НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

На правах рукопису

ХРИЩЕНЮК Володимир Олександрович

ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ ПОЧАТКОВИХ І ПОЧАТКОВО-КРАЙОВИХ ЗАДАЧ НЕОДНОРІДНИХ НЕЛІНІЙНИХ ГІПЕРБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ

01.01.03 — математична фізика

Автореферат
дисертації на здобуття вченого ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ — 1994

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у відділі звичайних диференціальних рівнянь Інституту математики НАН України.

Наукові керівники: доктор фізико-математичних наук
БОЙЧУК О.А.
доктор фізико-математичних наук, професор
СЕЛЕЗОВ І.Т.

Офіційні опоненти: член-кореспондент НАН України, професор
ЛУКОВСЬКИЙ І.О.
кандидат фізико-математичних наук, доцент
ЧИРИКАЛОВ В.О.

Провідна установа: Інститут кібернетики НАН України

Захист відбудеться -18- жовтня 1994 р. о год. на засіданні спеціалізованої ради Д 016.50.01 при Інституті математики НАН України за адресою
252601, Київ 4, ГСП , вул Терещенківська 3.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Інституту математики НАН України

Автореферат розіслано -14- вересня 1994 р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради
д-р фіз.-мат.наук ЛУЧКА А.Ю.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми

Неоднорідні системи квазілінійних гіперболічних систем часто використовуються в теоретичних і прикладних задачах механіки суцільних середовищ. Зокрема, вони з'являються при постановці різноманітних задач для класичних рівнянь гідрогазодинаміки, коли для відбиття відмінностей конкретних задач вводяться штучні масові сили(С.И.Седов Механика сплошных сред.Т.I., 1972), але навіть для однорідних рівнянь газової динаміки встановлення теорем існування зазнавало великих труднощів. Спочатку тільки для значень політропи, що мало відрізняється від одиниці (Nishida //Proc.Japan Acad., 1968, v.44), та початкових даних з дуже малою загальною варіацією (Glimm J. //Comm.Pure.Appl.Math., 1965, Doctor A. //Czechoslovak Math. J., 1977), потім результат поширено для значень політропи від 1 до 3 (DiPerna R.J. //Comm.Pure Appl.Math., 1973), і, нарешті, нещодавно за допомогою методу компенсованої компактності (Tartar L. Researih Notes in Math.,Nonlinear Analysis and Mechanics: Heriot-Watt Symposium,1979) вдалося позбутися обмеження на загальну варіацію початкових даних (DiPerna R.J. //Comm.Math.Phys., 1983). Питання коректного вибору широкого класу масових сил у прикладних задачах, себто розв'язність відповідних неоднорідних систем, досі залишалось відкритим.

Іншим джерелом появи неоднорідних гіперболічних рівнянь є моделі, що описують внутрішні процеси у суцільних середовищах. Якщо слідувати термодинамічному підходу (Гленсдорф П., Пригожин И. Термодинамическая теория структуры устойчивости и флуктуации.- 1979, Де Гроот С.Р., Мазур П. Неравновесная термодинамика. 1966) , розуміючи під внутрішніми процесами хімічні реакції, дисоціацію, обмін енергією між різними ступенями свободи молекул, фазові переходи тощо, то всі такі моделі вкладаються в моделі середовища, що релаксує, і описують широке коло явищ. Так, при процесах фононного переносу в твердих тілах при низьких температурах (другий звук) з'являється телеграфне рівняння (Лифшиц Е.М., Питаевский А.П. Физическая кинетика. 1979, Гуревич)

В.К. Кинетика фононных систем. 1980, Киттель Ч. Квантовая теория твердых тел. 1967, Chester M. -Phys.Rev., 1963). Такого ж типу є узагальнені рівняння переносу, що запропоновані із розгляду гамільтоніана на решітці (Короткина М.Р. //ДАН СССР, 1977), для дисперсних середовищ (Ясников Г.П., Гальперин Л.Г., Кутявин З.И. //Инж.физ. журнал, 1980), і турбулентних середовищ (Зубарев Д.Н. //Теор. матем. физ., 1981, Лойцянский Л.Г. //Изв. АН СССР,сер. механика жидк. газа, 1982), або виведені методами феноменологічної термодинаміки (Kaliski S. //Bull de Academic polonaise des sciences. ser.des.sci.techn., 1965, Подстригач Я.С., Коляно Ю.М. Обобщенная термомеханика. -Киев: Наук. думка, 1976, Колпащиков В.Н., Яновский С.Ю. //Инж.физ.журн., 1984) . Рівняння, що описують такі моделі, як правило гіперболічні.

