АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУР им. Б. И. ВЕРКИНА

На правах рукописи

КАЦ АЛЕКСАНДР ВЛАДИМИРОВИЧ

КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В СИСТЕМАХ С ПОТОКОМ ПО СПЕКТРУ

01.04.02 — Теоретическая физика

*Автореферат диссертации
на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук*

Харьков — 1994

Диссертация является рукописью

Работа выполнена в Харьковском государственном научно-исследовательском институте метрологии „НПО МЕТРОЛОГИЯ"

Официальные оппоненты:

— академик АН Украины, профессор Л. И. Пастур (Физико-технический институт низких температур АН Украины, г. Харьков);

— доктор физико-математических наук, профессор А. С. Бакай (Физико-технический институт АН Украины, г. Харьков);

— доктор физико-математических наук, профессор И. М. Фукс (Институт радиоастрономии АН Украины, г. Харьков).

Ведущая организация — Харьковский государственный университет, г. Харьков.

Защита состоится „5" июля 1994 г. в 15^00 часов на заседании специализированного совета Д 016.27.01 при физико-техническом институте низких температур Украины (310164, Харьков, пр. Ленина, 47).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФТИНТ АН Украины.

Автореферат разослан „4" июня 1994 г.

Ученый секретарь
специализированного совета Е. Н. ХАЦЬКО

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность. Одна из современых тенденций в развитии теоретической физики связана с изучением существенно нелинейных и неравновесных процессов. Особую роль при их анализе играют кинетические уравнения (КУ), используемые в весьма широкой области - от микро до макрофизики, решения которых определяют эволюцию и стационарные состояния разнообразных физических систем: КУ типа Больцмана для частиц, КУ для квазичастиц в лабораторной и космической плазме, гидродинамике, магнитной гидродинамике, (применение теории слабой турбулентности для волн на воде, звуковой и ионно-звуковой турбулентности), КУ Смолуховского и его обобщения в приложении к физике аэрозолей, реакциям полимеризации в химической кинетике, задачам формирования спектра масс в космогонии (астероиды, кометы, планеты) и в астрофизике (звезды, космические облака, галактики и их ядра). За немногими исключениями КУ имеют вид нелинейных интегро-дифференциальных уравнений относительно функции распределения частиц (волн) по импульсам (волновым векторам) благодаря нелинейному характеру интеграла столкновений (ИС), что делает задачу их исследования весьма сложной как при аналитическом, так и при численном подходе.

К моменту начала исследований по теме диссертации были опубликованы работы В.Е.Захарова [1], а также В.Е.Захарова и Н.Н. Филоненко [2], в которых была продемонстрирована возможность построения изотропных стационарных неравновесных решений для систем волн (капиллярные и гравитационные на поверхности жидкости, ленгмюровские волны в плазме) с однородным законом дисперсии и матричным элементом взаимодействия в изотропных средах. Эти решения имеют степенной вид и в отличие от равновесных параметризуются не температурой, а потоком энергии по спектру турбулентности [3]. В этом их сходство с известным спектром сильной турбулентности Колмогорова-Обухова, который связан с перекачкой энергии по спектру в инерционном интервале - между источником в длинноволновой энергосодержащей области и стоком в коротковолновой, обусловленным диссипацией энергии из-за вязкости.

Эти работы инициировали дальнейшие исследования и определили цели настоящего исследования. В настоящее время работы в данной области, объединенные общим методическим подходом и применимые к разнообразным физическим системам, оформились в самостоятельное направление и интенсивно развиваются (см., например, [3-5,А15,А20,А27]) что, наряду с указанным выше, определяет актуальность данной работы.

Целью работы является: разработка методов построения стационарных неравновесных решений нелинейных кинетических уравнений для взаимодействия волн и частиц; построение потоковых распределений (в том числе анизотропных и неоднопотоковых) для различных физических систем (волн на поверхности жидкости, ленгмюровских волн, электронов и ионов в плазме, фотонов и релятивистских электронов в космической плазме), а также анализ свойств этих систем, обусловленных неравновесностью распределений; теоретическое иссследование структуры стационарных потоковых решений, взаимосвязи между равновесными и потоковыми распределениями, анализ многопотоковых распределений и выяснение роли других (помимо энергии) сохраняющихся в элементарном акте взаимодействия величин (импульс, число частиц, момент импульса) и соответствующих постоянных потоков; теоретическое исследование нестационарных решений кинетического уравнения Смолуховского и его обобщений и их приложений к астрофизическим задачам; поиск потоковых распределений в различных физических системах.

<u>Научная новизна</u>. Результаты, составляющие основу диссертации, получены впервые. В ряде случаев речь идет о нахождении новых решений нелинейных кинетических уравнений (например, многопотоковые распределения волн, решения колмогоровского типа для частиц, а также для волн и частиц, потоковые распределения для волн с близким к линейному законом дисперсии). В других случаях впервые были сформулированы сами модели, получены и решены соответствующие кинетические уравнения (обобщенные кинетические уравнения Компанейца, Смолуховского, модель активности). Новым является также подход, существенно использующий симметрийные аспекты и основанный на последовательном применении векторных преобразований симметрии соответствующих интегралов столкновений, позволивший получить ряд общих результатов как при исследовании локальности распределений, так и при определении направлений потоков по спектру и определении общей структуры распределений.

К новым результатам относится также детальный анализ процесса формирования потокового распределения, проведенный для решения нестационарной задачи при включении источника для уравнения Смолуховского.

<u>Достоверность полученных результатов</u> обеспечивалась применением адекватных методов решения нелинейных кинетических уравнений, а также контролировалась в диссертации путем сравнения с предельными случаями, качественными физическими соображениями, с результатами численных расчетов других авторов. Кроме того, достоверность результатов определяется тем, что в ряде случаев получены точные решения соответствующих задач. Некоторые результаты были подтверждены други-

ми методами и развиты в теоретических работах других авторов.

Научная и практическая значимость полученных результатов заключается в том, что они дают объяснение широкому кругу явлений в физике плазмы, гидродинамике и астрофизике. Методы, используемые в работе, позволяют с единых позиций описать поведение различных неравновесных систем волн и частиц. Предложенная кинетическая модель активности, основанная на обобщении кинетического уравнения Смолуховского, позволяет объяснить наблюдаемые свойства активных ядер галактик и квазаров. Выявленные общие свойства неравновесных потоковых распределений позволяют строить диагностические модели неравновесных систем и тем самым повышать точность и достоверность практики измерений.

Основные результаты диссертации приведены в конце автореферата в разделе "Основные положения и выводы диссертации, выносимые на защиту".

Апробация работы. Материалы диссертации представлялись на Международной конференции по физике плазмы, Киев, 1974, 1987; Всесоюзной конференции по управляемому термоядерному синтезу, Звенигород, 1975; Всесоюзной конференции по галактической и внегалактической радиоастрономии, Харьков, 1976, 1983, Ашхабад, 1991; Всесоюзной конференции "Метрологическое обеспечение температурных и теплофизических измерений в диапазоне высоких температур", Харьков, 1979, 1983, 1986, 1990; Всесоюзной конференции "Метрология в дальнометрии", Харьков, 1979; Всесоюзной школе по когерентным и нелинейным явлениям, Горький, 1973, 1979, 1981, 1989; Всесоюзном совещании "Гравитация и объединение фундаментальных полей", Киев, 1982, 1985; Всесоюзной конференции "Структура галактик и звездообразование", Киев, 1983; IY Международной рабочей группе по нелинейным и турбулентным процессам в физике, Киев, 1989; на 2-ой Конференции Европейского астрономического общества, Торунь, 1993; на Симпозиуме №159 Международного Астрономического Союза по активным галактикам, Женева, 1993; научных семинарах в ФТИНТ АН Украины, РИ АН Украины ИРЭ АН УССР, ХФТИ АН УССР, ИАЭ АН СССР, ХГНИИМ, Харьковском общегородском семинаре по теоретической физике.

Личный вклад автора является определяющим на всех этапах работы. Все результаты получены либо самим автором, либо при его непосредственном участии.

Публикации. По теме диссертации имеется 69 научных публикаций; основное ее содержание опубликовано в 33 статьях и обзорах, список которых приведен в конце автореферата.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы, содержащего 183 литературных источника, и 6 приложений, куда вынесены математические выкладки. Работа содержит 296 страниц машинописного текста и 21 рисунок.

II. КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Введение. Во введении дается краткий обзор результатов, предшествовавших выполнению работ, представленных в диссертации, раскрыта актуальность темы, определены цели работы и круг рассматриваемых задач, сформулированы основные результаты диссертации и положения, выносимые на защиту.

