


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ

Київський державний технічний університет
будівництва і архітектури

На правах рукопису

ІВАНЧЕНКО ГРИГОРІЙ МИХАЙЛОВИЧ



ДИНАМІКА ТРОСОВИХ СИСТЕМ
ПРИ СКЛАДНОМУ РУСІ

ОБ.23.17 - Будівельна механіка

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Київ - 1994

ДВ 31.50

Дисертація є рукописом.

Роботу виконано на кафедрі теоретичної механіки та в Науково-дослідному інституті будівельної механіки Міністерства освіти України при Київському державному технічному університеті будівництва і архітектури.

Науковий керівник - доктор технічних наук,
професор ГУЛЯЄВ В.І.

Науковий консультант - доктор технічних наук, старший науковий співробітник ГАЙДАЙЧУК В.В.

Офіційні опоненти - доктор технічних наук,
професор КРЮКОВ М.М.
- кандидат технічних наук,
доцент КОСЕНКО В.І.

Провідна організація - Науково-дослідний інститут автоматизованих систем планування та керування у будівництві, м.Київ.

Захист відбудеться "22" листопада 1994 року о 13 годині на засіданні спеціалізованої ради К 068.05.04 в Київському державно-технічному університеті будівництва і архітектури (252037, Київ 37, Повітрянофлотський проспект, 31).

З дисертацією можна ознайомитися в науковій бібліотеці Київського державного технічного університету будівництва і архітектури

Автореферат розіслано "24" листопада 1994 року.

Вчений секретар спеціалізованої ради, кандидат технічних наук

Ю.Л. Дінкевич

ЛНБ ім. В. Стефаника
АН України

ЛНБ України ім.В.Стефаника



00777192 (X)

ДБ-37, 200

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Дисертаційна робота присвячена дослідженню динаміки абсолютно гнучких непружних ниток при складному русі, якими моделюються такі протяжні системи, як троси, канати, стрічки, дріт, і прядиво під час виготовлення. Необхідність розв'язку задач динаміки таких об'єктів виникає в багатьох галузях діяльності людини, зокрема, в машинобудуванні, гірничій справі, освоєнні моря і океану, при дослідженні космічного простору та в інших. Застосування в конструкціях та механізмах тросових елементів дозволяє більш раціонально використовувати міцнісні властивості матеріалу і значно зменшити їх масу.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Проектування і створення нових об'єктів, котрі включають протяжні тросові елементи, які виконують складний рух, повинні супроводжуватись аналізом динамічних процесів, що характеризуються зміною конфігурації тросів, можливістю втрати стійкості форм рівноваги, а також збудженням складних видів їх резонансних коливань. Розв'язок нових прикладних задач динаміки гнучких ниток, які виникають при розробці того чи іншого проекту, виборі раціональних режимів руху, зв'язаний із значними математичними і технічними складнощами. Ця обставина пояснює те, що до теперішнього часу динаміка складного руху ниток досліджена не достатньо, тому тема дисертаційної роботи є актуальною.

МЕТОЮ РОБОТИ є розробка і реалізація на ЕОМ чисельної методики побудови форм динамічної рівноваги тросових систем при сталому складному русі, дослідження стійкості побудованих форм рівноваги, а також знаходження частот і форм вільних та вимушених малих коливань неоднорідних тросів при кінематичному збудженні.

НАУКОВА НОВИЗНА результатів роботи полягає в наступному:

- побудована система нелінійних диференціальних рівнянь складного руху ідеальної нитки в зручному для чисельного інтегрування вигляді;

- розв'язано ряд задач на побудову форм динамічної рівноваги системи ниток і дослідження їх стійкості з застосуванням чисельного методу, який є синтезом методу продовження рішення по параметру і методу початкових параметрів;

- сформульовані та розв'язані нові задачі на дослідження впливу швидкості контурного руху нитки на її вільні коливання та

на побудову форм вимушених коливань, збуджуваних рухом неоднорідної нитки (зосереджені маси розташовані по її довжині з постійним кроком) вздовж лінії позитрного спокою;

- чисельно побудовані просторові форми ділянки важкої нитки при сталому контурно - обертальному русі з урахуванням коріолісових сил інерції.

