

ЛЬВІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ім. ІВАНА ФРАНКА

на правах рукопису

ТОПОЛИК Юрій Павлович

**ЧИСЕЛЬНЕ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ КОНСТРУКТИВНОГО
СИНТЕЗУ СФЕРИЧНИХ РЕЗОНАТОРНИХ АНТЕН ЗА ЗАДАНИМИ
АМПЛІТУДНИМИ ДІАГРАМАМИ НАПРАВЛЕНОСТІ**

Спеціальність 01.01.07 - обчислювальна
математика

Автореферат
дисертації на здобуття вченого ступеня
кандидата фізико-математичних наук

ЛЬВІВ - 1994



00778813 (Y)

Дисертацією є рукопис

Робота виконана в Інституті прикладної механіки та математики ім. Я. С. ПІДСТРИГАЧА НАН України.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук,
професор ВОЙТОВИЧ М.М.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук,
професор ПОЛЩУК І.М.,
кандидат фізико-математичних наук,
доцент ШЕРБИНА Ю.М.

Ведуча організація: Київський державний університет
ім. Т.Г. ШЕВЧЕНКА.

Захист відбудеться "26" жовтня 1994 р. о 14³⁰ годині на
засіданні спеціалізованої ради К 04.04.05 у Львівському
державному університеті ім. І. Франка (290602, Львів,
вул. Університетська 1, ЛДУ, ауд 270)

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці Львівського
державного університету.

Автореферат розісланий "24" вересня "1994 р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради

Б.А. ОСТУДІН

ЛНБ ім. В. Стефаніка
АН України

ДВ-30.807

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ.

Актуальність проблеми. В даний час відкриті резонатори (ВР) знаходять широке застосування в різних областях радіофізики і техніки надвисоких частот. Прикладами пристроїв на основі ВР можуть виступати селективні антени, резонансні перетворювачі поля та ін.

Однією з важливих задач радіотехніки є створення пристроїв (антен) із спеціальними характеристиками розсіяння. Причому в більшості випадків цікавляться лише енергетичними показниками цих характеристик, тобто, їх амплітудами, залишаючи "вільними" фази цих характеристик. Наприклад в радіонавігації і радіолокації є перспективним використання об'ємних ВР, створених замкнутою поверхнею (зокрема сферов) зі слабкою і нерівномірно розподіленою прозорістю, як функцією точки поверхні. Конструктивною реалізацією такої напівпрозорої поверхні можуть служити: тонкий діелектричний шар з ϵ_1 , частоперіодична стрічкова ґратка, перфорована металічна поверхня. Для розрідження спектру власних коливань всередину сфери (напівпрозорої) поміщають інше тіло заданої або шуканої геометрії із певними електродинамічними характеристиками. При цьому результатами синтезу є конкретні фізичні параметри розглядуваних антен (ВР), що особливо актуально для практики.

В математичному плані конструктивний синтез ВР, що розглядаються в дисертації, зводиться до проблеми мінімізації одного класу неопуклих функціоналів. Ця проблема являє також самостійний інтерес. Вимагають дослідження питання існування точок мінімуму таких функціоналів, застосовності до їх мінімізації певних проективно-ітераційних методів. Суттєвою є також проблема некоректності в розглядуваних постановках (зокрема нестійкості в залежності від похибок як операторів, так і вхідних даних).

Метою даної роботи є:

- розвиток числових методів розв'язування тривимірних векторних нелінійних задач синтезу резонаторних антен з зовнішньою напівпрозорою сферичною поверхнею за заданими амплітудними діаграмами направленості (АДН) чи енергетичною діаграмою направленості (ЕДН);
- теоретичне обґрунтування застосовності варіаційного апарату;
- розробка алгоритмів і програм, що дозволяють ефективно розв'язу-

вати поставлені задачі.