Первая глава посвящена исследованию неравновесных стационарных спектров слабой турбулентности в изотропных средах, формирующихся благодаря взаимодействию волн [А1-А4,А9,А11]. В первом разделе получены стационарные неизотропные распределения для волн с распадным законом дисперсии, т.е. таким, что законы сохранения энергии и импульса

$$\omega_{\vec{k}} = \omega_{\vec{k}_1} + \omega_{\vec{k}_2}, \qquad \vec{k} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2, \tag{1}$$

($\vec{k}$ - волновой вектор, $\omega(\vec{k})$- закон дисперсии), разрешают процесс распада (и обратный ему процесс слияния) одной волны на две. Благодаря дисперсии в системе существует малый параметр (нелинейность/дисперсия), так что в приближении хаотических фаз для описания слабой турбулентности можно использовать кинетическое уравнение для функции распределения квазичастиц $N_{\vec{k}}$, пропорциональной среднему квадрату амплитуды волны с волновым вектором $\vec{k}$ (спектральная плотность числа волн или волнового действия):

$$\partial N_{\vec{k}} / \partial t = I_{ст}\{N_{\vec{k}}\}, \tag{2}$$

причем $I_{ст}\{N\}$ при распадном законе дисперсии является квадратичным функционалом от N:

$$I_{ст}\{N_{\vec{k}}\} \propto N_{\vec{k}}^2 . \tag{3}$$

В правую часть уравнения (2) может быть введено слагаемое $-\gamma(\vec{k})N_{\vec{k}}$, учитывающее конечное время жизни квазичастиц и слагаемое $\delta(\vec{k})N_{\vec{k}}$, моделирующее источник, например, связанный с неустойчивостью, причем источник и сток предполагаются существенно разнесенными в k-пространстве. Формирование стационарного спектра турбулентности происходит благодаря нелинейным процессам взаимодействия волн в инерционной области (между областью источника и стока). В ней главным членом в кинетическом уравнении является интеграл столкновений, так что интересующие нас стационарные распределения являются решениями уравнения

$$I_{ст}(N_{\vec{k}}) = 0. \qquad (4)$$

Турбулентное распределение должно "пропускать" через инерционный интервал потоки сохраняющихся величин – энергии и импульса от источника в область диссипации и это требование по существу является граничным условием для уравнения (4). В отличие от сильной турбулентности, построение спектра слабой волновой турбулентности только из соображений размерности и подобия невозможно в силу наличия дополнительной (локальной в k-пространстве) характеристики – скорости волны. Однако, для слабой турбулентности существует дополнительная связь, диктуемая кинетическим уравнением. Это уравнение непрерывности для спектральной плотности энергии $E_k = \omega_k N_{\vec{k}} k^{d-1}$:

$$\partial E_k/\partial t + \partial P/\partial k = 0 \qquad (5)$$

следует из (2) (d- размерность k- пространства, численные множители опускаем). Поток энергии по спектру P определяется равенством

$$\partial P/\partial k = -\omega_k k^{d-1} I_{ст}(N_{\vec{k}}). \qquad (6)$$

Из (6) и квадратичности $I_{ст}$ (3) следует $N \propto P^{1/2}$, чего уже достаточно, чтобы с помощью соображений размерности найти распределение в инерционном интервале в случае полной автомодельности (т.е. отсутствия в системе выделенных масштабов длины и времени)

$$N_k = P^{1/2}\omega^{-1/2} k^{-(d+5)/2}, \quad \omega \propto k^{\beta}. \qquad (7)$$

При этом распределение нормировано на плотность энергии

$$\varepsilon/\rho L^d = \int_0^\infty dk E_k = \int_0^\infty dk \omega_k N_{\vec{k}}. \qquad (8)$$

Интеграл столкновений для волн может быть факторизован на классе степенных изотропных распределений N_k, что позволило найти стационарные неравновесные решения $N \propto \omega^s$ как точные решения уравнения (4) [2]. Преобразование существенным образом использовало симметрию в пространстве частот. В разделе 1.1 показано, что существуют более общие преобразования симметрии в k-пространстве [A1-A3,A11]. С помощью этих преобразований, которые переводят треугольники, выражающие законы сохранения в ИС друг в друга с точностью до подобия, причем коэффициент подобия определяется условием неизменности "говорящего" волнового вектора $\vec{k}$, найдены дрейфовые стационарные распределения в линейном по дрейфовым параметрам приближении как точные решения КУ (2). Показано, что их можно представить в виде

$$N_{\vec{k}} = \frac{T}{\rho\omega}\varphi\left[\frac{P}{X}, \frac{\omega\vec{k}\vec{\Pi}}{k^2X}\right], \tag{9}$$

где T - температура в энергетических единицах, ρ - плотность среды, $X = (T/\rho\omega)^2k^dU_k$, U_k - квадрат матричного элемента взаимодействия ($U_k \propto \omega k^{5-d}$ в условиях полной автомодельности). Найденные распределения соответствуют следующим асимптотикам функции φ:

$$\varphi(\xi,\eta) \approx 1+a\xi+b\eta; \quad \xi,\eta \to 0 \tag{10}$$

- распределение с малыми потоками энергии и импульса на фоне равновесного распределения Рэлея-Джинса;

$$\varphi(\xi,\eta) \approx |\xi|^{1/2}(1+a\eta/\xi), \quad |\xi|\gg|\eta|\gg 1 \tag{11}$$

- существенно неравновесное распределение ($T \to 0$) при относительно малом потоке импульса.

В разделе 1.2 найдены аналогичные неравновесные распределения для волн с нераспадным законом дисперсии, когда основным процессом взаимодействия волн является процесс рассеяния. Показано, что в силу сохранения числа частиц возникает дополнительное по сравнению с распадным случаем стационарное изотропное решение КУ, параметризуемое потоком числа волн по спектру турбулентности. Обсуждается связь колмогоровских распределений со свойствами источника и в общем виде исследована локальность найденных распределений, т.е. сходимость соответствующего ИС.

В разделе 1.3 с помощью анализа законов сохранения и структуры ИС рассмотрен вопрос о направлении потоков для однопараметрических распределений колмогоровского типа [А9]. Показано, что направления полностью определяются такими свойствами системы, как степень однородности матричного элемента $U_k \propto k^m$, закона дисперсии $\omega_k \propto k^\beta$ и размерностью k-пространства d. Например, в нераспадном случае

$$\mathrm{sign}Q = -\mathrm{sign}\beta s_0(s_0+1), \quad \mathrm{sign}P = -\mathrm{sign}\beta s_1(s_1+1), \tag{12}$$

где s_0 и s_1 - индексы, отвечающие распределениям с постоянным потоком числа волн Q и энергии P:

$$N_k \propto |Q|^{1/3}\omega^{s_0}, \quad N_k \propto |P|^{1/3}\omega^{s_1},$$
$$s_1 = -(m+3d)/(3\beta), \quad s_0 = s_1 - 1/3 \tag{13}$$

Выражение (12) пригодно и для активационного закона дисперсии $\omega_k = \omega_0 + \delta\omega_k$, $\omega_0 = \text{const}$ – активационная частота, причем поток энергии в этом случае определяется только дисперсионной добавкой $\delta\omega_k$, равно как и индекс β. Аналогичные критерии получены и для степенных спектров частиц, а также для волн с распадным законом дисперсии.

В двух последних разделах первой главы обсуждается групповой смысл преобразований симметрии и с помощью проектирования подынтегрального выражения ИС на неприводимое (единичное) представление соответствующей группы симметрии получено функциональное уравнение относительно искомой функции распределения, выполнение которого обеспечивает обращение ИС в нуль. При этом показано, что все стационарные неравновесные распределения колмогоровского типа могут быть найдены как решения этого функционального уравнения.

Во второй главе рассмотрены спектры турбулентности волн на свободной границе слоя жидкости конечной глубины ℓ [A5,A19-A21,A25]. Введены канонические переменные для потенциальных движений, которыми, как и в случае бесконечной глубины [2], являются возвышение свободной границы $\zeta(\vec{r},t)$ и значение потенциала скорости на ней $\Psi(\vec{r},t)$, и найдены матричные элементы тройного и четверного гамильтонианов взаимодействия. Поскольку закон дисперсии капиллярно-гравитационных волн

$$\omega_k = \sqrt{g\tilde{k}(1+k^2/k_0^2)}, \quad \tilde{k} = k\,\mathrm{th}(k\ell), \tag{14}$$

где $k_0^2 = \rho g/\sigma$: σ, g-коэффициент поверхностного натяжения и ускорение свободного падения соответственно, является нераспадным в области малых волновых чисел и распадным в области больших, то для получения кинетического уравнения, интеграл столкновений которого должен корректно учитывать как тройные, так и четверные процессы, проведено каноническое преобразование, исключающее из тройного гамильтониана взаимодействия запрещенные законами сохранения процессы для волн на глубокой воде ($\ell \to \infty$, $k\ell \gg 1$ при $k < \sqrt{2}k_0$). Это позволило наряду с исследованием потоковых распределений в гравитационной и капиллярной области по отдельности, рассмотреть также процессы взаимодействия капиллярных и гравитационных волн.

