ЛЬВІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ім. І. ФРАНКА

*На правах рукопису*

ВАСИЛЬКІВ
Іван Миколайович

# ФУНКЦІЇ РОЗПОДІЛУ ТА ПРОСТОРОВО-ЧАСОВІ КОРЕЛЯЦІЙНІ ФУНКЦІЇ СЛАБОРЕЛЯТИВІСТСЬКОЇ ПЛАЗМИ

01.04.02 — теоретична фізика

Автореферат
дисертації на здобуття вченого ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Львів — 1994

Дисертація є рукописом

Робота виконана на кафедрі теоретичної фізики Львівського державного університету ім. І. Франка

Науковий керівник - доктор фізико-математичних наук, професор Блажиєвський Лаврентій Федорович

Офіційні опоненти - доктор фізико-математичних наук Козловський Михайло Павлович

- кандидат фізико-математичних наук, доцент Куриляк Іван Йосипович

Провідна установа - Київський університет ім. Т. Шевченка

Захист відбудеться "7" грудня 1994 р. о 15 15 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д.068.26.05 при Львівському державному університеті ім. І. Франка: 290005, м. Львів-5, вул. Кирила і Мефодія, 8а, Велика фізична аудиторія.

З дисертацією можна ознайомитись у науковій бібліотеці Львівського державного університету ім. І. Франка, м. Львів, вул. Драгоманова, 5.

Автореферат розісланий "4" листопада 1994р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради
доктор фізико-математичних наук,
професор НОСЕНКО А. Є.

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** На даний час властивості нерелятивістських квантових статистичних систем заряджених часток добре вивчені в широкому діапазоні параметрів. Релятивістські ж системи досліджені значно менше. Ця обставина значною мірою зумовлена тим, що для послідовного опису релятивістських систем необхідно розглядати поряд з узагальненими змінними, що характеризують частинки, також самостійні польові ступені вільності. Такий підхід призводить до появи в теорії розбіжностей, для усунення яких використовують процедуру перенормування маси та заряду. Результати при цьому отримують шляхом послідовних наближень. На відміну від квантової теорії поля здійснення цієї процедури в статистичній теорії, де звичайно проводять вибіркове підсумовування нескінченних рядів теорії збурень, є складним і не до кінця вивченим. Однак можна обмежитись наближеним урахуванням релятивізму з точністю до членів, пропорційних $c^{-2}$ ($c$ - швидкість світла у вакуумі) включно. Таке постньютонівське наближення називають слабо-(квазі)релятивістським. Оскільки випромінювання з'являється в системі тільки при врахуванні членів, пропорційних до $c^{-3}$, то слаборелятивістські системи є консервативними і для їх опису може бути використаний апарат нерелятивістської статистичної теорії (зокрема розподіл Гіббса й рівняння Ліувілля). Слаборелятивістські системи, при розгляді яких польові ступені вільності на увагу не беруться, будучи значно простішими для вивчення, в той же час враховують такі важливі релятивістські ефекти як залежність маси від швидкості й запізнювання взаємодії. Тому такі системи є зручною моделлю для розгляду широкого кола релятивістських явищ.

З іншого боку, для згаданих систем звичайно відома тільки функція Лагранжа. Для реалізації ж традиційної гіббсівської схеми статистичної механіки потрібно знати гамільтоніан. Оскільки у випадку слаборелятивістських систем з далекодіючою взаємодією перехід до канонічних змінних не може бути здійснений в рамках наближень постньютонівської механіки і є нетривіальною задачею, то актуальним є розвиток лагранжевого підходу до опису цих систем. Реалізація такого підходу виявиться здійсненною, якщо скористатися з цією метою методом континуального інтегрування. В рамках цього методу для квантового опису системи достатньо знати класичну дію в лагранжевих змінних.

Таким чином, вивчення слаборелятивістських систем заряджених часток, будучи важливим само по собі, до того ж стимулює розвиток нових методів досліджень у теоретичній фізиці.

**Наукова новизна.** В дисертаційній роботі на базі методу континуального інтегрування в рамках лагранжевого формалізму досліджуються слаборелятивістські системи багатьох часток.

Маєрівський діаграмний метод узагальнюється на системи слаборелятивістських часток з короткодіючими взаємодіями. Вперше побудовано слаборелятивістський аналог групового інтеграла Майєра і здобуто його подання інтегралом за траекторіями в конфігураційному просторі. Проаналізовано відмінності між обчисленням віріальних коефіцієнтів на базі діаграм у класичній нерелятивістській та слаборелятивістській теоріях. Знайдено другий віріальний коефіцієнт системи скалярних частинок, яка описується лагранжіаном Кеннеді.

