АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР

ім.Б.І.ВЕРКІНА

На правах рукопису

ЗОЛОТАРЬОВ Володимир Олексійович

МОДЕЛЬНІ ЗОБРАЖЕННЯ АЛГЕБР ЛІ ЛІНІЙНИХ НЕСАМОСПРЯЖЕНИХ ОПЕРАТОРІВ

01.01.01. - математичний аналіз

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

дисертації на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук

Харків - 1994

Дисертація є рукопис

Робота виконана на кафедрі вищої математики та інформатики Харківського державного університету.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук,
професор Б.С.Павлов;
доктор фізико-математичних наук
професор Ю.С.Самойленко;
доктор фізико-математичних наук,
професор А.В.Кужель.

Провідна організація - Південно український педагогічний університет ім.Д.К.Ушинського.

Захист дисертації відбудеться "31" жовтня 1994 р. в 15⁰⁰ годин на засіданні спеціалізованої ради Д 016.27.02 при Фізико-технічному інституті низьких температур ім.Б.І.Веркіна Академії Наук України (310164, м.Харків, пр.Ленина, 47).

З дисертацією є можливість ознайомитись в бібліотеці Фізико-техничного інституту низьких температур ім.Б.І.Веркіна Академії Наук України.

Вчений секретар
спеціалізованої ради
доктор фізико-математичних наук В.П.Котляров

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. І. Одною із важливих задач спектрального аналізу являється побудова модельних зображень для лінійних операторів, які реалізуються "оператором множення на незалежну змінну" в спеціальному просторі функцій. На відміну від побудованих Дж. фон Нейманом спектральних розкладів самоспряжених (унітарних) операторів одержання аналогічних зображень для несамоспряжених (неунітарних) операторів являє собою досить важку задачу. На початку 50-х років дослідження у цьому напрямку були розпочаті М.С.Лівшицем, який побудував теорію характеристичних функцій та теорію трикутних моделей лінійних операторів. Потім, в середині 60-х років Б.Секефальві-Надем і Ч.Фояшем була створена теорія дилатацій для стискуючих півгруп. В цей же час П.Лаксом і Р.Філліпсом була побудована геометрична теорія розсіювання акустичних хвиль на обмежених перешкодах. Розвиток цих трьох напрямків став основою для створення методу досліджень несамоспряжених операторів і побудови відповідних моделей.

У відповідності з розвинутим підходом, побудова функціональної моделі, яку прийнято вважати адекватною заміною спектрального розкладу дисипативного, щільно заданого оператора A, здійснюється слідуючим способом. Як відомо, оператор A є генератором сильно неперервної півгрупи стиску Z_t, яка породжується задачею Коші, -

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\, h(t) = i\, A\, h(t); \\ h(0) = h,\ (t \geq 0); \end{cases} \tag{I}$$

де, $h(t)$ - вектор-функція в гільбертовому просторі H, $h(t)=Z_t h$. Для Z_t будується унітарна дилатація U_t в розумінні Б.С.-Надя та Ч.Фояша в гільбертовому просторі $\mathscr{H} \supset H$: $Z_t = P_H U_t|_H$ при $t \geq 0$, (P_H - ортопроектор на H). При цьому з'ясовується, що $\mathscr{H} = \mathcal{D}_- \oplus H \oplus \mathcal{D}_+$, де $\mathcal{D}_+$, $\mathcal{D}_-$ - відходячі та надходячі підпростори унітарної групи U_t в розумінні П.Лакса-Р.Філліпса. Потім, в схемі розсіяння П.Лакса-Р.Філліпса конструюється трансляційна модель унітарної групи U_t, основним параметром якої є S-оператор розсіяння. Із трансляційної моделі після перетворень Фур'є одержується спектральний розклад дилатації U_t. Нарешті, проектування спектрального розкладу U_t на H і приводить до функціональної моделі півгрупи Z_t (та її генератора A), яка являє собою оператор множення на $e^{it\lambda}$ (та на λ, відповідно) в деякому спеціальному просторі функцій $f(\lambda)$.

Викладена схема одержання функціональних моделей виникла завдяки роботам В.М.Адамяна-Д.З.Арова, які для S-матриці П.Лакса-Р.Філліпса дали стандартне визначення через хвильові оператори та показали, що ядро матриці S співпадає з перетворенням Фур'є характеристичної функції М.С.Лівшиця півгрупи Z_t. Вибір тієї чи іншої форми запису спектрального розкладу дилатації U_t приводить до відповідних функціональних моделей півгруп стиску Z_t. Такими являються: модель Б.С.-Надя - Ч.Фояша; модель Б.С.Павлова; модель Л.де Бранжа-Дж.Ровняка та інші.

II. Природною уявляється спроба побудування аналогічних модельних зображень для систем лінійних операторів. Вперше у 1930 р. Дж.фон Нейманом було розпочато систематичне вивчення колець лінійних необмежених операторів та проведена їх класифікация. В 40-х роках І.М.Гельфандом була побудована абстрактна теорія комутативних нормованих колець, рішучу роль в якій виконує кільце неперервних функцій на просторі максимальних ідеалів. Подальший розвиток цієї теорії для некомутативних колець було продовжено в роботах І.М.Гельфанда і М.А.Наймарка. Однак, в рамках даного підходу не вдалося побудувати модельні зображення для систем несамоспряжених лінійних операторів.

Дотримуючись визначення Б.С.-Надя та Ч.Фояша, дилатацією комутативної системи лінійних операторів $(A_k)_1^n$, діючих у гільбертовому просторі H, називається така система операторів $(B_k)_1^n$ у $\mathcal{H} \supset H$, що кожний із операторів B_k являється дилатацією відповідного оператора A_k (для $\forall k$), причому $[B_k, B_s]=0$. Однак, як з'ясувалося, комутативність дилатацій $(B_k)_1^n$ при $n \geq 3$ не завжди має місце, що видно із контрприклада С.Паррота.

Вихід із обставин, що склалися, був запропонований М.С.Лівшицем, який показав, що побудова дилатації багатопараметричної комутативної півгрупи стиску над $\mathbb{R}_+^n$ грунтується на використанні умов сумісності деяких систем рівнянь (аналогічних (I)), з добудованою правою частиною. А проблема побудови дилатації для некомутативних систем лінійних несамоспряжених операторів, взагалі кажучи, ніким не вивчалась.

Мета роботи. Дана робота присвячена побудові модельних зображень для комплексних, розв'язних алгебр Лі $(A_k)_1^n$ $(n<\infty)$ лінійних несамоспряжених операторів, діючих в гільбертовому просторі H. Під функціональною моделлю алгебри Лі $(A_k)_1^n$ будемо розуміти таку функціональну реалізацію простору H, при якій хоча би один із операторів A_k переходить у "зрізку" оператора множення на незалежну змінну.