Властивості лінійних рівнянь третього порядку середовища, що релаксує, досить ретельно досліджені(Руденко О.В., Солуян С.И. Теоретические основы нелинейной акустики. 1975), для них доведено розв'язність початково - крайової задачі , побудовано асимптотичний та фундаментальний розв'язки (Варламов В.В. // Дифференциальные уравнения, 1980, ЖВМ М', 1987, Дифференциальные уравнения., 1988,).

Також досліджені розв'язки і наявність дисипативних структур для рівняння другого порядку з нелінійністю у правій частині (Даниленко В.А., Кудинов В.М., Макаренко А.С. // Препринт ИЭС АН УССР, 1983. АН УССР, 1983,/Инж. физ. журн., 1984, Кудинов В.М., Макаренко А.С. //Докл. АН УССР, 1984) і з конвективним членом, (Макаренко А.С., Москальков М.Н. // Препр., Ин-т Геофизики АН Украины НИИ МДИ при КПИ , 1992, //В кн. Моделирование динамики деформируемых сред. 1993).

Нелінійні рівняння третього порядку (В.А. Владіміров, В.А. Даниленко, В.Ю. Королевич //Доп. АН України, 1992), частинним випадком яких є рівняння, що для опису багатокомпонентних середовищ було виведено з експериментальних даних (Ляхов Г.М. Волны в грунтах и горных породах.-М.: Наука, 1982), були досліджені груповими і асимптотичними методами (В.А. Владимиров, В.А. Даниленко, В.Ю. Королевич //Препр. Ин-т Геофизики АН УССР, 1990), . Але грунтовного математичного аналізу на предмет існування розв'язків і моделювання поведінки розв'язків поза межами даних фізичних експериментів проведено не було.

Відповідно до всього сказаного становить значний інтерес як з практичної, так і з теоретичної точку зору, є встановлення розв'язності початкових і початково-крайових задач для нелінійного гіперболічного рівняння третього порядку і широкомасштабне моделювання поведінки їх розв'язків з метою визначення відмінностей, що привносять релаксаційні процеси у розповсюдження хвиль.

М Е Т О Ю   Р О Б О Т И   Є

1. Для ізоентропних рівнянь газової динаміки визначення класу масових сил і доведення в ньому існування слабкого розв'язку для задачі Коші.

Для нелінійного гіперболічного рівняння третього порядку:

2. Дослідження розв'язності задачі Коші і початково-крайової задачі.
3. Побудова асимптотичного розв'язку автомодельної хвилі.
4. Дослідження умови стійкості автомодельної хвилі.
5. Визначення чинника утворення структур.
6. Одержання розв'язку про розпад довільного розриву і побудова схеми Годунова.
7. Дослідження стійкості схеми Годунова.
8. Чисельне моделювання поведінки розв'язків початково-крайових задач і задачі про розпад довільного розриву.

ЗАГАЛЬНА МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ

Застосовані методи математичного аналізу, теорії функцій, теорії рівнянь у частинних похідних, методи газової динаміки, асимптотичні методи, чисельні розрахунки, результати ДіПерни, Тартара, Куранта, Фрідріхса, Годунова, Рождественського, Яненко.

НАУКОВА НОВИЗНА РОБОТИ

Для ізоентропних рівнянь газової динаміки визначено клас масових сил, в якому доведено існування слабкого розв'язку для задачі Коші і поширено результати по застосуванню методу компенсованої компактності на неоднорідні гіперболічні системи.

Для нелінійного гіперболічного рівняння третього порядку:
-доведено існування класичних розв'язків і розв'язків у широкому значенні задачі Коші і початково-крайової задачі;

-побудовано асимптотичний розв'язок автомодельної хвилі;

-одержано умову стійкості автомодельної хвилі і показано, що вона є чинником утворення структур;

-одержано розв'язок про розпад довільного розриву і на його підставі побудовано схему Годунова;

-доведено стійкість схеми Годунова;

-проведено чисельне моделювання розв'язків початково - крайової задачі і задачі про розпад довільного розриву стосовно дослідження утворення хвильових структур у вигляді піків, колапсів і солітонів.

ПРАКТИЧНА ЦІННІСТЬ

Одержані результати встановлюють математичну коректність розглядуваних моделей. Проведені аналітичні дослідження і чисельні розрахунки для середовищ, що релаксують, визначають характерні поведінки розв'язків і окреслюють межі застосування моделей. Вивчений процес утворення хвильових структур дозволяє описувати локалізацію зон і амплітуду підвищеного тиску в залежності від швидкості та інтенсивності хвилі, що входить в середовище, і параметрів релаксації цього середовища. Тим самим можна ефективно розраховувати поля тиску при імпульсних навантаженнях геофізичних середовищ: землетрусах, ударах, вибухах; у фізиці багатокомпонентних середовищ, а також у інших процесах, які потрапляють під означення процесів, що релаксують.