Вперше запропоновано функціональне зображення багаточасткової функції розподілу у вигляді регуляризованого інтеграла за швидкостями. Це зображення використовується для вивчення системи слаборелятивістських зарядів, яка описується лагранжіаном Дарвіна. Показано, що внаслідок екранування взаємодії в середині s-частинкового комплексу при обчисленнях можна використовувати теорію збурень. Знайдена класична s-частинкова функція розподілу системи слаборелятивістських заряджених частинок. Обчислена парна кореляційна функція цієї системи. Показано, що ефекти кореляції зводяться до екранування ефективних двочастинкових взаємодій в s-частинковому комплексі та перенормування маси часток.

Вперше знайдено континуальне зображення температурних функцій Гріна у вигляді регуляризованого інтеграла за траєкторіями конфігураційного простору. Побудовані твірний функціонал та функції Гріна слаборелятивістської плазми. Визначені кореляційні функції флуктуацій густини струму та густини заряду і на їх основі отримана поздовжня та поперечна діелектричні проникності слаборелятивістського електронного газу. Обчислені частота й декремент загасання високочастотних поздовжніх коливань слаборелятивістської квазікласичної плазми у випадку довгих та коротких хвиль.

**На захист виносяться такі положення:**

1. Формулювання маєрівських групових розкладань на мові інтегралів за траєкторіями. Другий віріальний коефіцієнт системи скалярних частоок, яка описується лагранжіаном Кеннеді.
2. Зображення багаточасткових функцій розподілу континуальним інтегралом у конфігураційному просторі в лагранжевих змінних. Парна кореляційна функція системи слаборелятивістських електронів.
3. Зображення температурних функцій Гріна слаборелятивістської плазми континуальним інтегралом у конфігураційному просторі.
4. Спектральний розподіл флуктуацій густини заряду та густини струму слаборелятивістської електронної плазми. Вплив релятивістських ефектів на спектр плазмових коливань і їх загасання.

**Практична цінність роботи.** Проведені в роботі теоретичні дослідження слаборелятивістських систем багатьох частинок сприяють розширенню загальних уявлень про їх фізичні властивості. Здобуті результати можуть служити для інтерпретації експериментально спостережуваних властивостей плазми. Крім того, вирази, отримані в роботі в рамках лагранжевого підходу, мають загальний характер і можуть бути використані при дослідженні будь-яких систем слаборелятивістських тіл.

**Апробація роботи.** Результати даної роботи були представлені і обговорювались на таких конференціях та семінарах: Всесоюзна нарада молодих вчених "Математичні проблеми статистичної механіки та квантової теорії поля" (Куйбишев, 1987), III конференція молодих вчених фізичного факультету Львівського держуніверситету (Львів, 1988), науково-технічна конференція молодих дослідників (Харків, 1988) II Міжреспубліканська школа-семінар молодих вчених "Сучасні проблеми спектроскопії, лазерної фізики та фізики плазми" (Мінськ, 1989), Всесоюзна конференція "Сучасні проблеми статистичної фізики" (Харків, 1991), наукові семінари кафедри теоретичної фізики Львівського державного університету.

**Публікації.** Основні результати дисертації опубліковані у 8 роботах, перелік яких подано в кінці автореферата.

**Структура та об'єм дисертації.** Дисертаційна робота містить вступ, три розділи, висновки та список цитованої літератури зі

101 найменування. Загальний об'ем дисертації складае 101 сторінку друкованого тексту, в тому числі 1 малюнок.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

**У вступі** дано короткий огляд сучасного стану проблем, які розглядаються в дисертаційній роботі, обгрунтовано актуальність теми, визначено мету роботи. Описано структуру дисертації, коротко викладено зміст кожного розділу. Перераховано положення, що виносяться на захист.

**У першому розділі**, який мае частково вступний характер, обговорюються гамільтонів і лагранжів підходи до опису слаборелятивістських систем багатьох частинок. Як було показано в роботі (Блажиевский Л. Ф. К статистической термодинамике квазирелятивистских систем заряженных частиц// Укр. физ. ж. - 1975. - 20, № 8. - С. 1273-1281) перехід від лагранжевих до гамільтонових змінних у статистичній теорії може бути здійснений у рамках наближень постньютонівської класичної механіки тільки у випадку систем з короткодіючими взаемодіями. У випадку ж далекодії використання згаданих наближень е некоректним. Зокрема, термодинамічні величини, розраховані на базі отриманого в механічному наближенні гамільтоніана, містять розбіжні члени.

