

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОБУДУВАННЯ

На правах рукопису

Світлична Світлана Дмитрівна

НЕСТАЦІОНАРНЕ НЕОСЕСИМЕТРИЧНЕ ДЕФОРМУВАННЯ
ПРУЖНИХ ТІЛ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ФОРМИ

01.02.04 - механіка деформівного твердого тіла

А в т о р е ф е р а т
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Світлична

Харків - 1994

AB 37.25

ЛНБ України ім. В. Стефаника



00755960 (W)

Дисертацією є рукопис

Роботу виконано у відділі нестационарних механічних процесів

Інституту проблем машинобудування НАН України

Науковий керівник – доктор технічних наук,
старший науковий співробітник
Янютін Євген Григорович

Офіційні опоненти – доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник

Бабенко Володимир Іванович;

– кандидат технічних наук, доцент

Романенко Леонід Григорович

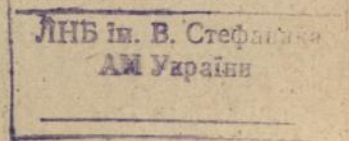
Провідна установа – Інститут механіки НАН України (м. Київ)

Захист відбудеться "15" 12 1994 р. о 14 год.
на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 02.18.01 в Інсти-
туті проблем машинобудування НАН України за адресов:
310046, Харків-46, вул. Дм. Пожарського, 2/10.

С дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Інституту
проблем машинобудування НАН України за адресов:
310046, Харків-46, вул. Дм. Пожарського, 2/10.

Автореферат розісланий "3" 11 1994 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради
доктор технічних наук,
професор



Handwritten signature

В.С. Воробйов

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Розвиток теоретичних досліджень в галузі нестационарного деформування пружних елементів конструкцій, які зазнають під час експлуатації впливу різних імпульсних навантажень, набуває зараз особливе значення, тому що ці дослідження істотним чином пов'язані зі створенням сучасних машин, обладнання і прогресивних технологій.

При розрахунках на міцність деталей машин та елементів технологічного обладнання часто виникає потреба аналізу хвильових процесів в пружних тілах циліндричної форми. В зв'язку з цим дослідження в галузі імпульсного деформування таких тіл особливо актуальні.

Аналіз інформаційних джерел свідчить, що сучасна теорія розрахунку перехідних процесів в пружних тілах, обмежених циліндричними поверхнями, далеко не повністю дає відповіді на численні питання, які виникають в різних реальних випадках імпульсних навантажень цих тіл.

Метою дисертаційної роботи є розвиток методу аналізу неосесиметричного деформування пружних товстостінних тіл циліндричної форми, які перебувають під впливом імпульсних навантажень, і розв'язок на його основі ряду нових задач механіки деформівного твердого тіла.

Основні задачі дослідження полягають в побудові математичних моделей, які описують хвильові процеси в циліндричних тілах при імпульсному навантаженні; в розробці методики аналізу нестационарних хвильових процесів в товстостінних тілах циліндричної форми у випадку неосесиметричного деформування; в створенні комплексу програм, який дозволяє реалізувати на ЕОМ чисельно-аналітичний метод розв'язку нестацио-

нарних задач теорії пружності; в оцінці параметрів напружено-деформованого стану пружних тіл, обмежених циліндричними поверхнями.

Методологія дослідження. В роботі розвинено чисельно-аналітичний, або мішаний, метод моделювання і вивчення механічних явищ, що відбуваються в елементах конструкції циліндричної форми в умовах нестационарних навантажень. За допомогою аналітичних прийомів (теорії рядів Фур'є, інтегрального перетворення Лапласа, теорії циліндричних функцій) задачі зводяться до розв'язку систем інтегральних рівнянь Вольтерра, які витікають з граничних умов. Розвинутий підхід дозволяє детально проаналізувати і оцінити напружено-деформований стан конструктивних елементів.

Обґрунтування теоретичної і практичної цінності дослідження та його наукової новизни. В дисертаційній роботі розроблено методіку розрахунку перехідних деформаційних процесів в пружних циліндричних тілах, що ґрунтується на чисельно-аналітичному підході. За допомогою цього підходу розв'язані задачі про плоске деформування пружного однорідного ізотропного циліндричного шару у випадку завдання на його граничних поверхнях переміщень і у випадку завдання напружень, які довільним чином залежать від часу і кутової координати; про нестационарне неосесиметричне деформування багат шарового циліндру нескінченної довжини в припущенні наявності непорушуваного контакту між шарами у весь час деформування; про імпульсне деформування тіла скінченних вимірів у вигляді циліндричної панелі.

