

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ИНСТИТУТ РАДИОФИЗИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ

На правах рукописи.

БАВИЛОВ Владилен Николаевич

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛАХ С РЕБРАМИ И
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЭКРАНАХ.

(01.04.03 - Радиофизика)

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Харьков 1994

Диссертация является рукописью.

Работа выполнена в Институте радиофизики и
электроники НАН Украины

Научный руководитель - академик НАН Украины, доктор
физико-математических наук,
профессор
Шестопалов Виктор Петрович

Официальные оппоненты - доктор физико-математических наук,
профессор

Кириленко Анатолий Афанасьевич
(ИРЭ НАН Украины, г. Харьков)

доктор физико-математических наук
Назарчук Зиновий Теодорович
(ФМИ, НАН Украины, г. Львов)

Ведущая организация - Харьковский государственный
университет.

Защита состоится "18" октября 1997 г. в _____ часов
на заседании специализированного совета Д 016.64.01 при ИРЭ
НАН Украины (310085, Харьков-85, ул. Акад.Проскуры, 12).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИРЭ НАН
Украины.

Автореферат разослан "16" октября 1997 г.

Ученый секретарь специализированного
совета доктор физ.-мат. наук

К. А. Лукин

ЛНБ ім. В. Стефаніка
АН України

ЛНБ України ім. В. Стефаніка



00777620 (Т)

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы.

Рассеяние электромагнитных волн на цилиндрических телах с ребрами и цилиндрических экранах вызывает значительный интерес у исследователей в области радиофизики как с теоретической, так и с чисто практической точек зрения. В настоящее время разработаны достаточно эффективные (в основном численные и численно-аналитические) методы решения задач дифракции волн главным образом только на бесконечно тонких идеально проводящих экранах различной конфигурации. Для простоты анализа чаще всего рассматриваются задачи рассеяния на одиночных препятствиях. Данные методы позволяют в той или иной степени исследовать основные закономерности характеристик рассеяния различных структур, однако, используемые на практике экраны имеют как конечную проработанность, так и конечную толщину. Число работ, посвященных задачам дифракции волн на проводящих рассеивателях конечной толщины довольно ограничено, а полное и эффективное решение данных задач в случае произвольной конфигурации рассеивателя не получено. Предлагаются различные методы их решения, применимые в том или ином диапазоне изменения волновых размеров рассеивателей: низкочастотном, резонансном и высокочастотном. Особую сложность с точки зрения строгих методов решения несомненно представляет резонансный диапазон длин волн.

В настоящее время можно выделить два основных подхода решения этой проблемы.

В первом подходе граница цилиндрического тела с ребрами рассматривается как единый сложный контур с изломами. Одним из основных способов решения задач дифракции волн на идеально проводящих цилиндрических телах с ребрами является сведение их к решению интегральных уравнений 1-го рода относительно функций плотности тока, наводимого падающей волной на поверхности тела. Для длинноволнового и резонансного диапазонов длин волн к решению этих интегральных уравнений применяют численные методы, например, какой-либо вариант метода моментов, которые сводят решение интегральных уравнений к решению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Однако наличие изломов (ребер) на контуре интегрирования заметно ухудшает точность определения функций тока на этих интегральных уравнений. Учет особенности

поведения поля на ребрах в явном виде позволяет заметно улучшить точность определения функций плотности тока на поверхности тела.

Однако, в основном были исследованы особенности распределения токов на гранях тел и поведение полей в дальней зоне только для ограниченного круга рассеивателей, а именно МЦ с плоской гранью (прямоугольное или треугольное поперечное сечение).

В высокочастотной области для асимптотического решения рассматриваемых задач применяются помимо методов, основанных на классической геометрической теории дифракции (ГТД) или равномерной ГТД, также различные гибридные методы, основанные на сочетании метода ГТД и метода моментов (ММ).

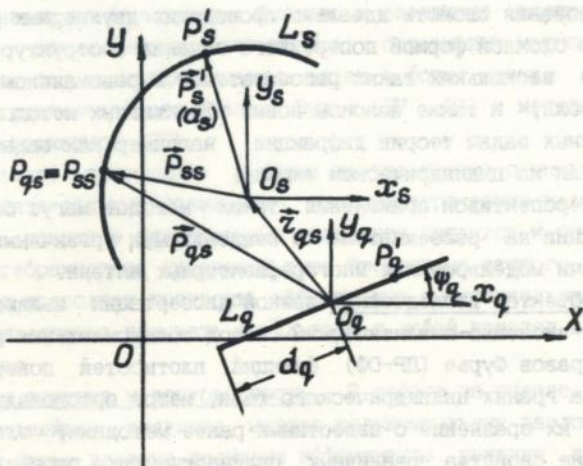
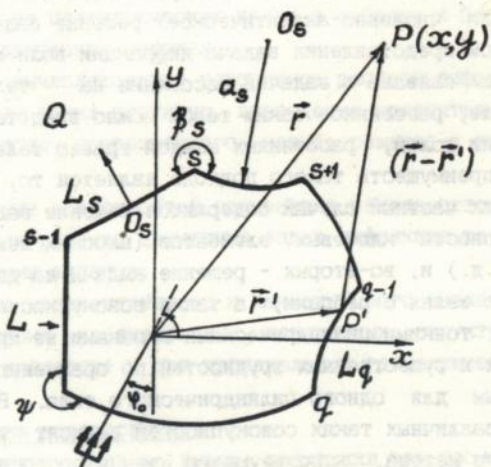
Некоторые значительные успехи при решении задач дифракции волн в этой области были достигнуты благодаря разработанной спектральной теории дифракции (Миттра Р. и др.), в которой рассеянное поле выражается через преобразование Фурье поверхностных токов, индуцированных на рассеивателе. Как показано в настоящей работе и некоторых других переход от функций плотностей поверхностных токов с их образом Фурье дает ряд преимуществ и при решении задач дифракции в средневолновой области.

В ряде работ (Лерер А.М., Сивявский Г.П. и др.) для решения волновых задач электродинамики широко применяется метод частичных областей с учетом особенностей на ребрах, дополняя который специальной процедурой улучшения сходимости удается получить также СЛАУ, с которым применим метод редукции.