У вищезгаданій роботі вперше побудовано коректний ефективний гамільтоніан системи слаборелятивістських зарядів, що описується лагранжіаном Дарвіна:

$$L = L_0 + L_1, \quad L_0 = \sum_j \left[ \frac{m_j}{2} v_j^2 + \frac{m_j}{8} \frac{v_j^4}{c^2} \right],$$

$$L_1 = -\frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{e_i e_j}{r_{ij}} \left[ 1 - \frac{1}{2c^2} \delta^{\mu\nu}_{ij} v^\mu_i v^\nu_j \right], \tag{1}$$

$$\vec{n}_{ij} = \frac{\vec{r}_{ij}}{r_{ij}}, \quad \vec{r}_{ij} = \vec{r}_i - \vec{r}_j, \quad \delta^{\mu\nu}_{ij} = \delta_{\mu\nu} + n^\mu_{ij} n^\nu_{ij},$$

де $m_i$, $\vec{r}_i$, $\vec{v}_i$ та $e_i$ - маса, радіус-вектор, швидкість та заряд $i$ - ої частинки, $\delta_{\mu\nu}$ - символ Кронеккера. При цьому виявилось, що, на відміну від брейтівського виразу, в отриманому гамільтоніані має місце екранування релятивістських взаємодій з радіусом $\text{æ}_o^{-1} = (4\pi Ne^2/Vmc^2)^{1/2}$ ($N$ - число частинок, $V$ - об'єм системи) та перенормування маси частинок.

Із вищесказаного зрозуміло, що актуальним є розвиток підходів, які б дали можливість описати слаборелятивістські статистичні системи безпосередньо через лагранжіан системи й уникнути складної процедури пер(х)оду до гамільтонових змінних.

Як відомо, статистичну суму на мові інтегралів за траєкторіями у фазовому просторі можна подати у вигляді:

$$Z_N = \int d^{3N}r\ C^{2N}\int \mathcal{D}^{3N}P(\tau)\ \mathcal{D}^{3N}v(\tau)\exp\int_0^\beta d\tau\Big\{i\sum_j \vec{P}_j(\tau)\vec{v}_j(\tau) - H\Big\}\times$$

$$\times\prod_{j=1}^N \delta\Big[\hbar\int_0^\beta d\tau\ \vec{v}_j(\tau)\Big],\quad \mathcal{D}v(\tau) = \prod_{j=1}^N\prod_{0\leqslant\tau\leqslant\beta} dv_j(\tau),\tag{2}$$

де $H(\vec{P}(\tau),\vec{r}(\tau))$ - функція Гамільтона, $\beta^{-1}$ - статистична температура, $C$ - стала, що визначається з умови нормування.

У роботах (Блажиевский Л. Ф. Об одном применении инт(е)гралов по путям в статистической термодинамике // Укр. ф(и)з. ж. - 1979. - 24, № 11. - С. 1737-1745; Блажиевс(к)ий Л. Ф. Интегралы по путям в конфигурационном пространстве в слаборелятив(ист)ской теории многих тел // ТМФ. - 1986. - 66, № 3. - С. 409-4(2)1) у рамках фейнманівського (ф)ормалізму інтегрування за траєкторіями був розвинений підхід, згідно з яким статистична сума квантової больцманівської системи зображається регуляризованим функціональним інтегралом у конфігураційному просторі через класичну фунцію дії $S$, якщо в останній замінити швидкості $\vec{r}(\tau) \to i\vec{v}(\tau)$ ($i$ - уявна одиниця):

$$Z_N = \int d^{3N}r\ \mathrm{reg}\ C^N\int\mathcal{D}^{3N}\ v(\tau)\ e^{S[\vec{r}(\tau),\vec{v}(\tau)]}\prod_{j=1}^N\delta\Big[\hbar\int_0^\beta d\tau\vec{v}_j(\tau)\Big],\tag{3}$$

$$S[\vec{r}(\tau),\vec{v}(\tau)] = \int_0^\beta d\tau L(\vec{r}_1(\tau), i\vec{v}_1(\tau), \ldots, \vec{r}_N(\tau), i\vec{v}_N(\tau)).$$

Символ reg у(ка)зу(є) на т(е), що після обчислення функціонального інтеграла за швидкостями $v(\tau)$ на увагу береться регулярна частина результату, а нефізичні член(и), пропорційні степеням $\delta$-функції

Дірака. слід опустити.

Вираз для статистичної суми близький за формою до відповідного нерелятивістського виразу. Це дає можливість узагальнити метод маєрівських діаграмних розкладань на випадок слаборелятивістських систем з короткодіючими взаємодіями. Записуючи (3) у вигляді

$$Z_N=(Z_1^0)^N Q_N, \qquad Z_1^0= V \operatorname{reg} C\int \mathcal{D}^3 v(\tau)\, e^{S_1^0}\, \delta\Big[\hbar\int_0^\beta d\tau \vec{v}_j(\tau)\Big], \tag{4}$$

де $Z_1^0$ - статистична сума вільної частинки, а

$$Q_N = \frac{1}{(Z_1^0)^N}\int d^{3N}r \operatorname{reg} C^{3N}\int \mathcal{D}^{3N} v(\tau)\, \times$$

$$\times \prod_{j=1}^{N} \delta\Big[\hbar\int_0^\beta d\tau \vec{v}_j(\tau)\Big] \exp\Big\{\sum_j S_j^0 + \sum_{i<j} S_{ij}\Big\}, \tag{5}$$

- аналог нерелятивістського конфігураційного інтеграла, легко знайти слаборелятивістську майєрівську функцію і з'ясувати операцію, що ставиться у відповідність вершинам діаграм.