АПРОБАЦІЯ РОБОТИ

Результати роботи доповідались на: міжнародній конференції "Free Boundary Problems; (Новосибірськ,1991), школі-семінарі з вибухових явищ (Алушта,1991;Алушта,1992), міжнародній школі - семінарі "Physics and Gas Dynamics of Shock Waves" (Мінськ,травень,1992), міжнародній школі - семінарі "Nonequlibrium Processes in Gases and Low Tempreture Plasma" (Мінськ,серпень,1992), 4 Всеросійській школі молодих вчених з чисельних методів механіки суцільних середовищ (Абрау-Дюрсо,1992), факультеті прикладної математики і статистики Технологічного Інституту Нью- Джерсі (Принстон, 1992), семінарі "Хвилі у суцільних середовищах" Інституту гідромеханіки НАН України (Київ,1993), в Інституті математики НАН України на семінарі з диференціальних рівнянь (наук. кер. - член-кор. АН України А.М.Самойленко) (Київ, 1994), в Інституті математики НАН України на семінарі з рівнянь в частинних похідних (наук. кер. - проф. М.Л.Горбачук) (Київ, 1994), неодноразово на семінарах Відділення геодинаміки вибуху Інституту геофізики НАН України.

ПУБЛІКАЦІЇ

Основні результати дисертації опубліковані у роботах [1-6].

СТРУКТУРА І ОБ'ЄМ РОБОТИ

Дисертація складається із вступу, чотирьох глав, заключення,12 малюнків та списку літератури із 131 назви. Об'єм роботи 87 сторінок машинописного тексту, з них 6 сторінок займають малюнки і 12 сторінок займає література.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі дається стислий зміст дисертації.

У першому розділі дається історичний огляд проблем, пов'язаних із використанням рівнянь середовищ, що релаксують, і методам розв'язності нелінійних гіперболічних рівнянь зокрема, особливу увагу приділено методу компенсованої компактності. Описані задачі, які досліджуються у наступних главах.

В розділі 2 для ізоентропних рівнянь газової динаміки

$$\rho_t+(\rho u)_x=0$$
$$(\rho u)_t+(\rho u^2+p)_x=\rho g(\rho,\ \rho u,\ x,\ t) \qquad (1)$$

$p=\rho^\gamma/\gamma$, $\gamma=1+2/n$, $n\geq 3$ - непарне ціле число, в області $\Omega=[0,\infty)\times R$ ставиться задача Коші

$$\rho(x,0)=\rho_0(x),\ u(x,0)=u_0(x) \qquad (2)$$

з обмеженими початковими гладкими даними ρ_0, u_0, що швидко досягають сталих значень $\bar\rho$, $\bar u$ на нескінченності в сенсі, що

$$\rho_0(x),\ u_0(x)\in L_\infty(R)\cap C^2(R),$$
$$\rho_0(x)-\bar\rho,\ u_0(x)-\bar u\in H^{*}(R). \qquad (3)$$

Стосовно початкової густини $\rho_0(x)$ припускається рівномірна обмеженість знизу

$$\rho_0(x)\geq\delta>0 \qquad (4)$$

Клас масових сил $\mathfrak{B}$ визначається як функції $g(\rho,\rho u,x,t)$, що задовольняють наступні умови:

(А) g - C^1- неперервна за всіма аргументами в $\Pi=[0,\infty)\times R\times\Omega$.

(Б) g - обмежена в Π,

(В) $|g|$ - інтегровна в Ω рівномірно по ρ і ρu.

$$\int_0^T\int_{-\infty}^{\infty}|g(\rho,\rho u,x,t)|\,dx\,dt\leq C,\quad C=C(T,g).$$

Доводиться

ТЕОРЕМА 2.2.1 *Якщо $g(\rho,\rho u,x,t)$ задовольняє умови А),Б),В), то для задачі Коші (1)-(4) існує розв'язок $\rho(x,t)$, $u(x,t)$. Причому цей розв'язок задовольняє для всіх слабих випуклих ентропійних пар (η,q) у дистрибутивному сенсі нерівність*

$$\eta_t+q_x\leq\eta'_m\,\rho g(\rho,m,x,t) \qquad (5)$$

Оскільки для рівнянь пружності

$$v_t-u_x=0\ ,\ u_t-\sigma(v)=g(u,v,x,t) \qquad (6)$$

де $\sigma(v)$: $\sigma'(v) \geq \delta > 0$, $\sigma''(v) > 0$, немає необхідності одержувати оцінку знизу, то для B, що задовольняє умови (А),(Б),(В), і для початкових даних типу (3) справедлива теорема