ДОСТОВІРНІСТЬ результатів, отриманих в дисертаційній роботі, забезпечується коректністю постановки задач, математичною строгістю використаних методів, контролем точності обчислень, перевіркою практичної збіжності алгоритмів та хорошим співпаданням результатів, отриманих з використанням різних методів і моделей.

ПРАКТИЧНА ЦІННІСТЬ роботи полягає в створенні алгоритмів та комплексу прикладних програм для побудови форм руху тросових орбітальних антен з гнучкими тросовими спицями і без них та дослідження стійкості отриманих форм при розгортанні антени на орбіті і при силовому впливові на контур; в розробці методики та прикладних програм знаходження форм і частот власних коливань петлі хвостового троса шахтного підйомника, а також його вимушених коливань від кінематичного збудження, що зумовлене розташуванням на рухомому тросі зосереджених мас. Робота виконана в відповідності з загальним планом наукових досліджень, які проводяться на кафедрі теоретичної механіки та в Науково-дослідному інституті будівельної механіки Міністерства освіти України при Київському державному технічному університеті будівництва і архітектури.

АПРОБАЦІЯ РОБОТИ: Основні результати дисертаційної роботи доповідались на Міжнародній конференції по великогабаритних космічних конструкціях ICOLASS - 93 (м. Новгород, 1993 р.), на XXVII науково - технічній конференції по теорії і техніці антен ТТА'94 (м. Москва, 1994 р.), а також на 53 та 54 науково-практичних конференціях Київського інженерно - будівельного інституту (м.Київ, 1992 - 1993 р.р.).

ПУБЛІКАЦІЇ. Основний зміст та наукові результати дисертаційної роботи відображені в публікаціях (1 - 6).

ОБ'ЄМ РОБОТИ. Дисертаційна робота складається із вступу, п'яти розділів, висновку і списку основної літератури по динаміці ідеальних ниток, який включає 126 найменувань. Загальний об'єм дисертації становить 149 сторінок. Робота налічує 47 малюнків і 10 таблиць.

У вступі приведений короткий огляд робіт, присвячених дослідженню динаміки абсолютно гнучких ниток.

Найбільш ранні теоретичні дослідження в цій галузі знань належать Лагранжу, Ейлеру, Пуассону, Руту, Еткіну, Скутшу та Флоке. Сталій рух ниток вивчали Томсон, Тат, Клебш, Аппель, Хайн та інші.

Вагомий внесок у розвиток теорії ідеальних ниток зробив А.П. Мінаков. Він узагальнив питання статичної, кінематики і динаміки ниток, вивів диференціальні рівняння руху пружної нитки, запропонував свій метод дослідження сталого руху непружних ниток, а також вперше розглянув питання намотування (змотування) нитки та її рівноваги на шороховатій поверхні. Питання статичної і зв'язаного з нею сталого руху однорідної непружної ідеальної нитки подальший розвиток отримали в працях А.С. Петрова, В.О. Светлицького, В.С. Щедрова, М.І. Алексеева, Д.Р. Меркіна, М.І. Зака, Ю.В. Якубовського та інших авторів.

Динамічна поведінка ниток у деяких технологічних процесах текстильної промисловості, зокрема, балонуюча її ділянка, теоретично обґрунтована в роботах А. Бараєва, В. Марданова, Д.Г. Агаларова, М.М. Ісмаїлової, В.І. Ісмаїлова, В.П. Митрофанова, Нгуєн Ван Пуєна, Batra Subhash K., Ghosh Tushar K., Zeidman Mishu I. та інших дослідників. В цих роботах розглядалась дещо спрощена модель руху нитки: не враховувалось аеродинамічний опір, гравітаційне або коріолісове прискорення. Деякі з названих спрощень також застосовувались при теоретичних дослідженнях твердо-контурного руху стрічки балістичної антени, які викладені в працях В.О. Светлицького, Р.А. Мірошника, В.І. Куркіна та С.А. Медведева.