На основі чисельного аналізу визначено поля напружень та переміщень в одношарових і багат шарових циліндрах при

різних імпульсних навантажень. Встановлено закономірності характеру напружень під впливом нормальних і дотичних навантажень та їх комбінацій при плоскій неосесиметричній конфігурації елементів конструкцій.

Одержані при розв'язанні конкретних задач з застосуванням розробленої методики результати, що відображують характер напружено-деформованого стану, можуть бути використані для прогнозування динамічної міцності елементів конструкцій циліндричної форми, які знаходяться в умовах нестационарного навантаження. До них відносяться товстостінні циліндричні панелі, матриці циліндричного обрису для вибухової штамповки, обважені бурильні труби та елементи обсадних колон, що вазнають під час реалізації визначених технологічних процесів вибухового навантаження.

Вірогідність сформульованих висновків підтверджується використанням сучасних математично обґрунтованих методів; оцінкою точності чисельних результатів на основі численних обчислюваних експериментів; контрольованою точністю задоволення граничним і контактним умовам; порівнянням результатів, одержаних за допомогою асимптотичного аналізу (для великих значень часу після початку досліджуваного процесу) з відповідними статичними рішеннями; погодженістю результатів, одержаних при розв'язанні споріднених і тестових задач, а також при порівнянні з наявними в науковій літературі результатами інших авторів.

Реалізація наукових розробок. Розроблену в дисертаційній роботі методику дослідження нестационарного неосесиметричного деформування одношарових та багатшарових циліндричних тіл, скінченних та нескінченних, було використано у від-

ділі нестационарних механічних процесів ІПМаш НАН України з 1989 до 1994 рр. в наукових дослідженнях по оцінці динамічної міцності конструктивних елементів циліндричної форми при виконанні держбюджетних НДР "Розвиток наукових основ, методів і засобів швидкісного деформування і коливань елементів конструкцій з метою підвищення міцності та удосконалення технологій" (Д.Р. № 01890011474), "Створення методів і технічних засобів рішення проблем динамічної міцності і діагностики механічного стану елементів енергетичних установок" (Д.Р. № 0193018312), а також впровадженю на рівні госдогівірної теми "Розробка практичних рекомендацій по використанню багатоканального вибухового пристрою типу "Торпеда" (№ 226-90), виконаної у 1991 р. для Полтавської експедиції по геофізичним дослідженням в свердловинах.

Апробація роботи. Основні результати дисертації доповідались і обговорювались на республіканському семінарі "Міцність та формозмінення елементів конструкцій під впливом динамічних фізико-механічних полів" (Київ, 1990 р.); на регіональній науково-технічній конференції "Автоматизація дослідження, проектування та випробувань складних технічних систем і проблеми математичного моделювання" (Калуга, 1991р.); на семінарі "Проблеми вібраційних техніки, технологій і надійності" (Харків, 1993 р.) Харківської секції Наукової ради АН України за проблемою "Кібернетика".

Публікації. Основні результати досліджень опубліковані в 3 друкованих роботах, серед них: депонована стаття і дві тези доповідей на науково-технічних конференціях.

Структура і обсяг дисертації. Робота складається із вступу, 5 глав, заключної частини, списку літератури із 107

найменувань, містить 124 сторінки машинописного тексту, 48 малюнків, 1 таблицю, всього 187 сторінок.

Особистий внесок автора дисертації в роботи, опубліковані спільно з співавторами. В роботах [1-3] автору належить розробка методу аналізу нестационарного неосесиметричного плоского деформування одношарових та багатшарових пружних тіл циліндричної форми, чисельна реалізація цього методу, узагальнювання одержаних результатів і формулювання висновків.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обгрунтовано актуальність теми дисертації, її практичну та наукову цінність, сформульовано мету роботи.

У першій главі проведено огляд літературних джерел, присвячених аналізу перехідних процесів в пружних товсто-стінних тілах циліндричної форми, що знаходяться під впливом імпульсного навантаження.

В роботах Барона, О. М. Гузя, В. А. Дашевського, А. Н. Ковшова, А. С. Космодам'янського, В. Л. Лобисева, А. А. Михайлова, Мет'юза, Ю. Н. Подільчука, Ю. К. Рубцова, В. І. Смирнова, М. А. Черевко та ін. за допомогою різних аналітичних методів досліджувались питання дифракції пружних хвиль у просторі, що містить циліндричні порожнини або включення.

Аналіз нестационарного деформування скінченних та нескінченних циліндрів, одношарових та багатшарових, під впливом різних імпульсних навантажень, було проведено З. Г. Алпідзе, А. Е. Бабаєвим, Ю. Н. Бабичем, Ботегга, Г. А. Брусилівською, Г. Г. Буличевим, Ш. У. Галієвим, В. Т. Гринченко, Л. В. Єршовим, Каїзі Коїчі, В. Г. Клименко,

А.В. Колодяжним, В.В. Кристалевим, В.Д. Кубенко, Міямото Масаакі, Мондалом, Н.І. Олександровою, С.Г. Пшеничновим, Ю.Э. Сеницьким, Синеллі, Тенімірою Шинні, А.С. Удаловим, А.П. Філішовим, Є.Г. Янютиним та ін.