Метод дослідження. В дисертації використані методи функціонального аналізу, а саме: теорія дилатацій Б.С.-Надя і Ч.Фояшэ, теорія розсіювання П.Лакса і Р.Філліпса, теорія характеристичних функцій М.С.Лівшица.

Наукова новизна. Всі результати змодельних зображень алгебр Лі лінійних несамоспряжених операторів, що одержані в роботі, являються новими.

Теоретична і практична цінність. Запропонований в роботі метод побудови модельних зображень для алгебр Лі $(A_k)_1^n$ лінійних несамоспряжених операторів являеться багатопараметричним узагальненням, викладеної в п.I схеми 1 використовуеться для слідуючих систем операторів:

1) коммутативних $([A_k,A_s]=0)$, $(1 \le k,s \le n)$;

2) алгебри Лі (A_1,A_2) такої, що $[A_2,A_1]=iA_1$;

3) алгебри Лі-Гейзенберга (A_1,A_2,A_3), - $[A_1,A_2]=iA_3$, $[A_1,A_3]=0$, $[A_2,A_3]=0$;

4) алгебри Лі $ISO(1,1)$, (A_1,A_2,A_3), - $[A_1,A_2]=0$, $[A_1,A_3]=iA_2$, $[A_2,A_3]=iA_1$.

Відзначимо, що групи Лі, які відповідають алгебрам Лі 1) - 4), являються групами Лі перетворень. Наприклад, алгебрі Лі $ISO(1,1)$ відповідае група перетворень псевдоевклідової площини, яка зберігає форму x^2-y^2.

Метод побудови функціональних моделей для алгебр Лі лінійних операторів полягає в слідуючому. Кожній алгебрі Лі $(A_k)_1^n$ лінійних операторів, діючих у гільбертовому просторі H, $([A_k,A_s] = i\sum_p C_{k,s}^p A_p$, $C_{k,s}^p \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N})$ зіставляється, аналогічно (I), багатопараметрична півгрупа Z_x, що породжується задачею Коші, -

$$\begin{cases} (i\partial_k + A_k)\, h(x) = 0; \\ h(0) = h;\ (1 \le k \le n); \end{cases} \tag{II}$$

де, $x \in \mathbb{R}^n$, $h(x) = Z_x h \in H$, $(\partial_k)_1^n$ - диференційні оператори першого порядку з коефіцієнтами, що залежать від $x \in \mathbb{R}^n$. Показано, що сумісність і розв'язання системи рівнянь (II) має місце тоді і тільки тоді, коли оператори $(\partial_k)_1^n$ утворюють відповідну алгебру Лі векторних полів $([\partial_k,\partial_s] = \sum_p C_{k,s}^p\, \partial_p)$. А, як відомо, алгебрі Лі $(\partial_k)_1^n$ однозначно відповідає однозвязна група Лі G.

Додержуючись викладеної вище (див.п.I) схеми, спочатку будується дилатація стискаючої багатопараметричної півгрупи Z_x над конусом (багатовимірним аналогом $\mathbb{R}_+$), потім конструюється S-оператор розсіяння П.Лакса-Р.Філліпса. Реалізація півгрупи Z_x у належному спектральному зображенні унітарної дилатації і дає функціональну модель вихідної алгебри Лі. Характерною особливістю конструкції дилатації багатопараметричної півгрупи стиску являється те, що спочатку будується дилатація "виділеної" однопараметричної стискуючої півгрупи. Потім вона продовжується по іншим змінним на групі Лі G в силу умов сумісності для системи рівнянь, яка аналогічна системі (II) з добудованою правою частиною. При цьому в G виділяється опуклий гострий конус K, над яким і будується відповідна дилатація. Гармонічний аналіз, що проводиться в рамках побудованої багатопараметричної схеми розсіювання, і дає функціональну модель вихідної алгебри Лі $\{A_k\}_1^n$ лінійних операторів. З'ясовується, що вихідна алгебра Лі $\{A_k\}_1^n$ є ізоморфна звуженню на модельний простір деякої алгебри Лі самоспряжених операторів, яка задовольняє ті самі комутаційні співвідношення. Модель, що одержується, як правило, реалізується у класі мероморфних функцій на рimановій поверхні.

Не зважаючи на загальність запропонованої схеми, сам процес побудови модельних зображень для кожної конкретної алгебри Лі суто індивідуальний, тому що гармоничний аналіз необхідно здійснювати на відповідній групі Лі G, що відповідає цій алгебрі Лі $\{A_k\}_1^n$. Відзначимо, що перехід до спектрального розкладу дилатації півгрупи Z_x здійснюється кожний раз спеціальним перетворенням на відповідній групі Лі тому, що перетворення, яке оператор "групової трансляциї" на G переводить в оператор множення на незалежну змінну, суто залежить від властивостей конкретної групи G. Так, у випадках 1) і 3) - це перетворення Фур'є; у випадку 2) - це перетворення Мелліна; у випадку 4) - це перетворення Ханкеля.

IV. Нагадаємо, що система лінійних операторів $\{A_k\}_1^n$, що діє у гільбертовому просторі H, називається простою, якщо не існує зводячого одночасно всі A_k підпростори, на якому $(A_k)_1^n$ і буде індуціювати систему самоспряжених операторів.

В роботі вивчаються прості системи лінійних операторів $(A_k)_1^n$ у гільбертовому просторі H, для яких виконуються слідуючі умови:

$$\begin{aligned}&1)\ (A_k)_I H \subseteq (A_1)_I H,\ (\forall k);\ 2i(A_k)_I = A_k - A_k^*;\\&2)\ (A_1)_I \text{– має обмежений обернений в } \overline{(A_1)_I H};\\&3)\ (A_1)_I \geq 0.\end{aligned} \tag{III}$$

Відзначимо, що умова 1) може бути задовільнена за рахунок вибору належного базису у алгебрі $(A_k)_1^n$. Умова 2) – у випадку скінченомірності $(A_1)_I H$ виконується автоматично, і саме цей випадок приводить до функцій на рімановій поверхні і являється досить змістовним. Основним із припущень (III) являється умова 3), яка природно виникає в однопараметричній схемі розсіювання П.Лакса-Р.Філліпса. Появлення умови 3) у даному розгляді пояснюється тим, що в основі запропонованого методу лежить багатопараметричне неабелеве узагальнення схеми розсіювання П.Лакса-Р.Філліпса на групах Лі. Біл ше того, на конкретних прикладах показано, що виділення опуклого гострого конуса K, над яким будується дилатація у випадку невиконання умови 3) не можливе, так як при цьому підпростори $\mathcal{D}_+$ і $\mathcal{D}_-$ мають непустий перетин.