Наукова новизна:

- в дисертації вперше ставиться і розв'язується тривимірна векторна задача синтезу за заданими АДН чи ЕДН для конформної резонаторної антени в формі двох концентричних сфер різного радіуса (зовнішня сфера напівпрозора, внутрішня металічна);
- вперше для розв'язання векторних задач застосовано варіант узагальненого методу власних коливань, в якому за рахунок свободи вибору допоміжної функції вдалося поставити і розв'язати векторну задачу синтезу при заданих границях резонатора;
- досліджено питання існування мінімумів одного класу неопуклих функціоналів;
- обґрунтовано застосовність до мінімізації одержаних функціоналів процесу Рітца.

Достовірність основних наукових результатів забезпечена:

- строгим математичним доведенням теорем, які підтверджують застосовність числових методів до задач, що розглядаються;
- використанням математичних моделей, які підтвердили свою адекватність в аналогічних наукових дослідженнях;
- перевіркою результатів синтезу шляхом числового експерименту на двовимірній моделі.

Практична цінність роботи.

Наукові результати, отримані в дисертації, можуть бути безпосередньо використані при конструктивному синтезі конкретних антенних систем.

Теоретичні результати являють самостійний математичний інтерес стосовно застосування до задач з аналогічними нелінійностями.

Програмне забезпечення, розроблене в роботі, може служити основою для створення систем автоматизованого проектування.

На захист виносяться наступні положення:

- екстремальні властивості неопуклих функціоналів, що зустрічаються в задачах синтезу антен за заданими амплітудними діаграмами направленості (ДН);
- обґрунтування проєктивно-ітераційної схеми оптимізації вказаних функціоналів;
- алгоритмічна та програмна реалізація числивих методів розв'язування задач конструктивного синтезу резонаторних антен з зовнішньою поверхнею сферичної форми за заданими АДН;

— аналіз і числові результати конструктивного синтезу двох типів випромінюючих систем.

Апробація роботи і публікації.

Основні результати дисертації були представлені в доповідях на Міжнародних симпозиумах URSI (м. Будапешт, 1986), ISAP (м. Токіо, 1989), щорічній конференції секції URSI, ФРН (м. Клайнхойбах, 1994), міжнародному симпозиумі "Метод дискретних особливостей в задачах математичної фізики" (м. Харків, 1993), на IX (м. Телаві, 1985) та X (м. Вінниця, 1989) Всесоюзних симпозиумах по дифракції і поширенню хвиль, на семінарах Наукової ради АН України по проблемі "Кібернетика", на конференціях молодих вчених і спеціалістів ІППММ АН УРСР і наукових семінарах інституту.

По матеріалах дисертації опубліковано 8 робіт. Частина результатів використана в монографіях:

— Войтович Н.Н., Каценеленбаум Б.З., Коршунова Е.Н. и др. Электродинамика антенн с полупрозрачными поверхностями. Методы конструктивного синтеза. // Под ред. Б.З. Каценеленбаума и А.Н. Сивова М.: Наука, 1989. -176 с.;

— Андрийчук М.И., Войтович Н.Н., Савенко П.О., Ткачук В.П. Синтез антенн по заданной амплитудной диаграмме направленности.

К.: "Наукова думка", 1993. -256 с.

Обсяг роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, трьох розділів, заключення та списку літератури. Вона включає 119 сторінок машинописного тексту і містить 17 рисунків.

Бібліографічний список складається з 86 назв.

Короткий зміст роботи.

У **вступі** коротко розглядається стан проблем в області конструктивного синтезу. Обґрунтовується важливість і актуальність теоретичних і практичних задач, які становлять предмет розгляду. Пояснюється, що розуміється під терміном резонаторність. Вказуються проблеми, на яких зупиняється автор в своїх дослідженнях. Відмічається, що задачі конструктивного синтезу, які розглядаються в дисертації, розв'язуються в два етапи. На першому етапі шукається розподіл поля на зовнішній поверхні антени, на другому — її конструктивні параметри.