Аналогічні задачі для елементів конструкцій, до складу яких входять циліндричні тіла, вивчалися в роботах В.Є. Брєславського, І.Н. Гінзбурга, Н.А. Єсеніної, Р. Ірєбінського, С.М. Мордовцева та ін.

Математичній розробці загальних методів рішення динамічних задач теорії пружності, в тому числі віднесених і до циліндричної системи координат, присвячені роботи Банєржи, С.І. Боева, Вейнгартена, А.В. Галабурдіна, Л.С. Лобанової, В.Л. Рвачова, Рейсмана, М.С. Синєкопа, В.В. Турилова, Н.М. Хуторянського, В.Д. Яцишина та ін.

На основі аналізу стану досліджуваної проблеми робиться висновок про недостатню розробленість чисельно-аналітичних методів дослідження перехідних процесів в пружних тілах, обмежених циліндричними поверхнями, для складних випадків навантаження. Тому здається доцільним побудова математичних рішень двовимірних та тривимірних задач, які б описували несталі хвильові процеси деформацій в таких тілах.

У другій главі описано методику дослідження нестационарного плоского неосесиметричного деформування пружного однорідного ізотропного порожнього циліндра нескінченної довжини. Розглядається задача про хвильовий характер деформування товстостінного циліндра, на внутрішній та зовнішній поверхнях якого задаються переміщення як функції часу та кутові координати.

Як початкові, використовуються рівняння Ламе для пруж-

ного середовища в циліндричній системі координат (r, θ, z) . У випадку плоского деформування вони зводяться до двох хвильових рівнянь, які визначають відповідно продольні та поперечні хвилі деформацій.

Для відділення кутової координати θ використовується розкладання функцій, які входять в основні системи рівнянь, а також в граничні умови, в ряди Фур'є. Внаслідок ортогональності тригонометричних рядів із вихідних співвідношень витікають рівняння для коефіцієнтів розкладань переміщень u_r^n , u_θ^n і величин Δ^n , ω_z^n , які визначають відповідно об'ємне розширення пружного середовища та проєкції вектора обертання точок середовища на вісь z .

Для виключення часової змінної до одержаних систем рівнянь застосовується інтегральне перетворення Лапласа. В результаті для величин ω_z^{nL} , Δ^{nL} в просторі зображень за Лапласом виходять модифіковані рівняння Бесселя. (Тут і далі верхній індекс L означає відповідні функції в просторі зображень). Їх загальні рішення записуються таким чином:

$$\begin{aligned} \omega_z^{nL}(r, s) &= C_1^n(s) I_n(rs/b) + C_2^n(s) K_n(rs/b); \\ \Delta^{nL}(r, s) &= C_3^n(s) I_n(rs/a) + C_4^n(s) K_n(rs/a), \end{aligned} \quad /I/$$

де $C_j^n(s)$ ($j=1, 2, 3, 4$) - довільні функції параметру перетворення Лапласа s , $I_n(x)$ - модифікована функція Бесселя уявного аргументу, $K_n(x)$ - функція Макдональда.

Внаслідок довільності функцій $C_j^n(s)$ величини ω_z^{nL} , Δ^{nL} представлено у вигляді, зручному для подальшого переходу до простору оригіналів. Ці вираження підставляються в основну систему рівнянь в зображеннях, що пов'язує ω_z^{nL} , Δ^{nL} з коефіцієнтами розкладань переміщень u_r^n , u_θ^n .

Було розглянуто два способи рішення. У першому способі для величин ω_x^{NL} , Δ^{NL} обрано таке подання, що крім чотирьох невідомих функцій $c_j^n(s)$ ($j=1,2,3,4$) в вираженні для u_r^{NL} , u_e^{NL} доводиться вводити додаткові функції, пов'язані з $c_j^n(s)$ таким чином:

$$A_j^n(s) = c_j^n(s)/s^2 \quad (j = 1, 2, 3, 4).$$

Для зручності були введені позначення:

$$D_j^n(s) = A_j^n(s); \quad D_{j+4}^n(s) = c_j^n(s) \quad (j=1,2,3,4) \quad /2/$$

Переход в простір оригіналів базується на таких співвідношеннях табличного характеру:

$$L \left[\frac{e^{-\beta s}}{s^\nu} I_\nu(\beta s) \right] = H(2\beta-t) \frac{(2t\beta-t^2)^{\nu-1/2}}{(2\beta)^\nu \Gamma(\nu+1/2)} = h \bar{D}^-(r, t); \quad /3/$$

$$L \left[\frac{e^{\beta s}}{s^\nu} K_\nu(\beta s) \right] = \frac{(t^2+2t\beta)^{\nu-1/2}}{(2\beta)^\nu \Gamma(\nu+1/2)} = q \bar{D}^-(r, t),$$

де $H(t)$ - функція Хевісайда, $\Gamma(x)$ - гамма-функція.

