МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

На правах рукопису

КОРМИШЕВА ТЕТЯНА ВІКТОРІВНА

ПІДНАПІВГРУПОВА БУДОВА СКІНЧЕННИХ СИМЕТРИЧНИХ ІНВЕРСНИХ НАПІВГРУП

01.01.06 - математична логіка, алгебра
і теорія чисел

Автореферат

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ - 1994

Дисертацією є рукопис

Робота виконана в Київському університеті імені Тараса Шевченка.

Наукові керівники : - доктор фізико-математичних наук, професор СУЩАНСЬКИЙ В.І.
- кандидат фізико-математичних наук, доцент ГАНЮШКІН О.Г.

Офіційні опоненти : - доктор фізико-математичних наук, професор, зав.кафедрою математики МІІТ ГРИГОРЧУК Р.І.
- кандидат фізико-математичних наук, ст. наук. співр. Харківського університету НОВІКОВ Б.В.

Провідна установа - Львівський державний університет ім. Івана Франка

Захист відбудеться "____"_______________ 1994 р. о год. на засіданні Спеціалізованої Ради Д 01.01.01 при Київському університеті ім. Тараса Шевченка за адресою :

252127, м.Київ-127, пр.Академіка Глушкова, 6, механіко-математичний факультет.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Київського університету ім.Тараса Шевченка /вул. Володимирська, 62/.

Автореферат розіслано "_____"_________________ 1994 р.

Вчений секретар
Спеціалізованої Ради,
канд. фіз.-мат. наук С.А.Овсієнко

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Теорія інверсних напівгруп є порівняно новим розділом алгебри : вона бере початок від піонерських робіт В.В.Вагнера[1] і Ж.Т'єрена[2] 1952 року. Інтерес до вивчення інверсних напівгруп стимулюється, з одного боку, їх близкістю до груп, а з другого – важливими застосуваннями, зокрема, в геометрії. Нині ця дисципліна має всі атрибути розвиненої математичної теорії : розгалужену сітку понять, власні методи дослідження, глибокі результати тощо.

Її молодість проявляється, зокрема, у майже повній відсутності "конкретної теорії" – у порівнянні, скажімо, з теорією груп конкретні інверсні напівгрупи досліджувались з всім мало. Так, роль аналогічну тій, яку в теорії груп відіграють симетричні групи, у теорії інверсних напівгруп беруть на себе симетричні інверсні напівгрупи усіх часткових підстановок на різних множинах. А саме, за теоремою А.Престона[3] /аналогом теореми Келі для груп/ кожна інверсна напівгрупа T ізоморфна деякій піднапівгрупі симетричної інверсної напівгрупи на множині T . Про будову симетричних інверсних напівгруп було відомо зовсім мало : елементарна теорія /В.В.Вагнер, А.Престон, Е.С.Ляпін/, будова ідеалів і конгруентностей /А.Е.Лібер/, опис стабільних порядків /В.Д.Дереч/.

Цілий ряд природних питань, які тут виникають, залишаються відкритими. Саме тому дослідження властивостей цих напівгруп, вивбудови різних класів їх піднапівгруп є актуальною задачею.

[1] Вагнер В.В. Обобщенные группы //Доклады АН СССР, 1952, т.84, С. 1119-1122

[2] Thierrin G. Sur les éléments inversifs et éléments unitaires d'un demigroupe inversifs // Compt. Rend. Acad. Sci. - 1952. - V. 234. - P. 33-34

[3] Preston G.B. Representations of inverse semigroups // J. Lond. Math. Soc. - 1954. - V. 29. - P. 411-419

Мета роботи. Описати класи спряжених елементів симетричної інверсної напівгрупи JS_n усіх часткових підстановок на n-елементній множин., охарактеризувати її цілком ізольовані та ізольовані піднапівгрупи, дослідити будову нільпотентних піднапівгруп напівгрупи JS_n, встановити комбінаторні співвідношення, пов'язані з її нільпотентними елементами.

Методи дослідження. Використовуються методи теорії напівгруп перетворень, методи та ідеї теорії інверсних напівгруп і комбінаторного аналізу.

Наукова новизна. Основні результати дисертаційної роботи є новими. Описано класи спряжених елементів симетричної інверсної напівгрупи JS_n, охарактеризовано її ізольовані та цілком ізольовані піднапівгрупи. Досліджено будову і властивості нільпотентних піднапівгруп напівгрупи JS_n, встановлено критерій ізоморфізму для її максимальних нільпотентних піднапівгруп даного ступеня нільпотентності. Виведено комбінаторні співвідношення для різних типів нільпотентних елементів напівгрупи JS_n та арифметичні співвідношення для числа максимальних нільпотентних піднапівгруп даного ступеня нільпотентності в напівгрупі всіх часткових перетворень і порядків цих напівгруп.