Также известны методы, развиваемые в настоящее время для решения задач дифракции волн на цилиндрических телах с ребрами, связанные с гипотезой Релея (Апельцин В., Окило У. и др.). Были опубликованы работы, в которых исследовалась возможность построения решения, выражая неизвестное рассеянное поле в виде разложения, по так называемым модовым функциям: $\varphi_m(\rho) = H_m^{(1)}(\kappa\rho) \exp(-im\theta)$, $m=0,1,2,\dots$; $\rho = \rho(\rho, \theta)$ при дифракции волн на ограниченных телах или по плоским волнам при дифракции на решетках. Однако, как указывают их авторы в случае рассеивателей со сложной границей или имеющих ребра ряд Релея может расходиться.

Основной идеей **второго** подхода является представление цилиндрического тела как некоторого составного объекта, образованного из некоторых ключевых элементов (рис.1). При этом каждый из этих элементов является отдельной гранью тела (Назарчук

В. Сивявский



Э.Т., Чумаченко В.П., Велиев Э.И. и др.). Такими элементами обычно являются те рассеиватели, для которых известно эффективное (численное или численно-аналитическое) решение задачи дифракции. При таком представлении задача дифракции волн на телах с ребрами тесно связана с задачей рассеяния на телах. И как следствие, поле, рассеянное таким телом можно представить в виде суперпозиции полей, рассеянных каждой гранью тела. Одним из существенных преимуществ такого подхода является то, что в нем, во-первых, как частный случай содержится решение задач дифракции на совокупности "ключевых" элементов (плоских лент, дуг окружностей и т.д.) и, во-вторых - решение задачи на двух и более цилиндрических телах с ребрами, а также совокупности таких тел с бесконечно тонкими цилиндрическими экранами не представляет принципиальных и существенных трудностей по сравнению с решением, полученным для одного цилиндрического тела. Возможности рассмотрения различных таких совокупностей зависят только уже от конкретного метода, использующего идеи второго подхода для решения задач дифракции, и от возможностей существующих в настоящее время ЭВМ.

Актуальность темы, таким образом, определяется необходимостью разработки эффективных численно-аналитических методов исследования свойств идеально проводящих двухмерных рассеивателей со сложной формой поперечного сечения и структур, состоящих из нескольких таких рассеивателей в резонансном диапазоне длин волн, а также поиском новых эффективных методов решения эталонных задач теории дифракции, например как задача рассеяния волн на цилиндрическом экране.

Перспективой применения таких методов могут быть задачи дифракции на рассеивателях с неидеальными граничными условиями и задачи моделирования многоотражающих антенн.

Объектом исследования данной диссертации являются: гибридный численно-аналитический метод полиномиальных разложений для образов Фурье (ПР-ОФ) функций плотностей поверхностного тока на гранях цилиндрического тела, метод ортогональных полиномов, их сравнение с известными ранее методами; электродинамические свойства различных цилиндрических рассеивателей со сложной формой поперечного сечения и цилиндрических экранов.

Целью данной работы является:

- дальнейшее развитие метода полиномиальных разложений для об-

рагов Фурье, предложенного ранее (в работах Велиева Э.И. и др.) и построение с его помощью эффективного решения задачи дифракции на цилиндрических телах с ребрами и бесконечно тонких цилиндрических экранах;

- создание вычислительных алгоритмов расчета дифракционных характеристик таких структур, проведение сравнительного анализа эффективности предложенного метода решения с известными ранее;
- исследование возможностей применения метода ортогональных полиномов для решения двумерных задач дифракции на тонких цилиндрических экранах;
- проведение количественного и качественного анализа различных дифракционных характеристик конкретных структур в широком волновом диапазоне и при произвольных геометрических параметрах.

Методика исследования.

При решении данных задач дифракции электромагнитных волн использовались интегральные представления рассеянных полей в виде потенциалов простого и двойного слоя, методы разделения переменных в локальных полярных и декартовых прямоугольных системах координат, теоремы сложения для цилиндрических функций, метод численного интегрирования Файлона и различные квадратурные формулы для вычисления интегралов, содержащих многочлены Якоби и метод регуляризации краевых задач в форме метода полиномиальных разложений для образов Фурье (ПР - ОФ) и метода ортогональных полиномов (ОП).

В результате полученные в одном случае парные сумматорные или парные интегральные уравнения с тригонометрическим ядром, а в другом - исходные интегральные уравнения сводятся к системе линейных алгебраических уравнений типа Фредгольма второго рода. Такой подход позволяет построить эффективные вычислительные алгоритмы, позволяющие получать результаты с любой наперед заданной точностью.

Научная новизна и достоверность. В работе на основе полученного дальнейшего развитие метода полиномиальных разложений для образов Фурье впервые получено эффективное решение задачи дифракции на рассматриваемом классе электродинамических структур. Также, впервые, рассмотрена возможность применения метода ортогональных полиномов для решения задач на тонких цилиндри-

ческих экранах.

В итоге разработаны достаточно эффективные универсальные алгоритмы для численного анализа дифракционных характеристик исследуемых электродинамических структур. Это дало возможность провести исследования явлений дифракции на конкретных структурах в достаточно широком волновом диапазоне и при произвольных геометрических параметрах. Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием строгого метода решения исходной задачи, наличием численной сходимости разложений искомых функций и матричных элементов и совпадением полученных результатов с известными ранее.

Практическая значимость работы заключается в том, что в ней построены математические модели двумерных рассеивателей с ребрами и бесконечно тонких экранов, не требующие заранее никаких ограничений на параметры рассматриваемого класса электродинамических структур.

Предложенные эффективные численно-аналитические методы решения задач дифракции дают возможность оценить области применимости различных асимптотических методов, при минимальных затратах машинного времени позволяют получить результаты, которые могут служить эталоном для проверки точности различных прямых численных методов.

Проведены электродинамические исследования различных структур, которые могут быть полезны как в радиолокации, так и в антенной технике для моделирования многозеркальных антенн.

Апробация работы.

