Е.М., Гордиенко (Лозовская) Л.И. Приближенный метод решения одной стохастической задачи оптимального разбиения. // Решение прикладных задач математической физики и дискретной математики. - Днепропетровск: ДГУ, 1987 г. - с.77-84.
3. Киселева Е.М., Гордиенко (Лозовская) Л.И. О приближенном решении стохастической многопродуктовой задачи оптимального разбиения с размещением центров тяжести подмножеств. // Вопросы прикладной математики и математического моделирования. - Днепропетровск: ДГУ - 1988. - с.8-10.
4. Лозовская Л.И. Оценка погрешности аппроксимации одной непрерывной стохастической задачи ее детерминированным эквивалентом. // К.: Держ. в. ДНТБ України 07.02.94, ДЕС 252-УК94.

ЛНБ ім. В. Стефаніки
АН України

45797M

AB 30.533