Теоретичне і прикладне значення. Отримані результати мають теоретичний характер. Вони можуть бути використані при дослідженні будови і властивостей різних класів напівгруп перетворень.

Апробація роботи. Основні результати дисертаційної роботи доповідались на засіданнях семінару з теорії груп та напівгруп при кафедрі алгебри та математичної логіки Київського університету ім. Тараса Шевченка /1992-1994 рр./, на Республіканській науково-методичній конференції, присвяченій 200-річчю від дня народження М.І.Лобачевського /Одеса, 1992 р./, конференції молодих учених Київського університету / 1993 /, Всеукраїнській конференції молодих учених

/Київ, 1994 р./, а також були представлені на Третій міжнародній конференції з алгебри пам'яті М.І.Каргаполова /Красноярськ,1993 р./.

Публікації. Основні результати дисертаційної роботи опубліковано в роботах [1]- [5] .

Структура і обсяг дисертації. Робота складається з вступу, 11 параграфів, розбитих на 2 глави, списку використаної і цитованої літератури з 40 назв. Обсяг роботи 95 сторінок машинописного тексту.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обгрунтовано актуальність проблематики дисертації, наводиться короткий огляд робіт за темс. дисертації, характеризується зміст роботи.

У першій главі наводяться потрібні для подальшого допоміжні відомості, вивчаються властивості ряду відношень на напівгрупі всіх часткових підстановок множини $N = \{1, 2, \dots, n\}$ і описуються деякі класи її піднапівгруп.

У § 1.1 зібрано необхідні означення і відомі факти з теорії напівгруп та інверсних напівгруп, щоб зробити виклад по можливості замкненим у собі. Всі твердження дано без доведень, але з посиланням на джерела, де ці доведення можна знайти.

У § 1.2 систематизується інформація про найпростіші властивості напівгрупи IS_n . Більшість зібраних тут фактів належить до математичного фольклору і наведена для повноти картини, решта має чисто технічний характер і потрібна для подальшого викладу.

У § 1.3 на часткові підстановки узагальнюється поняття циклового розкладу підстановки. Перетворення $\tau \in IS_n$ називається ланцюгом довжини k і позначається $\tau = [a_1, a_2, \dots, a_k]$, якщо $\tau(a_1) = a_2, \dots, \tau(a_{k-1}) = a_k$, $\tau(a_k)$ не визначене /коротко $\tau(a_k) = \varnothing$ / і $\tau(x) = x$ для всіх $x \in N \setminus \{a_1, \dots, a_k\}$. Доведено /твердження 1.3.1/, що кожний елемент $\pi \in JS_n$ розкладається в добуток

$$\pi = (a_1, \dots, a_r) \dots (b_1, \dots, b_m)[c_1, \dots, c_p] \dots [d_1, \dots, d_q] \qquad /1/$$

циклів $(a_1, \dots, a_r), \dots, (b_1, \dots, b_m)$ і ланцюгів $[c_1, \dots, c_p]$ $\dots, [d_1, \dots, d_q]$, причому такий розклад однозначний з точністю до порядку множників, якщо вимагати, щоб кожний $x \in N$ зустрічався лише в одному множнику.

Розклад /1/, який задовольняє останній умові, названо ланцюговим розкладом часткової підстановки π, а добутки $(a_1, \dots, a_r)$ $\dots (b_1, \dots, b_m)$ і $[c_1, \dots, c_p] \cdots [d_1, \dots, d_q]$ – відповідно підстановковою і ланцюговою частинами π. Набір чисел $(l_1, l_2, \dots, l_n)$, де l_k – кількість циклів довжини k у розкладі /1/, називається її цикловим типом. За розкладом /1/ підстановки π визначимо множини $A = \{a_1, \dots, a_r, \dots, b_1, \dots, b_m\}$, $B = N \setminus A$, ідемпотент $\varepsilon_a \in JS(A)$ з областю визначення $A \setminus \{a_1, \dots, a_r\}$ і нехай S_1 – централізатор підстановки $(a_1, \dots, a_r) \dots (b_1, \dots, b_m)$ в симетричній групі $S(A)$, $S' = \langle e_1, \varepsilon_a, \dots, \varepsilon_c \rangle$, $S_2 = \left\{ \tau \in JS(B) \mid \tau = \begin{pmatrix} d_1 & \dots & d_i & d_{i+1} & \dots & d_p & \dots & f_1 & \dots & f_j & f_{j+1} & \dots & f_r \\ d_1' & \dots & d_i' & \varnothing & \dots & \varnothing & \dots & f_1' & \dots & f_j' & \varnothing & \dots & \varnothing \end{pmatrix}\right.$, де $[d_1', \dots, d_i'], \dots, [f_1', \dots, f_j']$ – хвости ланцюгів з розкладу /1/$\}$.