ТЕОРЕМА 2.4.1. *Нехай для системи (6) початкові дані задовольняють умові (3), а B відповідає умовам (А),(Б),(В), тоді для задачі Коші для (6) в будь-якій смузі Ω_t $t>0$ існує слабкий розв'язок в $L_\infty(\Omega_t)$.*

У розділі 3 аналітичними засобами досліджуються розв'язки нелінійного гіперболічного рівняння третього порядку

$$(\chi v_{tt}-\tau v_{xx})_t+v_{tt}+\beta(v^{-\gamma})_{xx}=0,$$

яке можна подати у вигляді еквівалентної системи

$$\partial v/\partial t-\partial u/\partial x=0, \quad \partial u/\partial t+\partial p/\partial x=0, \tag{7}$$

$$\tau\frac{\partial p}{\partial t}+\chi\frac{\partial v}{\partial t}=\beta v^{-\gamma}-p \tag{8}$$

для якої розглядається задача Коші з початковими даними $\overset{o}{v},\overset{o}{u},\overset{o}{p}$, що $v_{min}(0)=\delta>0$, де v_{min}, v_{max}, P_{min}, P_{max} є мінімальні і максимальні значення певних комбінацій ріманових інваріантів r_1, r_2, r_3 системи (7),(8) на числовій осі Ox. Тоді справедлива теорема

ТЕОРЕМА 3.2.2. *Нехай початкові дані неперервні і обмежені в R функції $\overset{o}{v},\overset{o}{u},\overset{o}{p}\in L_\infty(R)\cap C(R)$, $\beta,\gamma,\delta,x>0$ і виконана нерівність*

$$\beta(\overset{o}{v}_{min}+\overset{o}{v}_{max})^{-\gamma}\geq(\overset{o}{p}_{max}-\overset{o}{p}_{min}+x\overset{o}{\delta}_{min}),\ \overset{o}{\delta}_{min}=\delta$$

Нехай $T=\infty$ для $\chi\delta^{\gamma+1}\geq\beta$, або для $0<\chi\delta^{\gamma+1}<\beta$, T визначена з умови

$$T=-\frac{1}{(\gamma+1)}\ln\left(1-\frac{\chi\delta^{\gamma+1}}{\beta}\right). \tag{9}$$

Тоді для будь-якого додатного $t<T$ у смузі G_t існує єдиний розв'язок у широкому значенні задачі Коші для (7),(8).

Якщо за умов вище початкові дані неперервно диференційовні, то цей розв'язок класичний.

Теорема 3.2.2. застосовується до початково-крайової задачі

$$u(0,t)=U \qquad (10)$$

з умовою узгодженості

$$u_0(0)=U \qquad (11)$$

Нехай

$\delta_1=\delta-U/\sqrt{\chi}+(\max\limits_{x\geq 0}\overset{o}{r}_2-\max\limits_{x\geq 0}\overset{o}{r}_1)/2\chi>0$ і $\delta_2=\min(\delta,\delta_2)$, тоді

ТЕОРЕМА 3.2.3. *Нехай* $\overset{o}{v},\overset{o}{u},\overset{o}{p}\in L_\infty(R_+)\cap C(R_+)$, *константи* $\beta,\gamma,\delta,\chi>0$, $\tau=1$, $\overset{o}{v}_{min}=\delta$, *нерівність* $\beta(\overset{o}{v}_{min}+\overset{o}{v}_{max})^{-\gamma}\geqslant(\overset{o}{p}_{max}-\overset{o}{p}_{min}+\chi\overset{o}{\delta}_{min})$, *має місце.* $T=T(\delta_2)$ *визначається з (9).*

Тоді будь-якого додатного $t<T$ *у напівсмузі*

$\overset{*}{G}_t=\{(x,t),\ x>0,\ 0<\tau<t\}$ *існує єдиний розв'язок у широкому значенні початково-крайової задачі (7), (8), (10), (11).*

Якщо за умов вище $\overset{o}{v},\overset{o}{u},\overset{o}{p}\in \overset{1}{C}(R)$, $u_0'(0)=0$, *то цей розв'язок класичний.*