Функціональним аналогом групового інтеграла $l$-того порядку буде вираз:

$$b_l(V,\beta) = \frac{\Lambda^3}{V l!}\int d^3r_1 \ldots d^3r_l \operatorname{reg} C^{3l}\int \mathcal{D}^3 v_1(\tau)\ldots \mathcal{D}^3 v_l(\tau)\, \times$$

$$\times \exp(S_1^0+\ldots+S_l^0)\, \delta\Big(\hbar\int_0^\beta d\tau \vec{v}_1(\tau)\Big)\ldots\delta\Big(\hbar\int_0^\beta d\tau \vec{v}_l(\tau)\Big) \sum \prod F(i,j), \tag{6}$$

де $\Lambda = V/Z_1^0$, а $F(i,j) = 1 - \exp S$ - функціонал, який відіграє роль функції Майєра. ($S$ - дія, яка відповідає членові, що описує взаємодію.) У нерелятивістському наближенні вираз (6) еквівалетний квантовому груповому інтегралові Кана-Уленбека. Рівняння стану і вирази для віріальних коефіцієнтів за формою збігаються з відповідними нерелятивістськими виразами. Формули правильні для слаборелятивістських систем з короткодіючими силами і не залежать від конкретного вигляду функції Лагранжа. Важливо тільки, щоб взаємодія мала парний характер. Діаграмна техніка у цьому випадку цілком аналогічна класичній, змінюються тільки операції та вирази, що співставляються елементам діаграм.

6

Водночас, є суттєві відмінності між обчисленням віріальних коефіцієнтів на основі діаграм у класичній нерелятивістській і слаборелятивістській теоріях. Як відомо, $l$ - тий віріальний коефіцієнт $B_l$ визначається через групові інтеграли всіх порядків до $l$ - того включно. Однак у класичній нерелятивістській теорії для обчислення $B_l$ достатньо розглянути тільки незвідні діаграми з $l$ вершинами. Це зумовлено тим, що звідна частина групового інтеграла найвищого порядку компенсує решту доданків у $B_l$. Останнє легко зрозуміти, маючи на оці, що майєрівська функція $f(r_{ij})$ залежить тільки від різниці координат і тому звідні діаграми, що відповідають груповому інтегралові $l$ - того порядку, можна подати у вигляді суми добутків незвідних діаграм нижчого порядку.

У слаборелятивістській теорії, на відміну від нерелятивістської, майєрівська функція залежить від добутку координат і швидкостей. Тому $b_l$ не можна зобразити у вигляді добутку (інтеграл за координатами)×(інтеграл за швидкостями) і при знаходженні $B_l$ не можна обмежитись розглядом лише незвідних діаграм з $l$ вершинами. Таким чином, в слаборелятивістському випадку віріальні коефіцієнти можна отримати тільки послідовними наближеннями. Така особливість притаманна, як відомо, системам з неадитивними силами міжмолекулярної взаємодії. В нерелятивістській квантовій теорії для розрахунку $b_l$ потрібно розв'язати задачу $l$ тіл.

Використовуючи отримані формули, знайдено другий віріальний коефіцієнт системи, що описується лагранжіаном Кеннеді:

$$L = L_0 + L_1, \qquad L_1 = -\frac{1}{2}\sum_{i\neq j}\phi(r_{ij}) + \tag{7}$$

$$+\frac{1}{4c^2}\sum_{i\neq j}\Big[\phi(r_{ij})(\vec{v}_i^2+\vec{v}_j^2-(\vec{v}_i\vec{v}_j)) - \phi'(r_{ij})(\vec{v}_i\vec{r}_{ij})(\vec{v}_j\vec{r}_{ij})/r_{ij}\Big],$$

де $\phi(r_{ij})$ - нерелятивістський потенціал взаємодії, що має вигляд вузької потенціальної ями. Штрих означає похідну, а $L_0$ те ж, що і в (1). Для $B_2$ одержано такий вираз:

$$B_2 = -\frac{2\pi\beta V}{3}\int dr\, r^2 e^{-\beta\phi(r)}\left[r\frac{d\phi}{dr} + \frac{9}{\beta m c^2}\phi\right]. \tag{8}$$

Слаборелятивістська поправка, обумовлена ефектами запізнювання взаємодії, пропорційна до $1/\beta mc^2$.

У другому розділі отриманий загальний вираз, що дає зображення функції розподілу регуляризованим функціональним інтегралом у конфігураційному просторі. Цей вираз застосовується до вивчення системи слаборелятивістських зарядів, яка описується функцією Лагранжа (1).