<u>Апробація роботи.</u> Результати дисертації доповідались на семінарах Харківського, Санкт-Петербуржського, Софійського (НРБ) університетів, Інституту математики АН України

(м.Київ), на міжнародній конференції з комплексного аналізу та його застосуванням (Варна, 1987), на XIV Всесоюзній школі з теорії операторів у функціональних просторах (Новгород, 1989); зимових математичних школах у Воронежі (1989, 1990); на VII Всесоюзній конференції "Комплексний аналіз и диференційні рівняння" (Черноголовка, 1989), на семінарах з комплексного аналізу в Санкт-Петербуржському відділенні математичного інституту ім.В.А.Стеклова та в Інституті математики ім.В.А.Стеклова Академії Наук Росії (Москва, 1990).

Публікації. Основний зміст дисертації опубліковано у 13 роботах. Список основних публікацій приведено в кінці автореферату.

Об'ем роботи. Дисертація викладена на 219 сторінках і складається із вступу, чотирьох глав, розбитих на параграфи та списку цитуемої літератури (96 найменувань).

ЗМІСТ РОБОТИ

V. Робота складається із чотирьох глав, основні результати яких приведені нижче.

Глава I присвячена побудові функціональних моделей для комутативних систем лінійних несамоспряжених операторів $(A_k)_1^n$. Для того, шоб сформулювати одержані в цій главі результати, введемо необхідні позначення та поняття.

Через E позначимо гільбертовий простір, ізоморфний простору неермітовості $L=\bigvee_k (A_k)_I H$, системи $(A_k)_1^n$ і нехай φ - лінійний оператор (φ: L → E), що здійснює цей ізоморфізм. У просторі E розглянемо самоспряжені оператори (σ_k), що побудовані за системою (A_k), $A_k - A_k^* = i\varphi^*\sigma_k\varphi$, $(1 \le k \le n)$; і позначимо через $(\gamma_{k,s}^{\pm})_1^n$ лінійні оператори в E, які визначаються за операторами $(A_k)_1^n$ слідуючим способом,

$$\sigma_k\varphi A_s^* - \sigma_s\varphi A_k^* = \gamma_{k,s}^-\varphi;\ \sigma_k\varphi A_s - \sigma_s\varphi A_k = \gamma_{k,s}^+\varphi;\ (1 \le k,s \le n).$$

Із перестановочності операторів $(A_k)_1^n$, витікає самоспряженість $\gamma_{k,s}^{\pm}$ і, більше того, тоді, коли $\sigma_1 = I_E$ (що завжди має місце при виконанні умов (III)), справедливі рівності:

$$\begin{aligned} &1)\ [\sigma_k,\sigma_s] = O;\\ &2)\ [\sigma_k,\gamma_{1,s}^{\pm}] = [\sigma_s,\gamma_{1,k}^{\pm}];\\ &3)\ [\gamma_{1,k}^{\pm},\gamma_{1,s}^{\pm}] = O;\ (1 \le k,s \le n). \end{aligned} \tag{IV}$$

Характеристичну функцію оператора A_1 позначимо через $S(\lambda) = I - i\varphi(A-\lambda I)^{-1}\varphi^*$, вона являється стискуючою, аналітичною функцією у півплощині $\operatorname{Im}\lambda < 0$. Із леми Фату витікає, що $S(\lambda)$ має майже всюду граничні значення $S(x)$ на $\mathbb{R}$ такі, що оператор-функція $\begin{bmatrix} I & S^*(x) \\ S(x) & I \end{bmatrix}$ невід'ємна. Позначимо через $L^2\begin{Bmatrix} I & S^* \\ S & I \end{Bmatrix}$ гільбертовий простір, який породжують вимірні на $\mathbb{R}$ функції $f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}(x)$ зі значеннями в $E \oplus E$, при цьому

$$\langle f,f \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \left\langle \begin{bmatrix} I & S^*(x) \\ S(x) & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}(x), \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}(x) \right\rangle dx.$$

Як звичайно, під $H_{\pm}^2(E)$ будемо розуміти класи Харді E-

значних вектор-функцій із $L^2_{\mathbb{R}}(E)$, відповідаючих півплощинам $\pm Im\,\lambda > 0$.

Здійснення в рамках викладеної вище схеми гармонічного аналізу на абелевій групі по додаванню $G = \mathbb{R}^n$ приводить до слідуючої теореми.

Теорема 1. *Всяка проста комутативна система* $(A_k)_1^n$, $([A_k, A_s] = 0)$ *лінійних операторів, діючих у* H, *для якої мають місце (III), - унітарно-еквівалентна модельній системі лінійних операторів,* -

$$A_k\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}(x) = P_{\tilde{H}}\begin{bmatrix} \sigma_k x + \gamma^-_{1,k} & 0 \\ 0 & \sigma_k x + \gamma^+_{1,k} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}(x);$$

$(1 \le k \le n)$, *де* $\{\sigma_k, \gamma^{\pm}_{1,k}\}$ *самоспряжені оператори у просторі* E, $(\sigma_1 = I_E,\ \gamma^{\pm}_{1,1} = 0)$, *що задовольняють співвідношенням (IV), а* $P_{\tilde{H}}$ - *оператор проектування в* $L^2\begin{pmatrix} I & S^* \\ S & I \end{pmatrix}$ *на модельний простір*

$$\tilde{H} = \left\{\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \in L^2\begin{bmatrix} I & S^* \\ S & I \end{bmatrix};\ \begin{matrix} f_1 + S^* f_2 \in H^2_+(E); \\ S f_1 + f_2 \in H^2_-(E); \end{matrix}\right\}.$$

Для того, щоб сформулювати слідуючий результат, який витікає із попередньої теореми, коли $dim\,E = r < \infty$, введемо следуючі позначення. Для простоти викладання припустимо, що $n = 2$. Позначимо алгебраїчну криву у $\mathbb{C}^2$ через Φ, -

$$\Phi = \left\{(\lambda_1, \lambda_2) \in \mathbb{C}^2;\ det\,[\sigma_2\lambda_1 - \sigma_1\lambda_2 + \gamma^-_{1,2}] = 0\right\} \quad \text{(V)}$$