Будується асимптотичний розв'язок автомодельної ударної хвилі, що рухається із швидкістю D, у середовищі з рівнянням стану (8). Для $\chi>D^2\tau$ автомодельна ударна хвиля , що з'єднує стани V_0 і V_1, подається у вигляді двох експоненційних розв'язків з різними показниками

$$V_+(\xi)=\frac{V_1+\overset{*}{V}_0K_0exp(b_0\xi)}{1+K_0exp(b_0\xi)}\ ,\quad V_-(\xi)=\frac{V_1+\hat{V}_0K_1exp(b_1\xi)}{1+K_1exp(b_1\xi)}\ ,$$

зшитих в $\xi=0$. Тут константи визначаються з умов

$$a_0=\frac{\beta\gamma(\gamma+1)}{2v_0^{\gamma+2}D(\chi-\tau D^2)}>0,\quad \hat{V}_1=V_0(\beta\gamma(\gamma+3)-2D^2v_0^{\gamma+1})>0,$$

$$a_1=\frac{\beta\gamma(\gamma+1)}{2v_1^{\gamma+2}D(\chi-\tau D^2)}>0,\quad \hat{V}_0=V_1(\beta\gamma(\gamma+3)-2D^2v_1^{\gamma+1})>0,$$

$$b_0 = a_0(V_0 - \hat{V}_1) > 0, \qquad b_1 = a_1(\hat{V}_0 - V_1) > 0$$

$$(\hat{V}_1 + V_0 K_0)(1+K_1) = (V_1 + \hat{V}_0 K_1)(1+K_0),$$

$$K_0 b_0 (V_0 - \hat{V}_1)(1+K_1)^2 = K_1 b_1 (\hat{V}_0 - V_1)(1+K_0)^2,$$

Тоді ефективна ширина Δ фронта ударної хвилі визначається як довжина проекції частини дотичної у $\xi=0$ між $V=V_1$ і $V=V_0$

$$\Delta = 2D(\chi - \tau D^2)[(1+K_0)V_0^{\gamma+1}/K_0/(V_0 - \hat{V}_1) + (1+K_1)V_1^{\gamma+1}/(\hat{V}_0 - V_1)]/[\beta\gamma(\gamma+1)],$$

і оскільки $V_0, V_1, \hat{V}_0, \hat{V}_1$ не залежать від χ і τ, то для фіксованої D автомодельної УХ звідси оцінюється вплив членів з похідними в рівнянні стану (8) на ширину УХ Δ: збільшення χ призводить до збільшення Δ, збільшення τ спричиняє зменшення Δ у тій області параметрів, для яких виконується нерівність

$$D^2 \leqslant \chi/\tau \qquad (12)$$

Показується, що умова (12) є умовою стійкості одного сімейства точних розв'язків.

У розділі 4 для рівнянь (7),(8) показується, що розв'язок про розпад довільного розриву з початковими даними (v_1, u_1, p_1) для $x<0$ і (v_2, u_2, p_2) для $x>0$, тут v_i, u_i, p_i - сталі величини, подається у вигляді

$$U = (u_1+u_2)/2 + (p_1-p_2)/2/\sqrt{\chi/\tau},$$

$$P = (p_1+p_2)/2 + \sqrt{\chi/\tau}\,(u_1-u_2)/2, \qquad (13)$$

$$v_3 = v_1 + \tau(p_1-p_2)/\chi/2 - (u_1-u_2)/\sqrt{\chi/\tau}/2,$$

$$v_4 = v_2 - \tau(p_1-p_2)/\chi/2 - (u_1-u_2)/\sqrt{\chi/\tau}/2.$$

На підставі (13) будується схема Годунова

$$(v_j^{n+1} - v_j^n)dx - (U_{j+1/2}^n - U_{j-1/2}^n)dt/\rho_0=0 \ ,$$

$$(u_j^{n+1} - u_j^n)dx + (P_{j+1/2}^n - P_{j-1/2}^n)dt/\rho_0=0 \ , \qquad (16)$$

$$\tau(p_j^{n+1} - p_j^n)dx + \chi(v_j^{n+1} - v_j^n)dx = f(p_j^n, v_j^n)dxdt$$

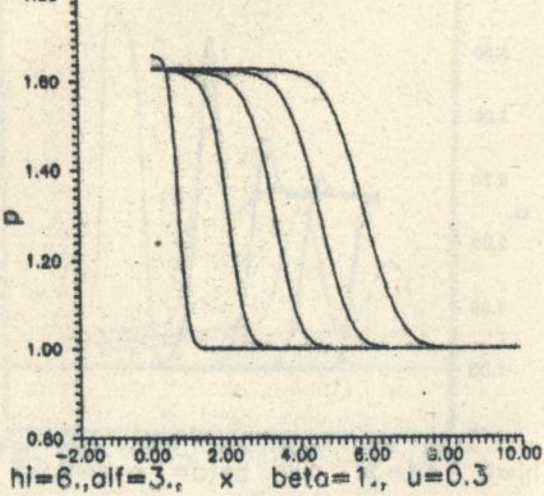
і в умовах теореми 3.2.2 доводиться її стійкість