З використанням наведених формул /3/, а також деяких правил операційного числення в просторі оригіналів отримуємо вираження для коефіцієнтів розкладань переміщень в інтегральній формі, типа "біжучої хвилі".

Одержані співвідношення для u_r^n , u_e^n після підпорядкування їх граничним умовам перетворюються на систему інтегральних рівнянь Вольтерра I-го роду для функцій $D_j^n(t)$ ($j=1,2,\dots,8$). Ця система доповнюється також рівняннями, що витікають із умов зв'язку /2/. Для її чисельного рішення запроваджується така апроксимація шуканих функцій

$$D_j^n(t) = \sum_{p=1}^m D_{jp}^n [H(t-t_{p-1}) - H(t-t_p)], \quad /4/$$

де $D_{,p}^n = \text{const}$, $t_p = p \Delta t$, Δt - "крок" за часом,

$t = m \Delta t$, $m = 1, 2, 3, \dots$

Підставляючи апроксимаційні формули /4/ в раніш згадані інтегральні рівняння, приходимо до рекурентної по індексу m системи 8 алгебраїчних рівнянь для визначення $D_{,j,m}^n$ ($j = 1, 2, \dots, 8$). Перетворюючи також з урахуванням /4/ співвідношення для коефіцієнтів розкладань переміщень, одержуємо їх у формі, зручній для чисельної реалізації.

При другому способі рішення в вираження для коефіцієнтів розкладань переміщень входять не функції $h^n(r, t)$, $g^n(r, t)$ виду /3/, а інтеграли від них $h_1^n(r, t)$, $g_1^n(r, t)$, які записуються таким чином:

$$h_1^n(r, t) = \int_0^t h^n(r, \tau) d\tau; \quad g_1^n(r, t) = \int_0^t g^n(r, \tau) d\tau. \quad /5/$$

При рішенні задачі другим способом нема необхідності вводити чотири додаткових рівняння. Але доводиться обчислювати визначені інтеграли виду /5/. В цьому випадку зазначені інтеграли обчислюються в явному вигляді. Взагалі жє ця операція може представляти собою невиконувану задачу на аналітичному рівні, тому наведення в роботі обох цих способів виправдано.

Було отримано чисельні результати з використанням двох способів рішення задачі про кінематичне навантаження товсто-стінного циліндру, що деформується плоско та неосесиметрично.

В третій главі наведено рішення задачі про плоске неосесиметричне деформування нескінченно довгого пружного циліндру у випадку завдання напружень на його граничних по-

верхніх.

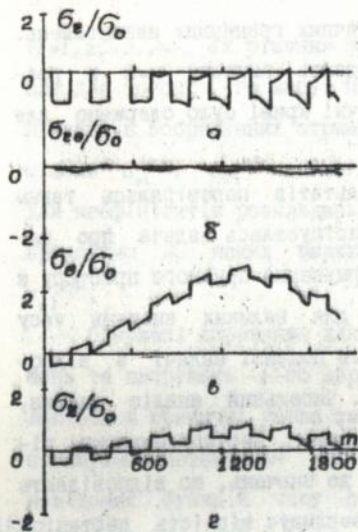
Подібно описаному раніш, для побудови рішення застосовується розкладання в ряди Фурь'є за координатою e та інтегральне перетворення Лапласа за часом.

Вираження для величин u_r^{NL} , u_θ^{NL} , одержані в другій главі, підставляються в співвідношення для коефіцієнтів розкладань напружень в зображеннях в циліндричній системі координат σ_r^{NL} , $\sigma_{r,\theta}^{NL}$, σ_θ^{NL} , σ_z^{NL} . З урахуванням формул /3/, /5/ в просторі оригіналів для цих величин здобуваються співвідношення, подібні до виражень для коефіцієнтів розкладань переміщень.

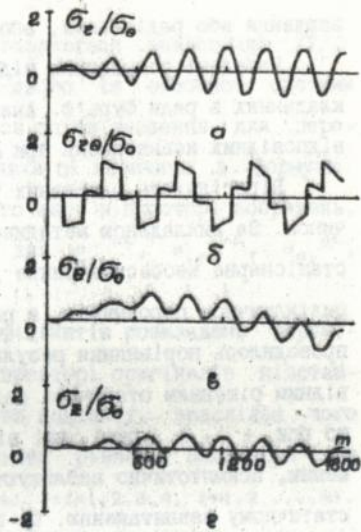
Одержані в цих співвідношень на основі граничних умов системи інтегральних рівнянь вирішуються чисельно аналогічно описаному у другій главі.