Перший розділ присвячений теоретичним питанням, які стосуються обчислювальних аспектів задач першого етапу. Ці питання представляють також самостійний математичний інтерес.

В пункті 1.1 звертається увага на некоректність в обернених

задачах математичної фізики, зокрема в задачах синтезу антен. Задання лише амплітудних або енергетичних ДН зумовлює розгляд нелінійних моделей. Обґрунтовується доцільність використання варіаційного підходу до таких задач. Вводяться функціональні простори: простір $X(S)$ - тангенціальних дійсних компонент електричного поля на зовнішній сфері S та простір $Y(\Omega)$ - комплексних дотичних до сфери Ω в дальній зоні компонент діаграми направленості. Припускається відомим лінійний цілком неперервний оператор K , що відображає $E \in X(S)$ в $f \in Y(\Omega)$:

$$f = KE, \quad (1)$$

де $f = (f_\theta, f_\varphi)^T$, $E = (E_\theta, E_\varphi)^T$.

Вводяться в розгляд функціонали:

$$\sigma = (|KE| - F, |KE| - F)_{Y(\Omega)}, \quad (2)$$

$$\sigma_t = \sigma + t(E, E)_{X(S)}, \quad t > 0, \quad (3)$$

де $F = (F_\theta, F_\varphi)^T$ - задані дійсні функції $F \in Y(\Omega)$ - амплітудні ДН. Через $(*, *)_{X(S)}$, $(*, *)_{Y(\Omega)}$ позначені скалярні добутки в відповідних просторах. Індентс "т" означає транспонування вектора. Зауважується, що функціонал (2), є квадратом нев'язки операторного рівняння:

$$|KE| = F \quad (4)$$

В задачі (4), можливе порушення всіх трьох умов коректності за Адамаром. Для практичного розв'язання і теоретичного дослідження зручно перейти від (4) до варіаційного аналога (2), а також до (3) із введенням параметра стабілізації $t > 0$.

З задачах синтезу є та особливість, що в просторі $X(S)$ допускається користування не сильно збіжними, а слабо збіжними послідовностями, які при дії на них цілком неперервним оператором переходять в сильно збіжні в просторі $Y(\Omega)$.

В пункті 1.2 досліджується питання існування точок $E_* \in X(S)$, в яких досягається нижня грань функціоналів (2) і (3). Існування таких E_* суттєве при побудові збіжних (слабо збіжних)

мінімізуючих послідовностей. Суттєве місце для розуміння властивостей функціонала σ належить наступній теоремі.

Теорема 2.2 Якщо існує константа $c > 0$, така, що множина $U = \{E \in X(S) : \sigma(E) \leq c\}$ - обмежена, то σ досягає свого мінімального значення на U .

В наступних теоремах припускається існування похідної Гато відповідних функціоналів.

Для функціонала σ_t справедлива.

Теорема 2.3. В $X(S)$ існує точка E_* , в якій функціонал (3) * приймає своє найменше значення і яка є розв'язком рівняння $tE = -Q(E)$, де $Q(E) = \text{grad} \sigma(E) = \text{Re} \{ K^* K(E) - K^* (\text{Exp}(\text{arg} K E)) \}$, (5) K^* - оператор спряжений до K .

В пункті 1.3 показана можливість побудови мінімізуючих послідовностей для функціоналів σ (зокрема, для випадку, коли не існує жодної точки, в якій мінімум досягається) і σ_t . Для цього розглядаються відповідні скінченновимірні апроксимації σ_N і σ_{tN} . Справедлива

теорема 3.1. Функціонал σ_N , що діє з $X^N(S)$ в $R_0 = [0, \infty)$, досягає своєї нижньої грані на $X^N(S)$.

Наслідок. Задача мінімізації функціоналу σ_N є коректно поставленою за Тихоновим-Фікера.

На основі теореми 3.1 запропоновано конструктивний спосіб побудови мінімізуючих послідовностей для функціоналу σ .