Неважко встановити, що $det[\sigma_2\lambda_1 - \sigma_1\lambda_2 + \gamma_{1,2}^-] = det[\sigma_2\lambda_1 - \sigma_1\lambda_2 + \gamma_{1,2}^+]$ і, тобто, $\mathbb{Q}$ від вибору $\gamma_{1,2}^{\pm}$ не залежить. Рід алгебраїчної кривої $\mathbb{Q}$ позначимо через g. Введемо на $\mathbb{Q}$ аналоги верхньої та нижньої півплощин, а також дійсної осі,-

$$\mathbb{Q}_{\pm} = \left\{ P = (\lambda_1, \lambda_2)' \in \mathbb{Q};\ \pm\ Im\ \lambda_1(P) > 0 \right\},\ \mathbb{Q}_0 = \partial\mathbb{Q}_{\pm}.$$

На неособливій кривій $\mathbb{Q}$ розглянемо векторні поля $h^{\pm}(P) \in E$, які являються власними функціями оператора $\sigma_2\lambda_1 + \gamma_{1,2}^{\pm}$, $(\sigma_2\lambda_1 + \gamma_{1,2}^{\pm})h^{\pm}(P) = \lambda_2 h^{\pm}(P)$ і які нормовані умовою $h_r^{\pm}(P)=1$, де $h_r^{\pm}(P)$ - r-я компонента $h^{\pm}(P)$. Неважко встановити, що $d\lambda_1/\|h^{\pm}(P)\|^2$ невід'ємна міра на $\mathbb{Q}_0$, а це дає змогу ввести гільбертовий простір $L^2_{\mathbb{Q}_0}(h^{\pm}, d\lambda_1)$ вимірних на $\mathbb{Q}_0$ скалярних функцій $g(P)$, для яких

$$\int\limits_{\mathbb{Q}_0} |g(P)|^2 \frac{d\lambda_1}{\|h^{\pm}(P)\|^2} < \infty.$$

Класи Харді $H^2_{\mathbb{Q}_{\pm}}(h^{\pm}, d\lambda_1)$ складаються із функцій $g(P) \in L^2_{\mathbb{Q}_0}(h^{\pm}, d\lambda_1)$, які голоморфним чином продовжуються у області $\mathbb{Q}_{\pm}$.

Доказана слідуюча

<u>Теорема 2.</u> *Нехай $n = 2$, $\dim E = r < \infty$, а крива $\mathbb{Q}$ (V) у $\mathbb{C}^2$ неособа і має рід g. Тоді дивізор полюсів $D_{\pm}$ векторного поля $h^{\pm}(P)$ на $\mathbb{Q}$ являється неспеціальним і $\deg D_{\pm} = g + r - 1$. Функціональна модель простої комутативної системи (A_1, A_2)*

лінійних операторів, що задовольняє (III), має вигляд

$$\hat{A}_k f(P) = P_{\hat{H}} \lambda_k(P) f(P); \; (k = 1,2),$$

де $\lambda_k(P)$ *- мероморфні на* Φ *функції,* $P_{\hat{H}}$ *- проектор на модельний простір* $\hat{H}$, $f(P) \in \hat{H}$, *яке являє собою*

$$\hat{H} = \left\{ f(P) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}; \begin{array}{l} f_1(P) \in H^2_{\Phi_+}(h^+, d\lambda_1) \ominus \theta(P) H^2_{\Phi_+}(h^-, d\lambda_1); \\ f_2(P) \in \Delta(P) L^2_{\Phi_0}(h^-, d\lambda_1) \ominus \Delta(P) H^2_{\Phi_+}(h^-, d\lambda_1); \end{array} \right\},$$

причому, $\Delta^2(P) = 1 - |\theta(P)|^2$, *а* $\theta(P)$ *- унімодулярна на* Φ *функція (стискуюча у* Φ_+ *та "унітарна" на* Φ_0*).*

Приведемо приклад, який ілюструє дану теорему. Для цього припустимо, що оператори $\{A_1, A_2\}$, утворюючі комутативну систему такі, що $\dim E = 3$ і

$$\sigma_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; \sigma_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; \gamma = \gamma^{\pm}_{1,2} \begin{bmatrix} -k^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & b \\ 0 & b & k^{-1}-2 \end{bmatrix}$$

де $a > 0$; $k \in (0,1)$, $b = \sqrt{2(k^{-1}-1)}$. Криву Φ (V) задає многочлен

$$k^2 a^2 \lambda_1^2 (1 - \lambda_2) = (1 + \lambda_2)(1 - k^2 \lambda_2^2).$$

Покладаючи $ka\lambda_1(1 - \lambda_2) = \zeta$, одержимо криву Лежандра

$$\zeta^2 = (1 - \lambda_2^2)(1 - k^2 \lambda_2^2)$$

роду $g=1$. Множині Φ_0 відповідають розрізи $\left[-\infty,-\frac{1}{k}\right]\cup\left[-1,1\right]\cup\left[\frac{1}{k},\infty\right]$ на λ_2 площині дволистої ріманової поверхні Φ, а Φ_+ (Φ_-) відповідає один із листів Φ. Уніформізуючи Φ, перейдемо до прямокутника періодів

$$\Gamma = \left\{ u\in\mathbb{C};\ |Re\ u\ | < 2K,\ |Im\ u| < K' \right\}.$$

Оператори $\hat{A}_1$, $\hat{A}_2$ задаються в даному випадку оператором множення на еліптичні функції

$$\lambda_1(u) = -\frac{1}{ka}\ ln'(1 - sn\ u);\quad \lambda_2(u) = sn\ u,$$

де $sn\ u$ - функція Якобі. Простір $L^2_{\Phi_0}(h,d\lambda_1)$ складається із вимірних на $\Gamma_0 = (u \in \Gamma;\ Im\ u = 0$ або $Im\ u = K')$ функцій, для яких

$$\int\limits_{\Gamma_0} |g(u)|^2 \frac{k\ sn'u}{(1 + sn\ u)(1 - k\ sn\ u)}\, du < \infty.$$

Відповідні класи Харді на Φ, взагалі кажучи, ніким не вивчалися і вводяться, мабуть, вперше.