Т е о р е м а 1.3.1. Централізатор $C_{JS_n}(\pi)$ часткової підстановки π із підстановковою частиною $(a_1, \dots, a_k) \dots (c_1, \dots, c_m)$ і ланцюговою частиною $[d_1, \dots, d_p] \dots [f_1, \dots, f_r]$ має вигляд

$$C_{JS_n}(\pi) = (S_1 \cdot S') \oplus S_2 .$$

Інверсним порядком $|\pi|_{inv}$ часткової підстановки $\pi \in JS_n$ назвемо порядок найменшої за включенням інверсної піднапівгрупи $T \subseteq JS_n$, яка містить π.

Позначимо $P(n) = \max_{\pi \in JS_n} |\pi|$, $PJ(n) = \max_{\pi \in JS_n} |\pi|_{inv}$.

Теорема 1.3.2. Якщо $n \to \infty$, то

$$\ln P(n) \sim \ln PJ(n) \sim \sqrt{n \cdot \ln(n)} .$$

Елементи a і b напівгрупи S називаються спряженими /позначатимемо $a \sim b$ /, якщо для деяких $u, v \in S$ має місце $a = u \cdot v$, $b = v \cdot u$. Говоритимемо, що елементи a і b належать до одного класу спряжених елементів напівгрупи S , якщо знайдуться такі $c_1, \dots, c_k$, що $a \sim c_1$, $c_1 \sim c_2, \dots, c_k \sim b$. Класи спряжених елементів напівгрупи JS_n описано в § 1.4.

Теорема 1.4.1. Часткові підстановки π і τ із JS_n належать до одного класу спряжених елементів тоді і тільки тоді, коли вони мають однаковий цикловий тип.

У § 1.5. описано ізольовані та цілком ізольовані піднапівгрупи в JS_n .

Теорема 1.5.1. Єдиними цілком ізольованими піднапівгрупами напівгрупи JS_n є JS_n , S_n , $P_1 = \{ \pi \in JS_n \mid |\mathrm{dom}\, \pi| \le n-1 \}$.

Позначимо через $S_{(a)}$ множину всіх тих часткових підстановок $\pi \in JS_n$, ланцюговий розклад /1/ яких задовольняє умові : $\{c_1, \dots, c_p, \dots, d_1, \dots, d_q\} = \{a\}$.

Теорема 1.5.2. Множина ізольованих піднапівгруп напівгрупи JS_n вичерпується списком JS_n , S_n , P_1 , $S_{(k)}$, $k = 1, 2, \dots, n$.

Друга глава містить основні результати дисертаційної роботи. У ній досліджуються будова і властивості нільпотентних піднапівгруп напівгрупи JS_n .

Основним засобом вивчення нільпотентних піднапівгруп з JS_n є встановлений у § 2.1 зв'язок між ча тковими порядками на множині N та тими нільпотентними піднапівгрупами з JS_n , нуль яких збігається з нулем JS_n /у цьому і наступному параграфах розглядаються лише такі піднапівгрупи/. Для цього з кожним частковим порядком $\angle$ на множині N зіставимо множину

$$Mon(\angle) = \{ \pi \in JS_n \mid a \in dom\, \pi \Rightarrow \pi(a) > a \}, \quad /2/$$

а кожній нільпотентній піднапівгрупі $T \subseteq JS_n$ – частковий порядок $\angle_T$ на множині N за таким правилом:

$$a \angle_T b \iff \exists\, \pi \in T : \pi(a) = b .$$

Т е о р е м а 2.1.1. а/ Відображення $\psi : \angle \mapsto Mon(\angle)$ є мономорфізмом нижньої напівгратки $Ord(N)$ часткових порядків на N у нижню напівгратку $Nil(N)$ нільпотентних піднапівгруп із JS_n; б/ відображення $\varphi : T \mapsto \angle_T$ є епіморфізмом $Nil(N)$ на $Ord(N)$.