Результаты, включенные в диссертационную работу докладывались на научных семинарах ИПЭ АН Украины, на X Всесоюзном симпозиуме по дифракции и распространению волн (Винница, 1990 г.), на 23 Генеральной Ассамблее URSI (Прага, Чехословакия, 1990 г.), на 3-й Asia - Pacific Microwave Conference (Токио, Япония, 1990 г.), на Международном семинаре по аналитическим и численным методам в электромагнитной теории волн (Адана, Турция, 1991 г.), на международной конференции "Численные расчеты в электродинамике" (Лондон, Великобритания, 1991 г.), на 1-ом Украинском симпозиуме "Физика и техника мм и суб мм радиоволн" (Харьков, 1991 г.), на международном симпозиуме по антеннам и распространению волн IEEE-APS (Чикаго, США, 1992 г.), на международном симпозиуме URSI по электромагнитной теории (Сидней, Австралия,

1992 г.), на международном симпозиуме по антеннам и распространению радиоволн (Саппоро, Япония, 1992г.). Основные результаты, представленные в настоящей диссертации, опубликованы в работах.

Публикации. По материалам работы опубликовано 15 печатных работ.

Объём и структура диссертации. Работа состоит из введения, трех глав, заключения, шести приложений. Она содержит 136 страниц основного текста, 39 страниц рисунков, 3 таблицы, список литературы из 109 наименований на 11 страницах, включая 15 публикаций автора.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении к диссертационной работе представлено современное состояние вопроса, дан краткий обзор литературы по теме, обоснована ее актуальность, сформулирована цель работы, ее научная новизна и кратко изложено содержание диссертации. Приведены основные положения и результаты, выносимые на защиту.

В первой главе сформулирована корректная постановка краевой задачи для полного поля, представленного в виде суммы падающего и рассеянного полей, которая включает в себя уравнение Гельмгольца, граничные условия Дирихле на поверхности цилиндрического тела, условие ограниченности энергии вблизи ребер тела и условие на бесконечности Зоммерфельда.

На основе интегрального представления рассеянного поля в виде потенциала простого слоя, а также выполнения граничного условия последовательно на каждой грани S ($S = 1 + N$) поверхности тела получена система N связанных интегральных уравнений I рода, относительно неизвестных функций $\rho^s(\rho_s)$ плотностей поверхностных токов на гранях тела:

$$\int_{L_s} \rho^s(\rho_s) G(\rho_{ss}, \rho_s) d\ell_s + \sum_{\substack{q=1 \\ (q \neq s)}}^N \int_{L_q} \rho^q(\rho_q) G(\rho_{qs}, \rho_q) d\ell_q = E_z^i(\rho_{ss}), \quad (1)$$

$s = 1 + N;$

Здесь введены следующие обозначения (рис.2) :

ρ_s - точка интегрирования на контуре L_s ;

ρ_{ss} - точка контура L_s в системе координат, связанной с S -ой гранью цилиндра;

ρ_{qs} - эта же точка контура L_s , но в системе координат, связанной с q -ой гранью тела ;

P_q - точка интегрирования на контуре L_q ;

$G(\rho_{zs}, \beta)$ - двумерная функция Грина;

Двумерной функцией Грина свободного пространства с точностью до множителя является функция Ханкеля первого рода нулевого порядка (это связано с выбором вида временной зависимости) $\exp(-i\omega t)$:

$$G(\rho, \rho') = -\frac{i}{4} H_0^{(2)}(\kappa |\vec{\rho} - \vec{\rho}'|),$$

где $\kappa = 2\pi/\lambda$, а λ - длина волны.

Решение N-связанной системы интегральных уравнений имеет два ключевых момента, которые нуждаются в более подробном рассмотрении.

Момент 1. Преобразования Фурье (интегрального в случае тел с плоскими гранями и дискретного в случае тел с гранями в виде частей поверхностей круговых цилиндров) применяется только к искомым функциям плотностей поверхностных токов с номером s . Оператор такого преобразования имеет следующий вид:

$$F_s [j^s(\rho_s)] = \begin{cases} \frac{1}{h\sigma_s} \int_{-\infty}^{\infty} g^s(d) e^{i\kappa d_s \eta_s} dd, \quad \eta_s = \frac{x_s}{d_s} & (2 A) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{h\sigma_s} \sum_{(m)} j_m^s e^{im\theta_s \eta_s}, \quad \eta_s = \frac{\varphi_s - \varphi_s - \lambda}{\theta_s} & (2 B) \end{cases}$$

где $g^s(d) = \frac{h\sigma_s \cdot E_s}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f_s(\eta_s') e^{-i\kappa d_s \eta_s' d} d\eta_s'; \quad \rho_s' = \rho_s'(x_s', 0)$

$$j_m^s = \frac{h\sigma_s E_s}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f_s(\eta_s') e^{-im\theta_s \eta_s'} d\eta_s'; \quad \rho_s' = (\alpha, \varphi_s').$$

Далее, использование метода разделения переменных в локальных, полярных и декартовых прямоугольных системах координат с использованием теорем сложения для цилиндрических функций и интегрального представления для функции Ханкеля, приводит к связанной системе парных (интегральных или сумматорных) уравнений с ядром в виде тригонометрических функций относительно неизвестных образов Фурье ($g^s(d)$ или j_m^s).

$$\left\{ \begin{aligned} \mathcal{D}_s^s [p^s(\eta_s')] &= -E_z^i(\eta_s) - \sum_{\substack{q=1 \\ (q \neq s)}}^N \mathcal{D}_q^s [p^q(\eta_q')], \quad |\eta_s| \leq 1 \\ F_s [p^s(\eta_s)] &= 0, \quad |\eta_s| > 1; \quad s = 1 \div N \end{aligned} \right. \quad (3)$$

где

$$\mathcal{D}_s^s [p^s(\eta_s')] = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} g^s(\alpha) K^s(\alpha) e^{i\kappa d_s \eta_s d} d\alpha; \quad K^s(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha^2}} & (4 A) \\ \sum_{(m)} \beta_m^s K_m^s e^{im\theta_s \eta_s}; \quad K_m^s = J_m(\kappa a_s) H_m^{(1)}(\kappa a_s) & (4 B) \end{cases}$$

$$\mathcal{D}_q^s [p^q(\rho_q')] = \frac{i}{4} \int_{L_q} p^q(\rho_q') H_0^{(1)}(\kappa |\vec{\rho}_{qs} - \vec{\rho}_q|) d\ell_q. \quad (5)$$