Використання модельних зображень комутативних систем лінійних операторів, що одержані в теоремах 1 і 2, дозволило одержати слідуюче:

1) Для будь-якої голоморфної раціональної функції $f(\lambda_1,\lambda_2)$ у Φ_+ справедливий слідуючий аналог нерівності фон

Неймана

$$\|f(A_1,A_2)h\| \le \sup_{\Phi_+} |f(\lambda_1,\lambda_2)| \cdot \|h\|.$$

2) Якщо $\dim E < \infty$, то для простої комутативної системи операторів (A_1,A_2), задовольняючої (III), має місце слідуючий аналог теореми Гамільтона-Келі

$$\Phi(A_1,A_2) = 0.$$

3) Нехай $S^*(\lambda)$ внутрішня оператор-функція в $H_+^2(E)$, тоді власні сумісні функції $\hat{A}_1$ і $\hat{A}_2$ мають вигляд

$$\varphi_\mu(P_\lambda) = \frac{\sqrt{\lambda_1(P_{\bar\mu}) - \overline{\lambda_1(P_{\bar\mu})}}}{\lambda_1(P_\lambda) - \lambda_1(P_{\bar\mu})} h^-(P_{\bar\mu})$$

де $P_\lambda = (\lambda, \lambda_2(\lambda))$, $P_{\bar\mu} = (\bar\mu, \lambda_2(\bar\mu)) \in \Phi$ и $\theta(P_{\bar\mu}) = 0$. Більше того, якщо крива Φ неособлива, а спектр $\sigma(A_1) \cap \mathbb{C}_+$ складається із ізольованих власних чисел, то функції $\varphi_\mu(P_\lambda)$ утворюють базис Рісса в $\hat{H}$ тоді і тільки тоді, коли $\exists\ \alpha, \beta$ $\alpha > 0,\ \beta > 0)$ такі, що для $\forall\ f \in H_+^2(E)$ має місце

$$\alpha\|f\|^2_{H_+^2(E)} \le \sum_{\mu\in\sigma_p(A_1)} (\mu_I)^2 \frac{|g(P_{\bar\mu})|^2}{\|h^-(P_{\bar\mu})\|^2} \le \beta\|f\|^2_{H_+^2(E)},$$

де $f(\lambda) = h^-(P_\lambda) \cdot \|h^-(P_\lambda)\|^{-1} g(P_\lambda)$, $P_\lambda = (\lambda, \lambda_2(\lambda)) \in \Phi$.

Відзначимо, що Л.Л.Ваксман, використовуючи підхід М.С.Лівшиця, на основі інших (геометричних) міркувань побудував унітарну дилатацію та функціональну модель для деяких класів комутативних багатопараметричних півґруп стиску над $\mathbb{R}^n_+$.

Гармонічному аналізу в дусі Берлінга-Лакса у багатозв'язних областях присвячений ряд робіт Б.С.Павлова та С.І.Федорова, в яких запропоновано спектральний підхід до задач інтерполяції; при цьому виникаючі конструкції аналогічні функціональним моделям на рімановій поверхні (теорема-2).

Глава II присвящена побудові функціональної моделі для двовимірної алгебри Лі $\{A_1, A_2\}$ лінійних несамоспряжених операторів, комутаційне співвідношення для якої має вигляд $[A_2, A_1] = iA_1$. Для того, щоб викласти одержані в цій главі результати введемо відповідні позначення.

Через E, як було помічено вище, позначимо гільбертовий простір ізоморфний простору неермітовості, а в E аналогічним чином введемо самоспряжені оператори σ_1, σ_2 та лінійні оператори $\gamma_\pm = \gamma^\pm_{1,2}$, $\gamma_\pm - \gamma^*_\pm = -i\sigma_1$. Полосі $\Pi = \{z = \alpha + i\beta \in \mathbb{C}, \alpha \in (-1, 0)\}$ відповідає клас Харді H^2_Π, а $H^2_\pm(\Pi)$ - це підпростори функцій в H^2_Π, які голоморфно продовжуються із Π у півплощини $\pm Re\ z > 0$. Із припущень (III) для алгебри Лі $\{A_1, A_2\}$ виходить, що ми можемо рахувати, що $\sigma_2 > 0$ і σ_2^{-1} існує і обмежений. Через $S(z)$ позначимо характеристичну функцію оператора A_2, $S(z) = I - i\varphi(A_2 - - izI)^{-1}\varphi^*\sigma_2$, яка являється стискуючою (в σ_2-метриці) і голоморфною в $Re\ z < 0$

функцією. Аналогічно введеному раніше простору $L^2\begin{bmatrix} I & S^* \\ S & I\end{bmatrix}$ розглянемо простір $H^2_\Pi\begin{bmatrix}\sigma_2 & S^* \\ S & \sigma_2\end{bmatrix}$.

Використання викладеної в п.III схеми для даної двовимірної алгебри $\{A_1, A_2\}$ та використання схеми розсіювання П.Лакса-Р.Філліпса на неабелевій групі афінних перетворень прямої дозволяє довести слідуючу теорему.

<u>Теорема 3.</u> *Проста алгебра Лі $\{A_1, A_2\}$, ($[A_2, A_1] = iA_1$), що задовольняє (III), унітарно еквівалентна слідуючій функціональній моделі,* -

$$\hat{A}_2\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2\end{bmatrix}(z) = P_{\hat{H}}\, iz\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2\end{bmatrix}(z);$$

$$\hat{A}_1\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2\end{bmatrix}(z) = P_{\hat{H}}\, \mathcal{V}\sigma_2^{-1}\begin{bmatrix} iz-\gamma_- & 0 \\ 0 & iz-\gamma_+\end{bmatrix}\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2\end{bmatrix}(z);$$

діючій у модельному просторі,

$$\hat{H}=\left\{\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2\end{bmatrix}\in H^2_\Pi\begin{bmatrix}\sigma_2 & S^*(z) \\ S(z) & \sigma_2\end{bmatrix};\ \begin{matrix} g_1+\sigma_2^{-1}S^*(z)g_2 \in H^2_+(\Pi,\sigma_2 d\beta) \\ \sigma_2 S(z)g_1 + g_2 \in H^2_-(\Pi,\sigma_2 d\beta)\end{matrix}\right\},$$

де $\mathcal{V}$ - оператор зсуву $\mathcal{V}g(z) = g(z-1)$, а $H^2_\pm(\Pi,\sigma_2 d\beta)$ відповідний простір Харді вектор-функцій із E по мірі $\sigma_2 d\beta$.

Слідуюча теорема, яка витікає із попередньої, коли $\dim E = r < \infty$, містить функціональну модель алгебри Лі $\{A_1, A_2\}$, яка реалізується в спеціальних класах мероморфних функцій на рімановій поверхні. Введемо необхідні позначення.