В области $k \gg k_0$ $\omega_k \simeq (\sigma k^3/\rho)^{1/2}$ (капиллярные волны) закон дисперсии является распадным и в соответствии с результатами гл.1 в ней существуют многопотоковые распределения капиллярных волн [А2], а в области $k \ll k_0$-многопотоковые распределения гравитационных волн [А3]. Поскольку стационарное колмогоровское распределение, отвечающее потоку энергии, существует как в капиллярной, так и в гравитационной области, то возникает вопрос о возможности сопряжения этих распределений в области $k \approx k_0$. Единое распределение можно представить в виде

$$N_k = P^{1/3} k^{-4} F(P/v_k^3, k/k_0), \quad F(x,y) = \begin{cases} 1, & y \ll 1 \\ x^{1/6}, & y \gg 1 \end{cases} \qquad (15)$$

Появляющийся здесь безразмерный параметр P/v_k^3, где $v_k = \omega_k/k$ - фазовая скорость волн, играет существенную роль во всей теории слабой турбулентности поверхностных волн: условие слабости турбулентности отвечает малым значениям именно этого параметра (малость потока энергии) и, естественно, только в этих предположениях имеет место представление (15). Учитывая, что фазовая скорость имеет минимум при $k = k_0$, видим, что применимость теории слабой турбулентности для всех длин волн требует выполнения условия $P/v_{min}^3 \ll 1$, $v_{min} = v_k|_{k=k_0} = (4\sigma g/\rho)^{1/4}$. Локальное (в k- пространстве) нарушение неравенства $P/v_k^3 \ll 1$ может приводить к формированию неслабой турбулентности, рассмотренной для наиболее интересного в приложениях случая гравитационных волн в разд.2.2 .

В разделе 2.1 проанализирован вклад (тройных) процессов рождения и уничтожения гравитационных волн капиллярными в интеграл столкновений. Показано, что в области, примыкающей к k_0 $(k \le k_0)$ этот процесс может превалировать над четверными процессами рассеяния гравитационных волн и, следовательно, возможно формирование индуцированного спектра гравитационных волн, вид которого определяется спектром капиллярных. Так, если в капиллярной области установилось распределение с потоком энергии

$$N_k = P^{1/2} v_k^{-1/2} k^{-4}, \quad k \gg k_0, \qquad (16)$$

то ему соответствует растущий спектр в гравитационной области [А5]

$$N_q \simeq P^{1/2} (k_0/\omega_0)^{1/2} k_0^{-4} (q/k_0)^{9/4}, \quad \omega_0 = \omega_{k_0}, \ q \ll k_0. \qquad (17)$$

В предельном случае капиллярных волн на мелкой воде $\ell^{-1} \gg k \gg k_0$ закон дисперсии $\omega_k \simeq (\sigma\ell/\rho)^{1/2} k^2$ и вероятность перехода также являются однородными функциями. В соответствии с общими результатами гл.1 это позволило определить неоднопотоковые спектры колмогоровского типа. Существенно, что здесь имеем пример системы, в которой отсутствует полная автомодельность из-за наличия параметра размерности длины - глубины слоя жидкости, но существуют локальные спектры слабой турбулентности. Для изотропного спектра найдена связь нормировочной постоянной распределения и потока энергии P:

$$N_k = A(k/\omega_k)^{1/2} k^{-4} (k\ell)^{1/2}, \quad A = 2(2\ell/\pi)^{1/2} (\sigma\ell/\rho)^{3/4} P^{1/2}, \quad \ell^{-1} \gg k \gg k_0. \quad (18)$$

Система капиллярных волн на мелкой воде может служить удобной моделью исследования стохастических систем как в экспериментальном, так и в теоретическом аспекте, что обусловлено тем обстоятельством, что она представляет двумерный газ квазичастиц с квадратичным законом дисперсии ($\varepsilon = p^2/2M$, $p = \hbar k$, $M = (\hbar/2)(\rho\ell/\sigma)^{1/2}$, p - импульс, $\hbar$ - постоянная Планка). Распады происходят под прямым углом, а вероятность перехода имеет весьма простой вид ($\propto k^4$, где $\vec{k}$ - наибольший вектор в тройке).

Рассмотрение турбулентности гравитационных волн на мелкой воде $k \ll \ell^{-1}, k_0$ проведено в разд.2.2. Этот случай требует специального исследования, поскольку закон дисперсии волн близок к линейному

$$\omega_k \simeq (g\ell)^{1/2} k[1 + k^2(k_0^{-2} - \ell^2/3)], \quad k \ll k_0, \ell^{-1}. \quad (19)$$

Дисперсионная добавка при этом весьма существенна - ее знак определяет разрешены (положительная дисперсия, $k_0\ell < 3^{1/2}$) или запрещены ($k_0\ell \geq 3^{1/2}$), а величина - малость угла между волновыми векторами взаимодействующих волн; в случае строго линейного закона дисперсии не существует малого параметра, обеспечивающего применимость теории слабой турбулентности. Это становится очевидным после перехода в движущуюся со скоростью волн $c = (g\ell)^{1/2}$ систему отсчета, в которой линейный по k член в законе дисперсии исчезает (в силу квазиодномерности процесса взаимодействия), так что дисперсионная добавка играет роль частоты. В низшем приближении по нелинейности и неодномерности длинные гравитационные волны описываются двумерным уравнением Кадомцева-Петвиашвили (КП) [6], допускающем решения солитонного типа, в которых дисперсионное расплывание компенсируется нелинейным укручением. Однако, если нелинейность мала по сравнению с дисперсией, то существует область применимости теории слабой турбулентности (соответствующие стационарные решения в случае положительной дисперсии анализировались в работах [7-9].

Потоковые распределения в случае нераспадного спектра получены в разд.2.2 [А19-А21], где рассмотрены также общие результаты по слабой турбулентности волн, описываемых уравнением КП с отрицательной дисперсией. Учет дисперсионной добавки, являющийся в силу сказанного выше принципиальным, приводит к неоднородности вероятности рассеяния и, следовательно, к отсутствию конформной инвариантности интеграла столкновений. Тем не менее, КУ обладает той же группой симметрии, что и в случае сильной дисперсии. Соответствующие преобразования симметрии, содержащие наряду с масштабным преобразованием волновых чисел растяжения углов, удается построить явно и, соответственно, получить спектры с постоянным потоком. В силу квазиодномерности процессов взаимодействия, основной вклад в вероятность рассеяния дают близкие к резонансным тройные процессы во втором порядке теории возмущений, а не прямые четверные. При этом двумерный случай является особым- вычисленная в КП-приближении вероятность рассеяния тождественно обращается в нуль, что является следствием теоремы В.Е. Захарова и И.Е.Шульмана [10].Поэтому получение вероятности рассеяния для длинных гравитационных волн и построение соответствующих турбулентных спектров потребовало выхода за рамки КП-уравнения. Полученные распределения колмогоровского типа являются неизотропными, т.к. релаксация по волновым числам из-за квазиодномерности процесса рассеяния происходит существенно быстрее, чем релаксация по углам. Отметим, что впервые сильно анизотропные распределения в теории слабой турбулентности обсуждались в работе Е.А.Кузнецова [11].

В конце разд.2.2 рассмотрены потоковые распределения гравитационных волн на глубокой воде для случая неслабой турбулентности, которая возникает при достаточно больших потоках. Показано, что закон дисперсии гравитационных волн имеет тенденцию к превращению в линейный за счет перенормировки частоты, обусловленной взаимодействием с длинноволновой компонентой волнения. С помощью диаграммной техники Уайльда продемонстрирована возможность получения степенных распределений в скейлинговом приближении, причем частота и затухание волн одного порядка и линейно зависят от волнового вектора, а спектр параметризуется потоком энергии [A24]. Этот результат согласуется с экспериментальным данными работы Юэна и Лэйка [12].

В третьей главе рассмотрены распределения колмогоровского типа частиц и волн, формируемые за счет их взаимодействия [A6-A8, A10, A12-A16, A18]. Насколько нам известно, впервые формирование потоковых распределений при взаимодействии волн и частиц было рассмотрено в работе [A7], где исследовались распределения ионов и ленгмюровских плазмонов, а при взаимодействии частиц - в работе [13] для линейного интеграла столкновений и в [A8]- в нелинейном случае.