Для регуляризации парных (И,С) уравнений использовалось разложение неизвестных образов Фурье в ряд по специальным функциям, являющихся образами Фурье ортогональных полиномов Гегенбауэра с весовым множителем, учитывающем в явном виде характер поведения поля вблизи ребер рассеивателя.

$$e(\xi) = \frac{\varepsilon \cdot 2^{1-2\nu}}{\Gamma(\nu-1/2)} \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n x_n \beta_n^\nu \hat{J}_{n+\nu-1/2}(\varepsilon \cdot \xi) \quad (6)$$

где $\{e(\xi)\}_{\xi \rightarrow \infty}^{\infty}$ - образ Фурье; $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ - неизвестные коэффициенты; $\Gamma(x)$ - гамма - функция; $\beta_n^\nu = \Gamma(n+2\nu-1) / \Gamma(n+1)$; $\hat{J}_{n+\nu-1/2}(x) = J_{n+\nu-1/2}(x) / (x/2)^{\nu-1/2}$; $J_{n+\nu-1/2}(x)$ - функция Бесселя, ε , h и σ - некоторые константы, зависящие от вида грани.

Такое разложение носит название полиномиального, т.к. связано с представлением неизвестной функции плотности поверхностного тока в ряд по полиномам Гегенбауэра $\{C_n^{\nu-1/2}(\eta)\}_{n=0}^{\infty}$ с заданным весом, учитывающем характер поведения данных неизвестных функций вблизи ребра. Данный весовой множитель типа $(1-x^2)^{\nu-1}$ придает данному методу эмперический оттенок, т.к. величина степенного показателя тела определяется не из самого решения задачи, а априори, из решения модельной задачи - дифракции на клине с плоскими гранями.

Также были исследованы свойства обобщенного парного уравнения с тригонометрическим ядром, частным случаем которого является и парное интегральное, и парное сумматорное уравнения с такими же ядрами.

Момент 2. Предложен новый способ вычисления матричных элементов оператора, учитывающего влияние одного рассеивателя (одной грани) на другого (другую грань). Данный способ основан на полноте и ортогональности полиномов Гегенбауэра на отрезке прямой или дуге окружности, которые топологически совпадают с плоской гранью (или плоской лентой) и круговой гранью (или цилиндрическим экраном).

При вычислении \mathcal{D}_y^s в выражении (5) использовалось разложение функций плотностей тока прямо по полиномам Гегенбауэра $\{C_n^{v-1/2}(\eta)\}_{n=0}^{\infty}$.

В итоге для вычисления $M_{n,k}^{qs}$ было получено следующее выражение:

$$M_{n,k}^{qs} = \frac{1}{d_k^2 (2 - 1/2)} \int_{-1}^1 (1 - \eta_s^2)^{2-1} C_k^{2-1/2}(\eta_s) \int_{-1}^1 (1 - \eta_r^2)^{q-1} C_n^{q-1/2}(\eta_r) \mathcal{H}^q(\eta_s, \eta_r) d\eta_r d\eta_s \quad (7)$$

При вычислении этих матричных элементов возникала необходимость в эффективном вычислении следующего интеграла:

$$\mathcal{D}_m = \int_{-1}^1 f(z) (1 - z^2)^{v-1} C_m^{v-1/2}(z) dz \quad (8)$$

Из предложенных двух способов его вычисления более эффективным оказался способ, основанный на применении квадратурных формул наивысшей алгебраической степени точности Гауссова типа. Тогда для вычисления интеграла (8) имеет место следующая формула:

$$\mathcal{D}_m^{(v-1/2)} = B_n^{(v-1/2)} \sum_{k=1}^n f(x_k) C_m^{v-1/2}(x_k) (1 - x_k^2)^{-1} [C_{n-1}^{v+1/2}(x_k)]^{-2} \quad (9)$$

где n - число узлов $\{x_k\}_{k=0}^n$, а x_k - нули полинома Гегенбауэра $C_n^{v+1/2}(x)$.

Было показано, что квадратурная формула наивысшей алгебраической степени точности типа Гаусса является гораздо более эффективной, чем та, которая была предложена в книге Попова Г.Я.

[1].

В итоге получена следующая связанная СЛАУ относительно неизвестных коэффициентов $\{x_n^s\}_{n=0}^{\infty}$:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n \beta_n^s x_n^s [A_{n,k}^s - \tilde{A}_{n,k}^s] + \frac{T_k^s}{2C_s} \sum_{\substack{q=1, \\ q+s}}^N \tilde{\xi}_q^s \sum_{n=0}^{\infty} x_n^q M_{n,k}^{qs} = \frac{1}{C_s} \Gamma_k^s(\lambda); \quad (10)$$

$k=0, 1, 2, \dots; \quad s=1 \div N$

Важно отметить, что матрица полученной СЛАУ имеет клеточную структуру и элементы ее главной диагонали состоят из двух слагаемых $A_{n,k}^s$ и $\tilde{A}_{n,k}^s$, причем первое из них соответствует догарифмически-разностной части ядра исходного интегрального уравнения и вычислено в явном виде благодаря свойствам разрывных интегралов Вебера-Шафхейтлина для плоских граней и их сумматорным аналогом для граней в виде дуг окружностей. Конкретный вид матричных элементов $A_{n,k}^s$ и $\tilde{A}_{n,k}^s$ зависит от вида S -ой грани цилиндрического тела. Данная СЛАУ принадлежит к классу операторных уравнений, для которых справедлива альтернатива Фредгольма и ее приближенное решение с любой наперед заданной точностью может быть получено с помощью метода редукции. Доказательство этого факта основано на том, что, во-первых, установлена ограниченность норм в гильбертовом пространстве матричных операторов A^1 и A^2 , которым соответствуют матрицы $\{A_{n,k}^s\}_{n,k=0}^{\infty}$ и $\{\tilde{A}_{n,k}^s\}_{n,k=0}^{\infty}$, а во-вторых, показана положительная определенность оператора A^1 . Иными словами, в пространстве ℓ_2 матричный оператор A^2 вполне непрерывен, а оператор A^1 имеет двухсторонний непрерывный обратный оператор. Также показано, что числовая последовательность $\{\Gamma_k^s\}_{k=0}^{\infty} \in \ell_2$.