Теорема 4.3.1 *Нехай* $\overset{o}{v}, \overset{o}{u}, \overset{o}{p} \in L_\infty(R)$, $\beta a^{-\gamma} \geq b$, *T визначено з $\delta(T)=0$. Тоді для будь-якого $t<T$ у смузі G_t схема (16) стійка.*

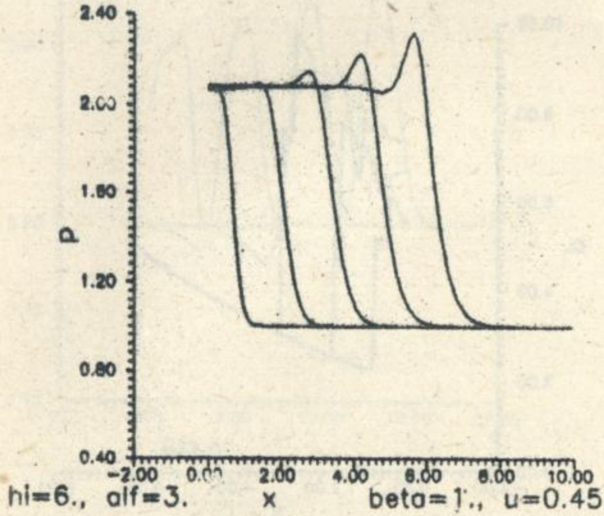
За допомогою (16) проводиться моделювання поведінки розв'язку про поршень стосовно впливу співвідношень нахилу старших характеристик і швидкості руху поршня $D^{(.)}$. Для параметрів системи $\tau=0.33, \beta=0.33, \chi=2.$, $P(x,0)=1$, $v(x,0)=1$, і значення $D=0.3$ структура ударної хвилі відповідає автомодельній хвилі (мал. 1). Якщо трохи збільшити $D=0.4$ на фронті ударної хвилі з'являється пік (Мал. 2), який при подальшому збільшенні U також збільшується. Таким чином для невеликого порушення умови (12) нестійкість ударної хвилі іще придушується в'язкістю, за яку в рівнянні стану відповідає член з коефіцієнтом χ. І така конкуренція процесів, що породжують нестійкість, і процесів, що породжують стійкість, у відповідності з синергетичною ідеологією Гакена призводить до виникнення структур на фронті ударної хвилі у вигляді піків. В тому випадку, коли швидкість руху поршня надто велика, перемогають процеси нестійкості і пік на фронті Yх перетворюється у колапс (мал.3).

Дослідження системи за допомогою теоретико-групових методів дозволяє зробити висновок, що для $\tau = 1$, $\chi = 0$, $\mathfrak{S} = gp$, $f = æp-p$, де $\rho = V^{-1}$, $æ > 0$, можливе існування квазіперіодичних розв'язку, який може описувати задачу про поршень, що рухається з рівномірною швидкістю нерухомим неоднорідним середовищем

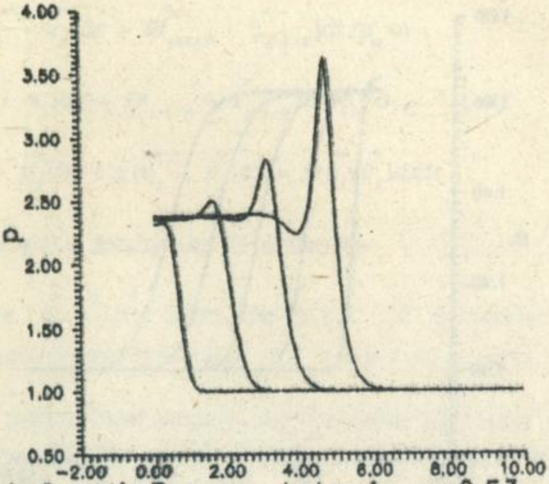
$$\rho_1 = \rho_0 exp\left(\frac{\xi}{\sigma}x\right), \qquad p_1 = p_0 exp\left(\frac{\xi}{\sigma}x\right). \qquad (17)$$