В разделе 3.1 проведен анализ кинетических уравнений и определены направления потоков сохраняющихся величин для представляющей интерес в астрофизических приложениях системы релятивистских электронов и фотонов в модели плазменного турбулентного реактора (ПТР) [A12,A13], предложенной В.Н. Цытовичем и А.С. Чихачевым (см.[14]). В основе модели лежит процесс комптоновской конверсии продольных волн - плазмонов в фотоны и/или синхротронный механизм в условиях достаточно большой оптической плотности. При этом удается получить связанные степенные спектры как частиц, так и излучения, столь характерные для многих космических источников. В силу зависимости характерной частоты фотонов ω от энергии ε излучающего релятивистского электрона

$$\omega = \omega_0(\varepsilon/mc^2)^2, \quad \varepsilon \gg mc^2 \qquad (20)$$

вероятность перехода зависит от частоты лишь в виде $u(\omega/\varepsilon^2)$. Т.к. (20) обусловлено доплеровским преобразованием частоты, то конкретным механизмом рассеяния определяется лишь величина ω_0, имеющая смысл циклотронной частоты или частоты ленгмюровского плазмона для комптоновской конверсии при условии $\hbar\omega \ll \varepsilon$. В модели ПТР предполагается, что комптоновский и/или синхротронный процесс является самым быстрым (неупругим) процессом, поэтому каждое из кинетических уравнений для распределения фотонов N_k и электронов n_p содержит одну и туже комбинацию функций распределения $\hbar\omega N\partial n/\partial\varepsilon + n$, умноженную на u и плотность электронных состояний ε^2 (для простоты выписываем выражения для изотропных распределений и неполяризованных фотонов):

$$S(\omega,\varepsilon) = \varepsilon^2 u(\omega/\varepsilon^2)(\hbar\omega N\partial n/\partial\varepsilon + n). \qquad (21)$$

Уравнения ПТР, учитывающие дифференциальный характер передачи энергии электронам ($\hbar\omega \ll \varepsilon$), в этом простейшем случае имеют вид:

$$\varepsilon^2\partial n/\partial t = \partial/\partial\varepsilon\int_0^\infty d\omega S(\omega,\varepsilon) \equiv \varepsilon^2 I_{ep},$$

$$\hbar\omega^3\partial N/\partial t = \int_0^\infty d\varepsilon S(\omega,\varepsilon) \equiv \hbar\omega^3 I_{pe}. \qquad (22)$$

Отметим, что уравнения ПТР представляют удобную и нетривиальную модель формирования потоковых спектров [14,A12,A21]]. Вводя потоки числа частиц (J_0) и энергии (J_1) в пространстве частот и энергий, подобно тому, как это делалось в гл.1, можно убедиться, что постоянный поток числа электронов направлен в сторону больших энергий, так что для реализации соответствующего стационарного решения ($n \propto J_0\varepsilon^{-4}$, $N \propto \omega^{-1/2}$) требуется внешний источник электронов в области малых энергий (и сток на больших). Для второго стационарного решения, параметризуемого потоком энергии J_1 ($n \propto J_1\varepsilon^{-5}$, $N \propto \omega^{-1/2}$), полный поток, протекающий как по электронной, так и по фотонной подсистеме, направлен в область малых энергий (парциальные потоки J_{1e} и J_{1p} могут иметь разные знаки, с тем условием, чтобы $J_1 = J_{1e} + J_{1p} < 0$). В конце раздела получены стационарные неизотропные спектры ПТР с учетом поляризации фотонов [A18]. Возможность получения анизотропных распределений обусловлена квазиодномерностью процесса взаимодействия, связанной с релятивистским характером задачи. Показано, что анизотропные спектры электронов и фотонов имеют те же степени, что и изотропные, отличаясь тем, что нормировочные постоянные зависят от ориентации. Эта зависимость в главном приближении по mc^2/ε, $\hbar\omega/\varepsilon \ll 1$ определяется анизотропией источников. Найдена степень поляризации фотонов, которая зависит от отношения плотности энергии магнитного поля и плазменной турбулентности.

В разделе 3.2 рассмотрены вопросы формирования потоковых распределений электронов и фотонов благодаря томсоновскому или комптоновскому рассеянию в приложении к космической плазме и проанализирована взаимосвязь равновесных и турбулентных распределений.

Исследованы стационарные решения уравнения А.С.Компанейца, описывающего релаксацию фотонного распределения вследствие томсоновского рассеяния на равновесных электронах. На этом примере удалось проследить переход от равновесных распределений к потоковым по мере роста потока числа фотонов. Показано, что при малом потоке решение имеет вид слабо возмущенного планковского распределения, от которого "отрастают" в область малых и больших частот степенные "хвосты":

$$N_k = \begin{cases} (\bar{\nu}/\nu)^2 + T_e/h\nu, & \nu < \zeta\bar{\nu}, \\ (\bar{\nu}/\nu)^4 + \exp(-h\nu/T_e), & T_e\ln(\zeta^{-1}) < h\nu \ll h\nu_{\text{ист}}, \end{cases} \tag{23}$$

где характерная частота $\bar{\nu}$ связана с потоком фотонов q в пространстве частот ν (мощностью источника, расположенного при $\nu \geq \nu_{\text{ист}}$) $q = -\rho c\sigma_T h(\bar{\nu})^4/mc^2$, T_e, m и ρ – температура (в энергетических единицах), масса и концентрация электронов, c – скорость света, h – постоянная Планка, $\sigma_T = 8\pi r_e^2/3$ – томсоновское сечение, $r_e = e^2/mc$ – классический радиус электрона. Малость потока соответствует малости параметра $\zeta = h\bar{\nu}/T_e$. С ростом потока область частот, занимаемая степенными потоковыми асимптотиками распределения, растет и при большом потоке ($\zeta \gg 1$) эти асимптотики смыкаются, "съедая" равновесную часть распределения. При этом формируется бистепенной спектр

$$N_k = 2^{-1}\left\{\left[1+4(\bar{\nu}/\nu)^4\right]^{1/2}-1\right\}, \quad T_e \to 0. \qquad (24)$$

Неоднородность распределения связана с учетом как спонтанных, так и индуцированных процессов рассеяния, преобладающих, соответственно, в области больших и малых частот. В ограниченной области частот возможно формирование степенного распределения $N_k \propto \nu^{-3}$, отвечающего, в отличие от спектров (23), (24), потоку фотонов, направленному в сторону больших частот.

Степенные асимптотики спектра излучения с теми же показателями могут формироваться и при взаимодействии с релятивистскими электронами [A14] при выполнении условия $h\nu \ll \varepsilon$ для тех же направлений потоков. Эти распределения найдены с использованием соображений симметрии в условиях преобладания спонтанных или индуцированных процессов.

Обратим внимание, что хотя впервые КУ Компанейца было получено для случая взаимодействия с равновесными электронами, что существенно использовалось при его выводе [15], однако оно в действительности справедливо при произвольном электронном распределении [A15], при этом T_e является эффективной температурой электронов, определяемой согласно $T_e = -\langle n\rangle/\langle \partial n/\partial\varepsilon\rangle$, $\langle\ldots\rangle \equiv \int dp\, p^4\ldots$, где n – распределение электронов по импульсу p. Заметим также, что ИС для электронов в условиях преобладания томсоновского рассеяния является линейным и имеет весьма простую форму, что позволило провести детальное исследования формирования распределений электронов.

Это исследование проведено в разделе 3.2 как для нерелятивистских, так и для релятивистских электронов. Показано, что КУ при $h\nu \ll \varepsilon$ имеет вид уравнения диффузии в $\vec{p}$-пространстве, причем сила трения и коэффициент диффузии определяются спектром излучения. В области больших энергий, где диффузионный член мал, распределение электронов при наличии источника в области больших энергий имеет весьма универсальный вид $n_p \propto W_r^{-1}|J_e|(p^2 v\varepsilon^2)^{-1}$, где $v = \partial\varepsilon/\partial p$ – скорость, и зависит от фотонного распределения только через плотность энергии W_r. Это электронное распределение справедливо как в релятивистской, так и в нерелятивистской области ($\varepsilon \to mc^2$), описывая излом при $p \simeq mc$.

Получена также асимптотика электронного распределения в области относительно малых энергий, где вклад силы трения мал и релаксация определяется диффузией. В отличие от предыдущего вид решения зависит от спектра фотонов низких энергий. Детальное исследование проведено для реалистического класса фотонных распределений вида

$$N_k = A\omega^s \exp(-\omega/\omega_0), \quad s > -5/2 . \qquad (25)$$

Показано, в частности, что фотонное распределение, низкочастотная часть которого формируется индуцированным рассеянием $N_k = A\omega^{-2}$ и быстро убывающее на больших частотах (достаточным является степенное убывание, $N_k = o(\omega^{-4})$, $\omega \to \infty$) совместно с решением электронного уравнения дает самосогласованное решение системы кинетических уравнений.

В последнем разделе гл.3 получены стационарные потоковые распределения заряженных частиц, формируемые за счет кулоновского взаимодействия в плазме [A6,A8]. Учет экранировки проводился как в рамках ИС Ландау, так и более общих ИС типа Ленарда-Балеску. Показано, что взаимодействие частиц одного сорта (например, электронов) друг с другом приводит к локальному степенному распределению $n_p \propto p^{-5/2}$, параметризуемому потоком энергии. Локальным является также распределение при наличии малого потока импульса. Исследованы также близкие к равновесным стационарные распределения, соответствующие наличию малых потоков сохраняющихся величин по спектру, которые удается найти в области энергий, малых по сравнению с тепловой.