В более ранних работах [3,4] было показано, что операторы типа M^{qs} обладают ограниченной нормой в гильбертовом пространстве. Иными словами можно сказать, что оператор M^{qs} в пространстве ℓ_2 является вполне непрерывным.

Выражения для матричных элементов $A_{n,k}^s$, $\tilde{A}_{n,k}^s$, $M_{n,k}^{qs}$ и $\Gamma_k^s(\lambda)$, которые использовались для численных расчетов, не приведены из-за их громоздкости.

В итоге, на основе предложенного метода созданы вычислительные алгоритмы, с помощью которых исследованы характеристики рассеяния различных структур. Были рассмотрены следующие структуры и их комбинации:

- а) цилиндрическое тело с поперечным сечением типа "ogival" (пересечение двух круговых цилиндров). Проведено сравнение его рассеивающих свойств с круговым цилиндром и плоской лентой (рис.3);
- б) многогранные структуры с гранями в виде дуг окружностей (трехгранник, четырехгранник и шестигранник) (рис.4);
- в) структуры из нескольких рассеивателей различного вида;
- г) рассеиватели с внутренним резонансным объемом типа "cavity backed";

Одна из отличительных особенностей предлагаемого метода - возможность с одинаковой эффективностью рассчитывать поля в дальней зоне и распределение плотности тока на гранях.

Также необходимо отметить, что предложенный метод решения задач дифракции волн на цилиндрических телах с ребрами позволяет исследовать зависимости G_S^E , G_{back} , DH и $|N_\psi(\eta)|$ от изменения параметра в пределах от 1/2 и до 1. При этом численные эксперименты показали, что

- а) G_S^E , G_{back} и DH практически не изменяются;
- б) изменения значений модуля $|N_\psi(\eta)|$ составляет не более, чем 1-3% почти во всем интервале $\eta \in [-1,1]$, за исключением угловых точек.

Этот факт говорит о том, что, по-видимому, точный учет поведения поля вблизи ребра цилиндрического тела является не существенным для определения дальнего поля и более заметно может сказаться при вычислении такой характеристики как омические потери.

Вторая глава посвящена исследованию эффективности предложенного метода полиномиальных разложений для образов Фурье на примере кругового цилиндрического экрана. Рассмотрены случаи как E- так и H-поляризации.

Приведены рекуррентные соотношения для матричных элементов, соответствующих сингулярной части ядра интегрального уравнения и имеющих явный вид. Значения данных матричных элементов для случая H-поляризованного поля равны значениям матричных элементов для случая E-поляризованного поля со сдвигом номера строки и столбца на единицу.

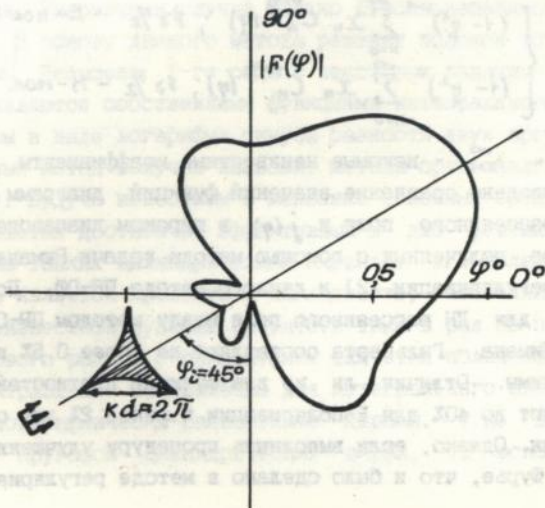
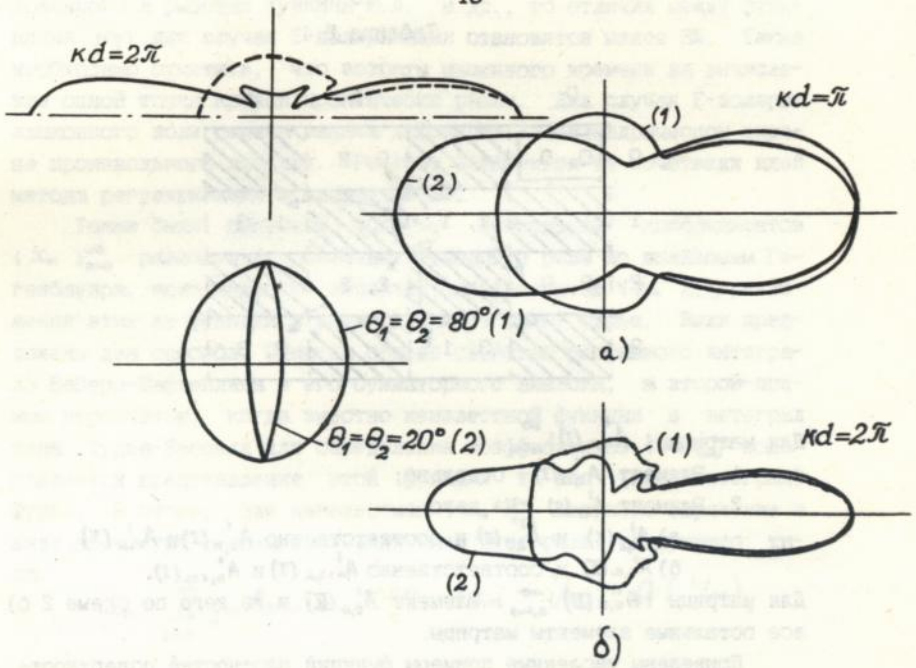


Таблица 2.1

	0	1	2	3
0	0, 0		0, 2	
1		1, 1		1, 3
2	2, 0		2, 2	
3		3, 1		3, 3

Для матрицы $\{A'_{n,k}(I)\}_{n,k=0}^{\infty}$:

1. Элемент $A'_{0,0}(I)$ - отдельно;

2. Элемент $A'_{1,1}(I)$. Из него:

а) $A'_{0,1}(I)$ и $A'_{2,0}(I)$ и соответственно $A'_{0,n}(I)$ и $A'_{n,0}(I)$.