Розбиття $N = N_1 \cup \ldots \cup N_k$ множини N на k непорожніх блоків $N_1, \ldots, N_k$ називається впорядкованим, якщо на множині блоків цього розбиття задано лінійний порядок $N_1 \angle N_2 \angle \ldots \angle N_k$. Набір чисел $(|N_1|, |N_2|, \ldots, |N_k|)$ називається типом впорядкованого розбиття, а типи $(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ і $(n_k, \ldots, n_2, n_1)$ – протилежними. Розбиттю $\rho = (N_1, \ldots, N_k)$ зіставимо частковий порядок $\angle_\rho$ на N, визначений правилом: якщо $a \in N_i$ і $b \in N_j$, то $a \angle_\rho b$ тоді й лише тоді, коли $i < j$.

Т е о р е м а 2.2.1. Існує природна взаємно-однозначна відповідність між впорядкованими розбиттями множини N на k непорожніх блоків і максимальними нільпотентними піднапівгрупами з JS_n даного ступеня нільпотентності k.

Т е о р е м а 2.2.2. Інверсна симетрична напівгрупа JS_n містить $n!$ максимальних нільпотентних піднапівгруп. Кожна із них має ступінь нільпотентності n і збігається з $Mon(\angle)$

для деякого лінійного порядку $\angle$ на N . Всі максимальні нільпотентні піднапівгрупи спряжені.

Із теореми 2.2.2 випливає, зокрема, що порядок кожної максимальної нільпотентної піднапівгрупи з JS_n дорівнює n -му числу Белла B_n .

Типом максимальної нільпотентної піднапівгрупи $T \subset JS_n$ ступеня нільпотентності k назвемо тип впорядкованого розбиття ρ множини N на k блоків, що $T = \mathcal{M}on\,(\angle_\rho)$. Коректність цього означення випливає з теореми 2.2.1.

Т е о р е м а 2.2.4. Дві максимальні нільпотентні піднапівгрупи з JS_n даного ступеня нільпотентності $k \geqslant 3$ ізоморфні тоді й лише тоді, коли їх типи збігаються, і антиізоморфні тоді й лише тоді, коли їх типи протилежні.

У § 2.3 обмеження на нулі нільпотентних піднапівгруп з JS_n знімаються. Кожному впорядкованому розбиттю $\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 \cup \ldots \cup \mathcal{M}_k$ деякої підмножини $\mathcal{M} \subseteq N$ на k непорожніх блоків зіставимо множину $T(\mathcal{M}_1, \ldots, \mathcal{M}_k)$ всіх тих часткових підстановок $\pi \in JS_n$, які задовольняють двом умовам

а/ якщо $a \notin \mathcal{M}_1 \cup \ldots \cup \mathcal{M}_k$, то $a \in dom\,\pi$ і $\pi(a) = a$;

б/ якщо $a \in \mathcal{M}_i$ і $\pi(a) \in \mathcal{M}_j$, то $i < j$.

Виявляється, що $T(\mathcal{M}_1, \ldots, \mathcal{M}_k)$ буде нільпотентною піднапівгрупою і такими піднапівгрупами вичерпуються всі нільпотентні піднапівгрупи з JS_n , які є максимальними для свого ступеня нільпотентності.

Т е о р е м а 2.3.1. Для кожного цілого числа $k \geqslant 0$ відображення $(\mathcal{M}_1, \ldots, \mathcal{M}_k) \longrightarrow T(\mathcal{M}_1, \ldots, \mathcal{M}_k)$ є взаємно однозначною відповідністю між впорядкованими розбиттями $\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 \cup \ldots \cup \mathcal{M}_k$ довільних підмножин $\mathcal{M}$ множини N на k непорожніх блоків $\mathcal{M}_1, \ldots, \mathcal{M}_k$ і максимальними нільпотентними піднапівгрупами з JS_n ступеня нільпотентності k .

Н а с л і д о к 1. Серед нільпотентних піднапівгруп із JS_n ступеня нільпотентності k є рівно

$$\sum_{m=k}^{n} \sum_{i=0}^{k} (-1)^i \binom{n}{m} \binom{k}{i} (k-i)^m$$

максимальних.

Критерій ізоморфізму двох максимальних піднапівгруп нільпотентних з JS_n даного ступеня нільпотентності дає

Т е о р е м а 2.3.2. Дві максимальні нільпотентні піднапівгрупи з JS_n даного ступеня нільпотентності $k \geqslant 3$ будуть ізоморфними тоді й лише тоді, коли вони однакового типу.