Изучено влияние степенного характера распределений на дисперсионные свойства плазмы. Показано, например, что экспоненциальное убывание затухания Ландау ленгмюровских волн сменяется степенной зависимостью, если волна находится в резонансе с частицами из степенной области электронного распределения, причем затухание растет с увеличением фазовой скорости. Такая аномальная зависимость затухания может быть весьма важной в приложениях. Существенно также, что диэлектрическую проницаемость плазмы удается найти при степенных распределениях частиц без предположения о малости их числа благодаря сходимости соответствующих интегралов. При этом из-за отсутствия характерных параметров размерности скорости мнимая и вещественная части диэлектрической проницаемости имеют один порядок величины.

В конце раздела рассмотрена задача о формировании распределения ионов, взаимодействующих с заданным распределением электронов, играющих роль термостата [A16,A20]. Методически она близка к задачам релаксации электронов благодаря процессу комптоновского рассеяния — интеграл столкновений имеет Фоккер-Планковский вид и линеен по функции распределения ионов. Линейность КУ позволяет провести достаточно полное исследование как стационарной, так и нестационарной задачи. При наличии источника быстрых ионов (инжекция энергичных ионов или их рождение в результате термоядерной реакции) особый интерес представляет область скоростей, где диффузией можно пренебречь. В этом пределе КУ легко интегрируется и удается проследить за формированием потокового распределения при включении источника. Если источник локализован в области шириной Δp вблизи p_0, то к моменту времени t в области между p_0 и $p(t) = (p_0^{\xi}-B\xi t)^{1/\xi} < p_0$, $B > 0$, формируется стационарное распределение $n_p \propto |J_0/(p^2F(p)| \propto p^{\xi-3}$, где $F(p) = -Bp^{1-\xi}$ – сила трения ($\xi = 3$ при $\overline{v} \gg \overline{v}_e$, $\xi = 0$ при $v \ll \overline{v}_e$, где $\overline{v}_e$– характерная скорость электронного распределения), причем его формирование происходит автомодельным образом. При $p \simeq p(t)$ расположен фронт стационарного распределения, имеющий ширину $\Delta p(t) \propto p_0^{\xi-1}(p_0^{\xi}-B\xi t)^{-1+1/\xi}$ и движущийся в сторону малых импульсов. При этом, как видно, если $\xi>0$, то стационарное распределение формируется во всей области $0<p<p_0$ за конечное время $t_0=p_0^{\xi}/(B\xi)$, т.е. "взрывным" образом, а при $\xi\le 0$ фронт движется с замедлением и для достижения точки $p=0$ требуется бесконечное время.

<u>В четвертой главе</u> рассмотрено формирование неравновесных распределений частиц по массам в результате слияний в рамках КУ Смолуховского [А17,А22,А23,А25-А33]. Помимо исследования конкретных физических систем, рассмотрение КУ Смолуховского представляет и значительный методический интерес, поскольку оно имеет структуру, близкую к КУ для волн с нераспадным спектром, отличаясь от него отсутствием слагаемых, отвечающих распадам. Благодаря квадратичному характеру нелинейности оно близко также к КУ, описывающим взаимодействие классических частиц. На примере КУ Смолуховского удается аналитически исследовать нестационарные распределения, отвечающие эволюции системы при включении/выключении источника, а также построить пример нестепенных распределений колмогоровского типа [А26]. Отметим, что задача построения нестационарных решений кинетических уравнений является весьма трудной даже в случае КУ Смолуховского, поскольку эволюция распределений описывается нелинейным интегральным оператором. Поэтому до настоящего времени эта проблема (особенно при наличии источника) исследована совершенно недостаточно, хотя ей посвящено значительное число работ (см., например, [16-18] и цитированную там литературу).

В разделе 4.1 проанализированы свойства симметрии и получены стационарные потоковые распределения для однородной вероятности слияния. Аналогично результатам гл.1, получено функциональное уравнение, решения которого обращают в нуль ИС при произвольной вероятности слияния. С его помощью показано, что стационарные распределения колмогоровского типа могут быть найдены для класса мультипликативно-однородных коэффициентов

$$U_{M_1+M_2|M_1M_2} = (M_1M_2)^{-3/2}v(M_1)v(M_2)\phi(M_1/M_2), \qquad (26)$$

где $v(M)$ – произвольная положительная функция, $\phi(x)=\phi(1/x)>0$, и имеют вид

$$N(M) = A[v(M)]^{-1}, \qquad (27)$$

где $N(M)$ – распределение частиц по массам, а нормировочная постоянная A пропорциональна корню из потока массы J по спектру, направленному в сторону больших масс:

$$J = 2A^2\int_0^\infty d\xi\xi^{-3/2}\phi(\xi)\ln(1+\xi). \qquad (28)$$

Показано, что локальность распределений с логарифмической точностью эквивалентна сходимости интеграла в (28), причем условия сходимости ИС на распределении (27) в области малых и больших масс совпадают, так что для степенной асимптотики функции ϕ

$$\phi(x) \propto x^a, \ x \to 0 \qquad (29)$$

сходимость гарантируется выполнением одного условия $a > -1/2$.

Для КУ Смолуховского с не зависящим от масс коэффициентом слияния $U=V=\mathrm{const}$ (или $U=v(M_1)v(M_2)$) получены точные стационарные решения явно учитывающие структуру источника, причем одновременно проведен учет затухания (член $-\gamma N(m)$ в правой части КУ, $\gamma=\mathrm{const}$). Исследованы асимптотики распределения в случае малых ($JV \ll M_0\gamma^2/4$) и больших ($JV \gg M_0\gamma^2/4$) потоков, где M_0– характерный масштаб масс источника. Показано, что в наиболее интересном случае больших потоков решение в области больших масс $M \gg M_0$ имеет вид

$$N(M) = \frac{1}{2}(J/\pi V)^{-1/2}M^{-3/2}\exp(-M/M_*), \ M_* = 4JV/\gamma^2 \gg M_0 \qquad (30)$$

и в промежуточной области масс $M_0 \ll M \ll M_*$, где наличие потерь сказывается слабо, сводится к степенному спектру.

Для той же модели ($U=\mathrm{const}$, $\gamma=\mathrm{const}$) получено решение задачи Коши при включении источника. С помощью преобразования Лапласа КУ Смолуховского сводится к уравнению Риккати и допускает явное интегрирование. Показано, что, в частности, на больших временах и в области больших масс $M \gg M_0$ решение приобретает автомодельную форму, причем явный вид распределения зависит от величины потока (соответствующий безразмерный параметр $JV/(\gamma^2 M_0)$). При этом стационарное распределение (30) (и его степенная асимптотика) играет роль промежуточной асимптотики для начальной задачи, справедливой в области $M \ll JVt^2$, куда дошел фронт релаксации, в пределе больших потоков $JV/(\gamma^2 M_0) \gg 1$. В задаче имеется много параметров, что приводит к большому числу возможных предельных случаев, часть из которых рассмотрена в основном тексте, а остальные вынесены в Приложения.

В этом же разделе проведено исследование устойчивости степенных распределений колмогоровского типа для КУ Смолуховского [A23] (в более общей постановке задача устойчивости колмогоровских распределений для волн рассмотрена в [5]). После линеаризации кинетического уравнения относительно стационарно г о степенного решения $N(M,t) = N^{(0)}(M) + \delta N(M,t)$ и перехода к преобразованию Меллина по массе

$$\Phi(z,t) = \int_0^\infty dM M^{z-1} \delta N(M,t)/N^{(0)}(M). \qquad (31)$$

получаем дифференциальное уравнение для $\Phi(z,t)$ со сдвинутым параметром:

$$\partial/\partial t \Phi(z+\Delta,t) = \Lambda(z)\Phi(z,t), \qquad (32)$$

где $\Lambda(z)$ является функционалом от коэффициента слияния $U_{M_1+M_2|M_1M_2}$ и стационарного распределения, $\Delta = (1-u)/2$, а u - степень однородности коэффициетна слияния. Условия сходимости интеграла, определяющего $\Lambda(z)$, выполняются в полосе $-\eta<\mathrm{Re}z<\eta$, $\eta=a+1/2>0$, причем последнее неравенство является следствием предполагаемой локальности стационарного распределения. В случае $u = 1$ уравнение (32) не содержит сдвигов, что позволяет просто провести аналитическое исследование устойчивости до конца [A23]. Показано, что асимптотическое поведение возмущения $\delta N(M,t)$ при $t \to \infty$ (точнее, $t\Lambda(0) \gg 1$)

$$\delta N(M,t)/N^{(0)}(M) = \delta N(Me^{-t\Lambda'(0)},0)/N^{(0)}(Me^{-t\Lambda'(0)}) \qquad (33)$$

для локализованных начальных возмущений $\lim_{M\to 0,\infty} \delta N(M,0)/N^{(0)}(M)=0$ (которыми следует ограничиться в силу того, что само исследуемое потоковое распределение является промежуточной асимптотикой решения КУ в инерционном интервале) приводит к выводу об устойчивости стационарного степенного спектра. Убывание возмущения при $t \to \infty$ обусловлено уменьшением начального возмущения при $M \to 0$, поскольку в процессе релаксации происходит снос распределения в сторону больших масс.