Для різних видів граничних навантажень були одержані чисельні результати, які описують напружений стан товстостінного циліндру. На мал. 1, а-г, наведено залежності від часу відповідно безрозмірних напружень σ_r^n , $\sigma_{r,\theta}^n$, σ_θ^n , σ_z^n , обчислених в середній за товщиною точці циліндру у випадку завдання на його внутрішній поверхні радіального напруження $\sigma_r^n(R_0, t) = -\sigma_0^n(t)$, а на мал. 2 - у випадку завдання на внутрішній поверхні дотичного напруження у вигляді скінченного імпульсу $\sigma_{r,\theta}^n(R_0, t) = -\sigma_0^n(\omega_0 t)$. Решта граничних навантажень в обох випадках передбачається нульовою.

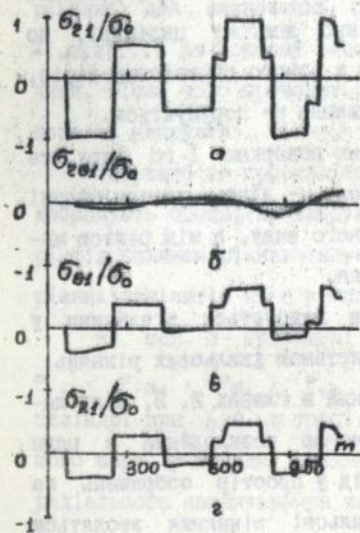
На малюнках простежується стрибкоподібна зміна напружень за часом, що обумовлено стрибкоподібним характером поводження навантажень, а також накладенням хвиль деформацій, які відбиваються від граничних поверхонь циліндричного шару. Малюнки відображують також специфіку деформування у випадку



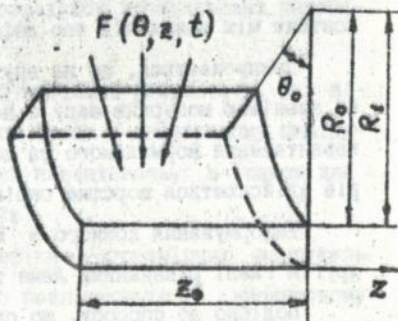
Мал. 1



Мал. 2



Мал. 3



Мал. 4

завдання або радіальних, або дотичних граничних навантажень.

Наведені розрахунки відповідають випадку $n=2$ в розкладаннях в ряди Фур'є. Аналогічні криві було одержано для відповідних навантажень при $n=3$.

Вірогідність одержаних результатів перевірялась таким чином. За викладеною методикою вирішувалась задача про нестационарне неосесиметричне деформування пружного простору з циліндричною порожниною, а потім для великих значень часу проводилось порівняння результатів поданої задачі з відповідним рішенням статичної задачі. Чисельний аналіз виявив, що при $t \rightarrow \infty$ криві, які відповідають нестационарному рішення, асимптотично наближуються до значень, що відповідають статичному навантаженню. Це підтверджує вірність нестационарного рішення.

У четвертій главі досліджуються хвильові деформаційні процеси в багат шаровому нескінченно довгому циліндрі, що складається із n вкладених один в одного співвісних шарів, контакт між якими під час деформування не порушується.

Припускається, що на внутрішню поверхню i -го шару та на зовнішню поверхню шару з номером n діють нестационарні навантаження нормального та дотичного виду, а між рештою шарів здійснюється жорстке скріплення.

Деформування кожного з шарів описується згаданими у другій главі рівняннями Ламе та системою хвильових рівнянь.

Подібно до способу, що описаний в главах 2, 3, відділяється кутова координата за допомогою розкладання в ряди Фур'є, а потім здійснюється перехід у простір зображень за Лапласом. В просторі зображень хвильові рівняння зводяться до модифікованих рівнянь Бесселя для величин $\omega_{i, n}^{(1)}, \Delta_{i, n}^{(1)}$

($i=1, 2, \dots, N$). Їх рішення представляються аналогічно /1/, але для точок i -го шару. Після цього із основної системи рівнянь в зображеннях отримуються співвідношення для переміщень $u_{r,i}^{NL}$, $u_{\theta,i}^{NL}$. Підставляючи ці величини в формули для коефіцієнтів розкладань i -го шару в просторі зображень, приходимо до явних виражень для $\sigma_{r,i}^{NL}$, $\sigma_{r,\theta,i}^{NL}$, $\sigma_{\theta,i}^{NL}$, $\sigma_{z,i}^{NL}$.