На мові інтегралів за траєкторіями середнє значення динамічної величини, яка залежить від координат і швидкостей, можна подати у вигляді:

$$\langle A\rangle = \frac{1}{Z}\int d^{3N}r\ C^{2N}\int \mathcal{D}^{3N}v(\tau)\ \mathcal{D}^{3N}P(\tau)\prod_j \delta\Big[\hbar\int_0^\beta d\tau\vec{v}_j(\tau)\Big]\ \times \tag{9}$$

$$\times\ A(\vec{r}_1(\tau_0),\ \frac{\partial H(\vec{r}(\tau_0),\vec{P}(\tau_0))}{\partial \vec{P}_1(\tau_0)},\ \ldots)\ e^S,\qquad 0 \leqslant \tau_0 \leqslant \beta,$$

$P$ - узагальнений імпульс. В останній формулі інтегрування за імпульсами можна виконати в загальному випадку, не конкретизуючи вигляду гамільтоніана. Для цього слід скористатися методом стаціонарної фази і звести інтеграл до гауссівського вигляду. Порівнюючи отриманий таким чином результат зі звичайним виразом для середнього, дістанемо зображення $N$-частинкової функції розподілу регуляризованим функціональним інтегралом у конфігураційному просторі:

$$f_N(\vec{r}_1,\vec{v}_1,\ldots) = \frac{1}{Z}\ \mathrm{reg}\ C^N\int \mathcal{D}^{3N}v(\tau)\ \exp\Big\{\int_0^\beta d\tau\ L(i\vec{v}(\tau))\Big\}\ \times$$

$$\times \prod_j \Big\{\delta(\vec{v}_j - i\vec{v}_j(\tau_0))\ \delta\Big[\hbar\int_0^\beta d\tau\vec{v}_j(\tau)\Big]\Big\}. \tag{10}$$

З метою застосування (10) до вивчення систем з далекодіючими взаємодіями останній вираз подається у вигляді інтеграла за польовими змінними $\vec{R}_k(\tau)$. Тоді функція розподілу системи взаємодіючих частинок зобразиться як функція розподілу системи вільних частинок, що перебувають у зовнішньому нестаціонарному електромагнітному полі. Здійснюючи інтегрування за змінними $s+1$-ї, $s+2$-ї,...,$N$-ї частинок і обмежуючись наближенням хаотичних фаз, дістанемо $s$-частинкову функцію розподілу, яка залежить від координат і швидкостей:

$$f_s(\vec{r}_1,\vec{v}_1,\dots,\vec{r}_s,\vec{v}_s) = \operatorname{reg} C^s\int D^{3s}v(\tau)\prod_{j=1}^{s}\delta\left[\hbar\int^{\beta} d\tau\vec{v}_j(\tau)\right]\times$$

$$\times\,\delta(v_j - iv_j(\tau_o))\,\tilde{f}_s = \frac{Z^{\text{ХФ}}_{N-s}}{Z^{\text{ХФ}}_{N}}\left\langle\exp\sum_{j=1}^{s}S_j[\tilde{R}]\right\rangle_R . \quad (11)$$

Тут символ $\langle\dots\rangle_R$ означає усереднення за гауссовим розподілом змінних поля, $S_j[\tilde{R}]$- дія однієї частинки в зовнішньому полі, $Z^{\text{ХФ}}_{N-s}$ - статистична сума системи $N-s$ частинок у наближенні хаотичних фаз. Важливо те, що після інтегрування за змінними $s+1$-ї, $s+2$-ї,...,$N$-ї частинок польові змінні $R_k(\tau)$ переходять у змінні $\tilde{R}_k(\tau)$, які при $s<N$ містять екрануючі множники. Тому при вирахуванні $f_s$ можна робити розкладання в ряд за $\tilde{R}_k(\tau)$ і будувати теорію збурень за екранованою ефективною взаємодією. При $s\to N$ екранування зникає.

У класичному випадку $(\hbar\to 0)$ інтегрування за швидкостями в (10) можна виконати, не вдаючись до теорії збурень. Тоді

$$f_s(\vec{r}_1,\vec{v}_1,\dots\vec{r}_s,\vec{v}_s) = \left[\prod_{j=1}^{s}F^{o}(v)\right]\exp\left[-\beta\sum_{1\le j<l\le s}E'(r_j,v_j,r_l,v_l)\right], \quad (12)$$

де одночастинкова слаборелятивістська функція розподілу

$$F^{o}(v) = \text{const}\,\frac{1}{V}\left(1+\frac{5}{2}\frac{v^2}{c^2}\right)\exp(-\beta E^{o}(v)),$$

$$E^{o}(v) = \frac{m^*}{2}v^2 + \frac{3m}{8c^2}v^4,\quad m^* = m\left[1-\frac{2e^2\varkappa_o}{3mc^2}\right], \quad (13)$$

$$\text{const} = \left[\frac{m\beta}{2\pi}\right]^{3/2}\left(1+\frac{15}{8\beta mc^2}-\frac{e^2\varkappa_o}{mc^2}\right).$$