В разделе 4.2 рассмотрены стационарные решения уравнения типа Смолуховского для функции распределения по массам M и импульсам $\vec{p}$. Найдены условия для зависящего от масс и импульсов коэффициента слияния, обеспечивающие наличие преобразований и соответствующей группы симметрии интеграла столкновений и позволяющие получить стационарные неравновесные распределения бистепенные по массам и импульсам, параметризуемые потоком массы. Исследована локальность этих распределений и показано, что в простейших случаях, когда сечение слияния аппроксимируется сечением касания двух гравитирующих сферических масс [19], распределения являются нелокальными.

Усреднение указанного уравнения с заданной функцией распределения по импульсам приводит к стандартному уравнению Смолуховского. Вероятность и ее степень однородности по массам зависят при этом от вида функции распределения по скоростям и изменяется при переходе от распределения, отвечающего быстрой (бесстолкновительной) релаксации $\varphi(\vec{p}) \propto \exp(-v^2/v_L^2)$, где v - скорость, v_L - параметр, не зависящий от массы, к максвелловскому $\varphi(\vec{p}) \propto \exp(-p^2/2MT)$, где T - температура в энергетических единицах. Этот переход может соответствовать возникновению изломов у функции распределения по массам (и, соответственно, светимостям).

В разделе 4.3 исследуется распределение галактик по массам и моментам вращения и модель активности галактических ядер и квазаров [A28,A29]. В предположении, что в процессе слияния галактик можно пренебречь потерями массы и вращательного момента $\vec{S}$, для функции распределения $f(M,\vec{S};t)$ следует обобщенное кинетическое уравнение Смолуховского. Показано, что решения этого уравнения для случая не зависящего от моментов коэффициента слияния на больших временах выходят в области больших масс на универсальную асимптотику

$$f(M,\vec{S};t) = M^{-3/2} f(M,t) \exp\left[-\left(\vec{S}-M\vec{S}_0/M_0\right)^2/(2MS_2^2)\right], \qquad (34)$$

имеющую автомодельный вид: произведение гауссовой функции момента на функцию от массы и времени, причем $f(M,t)$ является решением проинтегрированного по моментам КУ, т.е. решением обычного уравнения Смолуховского. Параметры гауссиана в отсутствие источника определяются начальным спектром, а при его наличии, когда по прошествии достаточного времени начальные условия "забываются" - спектром источника. При этом M_0- характерная масса, $\vec{S}_0$ и S_2^2- средний момент и дисперсия начального распределения или источника. Этот точный результат можно пояснить с помощью простых качественных соображений. Предположим, что начальное распределение или источник локализованы в области масс $M \le M_0$ и в области $\vec{S}$ вблизи $\vec{S}_0$ с характерным разбросом S_2. Тогда частица с массой $M \gg M_0$ возникает путем слияния M/M_0 "исходных" частиц. Соответствующий M-частице момент импульса возникает как сумма случайно ориентированных моментов со средним значением $\vec{S}_0$ и дисперсией S_2^2. Среднее значение суммарного момента $(M/M_0)\vec{S}_0$, а его дисперсия $(M/M_0)S_2^2$, причем плотность вероятности получения заданного значения $\vec{S}$ является гауссовой в силу центральной предельной теоремы.

Точное решение обобщенного КУ Смолуховского детально проанализировано для случая не зависящего ни от моментов, ни от масс коэффициента слияния. Показано, что при соответствующих условиях его асимптотика имеет вид (34), причем функция $f(M,t)$ в свою очередь имеет автомодельную форму, а именно, зависимость от времени входит только в комбинации $tM^{-1/2}$ (для задачи с источником). Исследована эволюция потокового распределения с широким степенным участком после выключения источника. При этом происходит движение фронта релаксации в сторону больших масс $M \propto t^2$, за которым спектр масс уплощается по сравнению с потоковым спектром (распределение $\propto M^{-1/2}$ и $M^{-3/2}$ соответственно).

Получено также решение обобщенного КУ Смолуховского при зависящем от времени коэффициенте слияния и источнике, что существенно для учета космологического расширения [A26-A28]. В случае свободной эволюции при условии отделения временной зависимости в коэффициенте слияния это сводится к перенормировке временной переменной. При наличии источника задачу удается решить для не зависящего от масс коэффициента слияния. Показано, что при относительно медленной зависимости источника и вероятности от времени (например, степенной) асимптотической формой решения на больших временах и в области больших масс является (34), где входящий в $f(M,t)$ поток и коэффициент слияния уже зависят от времени.

В разделе 4.4 полученные распределения галактик по массам и моментам используются для определения функций светимости (ФС) активных галактических ядер и квазаров [A29,A31,A33]. Обсуждаемая модель активности связывает долю избыточной массы Δm, образовавшейся в результате компенсации момента при слиянии и способной к падению на центр, с массами M и моментами S сталкивающихся галактик. В простейшей феноменологической модели, учитывающей лишь законы сохранения при слиянии $M = M_1 + M_2$, $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$ и связь избыточной массы Δm с массами дисков $\Delta m = m_1 + m_2 - m$, где масса "стационарного" диска $m = [\rho^{2/3}/(G\rho)^{1/2}]S/M^{2/3}$ ($m \ll M$, ρ – плотность), светимость L активного объекта (квазара) пропорциональна $\varepsilon\eta c^2 d\Delta m/dt \propto \varepsilon\eta c^2 \Delta m/t_{ac}$, где η доля избыточной массы, выпадающей на центр, t_{ac}– время аккреции, ε – эффективность процесса. Грубые оценки дают $\eta \sim 10^{-2}$, $\varepsilon \sim 0{,}1$.

Для распределения по активности, или, что то же – по Δm, получаем уравнение $\partial f(\Delta m)/\partial t = I_{\Delta m} - f(\Delta m)/t_{act}$, где интегральный член $I_{\Delta m}$ описывает скорость возникновения активных объектов с избытком массы Δm за счет слияний, а второй – их убыль за счет высвечивания. В стационарном случае $f(\Delta m) = t_{act} I_{\Delta m}$, что позволяет оценить функцию светимости (ФС) квазаров по известному распределению галактик по массам и моментам, входящему квадратично в интегральный член $I_{\Delta m}$.

Вычисление $I_{\Delta m}$ проведено в приближении предельной анизотропии распределения (34) ($S_2 \to 0$). В результате для не зависящего от масс и моментов коэффициента слияния получаем степенную функцию светимости с экспоненциальным обрывом со стороны больших светимостей, причем показатель степени зависит от показателя степенной асимптотики распределения по массам. Найдены также показатели степени при зависящем от масс коэффициенте слияния. При этом удается получить близкие к наблюдаемым индексы для ФС.

На основе предложенного механизма активности удается предложить объяснение "внезапному" исчезновению квазаров при больших красных смещениях $z \geq 3$. Оно основано на том факте, что эволюция распределения галактик носит взрывной характер, если вероятность слияния растет быстрее, чем первая степень массы [16,17,20]. Хотя соответствующее сечение столкновений является достаточно плохо определенной величиной, однако грубые оценки показывают, что для не слишком больших масс вероятность слияния может обладать требуемым поведением (например, $U \propto (M_1+M_2)^2$ или $U \propto M^{4/3}$). Взрывная эволюция рассмотрена аналитически для модельного коэффициента слияния $U \propto M_1 M_2$, а также для $U \propto (M_1+M_2)^2$ в рамках дифференциального приближения [А31,А34]. При этом для времени взрывной эволюции следует оценка $t_{cr} \propto 1/(\mathfrak{M} M_0)$, где $\mathfrak{M}$ и M_0– полная масса и характерный масштаб распределения, а $I_{\Delta m} \propto \exp[-2t_{cr}/(t_{cr}-t)]$. Показатель степени ФС, разумеется, чувствителен к виду коэффициента слияния. Однако, сам факт взрывного возникновения популяции квазаров мало чувствителен ко многим деталям механизма слияний.

Основные результаты и выводы диссертации, выносимые на защиту:

1. Получены векторные преобразования симметрии интеграла столкновений с однородной и изотропной вероятностью перехода, с помощью которых впервые получены анизотропные неравновесные решения стационарного кинетического уравнения.

2. Впервые найдены неоднопотоковые распределения, параметризуемые постоянными потоками аддитивных величин, которые сохраняются в элементарном акте взаимодействия - энергии, числа квазичастиц и импульса.

3. Показано, что найденные векторные преобразования образуют группу симметрии интеграла столкновений, а его факторизация состоит в проектировании подынтегрального выражения на неприводимое (единичное) представление этой группы.

4. Получены общие критерии для определения направлений потоков по спектру.

5. В общем виде проведено исследование локальности квазистепенных распределений (сходимость интеграла столкновений), получены простые критерии локальности. Показано, в частности, что степень сходимости интеграла столкновений на малых и больших импульсах для стационарных однопотоковых распределений одинакова.