Розглянемо в $\mathbb{C}^2$ алгебраїчні криві,

$$\mathbb{Q}_{\pm}(\zeta,w) = \det\,[\zeta\sigma_1 + (\gamma_{\pm})_R - w\sigma_2] = 0,$$

$2(\gamma_{\pm})_R = \gamma_{\pm} + \gamma_{\pm}^{*}$, і нехай

$$\mathbb{C}_{\pm}(\mathbb{Q}_{\pm}) = \{P=(\zeta,w) \in \mathbb{Q}_{\pm},\ \pm\, Im\ \zeta(P) > 0\};\ \partial\mathbb{C}_{\pm}(\mathbb{Q}_{\pm}) = \mathbb{R}(\mathbb{Q}_{\pm});$$

$$\Pi(\mathbb{Q}_{\pm}) = \{P \in \mathbb{Q}_{\pm},\ |\zeta(p)| < 1/2\}.$$

Позначимо через $h^{\pm}(P) \in Ker(\zeta\sigma_1 + (\gamma_{\pm})_R - w\sigma_2)$ векторні поля власних функцій $\sigma_2^{-1}(\zeta\sigma_1+(\gamma_{\pm})_R)h^{\pm}(P)=w_{\pm}h(P)$, $P_{\pm}(\zeta,w_{\pm})\in\mathbb{Q}_{\pm}$ на неособливих кривих $\mathbb{Q}_{\pm}$, нормовані умовою $h_{r}^{\pm}(P)=1$. Гільбертовий простір скалярних голоморфних в $\Pi(\mathbb{Q}_{\pm})$ функцій таких, що

$$\sup_{l_t\in\Pi(\mathbb{Q}_{\pm})} \int_{l_t} |g(P)|^2 \frac{dx}{\|\sqrt{\sigma_2}\ h^{\pm}(P)\|^2} < \infty,$$

де $x = Re\ \zeta(P)$, а L_t - сукупність ліній в $\Pi(\mathbb{Q}_{\pm})$, для яких $Im\ \zeta(P)=t=const$, $(|t|<0,5)$, - позначимо через $H^2(h^{\pm},\Pi,\sigma_2 dx)$. В $H^2(h^{\pm},\Pi,\sigma_2 dx)$ введемо класи Харді $H^2_{\pm}(h^{\pm},\Pi,\sigma_2 dx)$, які відповідають областям $\mathbb{C}_{\pm}(\mathbb{Q}_{\pm})$.

Доказана следуюча

<u>Теорема 4.</u> *Нехай $\dim E = r<\infty$, а криві $\mathbb{Q}_{\pm}$ в $\mathbb{C}^2$ неособливі і мають рід $g_{\pm}$. Тоді дивізори полюсів $D_{\pm}$ векторних полів $h^{\pm}(P)$ являються неспеціальними, $\deg D_{\pm}= g_{\pm}+ r - 1$, при цьому функціональна модель простої, задовольняючої (ІІІ), алгебри*

Лі (A_1, A_2), $([A_2, A_1] = iA_1)$ *має вигляд*, -

$$\hat{A}_2 f(P) = P_{\hat{H}}\left[\zeta(P) - \frac{i}{2}\right] f(P);$$

$$\hat{A}_1 f(P) = P_{\hat{H}}\, \Lambda(P)\, f(\bar{P});$$

де модельний простір $\hat{H}$ *має вигляд*,

$$\hat{H} = \left\{ f(P) = \begin{bmatrix} f_- \\ f_+ \end{bmatrix};\ \begin{matrix} f_- \in H_+^2(h^-, \Pi, \sigma_2 dx) \ominus \theta^* H_+^2(h^+, \Pi, \sigma_2 dx); \\ f_+ \in \Delta H^2(h^+, \Pi, \sigma_2 dx) \ominus \Delta\, H_+^2(h^+, \Pi, \sigma_2 dx); \end{matrix} \right\}$$

причому, $\theta(P)$ *- унімодулярна функція, а* $\Delta^2(P) = 1 - |\theta(P)|^2$. *Більше того*, $P = (\xi, w_\pm(\xi)) \in \Pi(\mathbb{Q}_\pm)$ *і* $\bar{P} = (\bar{\xi}, w_\pm(\bar{\xi})) \in \Pi(\mathbb{Q}_\pm)$, *а функція* $\Lambda(P)$ *має вигляд* $\Lambda(P) = w_\pm(P_\pm) \cdot \langle \sigma_2 h^\pm(P_\pm), h^\pm(P_\pm)\rangle_E \cdot \cdot \| \sqrt{\sigma_2} h^\pm(P_\pm) \|_E^{-2}$

Одержані в теоремах 3 і 4 модельні зображення для алгебри Лі (A_1, A_2) дозволяють дати структуру спектра операторів A_1 і A_2. Недійсний спектр оператора A_2 утворюють скінчені серії власних значень $(\mu - ik)$ із верхньої півплощини ($k \in \mathbb{N}$, $\mu \in \mathbb{C}_+$). Оператор A_1 переводить власну функцію оператора A_2, що відповідає власному значенню μ, у власну функцію оператора A_2, що відповідає власному значенню $\mu - i$. Власні функції оператора A_2, відповідаючі власним значенням $(\mu - ki)$ утворюють так звані когерентні стани, які відіграють важливу роль у квантовій механіці.

У главі III одержана функціональна модель алгебри Лі (A_1, A_2, A_3) лінійних операторів, комутаційні співвідношення для якої мають вигляд $[A_1,A_2] = iA_3$, $[A_1,A_3] = 0$, $[A_2,A_3] = 0$.

Для того, щоб сформулювати основний результат цієї глави введемо слідуючі позначення. Через E, як і раніше, позначимо гільбертовий простір, ізоморфний простору неермітовості алгебри Лі (A_1,A_2,A_3). Розглянемо в E оператори $(\sigma_k,\gamma^{\pm}_{1,k})$, які визначаються за алгеброю Лі (A_1,A_2,A_3) аналогічним чином, при цьому, - $\sigma_k = \sigma^*_k$ $(\sigma_1=I_E)$, $\gamma^{\pm}_{1,3}=(\gamma^{\mp}_{1,3})^*$, $\gamma^{\pm}_{1,2}-(\gamma^{\mp}_{1,2})^* = i\sigma_3$ $(\gamma^{\pm}_{1,1}=0)$. Із комутаційних співвідношень для алгебри Лі (A_1,A_2,A_3) випливає, що справедливі рівності, (аналогічні (IV)):

$$\begin{aligned} &1)\ [\sigma_2,\sigma_3] = 0;\\ &2)\ [\sigma_3,\gamma^{\pm}_{1,2}] - [\sigma_2,\gamma^{\pm}_{1,3}] + i\sigma_3^2 = 0;\\ &3)\ [\gamma^{\pm}_{1,2},\gamma^{\pm}_{1,3}] = i\sigma_3\gamma^{\pm}_{1,3}. \end{aligned} \tag{VI}$$

В цій главі розглянута багатопараметрична схема розсіювання на групі Лі-Гейзенберга, та дано її гармонічний аналіз у рамках приведеної вище схеми. В результаті побудована функціональна модель для цієї алгебри Лі, яка приведена в слідуючій теоремі.