Н а с л і д о к 2. Число неізоморфних максимальних піднапівгруп з JS_n даного ступеня нільпотентності $k \geqslant 3$ дорівнює

$$\binom{k-1}{k-1} + \binom{k}{k-1} + \ldots + \binom{n-1}{k-1}.$$

Розташування нільпотентних /зокрема, максимальних для свого ступеня нільпотентності/ піднапівгруп в JS_n вивчається в § 2.4.

Т в е р д ж е н н я 2.4.1. Сукупність усіх нільпотентних піднапівгруп напівгрупи JS_n розпадається в диз'юнктне об'єднання 2^n нижніх напівграток відносно включення. Піднапівгрупи належать до однієї напівгратки тоді й лише тоді, коли вони мають один і той же нуль. Піднапівгрупи, що належать до різних напівграток, не перетинаються.

Основною в цьому параграфі є

Т е о р е м а 2.4.1. Максимальна нільпотентна піднапівгрупа $T(\mathcal{M}_1, \ldots, \mathcal{M}_k)$ ступеня нільпотентності k міститься в максимальній нільпотентній піднапівгрупі $T(S_1, \ldots, S_m)$ ступеня нільпотентності $m > k$ тоді й лише тоді, коли $\mathcal{M}_1 \cup \ldots \cup \mathcal{M}_k = S_1 \cup \ldots \cup S_m$ і кожний блок розбиття $\mathcal{M}_1 \cup \ldots \cup \mathcal{M}_k$ є об'єднанням кількох сусідніх блоків розбиття $S_1 \cup \ldots \cup S_m$, а лінійний порядок на множині блоків $\{\mathcal{M}_1, \ldots, \mathcal{M}_k\}$, індукований лінійним порядком на множині блоків $\{S_1, \ldots, S_m\}$

Із цієї теореми випливає, що множина $\mathcal{T}_{\mathcal{M}}$ тих нільпотентних піднапівгруп $T \subseteq JS_n$, які є максимальними для свого ступеня нільпотентності і нуль яких збігається з $e_{\mathcal{M}}$, є нижньою напівгратіткою відносно включення /наслідок 1/, а також ряд цікавих комбінаторних співвідношень для максимальних нільпотентних піднапівгруп /наслідки 3 - 5/.

У § 2.5 методи, розвинені в §§ 2.1 - 2.2, застосовуються до дослідження будови нільпотентних піднапівгруп напівгрупи PT_n всіх часткових перетворень множини N . Розглядаються лише такі нільпотентні піднапівгрупи $T \subseteq PT_n$, нуль O_T яких збігається з нулем напівгрупи PT_n . Аналогічно /2/ визначаються піднапівгрупи $Mon'(\angle) \subseteq PT_n$.

Т е о р е м а 2.5.1. Відображення $\rho \longmapsto Mon'(\angle_\rho)$ є взаємно однозначною відповідністю між максимальними нільпотентними піднапівгрупами із PT_n даного ступеня нільпотентності k і впорядкованими розбиттями множини N на k непорожніх блоків.

Критерій ізоморфізму двох максимальних нільпотентних піднапівгруп із PT_n дає

Т е о р е м а 2.5.2. а/ Максимальні нільпотентні піднапівгрупи із PT_n ступеня нільпотентності 2 ізоморфні тоді й лише тоді, коли вони мають однаковий порядок. Порядок максимальної нільпотентної піднапівгрупи ступеня 2 і типу (n_1, n_2) дорівнює $(n_2+1)^{n_1}$;
б/ максимальні нільпотентні піднапівгрупи із PT_n ступеня нільпотентності $k \geq 3$ ізоморфні тоді й лише тоді, коли вони однотипні.

Одержано також деякі арифметичні співвідношення для кількостей і порядків максимальних /для свого ступеня нільпотентності/ нільпотентних піднапівгруп із PT_n.

Нарешті, у § 2.6 вивчаються комбінаторні співвідношення, пов'язані з нільпотентними елементами напівгрупи JS_n. Через t_n^k позначимо число тих нільпотентних елементів з JS_n, ланцюговий розклад яких містить рівно k ланцюгів, і нехай $t_n = \sum_{k=1}^{n} t_n^k$.

Т е о р е м а 2.6.1. а/ $t_n^k = \frac{n!}{k!}\binom{n-1}{k-1}$;

б/ $t_n^1 = n!$, $t_n^n = 1$, $t_{n+1}^k = t_n^{k-1} + (n+k)\,t_n^k$ для $1 < k \le n$.