6. Введены канонические переменные для потенциального движения слоя жидкости конечной глубины со свободной границей в гравитационном поле. Построены неравновесные распределения волн (с нераспадным законом дисперсии), параметризуемые потоком числа волн (волнового действия) для гравитационных волн на поверхности жидкости, что оказалось важным для теории морского волнения.

7. Получены степенные потоковые распределения для случая взаимодействия волн и частиц (релятивисткие/нерелятивистские электроны и фотоны в космической плазме).

8. Впервые получены неравновесные распределения заряженных частиц, формируемые за счет кулоновского взаимодействия в плазме, а также незаряженных частиц в газе, взаимодействие которых описывается степенным потенциалом.

9. Для модели плазменного турбулентного реактора проанализирован потоковый характер степенных распределений электронов и фотонов и показано, что суммарный поток энергии направлен в сторону малых энергий. Получены также анизотропные стационарные решения уравнений ПТР, отвечающие ненулевому потоку импульса.

10.Найдены преобразования симметрии интеграла столкновений для особого случая волн с близким к линейному нераспадным законом дисперсии, описывающим, например, длинные гравитационные волны на поверхности жидкости. Получены неизотропные стационарные распределения волн как для общего случая, базирующегося на уравнении Кадомцева-Петвиашвили, так и для длинных гравитационных волн.

11.На примере гравитационных и капиллярных волн на поверхности жидкости рассмотрены и проанализированы кинетические уравнения, описывающие квазичастицы, которые соответствуют распадному и нераспадному участку спектра, что потребовало одновременного учета как тройных процессов распада и слияния, так и четверных процессов рассеяния. В частности, получен спектр гравитационных волн, индуцированный турбулентностью капиллярных.

12.Сделана попытка построения теории неслабой турбулентности гравитационных волн на глубокой воде с использованием диаграммной техники Уайльда и соображений скейлинга. Показано, что спектр гравитационных волн имеет тенденцию к превращению в линейный, что обусловлено взаимодействием с длинноволновой компонентой волнения. Продемонстрирована возможность получения степенных распределений гравитационных волн в скейлинговом приближении, причем частота и затухание волн одного порядка и линейно зависят от волнового числа, а спектр параметризуется постоянным потоком энергии.

13.На примере кинетических уравнений А.С.Компанейца и Больцмана, описывающих взаимодействие, соответственно, фотонов и ионов с электронным "термостатом", исследованы распределения, параметризуемые как потоком квантов, так и температурой. Показано, что даже при относительно малых потоках может происходить существенное изменение "хвостов" равновесных распределений. Прослежен переход к большим потокам, когда степенные асимптотики смыкаются и формируется бистепенное распределение.

14.Получены степенные распределения галактик по массам, формируемые за счет столкновений со слиянием, описываемые в рамках кинетического уравнения Смолуховского, а также совместное распределение по массам и вращательным моментам - в рамках обобщения кинетического уравнения Смолуховского.

15.В рамках кинетического уравнения Смолуховского точно решена начальная задача и проанализировано формирование распределений с постоянным потоком массы и соответствующего инерционного интервала. Таким образом доказана эволюционность потокового распределения и тот факт, что (степенные) потоковые распределения играют роль промежуточной автомодельной асимптотики в решении начальной задачи.

16.Впервые поставлена и для класса коэффициентов слияния, являющихся однородными функциями масс первой степени, решена задача устойчивости потоковых распределений для нелинейного кинетического уравнения Смолуховского. Аналогичная задача устойчивости решена для случая линейного оператора столкновений, описывающего релаксацию ионов при взаимодействии с электронным термостатом.

17.Получены общие качественные результаты, относящиеся к структуре решения обобщенного уравнения Смолуховского, описывающего слияния частиц в условиях сохранения двух величин - скалярной (массы) и векторной (момент импульса). Показано, что на больших временах и в области больших масс (по сравнению с характерными масштабами масс источника или начального распределения) совместная функция распределения факторизуется, причем зависимость от момента импульса является гауссовой с параметрами, зависящими от массы. Для ряда модельных однородных по массам коэффициентов слияния найдены распределения галактик по массам и моментам.

18.Получены асимптотические функции светимости активных астрофизических объектов (ядер галактик, квазаров) в рамках модели активности, основанной на гипотезе слияния.

Основные публикации по теме диссертации

A1. Кац А.В., Конторович В.М. Дрейфовые стационарные решения в теории слабой турбулентности// Письма в ЖЭТФ.-1971.- 14.- С. 392-395.

A2. Кац А.В., Конторович В.М. Свойства симметрии интеграла столкновений и стационарные решения в теории слабой турбулентности// ЖЭТФ.- 1973.- 64, №1.- С.153-163.

A3. Кац А.В., Конторович В.М. Анизотропные турбулентные распределения для волн с нераспадным законом дисперсии// ЖЭТФ.- 1973.- 65, №1.- С.206-218.

A4. Кац А.В. К теории слабой турбулентности// Изв.ВУЗов, Радиофизика.- 1974.- 17, №4.- С.630.

A5. Кац А.В., Конторович В.М. К теории слабой турбулентности волн на поверхности жидкости// Журн.прикл.мех.и техн. физики.- 1974.- №6.- С.97-106.

A6. Кац А.В., Конторович В.М., Моисеев С.С., Новиков В.Е. Степенные решения кинетического уравнения Больцмана, описывающие распределения частиц с потоками по спектру// Письма в ЖЭТФ.- 1975.- 21, №1.- С.13-16.

A7. Боцман В.И., Кац А.В., Конторович В.М. Индуцированное рассеяние и связанные спектры ленгмюровской турбулентности и частиц в плазме// Докл. АН СССР.- 1975.- 220, №5.- С.1953-1056.

A8. Кац А.В., Конторович В.М., Моисеев С.С., Новиков В.Е. Точные степенные решения кинетических уравнений для частиц// ЖЭТФ.-1976.- 71, №7.- С.177-192.

A9. Кац А.В. Направление перекачки энергии и числа частиц по спектру в стационарных степенных решениях кинетических уравнений для волн и частиц// ЖЭТФ.- 1976.- 71, №12.- С.2104-2112.

A10. Кац А.В., Конторович В.М. Спектры излучения, описываемые решениями уравнения Компанейца при отличном от нуля потоке// Изв. ВУЗов, Радиофизика.- 1977.- 20, №7.- С.1112-1114.

A11. Kats A.V., Kontorovich V.M. The symmetry group of kinetic equation and stationary distributions in a weakly turbulent plasma// Physica, Amsterdam.- 1977.- 86A.- P.472-474.

A12. Кац А.В., Конторович В.М. О степенных распределениях, устанавливающихся в плазменном турбулентном реакторе// ЖЭТФ.- 1977.- 73, №7.- С.2158-2168.

A13. Кац А.В., Конторович В.М. Про степеневi розподiли, що встановлюються в плазмовому турбулентному реакторi// Доп.АН УРСР.- 1978.- сер.А, №5.- С.456-459.

A14. Kats A.V., Kontorovich V.M., Kochanov A.E.. The spectra of radiation and relativistic electrons formed by Compton scattering at non-zero particle fluxes// J.Astrophys.& Space Science.- 1978.- 57.- P.347-370.

A15. Кац А.В., Конторович В.М. Взаимосвязь равновесных и потоковых слаботурбулентных распределений. В кн.: Нелинейные волны. М.Наука, 1979. С.151-163.

A16. Кац А.В., Конторович В.М., Мельник В.Н. Стационарные неравновесные распределения ионов, формируемые при взаимодействии с электронным термостатом// ЖЭТФ.- 1980.- 78, №3.- С.966-979.

A17. Винокуров Л.И., Кац А.В. Степенные решения кинетического уравнения при стационарной коагуляции атмосферных аэрозолей// Изв. АН СССР, сер.Физ. Атм.и Океана.- 1980.- 16, №6.- С.601-607.

A18. Кац А.В., Соболев Я.М., Шнейдман В.А. Анизотропные распределения в плазменном турбулентном реакторе// Изв.ВУЗов, Радиофизика.- 1980.- 23, №11.- С.1275-1281.

A19. Волоцкий С.В., Кац А.В., Конторович В.М. Преобразования симметрии интеграла столкновений, описывающего рассеяние квазичастиц с законом дисперсии, близким к линейному// Доп.АН УРСР.- 1980.-

сер.А, N.11.- С.66-70.

А20.Кац А.В., Конторович В.М., Мельник В.Н., Шнейдман В.А. К теории слаботурбулентных колмогоровских сгектров. В кн.: Нелинейные волны. Горький. Наука, 1980.- С.161-171.А21.Кац А.В. Кинетика слабодиспергирующих волн, описываемых уравнением Кадомцева-Петвиашвили// Доп. АН УРСР.- 1982.- сер.А, N.8.- С.59-62.

А22.Винокуров Л.И., Кац А.В. Точные степенные решения кинетических уравнений, описывающих слияние частиц// Доп. АН УРСР.- 1983.- сер.А, N.4.- С.56-58.