Теорема 5. *Проста алгебра Лі (A_1,A_2,A_3) лінійних операторів $([A_1,A_2]=iA_3,[A_1,A_3]=0,[A_2,A_3]=0)$, що задавольняє (III), унітарно еквівалентна функціональній моделі, -*

$$\tilde{A}_1\begin{bmatrix} f_1\\ f_2\end{bmatrix}(x) = P_{\tilde{H}}\, x\begin{bmatrix} f_1\\ f_2\end{bmatrix}(x);$$

$$\tilde{A}_3\begin{bmatrix} f_1\\ f_2\end{bmatrix}(x) = P_{\tilde{H}}\begin{bmatrix}\sigma_3 x+\gamma_{1,3} & 0\\ 0 & \sigma_3 x+\gamma^{+}_{1,3}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} f_1\\ f_2\end{bmatrix}(x);$$

$$\tilde{A}_2\begin{bmatrix}f_1\\f_2\end{bmatrix}(x)= P_{\tilde{H}}\begin{bmatrix}\sigma_2x+\gamma_{1,2}-i\partial_x(\sigma_3x+\gamma_{1,3}) & 0\\ 0 & \sigma_2x+\gamma^{+}_{1,2}-i\partial_x(\sigma_3x+\gamma^{+}_{1,3})\end{bmatrix}\begin{bmatrix}f_1\\f_2\end{bmatrix}(x);$$

де $\partial_x= \partial/\partial x$, *а проектор* $P_{\tilde{H}}$ *- здійснює проектування на модельний простір* $\tilde{H}$, *який приведено у теоремі 1, де S співпадає з характеристичною функцією оператора* A_1, $S(\lambda) = I - i\varphi(A_1 - \lambda I)^{-1}\varphi^{*}$.

В силу співвідношення 2) (V) простір E не може бути скінченомірним. А тому дана функціональна модель алгебри Лі (A_1,A_2,A_3) не може бути реалізована в класі мероморфних функцій на рімановій поверхні.

Глава IV присвячена побудові функціональної моделі алгебри Лі (A_1,A_2,A_3) лінійних операторів, яка задається комутаційними співвідношеннями, $[A_1,A_2] = 0$, $[A_1,A_3] = iA_2$, $[A_2,A_3] =iA_1$. Для цього використовується запропонований метод спектрального аналізу багатозмінної схеми розсіювання на групі Лі $ISO(1,1)$ унітарних перетворень псевдоевклідової площини. Для того, щоб сформулювати основні результати цієї глави введемо необхідні позначення. В гільбертовому просторі E, яке було введено вище, розглянемо лінійні оператори $(\sigma_k,\gamma^{\pm}_{k,s})$, які визначаються за (A_1,A_2,A_3) аналогічним чином, при цьому, - $\sigma_k= \sigma_k^{*}(\sigma_3= I_E)$, $\gamma^{\pm}_{1,2}- (\gamma^{\pm}_{1,2})^{*}$; $\gamma^{\pm}_{3,2}- (\gamma^{\pm}_{3,2})^{*}= -i\sigma_1$; $\gamma^{\pm}_{3,1}-(\gamma^{\pm}_{3,1})^{*}= -i\sigma_2$; $\gamma^{\pm}_{k,s} = -\gamma^{\pm}_{s,k}$. Аналогічно (IV) та (VI) для $(\sigma_k,\gamma^{\pm}_{k,s})$ в силу комутаціоних співвідношень для даної алгебри Лі маємо, -

1) $[\sigma_1,\sigma_2] = 0$;

2) $[\sigma_1, \gamma^{\pm}_{3,2}] - [\sigma_2, \gamma^{\pm}_{3,1}] = i(\sigma_2^2 - \sigma_3^2)$; (VII)

3) $[\gamma^{\pm}_{3,1}, \gamma^{\pm}_{3,2}] = i(\sigma_1\gamma^{\pm}_{3,1} - \sigma_2\gamma^{\pm}_{3,2})$.

Одним із основних результатів, що одержані в цій главі, являеться слідуюча теорема.

Теорема 6. *Проста алгебра Лі $\{A_1, A_2, A_3\}$ лінійних операторів така, що $[A_1, A_2]=0$, $[A_1, A_3]=iA_2$, $[A_2, A_3]=iA_1$, для якої мають місце (III), унітарно еквівалентна слідуючій модельній алгебрі Лі,* -

$$\hat{A}_3\begin{bmatrix} g_- \\ g_+ \end{bmatrix}(z) = P_{\hat{H}}\, z \begin{bmatrix} g_- \\ g_+ \end{bmatrix}(z);$$

$$\hat{A}_1\begin{bmatrix} g_- \\ g_+ \end{bmatrix}(z) = P_{\hat{H}}\left\{ \mathscr{T}\begin{bmatrix} L_+(z) & 0 \\ 0 & L_-(z) \end{bmatrix} + \mathscr{T}^*\begin{bmatrix} N_+(z) & 0 \\ 0 & N_-(z) \end{bmatrix}\right\}\begin{bmatrix} g_- \\ g_+ \end{bmatrix}(z);$$

$$\hat{A}_2\begin{bmatrix} g_- \\ g_+ \end{bmatrix}(z) = P_{\hat{H}}\left\{ \mathscr{T}\begin{bmatrix} L_+(z) & 0 \\ 0 & L_-(z) \end{bmatrix} - \mathscr{T}^*\begin{bmatrix} L_+(z) & 0 \\ 0 & L_-(z) \end{bmatrix}\right\}\begin{bmatrix} g_- \\ g_+ \end{bmatrix}(z);$$

де $L_{\pm}(z) = \frac{1}{2}\left[(\sigma_1+\sigma_2)z + \gamma^{\pm}_{3,1} + \gamma^{\pm}_{3,2}\right]$, $N_{\pm}(z) = \frac{1}{2}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)z + \gamma^{\pm}_{3,1} - \gamma^{\pm}_{3,2}\right]$, *для операторів* $\{\sigma_k, \gamma^{\pm}_{k,s}\}$ *в* E *справедливі співвідношення (VII),* $\mathscr{T}(\mathscr{T}^*)$ *- оператор зсуву,* $\mathscr{T}f(z) = f(z+i)$, $(\mathscr{T}^*f(z) = f(z-i))$. *Модельний простір функцій* $\hat{H}$, *аналогічний модельному простору, який приведено в теоремі 3, де* $\Pi = \{z \in \mathbb{C}, |\mathrm{Im}\, z| < 1\}$, *а* $S(z)$ *- характеристична функція оператора* A_3, $S(z) = I - i\varphi(A_3 - izI)^{-1}\varphi^*$.