Ефективна енергія взаємодії двох частинок $E'(r_j,v_j,r_l,v_l)$ дорівнює

$$E'(R) = \frac{e^2}{R} e^{-\varkappa R} + \frac{e^2}{c^2 R}\left\{e^{-\varkappa_o R}(\delta_{\mu\nu} - n_\mu n_\nu) + \varphi(\varkappa_o R)(\delta_{\mu\nu} - 3n_\mu n_\nu\right\} v_\mu v_\nu . \tag{14}$$

Тут $\vec{R} = \vec{r}_j - \vec{r}_i$, $\vec{n} = \vec{R}/R$. $\varphi(\varkappa_o R)$ визначається співвідношенням:

$$\varphi(\varkappa_o R) = e^{-\varkappa_o R}\left[\frac{1}{\varkappa_o R} + \frac{1}{(\varkappa_o R)^2}\right] - \frac{1}{(\varkappa_o R)^2}.$$

Формули (12)-(14) визначають слаборелятивістську $s$-частинкову функцію розподілу за координатами і швидкостями. Якщо в (14) покласти $s = 2$ і при розвиненні експоненти в ряд утримати два перші члени, то дістанемо

$$f_2(\vec{r}_1, \vec{v}_1, \vec{r}_2, \vec{v}_2) = F^o(v_1)F^o(v_2)(1 - \beta E'(r_1, v_1, r_2, v_2)). \tag{15}$$

З цієї формули зрозуміло, що $-\beta E(r_1, v_1, r_1, v_2)$ - парна кореляційна функція. Як видно з (13)-(14), кореляційні ефекти призводять, зокрема, до екранування кулонівських та електромагнітних взаємодій. $NF^o(v)$ має смисл максвеллівського розподілу за швидкостями. На відміну від аналогічного розподілу для слаборелятивістських систем невзаємодіючих тіл, в (13) кінетична енергія частинки $E^o(v)$ перенормована. Таким чином, врахування електромагнітної взаємодії в системі $N$ частинок призводить до екранування ефективних двочастинкових взаємодій в $s$-частинковому комплексі і перенормування кінетичної енергії цього комплексу.

У третьому розділі роботи вивчаються діелектрична проникність та енергетичний спектр системи слаборелятивістських зарядів, що описується лагранжіаном Дарвіна (1). Відповідно до флуктуаційно-дисипативної теореми флуктуації величин в середовищі однозначно визначають його макроскопічні властивості. Спектральна густина часової кореляційної функції $F_\omega$ визначається через фур'є-компоненти температурної функції Гріна:

$$F_\omega = \frac{\hbar/i}{1 - e^{-\beta\hbar\omega}}\left[\tilde{\mathcal{G}}\left(\frac{\hbar}{i}\omega + \delta\right) - \tilde{\mathcal{G}}\left(\frac{\hbar}{i}\omega - \delta\right)\right], \quad \delta \to 0. \tag{16}$$

Для знаходження функції Гріна величин $A$ та $B$ використовуємо твірний функціонал

$$G = \frac{1}{\tilde{\mathcal{Z}}} \frac{\delta^2}{\delta\eta(\tau_1)\delta\eta(\tau_2)} \tilde{\mathcal{Z}}\Big|_{\eta=0}, \tag{17}$$

$$\tilde{\mathcal{Z}} = \mathrm{Sp}\, T \exp\Big(-\int_0^\beta d\tau\, \hat{\tilde{H}}\Big), \quad \hat{\tilde{H}} = \hat{H}(P) + \eta(\tau)\hat{A}(\partial\hat{H}/\partial\vec{P}).$$

В останній формулі на основі (3) подамо $\tilde{\mathcal{Z}}$ у вигляді регуляризованого інтеграла в конфігураційному просторі. Тоді одержимомо континуальне подання двотемпературної функції Гріна, для якого достатньо знати тільки лагранжіан системи:

$$G_{AB} = \langle T(\hat{A}(\tau_1)\hat{B}(\tau_2))\rangle = \frac{1}{Z}\int d^{3N}r \;\mathrm{reg}\; C^N \int \mathcal{D}^{3N}v(\tau) \prod_{j=1}^{N} \delta\Big(\hbar\int_0^\beta d\tau\, \vec{v}(\tau)\Big) \times$$

$$\times \exp\Big[\int_0^\beta d\tau\, L(i\vec{v}(\tau))\Big] \Big\{A(\vec{r}(\tau_1), i\vec{v}(\tau_1))\, B(\vec{r}(\tau_2), i\vec{v}(\tau_2))\Big\}\Big|_{\tau_1\neq\tau_2} \tag{18}$$