Одержані вираження для коефіцієнтів розкладань переміщень та напружень i -го шару в просторі оригіналів підставляються в граничні умови та умови контакту, внаслідок чого отримуємо систему $4N$ інтегральних рівнянь Вольтерра для невідомих функцій часу $c_{j,i}^n(t)$ ($j=1, 2, 3, 4$, $i=1, 2, \dots, N$). Заміна цих функцій шматково-постійними аналогами виду /4/ зводить згадані інтегральні рівняння до системи алгебраїчних рівнянь для визначення $c_{j,i}^n$. Покладаючи послідовно $m=1, 2, 3, \dots$, на кожному часовому "кроці" знаходимо ці величини. Після чого проводиться розрахунок розшукуваних переміщень та напружень.

Одержано та проаналізовано чисельні результати, які відображують специфіку напруженого стану у двохшаровому циліндрі під впливом різних імпульсних навантажень, а також для різних варіантів його композиції.

На мал. 3 приведені графіки безрозмірних напружень $\sigma_{r,i}^n$, $\sigma_{r,\theta,i}^n$, $\sigma_{\theta,i}^n$, $\sigma_{z,i}^n$, що реалізуються в двохшаровому циліндрі при $n=2$ в точці, яка знаходиться посередині першого шару, у випадку зведення на його внутрішній поверхні радіального навантаження виду $\sigma_r^2(R_{0,1}, t) = -\sigma_0 H(\omega_0 - t)$ в припущенні рівності нулю решти граничних напружень.

Наведені результати відображують кильовий характер де-

формування. Стрибки в значеннях напружень обумовлені накладенням прямих та відбитих хвиль напружень, причому відбиті хвилі утворюються внаслідок наявності чотирьох відбиваючих поверхонь.

Як оцінка вірогідності, проводилось порівняння результатів розрахунків напружень в одношаровому циліндрі та в двохшаровому, в припущенні, що шари виконано з того ж самого матеріалу. Порівняння показало, що одержані результати мають добрий збіг.

У п'ятій главі проводиться аналіз нестационарного деформування тіла скінченних розмірів у вигляді циліндричної панелі. Досліджується ізотропне пружне тіло в циліндричних координатах, обмежене циліндричними поверхнями $r=R_0$ та $r=R_1$, площинами $z=0$ та $z=z_0$, напівплощинами $\varphi=0$ та $\varphi=\varphi_0$ ($R_0 \leq r \leq R_1$; $0 \leq z \leq z_0$; $0 \leq \varphi \leq \varphi_0$). Припускається, що на поверхнях $r=R_0$ і $r=R_1$ задаються переміщення як функції кутової, осьової координат і часу. Схема навантаження поданої циліндричної панелі наведена на мал. 4.

Рівняння Ламе, що описують деформування однорідного ізотропного пружного середовища, в тривимірному випадку в циліндричних координатах еквівалентні такій системі рівнянь:

$$\Delta \varphi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}, \quad \Delta \psi_\alpha = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi_\alpha}{\partial t^2} \quad (\alpha=1,2); \quad /6/$$

$$\vec{u} = \text{grad } \varphi + \text{rot}(\psi_1 \vec{e}_z) + \text{rot rot}(\psi_2 \vec{e}_z), \quad /7/$$

де φ , ψ_1 , ψ_2 - скалярні потенціали перемещень, \vec{e}_z - орт осі z .

Рішення хвильових рівнянь /6/ будується у виді подвійних розкладань за осьовою та кутовою координатами

$$p = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} R_{nk}^0(r, t) w_n(\theta) v_k(z);$$

$$p_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} R_{nk}^1(r, t) \frac{1}{\mu_n} \frac{dw_n(\theta)}{d\theta} v_k(z); \quad /8/$$

$$p_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} R_{nk}^2(r, t) w_n(\theta) \frac{1}{v_k} \frac{dv_k(z)}{dz};$$

де $\mu_n = n\pi/\theta_0$; $v_k = k\pi/z_0$.

В залежності від вибору координатних функцій $w_n(\theta)$, $v_k(z)$ на торцевих поверхнях циліндричної панелі реалізуються граничні умови, які відповідають третьому або четвертому типу постановок граничних задач теорії пружності, згідно з прийнятою класифікацією. Тут функції $w_n(\theta)$, $v_k(z)$ були обрані такі:

$$w_n(\theta) = \cos \mu_n \theta; \quad v_k(z) = \cos v_k z.$$

На поверхнях $\theta = r=R_0$, $r=R_k$, згідно з прийнятими припущеннями, реалізуються граничні умови в переміщеннях.