Аналогічно теоремі 4, для даної алгебри Лі $\{A_1, A_2, A_3\}$ побудована функціональна модель, що витікає із попередньої теореми у випадку скінченномірності E, у класі мероморфних функцій на рімановій поверхні, що приведена у слідуючому ствердженні.

<u>Слідство 1.</u> *Проста алгебра Лі* (A_1,A_2,A_3) *така, що* $[A_1,A_2] = 0$, $[A_1,A_3]=iA_2$, $[A_2,A_3]=iA_1$ *і задовольняюча (III), а* $\dim E<\infty$ *унітарно еквівалентна системі лінійних операторів,-*

$$\hat{A}_3\, f(P) = P_{\hat{H}}\, \lambda_3(P)\, f(P);$$

$$\hat{A}_1\, f(P) = P_{\hat{H}} \left(\frac{\alpha+\alpha^{-1}}{2}\right) \lambda_1(P)\, f(P);$$

$$\hat{A}_2\, f(P) = P_{\hat{H}} \left(\frac{\alpha-\alpha^{-1}}{2}\right) \lambda_2(P)\, f(P);$$

де, $P=(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3)$ *належить алгебраїчній кривій* Φ *в* $\mathbb{C}^3$, $\lambda_k(P)$ *- мероморфні на* Φ *функції,* α *- деякий автоморфізм кривої* Φ, *а функції* $f(P)$ *на рімановій поверхні* Φ *належать модельному простору* $\hat{H}$, *яке має вигляд аналогічний простору* $\hat{H}$ *в теоремі 4.*

Запропонований метод побудови функціональних моделей, ефективність якого була продемонстрована у сформульованих вище теоремах, допускає природне узагальнення і на інші алгебри Лі, з відповідним гармонічним аналізом на групах Лі.

ПУБЛІКАЦІЇ

1. Золотарев В.А. Спектральный анализ несамосопряженных коммутативных систем операторов и нелинейные дифференциальные уравнения // Теория функций, функц. анализ и их прил. - 1983. - Вып.40. - С.68-71.

2. Золотарев В.А. Универсальные модели операторов сзаданными ограничениями на рост резольвенты // Теория функций, функц.анализ и их прил. - 1986. - Вып.45.- С.40-45.

3. Золотарев В.А. Модельные представления систем линейных операторов // Функц. анализ и его прил. - 1988. - Т.22. Вып.1. - С.66-88.

4. Золотарев В.А. Временные конусы и функциональная модель римановой поверхности // Матем. сб. - 1990. - Т.181, № 7. - С.965-995.

5. Золотарев В.А. Функциональные модели на римановой поверхности // Теория функций, функц. анализ и их прилож. - 1991. - Вып.56. - С.123-128.

6. Золотарев В.А. Схема рассеяния Лакса-Филлипса на группах и функциональная модель алгебры Ли // Матем.сб. - 1992. - Т.183, № 5. - С.115-144.

7. Золотарев В.А. Функциональная модель одной алгебры Ли // Теория функций, функц.анализ и их прил. - 1993. - Вып.58. - С.80-87.

8. Zolotariov V.A. Les modeles triangulaires et fonctionnels de colligations commutatives unitares metriques // Preprint Lab.d'andyse numerique, Universite Paris V. -

1983. - P.1-52.

9. Золотарев В.А. Об открытых системах и характистических функциях коммутирующих систем операторов // Харьк. ун-т. Харьков. 1979. - 37С.: Деп. в ВИНИТИ. 12.03.79. №858-79 Деп.

10. Золотарев В.А. Треугольные модели и задачи Коши для характеристических функций коммутирующих систем операторов // Харьк. ун-т. Харьков. 1980. - 66С.: Деп. в ВИНИТИ. 02.09.80. №3978-80 Деп.

11. Золотарев В.А. Коммутативные расширения и треугольные модели систем операторов // Харьк. ун-т. Харьков. 1982. - 50С.: Деп. в ВИНИТИ. 06.07.82. № 3526-82 Деп.

12. Золотарев В.А. Метод открытых систем. Треугольные и функциональные модели коммутативных систем двух линейных операторов // Харьк. ун-т. Харьков. 1984. - 166 С.: Деп. в УкрНИИНТИ. 05.03.84. №412Ук-84 Деп.

13. Золотарев В.А. Коммутативные унитарные метрические узлы и их приложения // Харьк. ун-т.Харьков. 1984. - 160С.: Деп. в УкрНИИНТИ. 14.03.84. № 487УК-84 Деп.

Zolotarev V.A. Linear Nonselfconjugated Operators Lie Algebras Model Representations.
Dissertation for a Doctor of Physics-Mathematical Sciences degree in the speciality 01.01.01-Mathematical Analysis, the Low Temperatures Physical-Technical Institute named after B.I.Verkin of the Academy of Sciences of the Ukraine, Kharkov, 1994.
There are defended 13 scientific papers in which a new method of the functional models for finite linear nonselfconjugated operators solvable Lie algebras construction is presented (for commutative algebras, for Lie-Heisenberg algebra and for *ISO(1,1)* Lie algebra). It is found that a functional model for a linear operators two-dimensional Lie algebra is realized in a special space of functions by the operator of multiplication by a function and by the shift-operator.
Золотарев В.А. Модельные представления алгебр Ли линейных несамосопряженных операторов.
Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 - математический анализ, Физико-технический институт низких температур им.Б.И.Веркина Академии наук Украины, Харьков, 1994.
Защищается 13 научных работ, в которых содержится новый метод построения функциональных моделей для конечных разрешимых алгебр Ли линейных несамосопряженных операторов (коммутативных алгебр Ли, алгебры Ли-Гейзенберга и алгебры Ли *ISO(1,1)*). Установлено, что функциональная модель двумерной алгебры Ли линейных операторов реализуется в специальном пространстве функций оператором умножения на функцию и оператором "сдвига".

Ключові слова: алгебра Лі, несамоспряжені оператори, функціональна модель, теорія дилатацій, теорія розсіювання.

Подп. к печ. 26.09.94. Формат $60 \times 84^1/_{16}$. Бумага тип. Печать офсетная. Усл. печ. л. 2,0
Уч.-изд. л. 2,0. Тираж 100 экз. Зак. № 1904. Бесплатно.

Харьковское межвузовское арендное полиграфическое предприятие.
310093, Харьков, ул. Свердлова, 115.