Теорема 3.2. Нехай $d = \inf \sigma(E)$. Послідовність $\{\sigma_N(E_{N*})\}$ є $E \in X(S)$

мінімізуючою для функціоналу σ , тобто, для довільного $\epsilon > 0$ існують $N(\epsilon)$ і $E_{N*} \in X^N(S)$ такі, що $\|F - |K_N E_{N*}|\|^2 - d < \epsilon$, де $\sigma_N(E_{N*}) = \min \sigma_N(E_N)$.
 $E_N \in X^N(S)$

В пункті 1.4, на базі результатів попередніх пунктів, запропонована і частково обґрунтована проєктивно-ітераційна схема мінімізації функціоналів σ і σ_t .

Мінімізація функціоналу σ можлива з використанням процесу Рітца. Система Рітца для функціоналу σ має вигляд

$$\text{grad}_N(E_N), \zeta_{kl} = 0 \quad (k=1, \dots, N; l=0, \dots, k) \quad (6)$$

де $\{\zeta_{kl}\}$ - система функцій, лінійна оболонка яких щільна в $X(S)$.
Справедливі:

теорема 4.2. Система Рітца для функціоналу σ розв'язна при

теорема 4.3. Наближення Рітца (6) утворюють мінімізуючу послідовність по N для функціоналу σ .

Аналогічні теореми також справедливі для функціоналу σ_t .
Стосовно збіжності мінімізуючих послідовностей справедливе наступне твердження.

Теорема 4.5. З наближень Рітца для функціоналу σ_t можна виділити підпослідовність, яка слабо збігається до точки абсолютного мінімуму.

Система нелінійних рівнянь (6) є проєкцією рівняння (5) на скінченно-вимірний простір. До розв'язання отриманої системи застосовний метод послідовних наближень, який можна записати у вигляді:

$$K^* K_N E_N^{(n)} = \text{Re} [K^* \text{Exp}(\text{arg} K_N E_N^{(n-1)})] \quad (7)$$

Для функціоналу σ_{tN} ітераційний процес можна побудувати у вигляді:

$$(tI_N + K^* K_N) E_N^{(n)} = \text{Re} [K^* \text{Exp}(\text{arg} K_N E_N^{(n-1)})], \quad (8)$$

де I_N - одинична матриця.

Обидва ітераційних процеси володіють релаксаційними властивостями: кожний їхній крок зменшує значення функціоналу, що мінімізується.

Запропонована евристична процедура апостеріорного вибору N і кількості ітерацій n , узгоджених з похибками обчислень.

Другий розділ присвячений розв'язуванню конкретних задач конструктивного синтезу резонаторних антен в векторній тривимірній постановці.

Пункт 2.1 носить допоміжний характер. В ньому приводяться відомості про узагальнений метод власних коливань. Ідея цього методу полягає в тому, щоб вводити власні значення не класичним

способом через частоту, що фігурує в рівнянні, а через той чи інший параметр, що стоїть в граничних умовах. Розв'язок прямих неоднорідних задач (збудження чи дифракції) представляється рядами по системі власних (і можливо приєднаних) функцій відповідних однорідних задач. В резонансних умовах в цих рядах домінуючим буде один доданок, який відповідає близькості власного значення однорідної задачі до значення відповідного параметра (фізичного) вихідної задачі. Ця близькість буде мати місце при певній дійсній частоті, яку будемо називати резонансною, а антену, що працює в околі даної частоти - резонаторною. Домінуючий член буде також і в розкладі діаграми f по власних діаграмах.

В пункті 2.2 запропоновано модифікацію одного з варіантів узагальненого методу власних коливань і проведено фізичне обґрунтування її застосовності до синтезу резонаторів типу металічна куля в напівпрозорій сфері.