Хвильові рівняння /6/ записуються в просторі зображень за Лапласом. З урахуванням розкладань /8/ для величин R_{nk}^{OL} , $R_{nk}^{\alpha L}$ ($\alpha = 1, 2$) отримуються рівняння, які за допомогою нескладних перетворень приводяться до модифікованих рівнянь Бесселя. Їх загальні рішення представляються таким чином:

$$R_{nk}^{OL} = A_0(s) I_{\mu_n}(r(\nu_k^2 + s^2/a^2)^{1/2}) + B_0(s) K_{\mu_n}(r(\nu_k^2 + s^2/a^2)^{1/2}); \quad /9/$$

$$R_{nk}^{\alpha L} = A_{\alpha}(s) I_{\mu_n}(r(\nu_k^2 + s^2/b^2)^{1/2}) + B_{\alpha}(s) K_{\mu_n}(r(\nu_k^2 + s^2/b^2)^{1/2}) \quad (\alpha = 1, 2),$$

де $A_0(s)$, $B_0(s)$, $A_{\alpha}(s)$, $B_{\alpha}(s)$ - довільні функції пара-

метру a . З урахуванням довільності цих функцій вираження /9/ можуть бути записані в зручній для переходу в простір оригіналів формі. В результаті для R_{nk}^{α} в просторі оригіналів отримуються співвідношення такого виду:

$$R_{nk}^{\alpha}(r, t) = H\left(t - \frac{R_1 - r}{a}\right) \int_0^{t - (R_1 - r)/a} A_0(\tau) h_{\mu_n}^{\alpha}\left[r, t - \frac{R_1 - r}{a} - \tau\right] d\tau + \\ + H\left(t - \frac{r - R_0}{a}\right) \int_0^{t - (r - R_0)/a} B_0(\tau) g_{\mu_n}^{\alpha}\left[r, t - \frac{r - R_0}{a} - \tau\right] d\tau, \quad /10/$$

де $A_0(t)$, $B_0(t)$ - невідомі функції часу, що визначаються з граничних умов, $h_{\mu_n}^{\alpha}$, $g_{\mu_n}^{\alpha}$ - деякі функції часу і радіальної координати, а $h_{\mu_n}^{\alpha 1}$, $g_{\mu_n}^{\alpha 1}$ - інтеграли від цих функцій, які мають вид, аналогічний /5/.

Таким чином записуються вираження і для функцій R_{nk}^{α} ($\alpha = 1, 2$).

Були розглянуті деякі часткові випадки навантаження циліндричної панелі, що відповідають різним значенням номерів n і k коефіцієнтів розкладань /8/ в ряди Фур'є.

У випадку $n=0$, $k=0$ задача зводиться до плоского осесиметричного деформування. Для цього варіанту було проведено чисельні розрахунки, які відображають хвильові процеси в товстостінному циліндрі у випадку завдання на його граничних поверхнях різних осесиметричних навантажень. Проводилось також порівняння результатів обчислювань напружень, що були розраховані за даною методикою, з результатами, одержаними іншими авторами *).

*) Філіпсов А.П., Клименко В.Г. Пружний товстостінний циліндр під впливом імпульсного навантаження // Пробл. машинобудування. - 1979. - Вип. 9. - С. 3-9.

У випадку $n \neq 0$, $k=0$ приходимо до плоского неосесиметричного деформування, яке було описано в главах 2-4.

Випадок $n=0$, $k \neq 0$ відповідає осесиметричному деформуванню циліндричного тіла скінченної довжини.

На основі розглянутих випадків зроблено висновок про застосування розкладань /8/ для потенціалів хвильових рівнянь /6/ як при рішенні тривимірних задач динамічної теорії пружності в циліндричних координатах, так і при рішенні простіших задач для деяких окремих випадків завдання n і k .

У заключній частині сформульовано основні результати дисертації.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

1. Приведено постановку та знайдено рішення актуальних задач імпульсного деформування одношарових та багатшарових елементів конструкцій циліндричного обрису, що знаходяться в умовах плоского та неплоского навантаження.

2. Наведено численні результати оцінки параметрів напружено-деформованого стану тіл, обмежених циліндричними поверхнями, які знаходяться в умовах імпульсних навантажень; приведено результати виставлення рішень, одержаних розвинутим в поданій роботі чисельно-аналітичним методом, з відомими в літературі рішеннями інших авторів. Це дало можливість виявити ефективність алгоритмів та оцінити вірогідність одержаних результатів.

3. Розроблено обчислювані програми для реалізації чисельно-аналітичного підходу рішення нестационарних задач теорії пружності для тіл циліндричної форми. В цих програмах передбачена видача результатів, які відображать поля переміщень і напружень, що сприяє глибокому аналізу напружено-

деформованого стану.