Для рівноважної плазми за спектральним розподілом флуктуацій густини струму можна розрахувати тензор діелектричної проникності. Щоб знайти функції Гріна слаборелятивістської плазми, побудуємо відповідний твірний функціонал, а саме:

$$\tilde{\mathcal{Z}} = \int d^{3N}r \;\mathrm{reg}\; C^N \int \mathcal{D}^{3N}v(\tau) \prod_{j=1}^{N} \delta\Big(\hbar\int_0^\beta d\tau\, \vec{v}_j(\tau)\Big)\, e^{S+S'}, \tag{19}$$

де $S$ - дія, що відповідає $L_1$ з (1), а

$$S' = \frac{e}{V}\sum_k \int_0^\beta d\tau \sum_j e^{-i\vec{k}\vec{r}_j}\Big\{\frac{i}{c}\vec{v}_j(\tau)\vec{A}_k(\tau) - \varphi_k(\tau)\Big\} = \sum_j S'_j. \tag{20}$$

Диференціюючи (19) за потенціалами електромагнітного поля $\vec{A}_k(\tau)$ та $\varphi_k(\tau)$, здобудемо потрібні функції Гріна.

З метою обчислення (19) здійснюється перехід до польових змінних. В наближенні хаотичних фаз знайдені функції Гріна і на їхній базі за формулою (16) вирахувані спектральні розподіли флуктуацій густини заряду та густин поздовжнього і поперечного струмів. При цьому вирази для розподілу флуктуацій густини заряду та густини поздовжнього струму збігаються з релятивістськими, а вираз для розподілу флуктуацій густини поперечного струму дещо відмінний від релятивістського. Ця відмінність зумовлена нехтуванням струмів зміщення у слаборелятивістському наближенні. Якщо опустити струми зміщення в рівняннях Максвелла, то отриманий в роботі вираз може бути здобутий в рамках польової теорії.

На основі отриманих спектральних розподілів у роботі знайдені поздовжня та поперечна діелектричні проникності системи слаборелятивістських електронів. Розраховано енергетичний спектр, а також декремент загасання довгохвильових плазмових коливань в області високих частот:

$$\omega^2 = \Omega^2\left(1 - \frac{5}{2\beta mc^2}\right) + \frac{3k^2}{2\beta m}\left(1 - \frac{11}{\beta mc^2} + \frac{2}{3}\beta\frac{\hbar^2 k^2}{8m}\right), \qquad (21)$$

де $\Omega$ - частота плазмових (ленгмюрівських) коливань,

$$\gamma = \gamma_{\text{кл}}\left[1 - \frac{3}{8\beta mc^2}\frac{\varkappa^4}{k^4} + \frac{1}{24}(\beta\hbar\Omega)^2\right], \qquad (22)$$

$$\gamma_{\text{кл}} = \left[\frac{\pi}{8}\right]^{1/2}\Omega\left[\frac{\varkappa}{k}\right]^3 \exp\left(-\frac{\varkappa^2}{2k^2} - \frac{3}{2}\right)$$

Знайдено також вплив релятивістських ефектів на загасання коливань у випадку коротких хвиль:

$$\gamma' = \gamma'_{\text{кл}}\left[1 + \frac{3}{16\beta mc^2}\ln\frac{k^2}{\varkappa^2}\right], \quad \gamma'_{\text{кл}} = \left[\frac{6k^2}{\beta m}\ln\frac{k^2}{\varkappa^2}\right]^{1/2} \qquad (23)$$

Як видно з формули (21), релятивістські поправки призводять до зменшення частоти плазмових коливань в $\dfrac{1}{1-(5/2)\beta mc^2}$ раз, що можна пояснити зростанням маси частинок при великих швидкостях.

Оскільки просторова дисперсія зумовлена тепловим рухом часток, то в релятивістському газі, коли швидкість часток співмірна зі швидкістю світла, роль просторової дисперсії зростає. Це добре ілюструє вираз (21), в якому коефіцієнт біля релятивістської поправки до просторової дисперсії в кілька разів більший, ніж коефіцієнт біля відповідної поправки до плазмових коливань. У класичній нерелятивістській границі (21) переходить у відомий результат Власова (1937).

За умов, коли фазова швидкість хвилі більша, ніж швидкість світла, черенківська дисипація в середовищі відсутня. Тому природно, що врахування релятивістських ефектів спричиняється, як це видно з (22), до зменшення декремента загасання довгохвильових коливань. Хоч релятивістські і квантові ефекти дають внески протилежних знаків у декремент загасання, за певних умов $(\hbar \to 0)$ роль релятивізму може бути домінуючою, внаслідок чого згасання хвиль зменшиться. При $\hbar \to 0$, $c \to \infty$ дістанемо вираз Ландау для декремента загасання коливань у класичній нерелятивістській плазмі.