Розглянемо наступну задачу збудження. Нехай в областях V^+ (область між зовнішньою напівпрозорою сферичною поверхнею S радіуса a та внутрішньою металічною S_0 - сферичною поверхнею радіуса $b < a$) або V^- (зовнішність S) вектори E та H задовольняють неоднорідним рівнянням Максвелла

$$\text{rot} H - ikE = j^e, \quad (9)$$

$$\text{rot} E + ikH = j^m,$$

а на поверхнях - граничним умовам:

на S_0 :

$$E_\varphi^+ = E_\varphi^- = 0, \quad (10)$$

на S :

$$E_\varphi^+ = E_\varphi^-, \quad (11)$$

$$E_\varphi^- = E_\varphi^+,$$

$$-E_{\varphi} = i\rho_{\varphi}(S)(H_{\theta}^{+} - H_{\theta}^{-}), \quad (12)$$

$$E_{\theta} = i\rho_{\theta}(S)(H_{\varphi}^{+} - H_{\varphi}^{-}),$$

на безмежності:

$$E_{\varphi} = \frac{\exp(ikr)}{kr} f_{\varphi}(\theta, \varphi) + o\left(\frac{1}{r}\right), \quad (13)$$

$$E_{\theta} = \frac{\exp(ikr)}{kr} f_{\theta}(\theta, \varphi) + o\left(\frac{1}{r}\right).$$

В умовах (12) $\rho_{\theta}(S)$, $\rho_{\varphi}(S)$ - дійсні функції, (компоненти анізотропної прозорості). Вони і будуть конструктивними параметрами, шуканими в процесі розв'язання задачі синтезу.

Відповідно до (9)-(13) розглядається допоміжна однорідна задача. Нехай E_n та H_n в областях V^+ і V^- задовольняють однорідним рівнянням Максвелла, умовам (10), (11), (13), а замість (12) - граничним умовам:

$$-E_{n\varphi} = i\rho_{n\varphi}(s)(H_{n\theta}^{+} - H_{n\theta}^{-}), \quad (14)$$

$$E_{n\theta} = i\rho_{n\theta}(s)(H_{n\varphi}^{+} - H_{n\varphi}^{-}),$$

де

$$\frac{1}{\rho_{n\theta}} = \gamma_{\theta}(S) + \tau_n \left\{ \frac{1}{\rho_{\theta}(S)} - \gamma_{\theta}(S) \right\}, \quad (15)$$

$$\frac{1}{\rho_{n\varphi}} = \gamma_{\varphi}(S) + \tau_n \left\{ \frac{1}{\rho_{\varphi}(S)} - \gamma_{\varphi}(S) \right\}, \quad (16)$$

τ_n - комплексне власне значення, $\gamma_{\varphi}(S)$ і $\gamma_{\theta}(S)$ довільні дійсні функції.

Показано, що резонанс відбувається при умові $\text{Re}\tau_1=1$. Цьому τ_1 відповідає деяка дійсна частота. На цій частоті справедлива наближена формула $f \approx a_1 f_1$, $a_1 = \text{const}$. З огляду на це, в дальнішому обмежимося розглядом задачі синтезу амплітудної ДН $|f_1| = (|f_{\theta 1}|, |f_{\varphi 1}|)$ резонансного власного коливання близької до заданої амплітудної ДН $F = (F_{\theta}, F_{\varphi})$ (в наступному викладі індекс "1", для зручності, будемо опускати, пам'ятаючи, що синтезується ДН

головного резонансного коливання), Свобода задання функцій γ_φ , γ_θ дозволяє задовольнити всім граничним умовам шляхом вибору функцій ρ_θ , ρ_φ .