4. Розв'язано задачу нестационарної теорії пружності про визначення змінювання за часом переміщень і напружень в одношаровому циліндрі, що знаходиться в умовах плоскої неосесиметричної деформації; одержані результати, зокрема, можуть бути використані при оцінці динамічної міцності елементів конструкцій циліндричної форми, у яких довжина значно перевершує радіуси циліндричних поверхонь.

5. Розв'язано задачу про моделювання впливу неосесиметричного імпульсного навантаження на багатшарові циліндричні тіла нескінченної довжини, що дозволяє одержати результати для оцінки динамічної міцності багатшарових елементів конструкцій; розвинутий метод може бути використаний для розрахунків параметрів напруженого стану, наприклад, багатшарових склоблоків, що використовуються в вві- та суднобудуванні.

7. Розв'язано задачу про вплив імпульсних навантажень нормального і дотичного характеру на циліндричну панель скінченних розмірів; виявлено різні часткові випадки, що витікають із загального рішення, які підтверджують можливість застосування розробленої методики для аналізу напружено-деформованого стану циліндричних тіл.

7. Способи, які реалізують розвинений в дисертаційній роботі чисельно-аналітичний метод, складають єдиний теоретичний комплекс, що дозволяє визначити характеристики деформування одношарових та багатшарових тіл циліндричної форми стосовно рішення проблем міцнісного характеру. Цей комплекс має внутрішні можливості для удосконалення з метою рішення ще складніших задач механіки деформівного твердого тіла.

Список праць за темою дисертації

1. Янютін Є.Г., Світлична С.Д. Нестационарне пружне плоске неосесиметричне деформування багатшарового циліндру/ АН УРСР. Ін-т пробл. машинобудування. - Харків, 1990. - 16 с.-Деп. в ВІНІТІ 25.01.90, № 658-В 90.
2. Янютін Є.Г., Світлична С.Д. Чисельно-аналітичний спосіб рішення задачі про нестационарне деформування багатшарового пружного циліндру// Міцн. та формозміння елементів констр. під впливом динам. фіз-мат. полів: Тез. доп. респ. сем., Київ, 25-27 вер. 1990 р. - Київ, 1990. - С. 103-104.
3. Янютін Є.Г., Світлична С.Д., Костомарова Т.В. Дослідження нестационарних хвильових полів деформацій в елементах конструкцій циліндричної форми// Автоматизація дослідження, проєкт. та випробувань складних техн. систем і проблеми мат. моделюв.: Тез. доп. регіон. наук.-техн. конф., Калуга, 18-21 лист. 1991 р.-Калуга, 1991.-С. 89.

Светличная С.Д. Нестационарное неосесимметричное деформирование упругих тел цилиндрической формы.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.02.04 - механика деформируемого твердого тела. Институт проблем машиностроения НАН Украины, Харьков, 1994.

Развивается численно-аналитический метод исследования нестационарного неосесимметричного деформирования упругих тел цилиндрической формы. На его основе решен ряд задач механики деформируемого твердого тела, получены многочисленные результаты оценки параметров напряженно-деформированного со-

стояния тел, ограниченных цилиндрическими поверхностями. Сделаны выводы о временном и пространственном распределении полей перемещений и напряжений в толстостенных телах цилиндрической формы при воздействии на них многообразных импульсных нагрузок.

Svetlichnaya S.D. Unsteady nonaxisymmetric deformation of elastic cylindrical shape bodies.

The dissertation is a manuscript presented on competition for an academic degree of technical sciences candidate by speciality 01.02.04 - mechanics of deformed solid body. Institute for problems in mashinery of Ukrainian NAS. Kharkov, 1994.

The numerical-analytic method of unsteady non-axisymmetric deformation of elastic cylindrical shape bodies is developed. On its base some problems of deformed solid body mechanics is solved, the numerous results of parameters appreciation of strain-stress state of bodies, which are restricted by cylindrical surfaces, are obtained. The investigation of distribution of stress and displacement fields in time and space in the thickwalled bodies of cylindrical shape under influence of various impulse loads is carried out.

Ключові слова: нестационарне деформування, пружність, тіло циліндричної форми, чисельно-аналітичний метод.

Відповідальний за випуск д.т.н., член-кор. НАН України
Мацевитий П.М.

Підп. до друку 17.10.94. Формат 60x90 1/16.

Папір друк. № 1. Ум. друк. арк. 1,0.

Обл.-вид. арк. 0,96. Тираж 100 пр. Зам. № 303

Ротапринт Інституту проблем машинобудування НАН України.
310046, Харків-46, вул. Дм. Пожарського, 2/10.

150 100

AB 31.254
AB 31.254