Урахування релятивістських ефектів для випадку коротких хвиль призводить, як випливає з (23), до збільшення коефіцієнта загасання.

## ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

1. На основі методу континуального інтегрування маєрівський діаграмний метод узагальнюється на системи слаборелятивістських часток з короткодіючими взаємодіями. Проаналізовано відмінності між обчисленням віріальних коефіцієнтів на основі діаграм у класичній нерелятивістській та слаборелятивістській теоріях. Здобуті загальні вирази використані для знаходження другого віріального коефіцієнта системи скалярних часток, яка описується лагранжіаном Кеннеді.
2. Запропоновано функціональне подання багаточастинкової функції розподілу у вигляді регуляризованого інтеграла у конфігураційному просторі.
3. За допомогою переходу до польових змінних знайдено квантовий $s$-частинковий функціональний розподіл системи зарядів, яка описується лагранжіаном Дарвіна. Показано, що внаслідок екранування взаємодії в середині $s$-частинкового комплексу при обчисленнях можна використовувати теорією збурень.
4. Здобуто класичну границю $s$-частинкового функціонального розподілу і знайдена класична $s$-частинкова функція розподілу системи слаборелятивістських заряджених часток. Обчислена парна кореляційна функція системи. Показано, що ефекти кореляції зводяться до екранування ефективних двочасткових взаємодій в $s$-частковому комплексі та перенорму-

вання кінетичної енергії комплексу.

5. Знайдено континуальне зображення температурних функцій Гріна у вигляді регуляризованого інтеграла за траєкторіями конфігураційного простору. Запропоновані формули, що виражають функції Гріна через лагранжеві змінні.
6. Побудовані твірний функціонал та функції Гріна слаборелятивістської плазми. Визначені кореляційні функції флуктуацій густини заряду та густини струму і на їх основі отримані поздовжня та поперечна діелектричні проникності слаборелятивістського електронного газу.
7. Обчислені частота й декремент загасання високочастотних поздовжніх коливань слаборелятивістської квазікласичної плазми у випадку довгих хвиль та декремент загасання короткохвильових коливань слаборелятивістської класичної плазми.

Основні результати дисертації опубліковані
в таких роботах:

1. Блажиевский Л. Ф., Василькив И. Н. Майеровское групповое разложение для слаборелятивистских систем // Тезисы докладов 28 науч.конференции ф-та физ.-мат. и естеств. наук. Часть 2. - М.: Изд-во Российского ун-та дружбы народов, 1990. - С. 37.
2. Васильків І. М. Слаборелятивістські віріальні розклади // Тези доповідей ювілейної наукової конференції, присвяченої 40-річчю фізичного факультету. (Секція "Теоретична фізика і астрономія"). - Львів, 1993. - С. 14.
3. Блажиевский Л. Ф., Василькив И. Н. О представлении функции распределения интегралом по путям. - В сб.: Статистическая и квантовая физика и ее приложения. - М.: Изд-во Унив. дружбы народов, 1986. - С. 27-31.
4. Блажиевский Л. Ф., Семак С. С., Василькив И. Н., Гиль Г. Б. Функциональный подход к статистической механике слаборелятивистских заряженных частиц // Тезисы докладов Всесоюзной конференции "Современные проблемы статистической физики". - Харьков, 1991. - с. 18-19.
5. Василькив И. Н. Функции распределения для слаборелятивистских систем заряженных частиц с учетом эффектов запаздывания. - В

сб.: Статистическая механика и теория фазовых переходов. - Куйбышев, 1989. - С. 56-62.

6. Блажиевський Л. Ф., Гіль Г. Б., Васильків І. М. Про динаміку і кінетику слаборелятивістських систем заряджених частинок // Вісн. Львів. ун-ту "Питання теоретичної та експериментальної фізики". - Львів, 1992. - С. 23-40..
7. Блажиевский Л. Ф., Гиль Г. Б., Василькив И. Н. Корреляции флуктуаций плотности заряда в квазирелятивистском электронном газе // Львов. ун-т. - Львов, 1985. - 22 с. - Деп. в Укр.НИИНТИ 2.01.1986, №72-УК.
8. Блажиевський Л. Ф., Васильків І. М. Континуальні інтеграли для температурних функцій Гріна статистичної механіки // Тези доповідей ювілейної наукової конференції, присвяченої 40-річчю фізичного факультету. (Секція "Теоретична фізика і астрономія"). - Львів, 1993. - С. 14.

Васильків

Підписано до друку 29.06.94 Формат 60x84/16 Друк офсет.Папір друк.№ I
Умов. друк. арк. 0,93 Умов фарбо-відб. I,I7 Обл.-вид.арк.0,8 Тираж
I00 прим. Зам. 2722

Львівська обласна книжкова друкарня, м.Львів-290000,вул.Стефаника,II