б) $A'_{1,k}(I)$ и соответственно $A'_{n+1,k}(I)$ и $A'_{n,k+1}(I)$.

Для матрицы $\{A'_{n,k}(II)\}_{n,k=0}^{\infty}$: Элемент $A'_{0,0}(II)$ и из него по схеме 2 б) все остальные элементы матрицы.

Приведены численные примеры функций плотностей поверхностного тока $j(\eta)$ для различных значений частотного параметра и углового раскрытия θ :

$$j(\eta) = \begin{cases} (1-\eta^2)^{\nu-1} \sum_{n=0}^{\infty} x_n C_n^{\nu-1/2}(\eta); & \nu \geq 1/2 - E\text{-пол.} \\ (1-\eta^2)^{\nu} \sum_{n=0}^{\infty} x_n C_n^{\nu+1/2}(\eta); & \nu \geq 1/2 - H\text{-пол.} \end{cases} \quad (11)$$

где $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ - искомые неизвестные коэффициенты.

Проведено сравнение значений функций диаграмм направленности рассеянного поля и $j(\eta)$ в широком диапазоне частотного параметра, полученных с помощью метода задачи Римана-Гильберта, метода регуляризации [2] и данного метода ПР-ОФ. Показано, что отличия для ДН рассеянного поля между методом ПР-ОФ и методом задачи Римана - Гильберта составляют не более 0.5% и графически неразличимы. Отличия ли же для функций плотностей токов $j(\eta)$ составляют до 40% для E-поляризации и менее 2% для случая H-поляризации. Однако, если выполнить процедуру улучшения сходимости ряда Фурье, что и было сделано в методе регуляризации, пред-

ложного в работах Тучкина Ю. А. и др., то отличия между функциями $j(\eta)$ для случая Е-поляризации становятся менее 3%. Также необходимо отметить, что затраты машинного времени на вычисление одной точки кривой практически равны. Для случая Е-поляризационного поля решена задача дифракции на цилиндрическом экране произвольного профиля. Решение базируется на сочетании идей метода регуляризации и метода ПР-ОФ.

Также были получены формулы вычисления коэффициентов $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ разложения различных функций в ряды по полиномам Гегенбауэра, если известны значения коэффициентов $\{f_m\}_{m=0}^{\infty}$ разложения этих же функций в ряды (или интегралы) Фурье. Были предложены два способа. Один на основе свойства разрывного интеграла Вебера-Шафкейлина и его сумматорного аналога, а второй — прямым пересчетом, когда совместно неизвестной функции в интеграл типа Фурье-Бесселя для определения коэффициентов $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ подставляется представление этой функции в ряд (или интеграл) Фурье. В итоге, для неизвестных $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ получено выражение в виде абсолютно сходящегося ряда (или интеграла) следующего типа:

$$x_n \sim \sum_{(m)} f_m A_{m,n}, \quad \text{где } A_{m,n} \sim 1/m + O(1/m).$$

В третьей главе показана возможность применения метода ортогональных полиномов для решения задач дифракции на цилиндрическом экране. Рассмотрен случай только Е-поляризованного падающего поля. В основу данного метода решения положен тот факт, что полиномы Чебышева 1-го рода с некоторым заданным сложным аргументом являются собственными функциями интегрального оператора с ядром в виде логарифма синуса разности двух аргументов. Поэтому данный метод получил название метода ортогональных полиномов (ОП). Будучи известным в механике сплошных сред, данный метод оказывается достаточно эффективным и для решения задач дифракции на тонких цилиндрических экранах. Его положительной особенностью является простота и наглядность, связанная с разложением неизвестной функции плотности тока в ряд по полиномам Чебышева первого рода и с применением для этих полиномов специальных спектральных соотношений для интегрального оператора с различными логарифмически-разностными ядрами. Т.к. в работе рассмотрен круговой цилиндрический экран, то используются

спектральные соотношения для логарифмического синус-разностного ядра.

Для логарифмического ядра вида $\ln \frac{1}{2|\sin \frac{z-\theta}{2}|}$ существуют следующие спектральные соотношения :

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \ln \frac{1}{2|\sin \frac{\theta-z}{2}|} \frac{T_{2n} \left(\frac{\sin(z/2)}{\sin(\alpha/2)} \right) \cos(z/2)}{\sqrt{2(\cos z - \cos \alpha)}} dz = \begin{cases} \ln \left(\frac{1}{n T_{2n} \left(\frac{\sin(\theta/2)}{\sin(\alpha/2)} \right)} \right) & (12) \end{cases}$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \ln \frac{1}{2|\sin \frac{\theta-z}{2}|} \frac{T_{2n-1} \left(\frac{\operatorname{tg}(z/2)}{\operatorname{tg}(\alpha/2)} \right)}{\cos(z/2) \sqrt{2(\cos z - \cos \alpha)}} dz = \frac{1}{2n-1} \cdot \frac{1}{\cos \frac{\alpha}{2}} \cdot T_{2n-1} \left(\frac{\operatorname{tg}(\theta/2)}{\operatorname{tg}(\alpha/2)} \right)$$

Введем следующие обозначения :

$$\sigma_{2n-1} = \frac{1}{(2n-1) \cos \frac{\alpha}{2}} \quad ; \quad \sigma_{2n} = \begin{cases} \ln \left(\frac{1}{\sin(\alpha/2)} \right), & n=0 \\ \frac{1}{2n}, & n=1, 2, \dots \end{cases}$$

Так как спектральные соотношения вида (12) существуют только для четных и нечетных полиномов Чебышева, то для того чтобы представить неизвестную функцию $f(z)$ в виде ряда по данным полиномам, ее необходимо было разбить на две части - симметричную и кососимметричную :

$$f^+(z) = f(z) + f(-z) \quad ; \quad f^-(z) = f(z) - f(-z);$$

Для того, чтобы можно было использовать спектральные соотношения (12), неизвестные функции $f^+(z)$ и $f^-(z)$ нужно представить следующим образом :

$$f^+(z) = \frac{\cos(z/2)}{\sqrt{2(\cos(z) - \cos(\alpha))}} \sum_{n=0}^{\infty} \chi_{2n} T_{2n} \left(\frac{\sin(z/2)}{\sin(\alpha/2)} \right); \quad (13 A)$$

$$f^-(z) = \frac{1}{\cos(z/2) \sqrt{2(\cos(z) - \cos(\alpha))}} \sum_{n=0}^{\infty} \chi_{2n-1} T_{2n-1} \left(\frac{\operatorname{tg}(z/2)}{\operatorname{tg}(\alpha/2)} \right); \quad (13 B)$$

В выражениях (13 A) и (13 B) характер поведения функций плотностей тока $f^{\pm}(z)$ для бесконечно тонких экранов учитывается в следующей части весового множителя $\sqrt{2(\cos(z) - \cos(\alpha))}$.