Внаслідок малої прозорості, тангенціальні компоненти електричного поля на зовнішній напівпрозорій поверхні S можна вважати дійсними. Оператор K , що відображає простір $X(S)$ в $Y(\Omega)$ будувється конструктивно з допомогою електричного U і магнітного V потенціалів Дебая. При цьому отримуються матричні представлення цього оператора по деякій повній, ортогональній системі функцій. Результатом розв'язання зовнішньої задачі методом, описаним в розділі 1, є значення E_θ^- , E_φ^- на зовнішній сфері S . Щоб задовольнити всім граничним умовам задачі, зовнішнє поле потрібно продовжити в область V^+ . При цьому отримується система лінійних алгебраїчних рівнянь, яка розв'язується в замкненому вигляді. В результаті знаходяться конструктивні параметри антени - компоненти розподілу прозорості зовнішньої сфери S :

$$\rho_\varphi(S) = -E_\varphi^- / \text{Re} \{ (H_\theta^+ - H_\theta^-) \}, \quad (17)$$

$$\rho_\theta(S) = E_\theta^- / \text{Re} \{ (H_\varphi^+ - H_\varphi^-) \}.$$

Приводяться числові результати.

Вказується на можливість розміщення всередині S , замість металічної сфери S_0 (граничні умови типу (10)), імпедансної, з граничними умовами типу

$$E_\theta^+ = -i\omega_\theta H_\varphi^+,$$

$$E_\varphi^+ = i\omega_\varphi H_\theta^+.$$

з довільними дійсними функціями ω_θ , ω_φ . В цьому випадку для "ешивання" полів можна отримати систему лінійних алгебраїчних рівнянь, яку потрібно розв'язувати чисельно. При цьому довільність імпедансу можна скористатися для поліпшення результатів синтезу.

В пункті 2.3 приведено приклад синтезу з допомогою конформних резонаторних антен так званих багатоголчатих амплітудних ДН, тобто діаграм з декількома розділеними по кутах головними пелюстками. Ідея полягає в розв'язанні зовнішньої частини задачі синтезу окремо для кожного пелюстка, і додаванні одержаних при цьому полів

на поверхні S . В пункті 2.4 проведено числовий експеримент по реалізації синтезованих антен. Такий експеримент необхідний для того, щоб встановити, наскільки синтезована діаграма направленості резонансного коливання буде близькою до сумарної діаграми при конкретному збудженні антени, а також дослідити частотні характеристики резонаторних антен. З цієї метою розв'язана задача збудження циліндричного конформного резонатора, синтезованого у вигляді двох концентричних циліндрів - внутрішнього металічного і зовнішнього напівпрозорого з розподілом прозорості, синтезованим за заданою АДН. Розрахунки показали теоретично передбачуваний вплив нерезонансного фону та ширину частотної смуги, в якій резонансна система задовільно працює.

В третьому розділі розглядаються задачі синтезу в квазітривимірному випадку. Під квазітривимірністю розуміється фіксована залежність заданих діаграм, а відповідно і полів, від координати ϕ . Задачі при цьому лишаються векторними. Проте понижується розмірність використовуваних сум та інтегралів на одиницю. Це дозволяє спростити алгоритм і з невеликими обчислювальними затратами розв'язати широкий спектр обчислювальних задач.

В пункті 3.1, для синтезу резонатора типу імпедансне тіло обертання всередині напівпрозорої сфери, застосований варіант узагальненого методу власних коливань, основи якого викладені в п.2.1 дисертації. При цьому поле в області V^+ між зовнішньою сферою S і внутрішнім імпедансним тілом обертання продовжується по відомій методиці, а форма імпедансного тіла обертання S_0 та його імпеданс синтезуються. На результатах числових розрахунків прослідковані поляризаційні властивості розв'язків. Приведені типи діаграм, для яких зберігаються ці властивості в ітераційному процесі. Для антен даного типу в області оптимального спостерігається поляризація поля в дальній зоні близька до лінійної.

В пункті 3.2 приведені результати синтезу за методикою, описаною в пункті 2.2, резонатора типу металічна куля в напівпрозорої сфері в квазітривимірному випадку. Розглядаються два типи заданих АДН, аналогічних попередньому пункту. Досліджується, як змінюється розподіл прозоростей зовнішньої сфери при різних добротностях резонатора.