1.80
1.60
1.40
1.20
1.00
0.80
P
-2.00
0.00
2.00
4.00
6.00
8.00
10.00
hi=6.,alf=3.,
x
beta=1.,
u=0.3

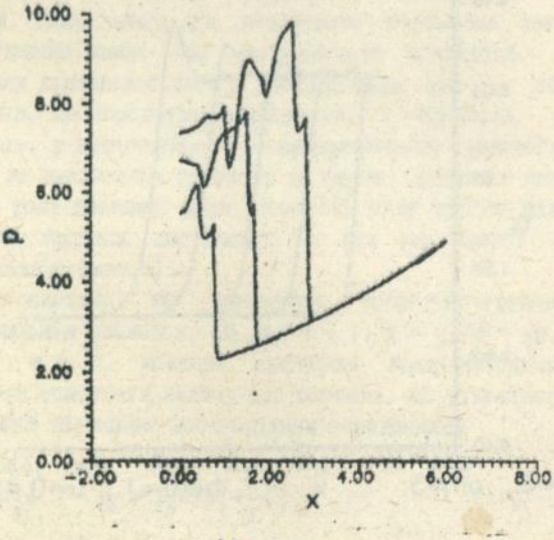
Мал. 1


2.40
2.00
1.60
1.20
0.80
0.40
P
-2.00
2.00
4.00
6.00
8.00
10.00
hi=6., alf=3.
x
u=0.45

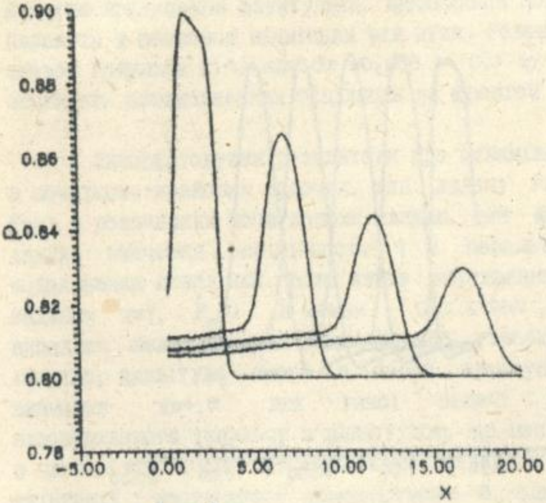
Мал.2


4.00
3.50
3.00
2.50
2.00
1.50
1.00
0.50
P
-2.00
0.00
2.00
4.00
6.00
8.00
10.00
hi=6., alf=3.
x
beta=1., u=0.53

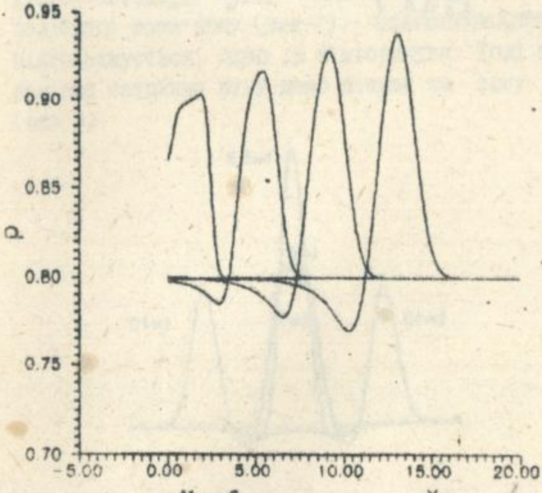
Мал. 3.


10.00
8.00
6.00
4.00
2.00
0.00
P
-2.00
0.00
2.00
4.00
6.00
8.00
x

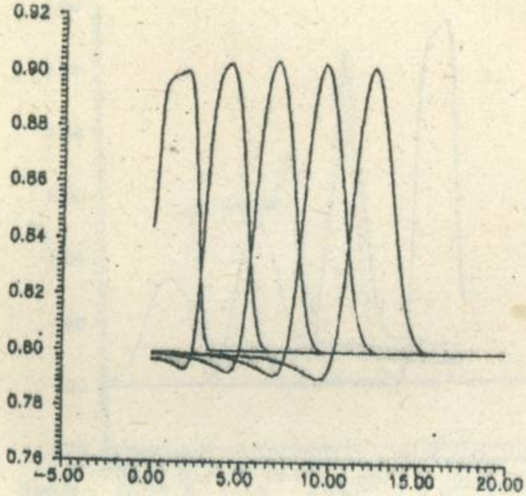
Мал. 4.