В итоге задача сведена к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений второго рода относительно неизвестных

коэффициентов разложения.

$$x_{2k} + \frac{i\beta_{2k}}{2k\sigma_{2k}} \sum_{n=0}^{\infty} x_{2n} A_{2n,2k}(ka) = \frac{(-i)}{2\sigma_{2k}} f_{2k}^+ \quad (14 A)$$

$$x_{2k-1} + \frac{i \cos(\alpha/2) \beta_{2k-1}}{2k\sigma_{2k-1}} \sum_{n=1}^{\infty} x_{2n-1} A_{2n-1,2k-1}(ka) = \frac{(-i)}{2\sigma_{2k-1}} f_{2k-1}^- \quad (14 B)$$

Для вычисления матричных элементов, определяющих вполне непрерывный оператор и имеющих вид двойного определенного интеграла был применен метод Файлона. Показана возможность использования предложенного метода ортогональных полиномов для вычисления функций плотности поверхностного тока $j(\alpha)$ при значениях частотного параметра ka до $25(a/\lambda - 4)$ при различных углах раскрыва металла θ . Для случая цилиндрического экрана резонансного типа ($\theta > 90^\circ$) сравнение полученных результатов с данными, полученными методом ПР-ОФ дало достаточно хорошее их численное совпадение (отличия не более 3%). Во втором же случае был рассмотрен круговой цилиндрический экран рефлекторного типа ($\theta < 90^\circ$). Для этого случая проведенное сравнение с результатами, полученными методом ПР-ОФ также дало достаточно хорошее соответствие (отличия данных друг от друга не более 2.5%). Следует отметить, что данный метод является более простым в математическом плане и наглядным по сравнению с методом задачи Римана-Гильберта, методом ПР-ОФ и методом, предложенным в работах.

Во втором параграфе главы показано обобщение данного метода на случай экрана произвольного профиля. В результате, вместо двух интегральных уравнений относительно функций плотностей поверхностных токов, получаем систему из двух связанных интегральных уравнений.

В приложении 1 показано, что однородное уравнение системы П(И,С)У (3) удовлетворяется тождественно.

В приложении 2 приведен вывод матричных элементов $A_{n,k}^{\pm}(I)$ и $A_{n,k}^{\pm}(II)$, которые имеют явный вид.

В приложении 3 приведена схема вычисления интеграла (8), предложенная в книге Попова Г.Я. [1].

В приложении 4 показана возможность представления матричных элементов оператора M^{qs} в виде простого ряда с использованием теорем сложения для Бесселевых функций.

В приложении 5 приведена схема метода Файлона для вычисления интегралов с осциллирующими функциями.

В приложении 6 описан способ вычисления интеграла (8), основанный на применении квадратурных формул наивысшей алгебраической степени точности Гауссова типа.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ РАБОТЫ.

1. На основе метода полиномиальных разложений для образов Фурье получено эффективное, решение задачи дифракции Е-поляризованных волн на цилиндрических телах с ребрами и тонких цилиндрических экранах. В качестве граней таких тел или тонких экранов одновременно могут быть рассмотрены и плоская лента, и круговой цилиндрический экран.

1.1. Показано, что для решения и парных интегральных, и парных сумматорных уравнений с тригонометрическим ядром существует один и тот же достаточно общий подход, в основу которого положена идея обращения сингулярной части интегрального оператора на основе использования специального вида полиномиального разложения для образов Фурье функции плотностей поверхностного тока, а также разрывных интегралов типа Вебера-Шафкейтлина и их дискретного аналога.

1.2. Для вычисления матричных элементов оператора, учитывающего влияние одного рассеивателя (или грани тела) на другого (на другую грань) предложен новый способ, основанный на полноте и ортогональности полиномов Регенбауэра на отрезке прямой или дуге окружности, которые топологически совпадают с плоской гранью (или плоской лентой) и круговой гранью (или цилиндрическим экраном). Определение матричных элементов данного оператора сводилось к вычислению двукратного определенного интеграла. Для вычисления определенных интегралов данного типа были предложены две различные квадратурные формулы.

1.3. На основе предложенного метода созданы вычислительные алгоритмы, с помощью которых исследованы характеристики рассеяния различных структур. Были рассмотрены следующие структуры и их комбинации :

а) цилиндрическое тело с поперечным сечением типа

"ogival" (пересечение двух круговых цилиндров). Проведено сравнение его рассеивающих свойств с круговым цилиндром и плоской лентой;

- б) многогранные структуры с гранями в виде дуг окружностей (трехгранник, четырехгранник и шестигранник);
- в) структуры из нескольких рассеивателей различного вида;
- г) рассеиватели с внутренним резонансным объемом типа "cavity backed";

1.4. Одна из отличительных особенностей предлагаемого метода - возможность с одинаковой эффективностью рассчитывать поля в дальней зоне и распределение плотности тока на гранях.

2. В строгой постановке методом ПР-ОФ решена задача дифракции Е- и Н-поляризованных электромагнитных волн на круговом цилиндрическом экране.

2.1. Созданный численный алгоритм позволил провести сравнение полученных результатов для различных значений параметров задачи с результатами, полученными методом задачи Римана-Гильберта и методом регуляризации предложенным Гучкиным Ю.А. и др. Показана достоверность предложенного метода и его эффективность. Показано, что отличия для ДН рассеянного поля между методом ПР-ОФ и методом задачи Римана-Гильберта составляют не более 0.5%. Отличия же для функций плотностей токов составляют до 40% для Е-поляризации и менее 2% для Н-поляризации. Отличия между данными функциями, когда для ряда Фурье выполнена процедура улучшения сходимости, что было сделано в методе регуляризации, составили уже не более 3%.