В пункті 3.3 приводяться числові результати конструктивного

синтезу антен за заданими енергетичними ДН.

В **заклученні** дисертаційної роботи приведені основні отримані результати. Намічені напрямки можливого продовження досліджень як в теоретичному, так і практичному плані.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ.

1. Для функціоналу (3) з цілком неперервним оператором K доведено існування принаймні однієї точки мінімуму, яка є стаціонарною точкою цього функціоналу.
2. Обґрунтовано використання для мінімізації функціоналів (2), (3) процесу Рітца. Для функціоналу (3) з мінімізуючих послідовностей, що отримуються, можна виділити слабо збіжні підпослідовності.
3. Виявлені нові можливості в застосуванні узагальненого методу власних коливань до задач конструктивного синтезу за заданими амплітудними ДН чи енергетичною ДН. Це дозволило розглянути нові типи антен, які раніше не досліджувалися. Розвинуто числовий метод синтезу резонаторних антен сферичної форми за заданими амплітудними діаграмами направленості.
4. Розроблений метод реалізований для двох типів резонаторних антен. Одержані числові результати в широкому діапазоні задання вхідних даних.
5. Досліджено поляризаційні властивості синтезованих антен в квазітривимірному випадку.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ДИСЕРТАЦІЇ ВИКЛАДЕНІ В НАСТУПНИХ РОБОТАХ.

1. Андрийчук М.И., Войтович Н.Н., Ткачук В.П., Тополюк Ю.П. и др. Численный расчет антенн с синтезируемыми полупрозрачными поверхностями // "Волны и дифракция-85", Тбилиси. 1985. Т.1. -С. 438-441.
2. Andriyuchuk M.I., Voitovich N.N., Tkachuk V.P., Topolyuk Yu.P. A numerical solution of non-linear problems of constructive antenna synthesis // URSI International symposium on electromagnetic theory. August 25-29 1986. Budapest. Hungary. Part. A. Budapest: Akademiai Kiado, 1986. -P. 121-123.
3. Andriyuchuk M.I., Topolyuk Yu.P. Conformal resonator antenna synthesis according to a prescribed pattern// Proc. of 1989 Int Simpos. on antennas and Propagation. Tokyo. 1989.-P.897-900.
4. Войтович Н.Н., Тополюк Ю.П. Синтез осесимметричного резонатора со сферической внешней поверхностью по заданной амплитудной диаграмме направленности// Радиотехника и электроника. -1989. -Т. 34. -№ 8. -С. 1575-1581.
5. Андрийчук М.И., Тополюк Ю.П. Синтез конформных резонаторных

- антенн по заданной амплитудной диаграмме направленности//
Радиотехника и электроника. -1990. -Т. 35. -№ 8. -С. 1573-1580.
6. Андрийчук М.И., Топольск Д.П. Синтез резонаторных антенн з заданной внешней границей// "Волны и дифракция - 90" М.: Физическое общество СССР. 1990. -Т. 3. -С. 317-320.
7. Андрийчук М.И., Войтович М.М., Топольск Д.П. Числові методи розв'язування некоректних задач (застосування до задач синтезу антен). Методичні вказівки для студентів факультету прикладної математики// Видавництво Львівського університету. 1991. 16 с.
8. М. Andriychuk, J. Jarkowski, P. Savenko, Y. Topolyuk, N. Voitovich. The application of the magnitude synthesis method to the case of the spherical antennas// Kleinheubacher Berichte. 1994. B. 37. -P. 109-115.

14

ЛНБ ім. В. Стефаника
АН України

Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page.

11-0357

АВ 30.80
АВ 30.801

Підписано до друку 21.09.94. Формат 60x84/16
Папір друк. № 1. Офсет. друк. Ум. друк. арк. 1
Ум. ф.-відб. 1. Обл.-др. арк. 0,93
Тираж 100 пр. Зам. 768-4. Безплатно

Львівська книжкова фабрика "Атлас"
290005, Львів, вул. Зелена, 20