А23.Vinokurov L.I., Kats A.V., Kontorovich V.M. The relation between the velocity and mass distributions. The role of collisionless relaxation processes// J.Stat.Phys.- 1985.- 38, N.1/2.- P.217-229.

А24.Кац А.В., Конторович В.М. Скейлинг и спектры развитого волнения// Доп. АН УРСР.- 1985.- сер.А, N.11.- С.49-52.

А25.Кац А.В. Нестационарные решения кинетического уравнения, описывающего слияние частиц// Доп. АН УРСР.- 1986.- сер.А, N.5.- С.53-56.

А26.Кац А.В. Точные нестационарные решения кинетического уравнения с источником, описывающие слияние частиц. В кн.: Взаимодействие и самовоздействие волн в нелинейных средах, ч.1. Душанбе, Дониш, 1988.- С.82-98.

А27.Kats A.V. Exact nonstationary solutions of generalized Smolukhowsky equation in source presence. В кн.: Nonlinear World. Singapore, World Scientific. 1990; Proc. of the IY Intern. Workshop on nonlinear and turbulent processes in physics. V.2. - 1989.- Kiev.- P.265-268.

А28.Кац А.В., Конторович В.М. Распределение галактик по массам и моментам вращения формируемое в результате слияний и проблема активности ядер// ЖЭТФ.- 1990.- 97, N.1.- С.3-19.

А29.Кац А.В., Конторович В.М. Функция светимости квазаров в модели слияний// Письма в Астрон.журн.- 1991.- 17, N.3.- С.229-237.

А30.Кац А.В., Конторович В.М., Кривицкий Д.С. "Взрывная" эволюция галактик в модели слияний и эпоха формирования галактик// Письма в ЖЭТФ.- 1992.- 55, N.1. С.3-7.

А31.Kats A.V., Kontorovich V.M. Interaction of galaxies and activity problem// Astron.& Astroph. Trans.,- 1992.- 2.- P.183-196.

А32.Винокуров Л.И.,Ваксман В.И., Кац А.В., Назаренко Л.А. Параметрическое восстановление электронной функции распределения в неравновесной плазме// Измерительная техника.- 1992.-N.11.- С.40-42.

А33.Kats A.V., Kontorovich V.M., Krivitskii D.S. Galaxy mass spectrum explosive evolution caused by coalescence// Astron.&Astroph. Trans.- 1992.- 3.- P.213-217.

Цитированная литература

1. Захаров В.Е. Слабая турбулентность в средах с распадным законом дисперсии//Прикл. механика и технич. физика.-1965.-N4.-С.35-39.
2. Захаров В.Е.,Филоненко Н.Н. Спектр энергии для стохастических колебаний поверхности жидкости//Докл. АН СССР.- 1966.- 170, N6.- С. 1292 -1295; Слабая турбулентность капиллярных волн//Прикл. механика и технич. физика.-1967.-N5.-С.62-67.
3. Кадомцев Б.Б.,Конторович В.М. Теория турбулентности в гидродинамике и плазме//Изв.ВУЗов, Радиофизика.- 1974.-17, вып.4.- С.511-540.
4. Захаров В.Е. Колмогоровские спектры в задачах слабой турбулент-ности//Основы физики плазмы.- Т.2-М.:Энергоатомиздат, 1984.- С.48-79.
5. Балк А.М.,Захаров В.Е.Устойчивость колмогоровских спектров слабой турбулентности//Интегрируемость и кинетические уравнения для солитонов.-Киев: Наукова Думка, 1990.- С.417-472.
6. Кадомцев Б.Б.,Петвиашвили В.И. О звуковой турбулентности//Докл. АН СССР.- 1973.- 208, N.4.- С.794-796.
7. Захаров В.Е.,Сагдеев Р.З. О спектре акустической турбулентности// Докл. АН СССР.- 1970.-192, N.2.- С.297-299.
8. Кузнецов Е.А.,Мушер С.Л.,Шафаренко А.В. Коллапс звуковых волн в средах с положительной дисперсией//Письма в ЖЭТФ.- 1983.- 37, N.5.- С.204-207.
9. Фалькович Г.Е.,Шафаренко А.В. Влияние слабой анизотропии источника на колмогоровский спектр акустической турбулентности//Докл. АН СССР.- 1988.- 301, N.2.- С.297-300.
10. Zakharov V.E.,Shulman E.I. Degenerative dispersion laws, motion invariants and kinetic equations//Physica.-1980.-1D, No1.- P.192-202.
11. Кузнецов Е.А. О турбулентности ионного звука в плазме в магнитном поле//ЖЭТФ.- 1972.- 62, N2.- С.584-592.
12. Юэн Г.,Лэйк Б. Нелинейная динамика гравитационных волн на глубокой воде.- М.:Мир, 1987.- 178с.
13. Ахиезер А.И.,Померанчук И.Я. Некоторые вопросы теории атомного ядра.- М.:ГИТТЛ, 1951.- 414с.
14. Каплан С.А.,Цытович В.Н. Плазменная астрофизика.- М.:Наука,

1972.- 440с.
15. Зельдович Я.Б. Взаимодействие свободных электронов с электромагнитным излучением//УФН.-1975.- 115, №2.- С.161-197.
16. Волощук В.М. Кинетическая теория коагуляции.- Л.:Гидрометеоиздат, 1984.- 283с.
17. Эрнст М.Х. Точные решения нелинейного уравнения Больцмана и близких кинетических уравнений//Уравнение Больцмана.- М.:Мир, 1986. С.60-131; Кинетика образования кластеров при необратимой агрегации//Фракталы в физике.- М.:Мир, 1988. С.399-429.
18. Бобылев А.В. Точные решения нелинейного уравнения Больцмана и теория релаксации максвелловского газа//ТМФ.-1984.-60, №2.- С.280 -310.
19. Ландау Л.Д.,Лифшиц Е.М. Механика. - М.:Наука, 1965.- 204с.
20. Трубников Б.А. Решение уравнений коагуляции при билинейном коэффициенте слипания частиц//ДАН СССР.-1971.-196,№6.-С.1316-1319.

КАЦ АЛЕКСАНДР ВЛАДИМИРОВИЧ

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание научной степени
доктора физико-математических наук

Підписано до друку 31.05.1994р. Формат 60 × 90 1/16. 1,75 друк. л.
Тираж 110 прим. Заказ № 505

Надруковано на ротапринті ДНВО "Метрологія"
м. Харків-78, вул. Мироносицька, 40.

13a. [illegible] A.Y., Kontorovich V.M., Kravitskii D.S. Galaxy formation: [illegible] explosion evolution [illegible]//Physica.- 1992.- 3.- P.273-2[illegible]

Цитированная литература

1. Захаров В.Е. Слабая турбулентность в средах с распадным спектром//Журн. механики и технич. физики.- [illegible]
2. Захаров В.Е., Филоненко Н.Н. Спектр энергии для стохастических колебаний поверхности жидкости//Докл. АН СССР.- [illegible] С.1292-1295; [illegible] механики и технич. физики.-1967.- №5.- С.62-[illegible]
3. Каломиец Б.Б., Конторович В.М. Теория турбулентности в [illegible]//Изв.вузов. Радиофизика.- [illegible] С.513-[illegible]
4. Захаров В.Е. Колмогоровские спектры в задачах слабой турбулентности//Основы физики плазмы.- Т.2-М.:Энергоатомиздат, 1984.- С.48-79.
5. Балк А.М., Захаров В.Е. Устойчивость колмогоровских спектров слабой турбулентности//Интегрируемость и кинетические уравнения для солитонов.- Киев: Наукова думка, 1990.- С.417-472.
6. Каломиец Б.Б., Петвиашвили В.И. О звуковой турбулентности//Докл. АН СССР.- 1973.- 208. №4.- С.794-796.
7. Захаров В.Е., Сагдеев Р.З. О спектре акустической турбулентности// Докл. АН СССР.- 1970.- 192. №2.- С.297-299.
8. Кузнецов Е.А. [illegible] в средах с положительной дисперсией//Письма в ЖЭТФ.- 1983.- 37. №5.- С.254-2[illegible]
9. Фалькович Г.Е., Шафаренко А.В. Влияние слабой анизотропии источника на колмогоровский спектр звуковой турбулентности//Докл. АН СССР.- 1988.- 301. №2.- С.297-300.
10. Zakharov V.E., Shulman E.I. Degenerative dispersion laws, motion invariants and kinetic equations//Physica.-1980.-1D. №1.- P.192-202.
11. [illegible]//ЖЭТФ.- 1986.- [illegible] С.584-[illegible]
12. Рэм Г., Дэйк Б. Нелинейная динамика гравитационных волн на глубокой воде.- М.:Мир [illegible]
13. Ахиезер А.И., Померанчук И.Я. Некоторые вопросы теории атомного ядра.- М.:ГИТТЛ, 1951.- 414с.
14. Каплан С.А., Цытович В.Н. Плазменная астрофизика.- М.:Наука,