0.90
0.88
0.86
Q 0.84
0.82
0.80
0.78
-5.00
0.00
5.00
10.00
15.00
20.00
X

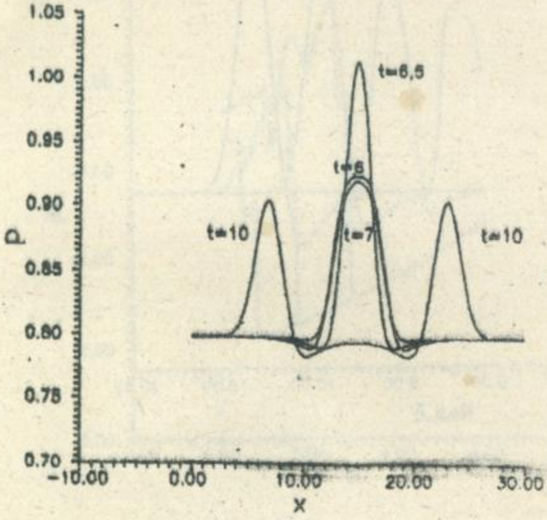
Мал.5


0.95
0.90
0.85
P
0.80
0.75
0.70
-5.00
0.00
5.00
10.00
15.00
20.00
X

Мал.6


0.92
0.90
0.88
0.86
0.84
0.82
0.80
0.78
0.76
-5.00
0.00
5.00
10.00
15.00
20.00

Мал. 7


1.05
1.00
0.95
0.90
0.85
0.80
0.75
0.70
ρ
t=6,5
t=6
t=10
t=7
t=10
-10.00
0.00
10.00
20.00
30.00
x

Мал. 8

З метою придушення флуктуацій, викликаних похибками округлення, параметр χ обирався відмінним від нуля. Розрахунки, здійснені за схемою Годунова (18) при $d\tau = 0{,}005$ і $0{,}1 \leqslant \chi \leqslant 3$, демонструють наявність автомодельних осціляцій за фронтом (мал. 4).

Використовуючи результати про механізм утворення структур в початково-крайових задачах, для задачі Римана, тобто задачі Коші з розривними початковими даними, для фіксованих початкових даних, значення нелінійності γ і параметра $\tau=1$ проводиться моделювання поведінки розв'язків варіюванням значення χ. Для заданих $\gamma=7$, $P_o=1$ в межах $0<x \leqslant 25h$, і $P_o=0{,}8$ для $x>25h$ у випадках великого значення $\chi=32$ утворювався відокремлений імпульс, амплітуда якого з часом зменшувалася (мал. 5). Мале значення $\chi=4.5$ для такої задачі викликало утворення відокремленого імпульсу з амплітудою, що нескінченно збільшується з часом (мал. 6). Це все спонукало пошуки χ, для яких процеси стійкості і нестійкості компенсували б одне одного. Значення $\chi=5.8$ породжує такий баланс і спричиняє утворення солітоно подібного розв'язку (мал. 7). Солітоноподібність цих розв'язків підтверджується, якщо їх зіштовхнути. Тоді під час їх взаємодії помітна затримка руху дещо більше за одну знерозмірену секунду (мал. 8).

Основні результати дисертації надруковані у наступних роботах:

1. Хрищенюк В.А. Сходимость метода вязкости для изоэнтропийных уравнений газовой динамики - Киев, 1990.-16 с.-(Препр./ АН УССР. Ин-т геофизики).
2. Хрищенюк В.О. Розв'язність задачі Коші для рівнянь середовища, що релаксує і реагує// Доповіді АН України.-1992. -№ .-с.16-18.
3. Хрищенюк В.А. Разрешимость уравнений активной среды.// Численные методы механики сплошной среды: Тез. докл. IV Всерос. шк. молодых ученых(п.Абрау-Дюрсо,26.05-31.05.1992 г.). -Красноярск, 1992.- С.106.
4. Хрищенюк В.А. Неравенство для слабого решения системы уравнений газодинамики// Моделирование динамики деформируемых сред.-Киев: Наук. думка, 1993: С.43-47.
5. Бойчук А.А., Хрищенюк В.А. Существование и поведение решений начальных и начально-краевых задач для нелинейного гиперболического уравнения третьего порядка- Киев, 1994.-18 с. -(Препр./ НАН Украины. Ин-т математики).

Підп. до друку 24.06.94. Формат 60х84/16. Папір друк. Офс. друк.
Ум. друк. арк. 1,16. Ум. фарбо-від. 1,16. Обл.-вид. арк. 0,6.
Тираж 100 пр. Зам. 165 Безкоштовно.

Віддруковано в Інституті математики АН України
252601 Київ 4, ГСП, вул. Терещенківська 3