2.2. Приведено решение задачи дифракции Е-поляризованной волны на цилиндрическом экране произвольного профиля, полученные с помощью предложенного метода.

3. В строгой постановке методом ортогональных полиномов рассмотрена задача дифракции Е-поляризованных волн на круговом цилиндрическом экране. Данный метод базируется на наличии спектрального соотношения для обращения логарифмического синус-разностного ядра интегрального оператора исходного интегрального уравнения.

- 3.1. Показано, что для вычисления двукратных интегралов, возникающих при определении матричных элементов для оставшейся части оператора, можно применять достаточно эффективные квадратурные формулы Файлона.
- 3.2. Приведенные численные примеры для различных значений частотного параметра и геометрических величин показали достаточную эффективность предложенного метода ортогональных полиномов.
- 3.3. Показана возможность обобщения данного метода на случай экрана произвольного профиля.

Личный вклад автора диссертационной работы состоит в:

- 1) созданию наглядного способа описания поставленной задачи;
- 2) разработке нового способа вычисления матричных элементов оператора, учитывающего взаимное влияние как граней тела, так и отдельных рассеивателей;
- 3) создании комплекса программ на ЭЕМ, необходимых для проведения численных экспериментов;
- 4) проведении на примере кругового цилиндрического экрана сравнительного численного анализа предлагаемых методов ПР-ОФ и ОП с известными ранее;
- 5) исследовании электродинамических свойств различных двумерных структур, некоторые из которых были рассмотрены впервые.

Публикации автора, отражающие содержание работы:

1. Вавилов В.Н., Велиев Э.И., Веремей В.В., Шестапалов В.П. Эффективный метод решения задачи дифракции волн на цилиндрическом экране // ДАН СССР.- т.313, №3.-1990.- с.585 - 589.
2. Вавилов В.Н. Особенности рассеяния волн на цилиндрическом теле сложной формы. //Докл. АН Украины, Сер. А. -1990. - N 12. - с. 33 - 37.
3. V.N.Vavilov, E.I. Veliev. Electromagnetic wave diffraction by cylindrical bodies with edges // Electromagnetics, vol. 13, №3, 1993.
4. Вавилов В.Н., Веремей В.В. Дифракция электромагнитных волн на цилиндрических телах с ребрами // Препринт АН Украины, ин-т Радиофизики и электроники, N 90-17. - 1990. - 36 с.
5. Veliev E.I., Vavilov V.N. The effective method for solution of the problem of diffraction an unclosed

- cylindrical screen // Proceedings of the International Conference " Computation in Electromagnetics ", (CEM 91), London, UK, November 1991,p.296-299.
6. Vavilov V., Veremey V. Wave scattering by cylinders with edges // Progress in Electromagnetics Research Symposium (PIERS - 91), Cambrige, Massachusetts, USA.
 7. Veliev E.I., Vavilov V.N. The properties of wave scattering by polygonal cylinders and other resonance scatterers // International seminar workshop on Analitical and Numerical Methods in Electromagnetic wave theory, Lecture Notes, 3-8 Junes 1991, Adana, Turkey.
 8. Вавилов В.Н., Веремей В.В., Тучкин Ю.А. Дифракция Е - поляризованных волн на цилиндрических многоэлементных структурах // Первый Украинский симпозиум " Физика и техника мм и суб мм радиоволн", 15-17 октября 1991 г., Тезисы докладов, часть 1, с.26 - 27.
 9. Вавилов В.Н., Веремей В.В. Многорефлекторные цилиндрические антенны // Первый Украинский симпозиум " Физика и техника мм и суб мм радиоволн", 15-17 октября 1991 г., Тезисы докладов, часть 1, с.349 - 350.
 10. Vavilov V.N., Veliev E.I., Veremey V.V. Electromagnetic wave diffraction by complicated cylindrical body. // The 3 rd Asia - Pacific Microwave conference Proceedings, Tokyo, Japan 1990, p.527 - 530.
 11. Veliev E.I., Vavilov V.N. Electromagnetic scattering from complicated cylindrical bodies // Abstracts, XXIII General Assembly of the International Union of radio science (URSI), Prague, Czechoslovakia, 1990, v.2, p.388.
 12. Вавилов В.Н., Велиев Э.И., Веремей В.В. Дифракция волн на цилиндрическом теле со сложной формой поперечного сечения // Волны и дифракция - 90, М.: Физическое общество, 1990, т.1, с.46 - 49.
 13. V.N.Vavilov and V.V.Veremey The new approach to solving the problem of E-polarized wave scattering by various two dimensional objects // IEEE-APS Symposium digests, vol.1, Chicago, USA, July 19-25, 1992, pp. 321-324.
 14. V.N.Vavilov and V.V.Veremey Diffraction of an E-polarized electromagnetic wave by two-dimensional thin screens and obstacles with edges // Proceedings of the 1992 URSI

458585

Symposium in Electromagnetic Scattering
Australia, 1992, pp.31-33.

15. V.N.Vavilov and E.I.Veliev The method of the orthogonal polynomials in wave diffraction theory by thin cylindrical screen // Proceedings of ISAP'92, Sapporo, Japan, pp.65-68.

Цитируемая литература.

1. Попов Г.Я. Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений.- М.: Наука, 1982.
2. Шестоपालов В.П. Спектральная теория и возбуждение открытых структур // Наукова думка, Киев - 1987.- 288 с.
3. Велиев Э.И., Шестоपालов В.П. Дифракция волн на пересекающихся круговых цилиндрических телах // ДАН СССР.- 1985.- т.282, N5.- с.1094 - 1098.
4. Велиев Э.И., Шестоपालов В.П. Об одном общем методе решения парных интегральных уравнений // ДАН СССР.- 1988.- т.300, N4.- с.827 - 831.

Ответственный за выпуск Веремей В.В.

Подп.в печ.05.09.94. Формат 60x84 I/16.

Бум.офс.Офс.печ. Усл.-печ.л.1,5. Уч.-изд.л.1,5.

Тираж.100. экз.Зак.59.Бесплатно.

Ротапринт ИРЭ НАН Украины

Харьков-85, ул.Академика Проскури, 12