Числа $\frac{n!}{k!}\binom{n-1}{k-1}$ називаються числами Лага /без знаку/. Вони часто з'являються в різних комбінаторних задачах. Теорема 2.6.1 дає ще одну комбінаторно-алгебраїчну інтерпретацію цих чисел.

Т е о р е м а 2.6.2.

$$|JS_n| = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}(n-k)!\,t_k.$$

Покладемо $|JS_0| = 1$, $t_0 = 1$ і позначимо через $E_{JS}(x)$ і $E_T(x)$ експоненційні твірні функції для послідовностей $(|JS_n|)_{n\ge 0}$ і $(t_n)_{n\ge 0}$ відповідно.

Н а с л і д о к .

$$E_{JS}(x) = \frac{1}{1-x}E_T(x).$$

Т е о р е м а 2.6.3. Нехай $n = m\cdot k + r$, де $k > r \ge 0$. Нільпотентна піднапівгрупа $T \subset JS_n$ ступеня нільпотентності k має найбільший порядок тоді і тільки тоді, коли вона має вигляд $T = T(M_1, \ldots, M_k)$ і серед чисел $|M_1|, \ldots, |M_k|$ r разів зустрічається число $m+1$ і $k-r$ разів – число m.

Публікації, покладені в основу дисертації

1. Ганюшкін О.Г., Кормишева Т.В. Ізольовані та нільпотентні піднапівгрупи скінченної інверсної симетричної напівгрупи // Доповіді АН України.- 1993, № 9.- С. 5 - 8
2. Ганюшкин А.Г., Кормышева Т.В. О нильпотентных подполугруппах конечной симметрической инверсной полугруппы // Математические заметки.- 1994.- т.56.- Вып. 4.- С.59 - 70
3. Кормишева Т.В. Будова нільпотентних піднапівгруп напівгрупи PT_n //"Праці студентів і аспірантів Київського університету" Зб.статей.- Деп. ДНБ України, 1 березня 1994 р., № 418, УК 94.- С. 31 - 35
4. Ганюшкін О.Г., Кормишева Т.В. Про аналог циклового розкладу для часткових підстановок та класи спряжених елементів напівгрупи JS_n // Республиканская научно-методич. конференция, посвященная 200-летию со дня рождения Н.И.Лобачевского. Тезисы докладов.- Одесса, 1992.- Ч.1.- с. 14
5. Ганюшкин А.Г., Кормышева Т.В. О нильпотентных подполугруппах полугруппы JS_n // Третья международная конференция по алгебре памяти М.И.Каргаполова. Тезисы докладов.- Красноярск : "ИНОПРОФ", 1993.- с. 82

Підписано до друку 14.09.94 Об.0,7.Формат 60x84 I/I6.
Друк офсетний.Тир.IOO.Зам.I73.Безплатно.
ДОД УДПУ ім.Драгоманова,Київ,Пирогова,9.

Публікації, покладені в основу дисертації

1. Ганюшкін О.Г., Кормишева Т.Н. Ідеальності та біпотенціалі відношення скінченної інверсної симетричної напівгрупи // Доповіді АН України. – 1993, № 5. – С. 5 – 8

2. Ганюшкин А.Г., Кормышева Т.Н. О нильпотентных подполугруппах конечной симметрической инверсной полугруппы // Математические заметки. – 1993. – Т.54. – Вып. 4. – С.35 – 46

3. Кормишева Т.Н. Будова нільпотентних підпівгруп напівгрупи IS_n // Київський університет. – Деп. ДНТБ України 1 березня 1994 р., № 415, – Ук 94. – 8. с. – 31

4. Ганюшкин А.Г., Кормышева Т.Н. Про строение нильпотентного разложения для частичных подстановок на языке одномерных элементов кампануты IS_n // Международная алгебраическая конференция, посвященная 200-летию со дня рождения Н.И. Лобачевского. Тезисы докладов. – Одесса, 1992. – Ч.1. – с. 14

5. Ганюшкін О.Г., Кормишева Т.Н. О строении нильпотентных подполугрупп в IS_n // Международная конференция по алгебре памяти Л.М.Глускина. Тезисы сообщений. – Киев, "ТЕПЕЛЬСТВО", 1993. – с. 82

Підписано до друку 14.02.94 06.0,7. Формат 60х84 1/16.
Друк офсетний. Тир.100. Зак.173. Безплатно.
ВОЦ КДПУ ім.Драгоманова, Київ, Пирогова, 9.