Колівання провисаючих ниток, якими моделювались ряд відповідальних конструкцій (троси ліфтів, лінії електропередач, різні кабелі), досліджували Г.А. Нехаєв, Г.М. Теличко, Ф.Л. Вайнштейн, В.С. Тихонов, В.І. Лебедев, А.А. Іванов, Sasaki Shoji, Kokado Junichi, Fujinaka Yuzo, Tashimo Kazuo, Della Valle S., Guido A.R., Brando P., Ramberg Steven E., Bartholomew Charles L., Gale J.G., Smith C.E., Irvine H.M. та інші.

Останнім часом значно зріс інтерес дослідників до динаміки тросових систем, які можуть бути використані при вивченні космічного простору. Загальну механічну модель космічної тросової системи побудували В.В. Белецький та Є.М. Левін. Деякі задачі ди-

наміки орбітальних тросів розв'язані С.В. Ковалевською, А.В. Андреевим, А.Л. Петровим, В.А. Рулевим, В.І. Куркіним, В.В. Белецьким, Є.М. Левіним, В.І. Гуляевим, В.Л. Кошкіним, К.Я. Голова-тюком та деякими іншими науковцями.

У вступі обґрунтована актуальність задач динаміки тросових систем, сформульована ціль дисертаційної роботи, викладені основні напрямки виконаних досліджень, відзначена наукова новизна отриманих результатів та їх практична цінність.

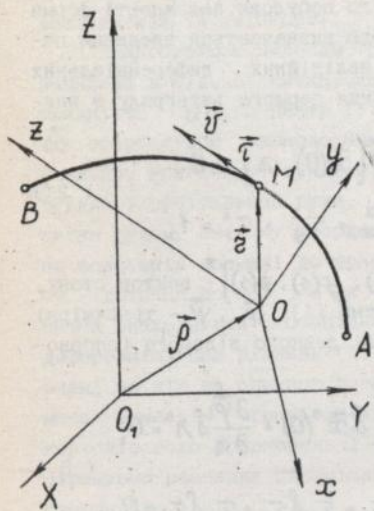
У першому розділі викладені основні співвідношення теорії абсолютно гнучких ниток, розглянуті її основні положення, гіпотези, виведені диференціальні рівняння складного руху нитки в вигляді, зручному для чисельного інтегрування.

Розглянемо нитку АВ, мал.1, яка рухається в інерціальній системі координат O_4XYZ таким чином, що її форма залишається незмінною (контурний рух). У зв'язаній з формою нитки (лінією позірнього спокою) рухомої системи координат $Oxyz$ диференціальні рівняння руху нитки мають вигляд

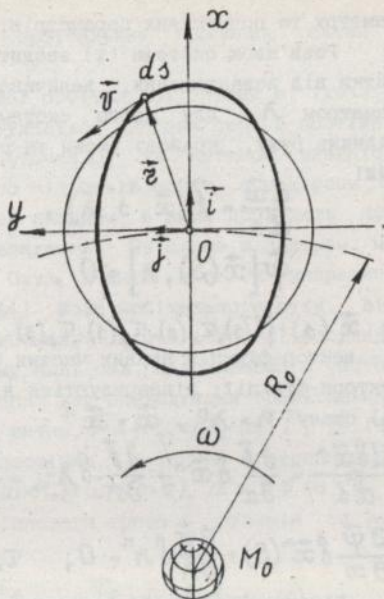
$$\begin{aligned} \frac{dT}{ds} &= \mu \dot{v} - \tau_x F_x - \tau_y F_y - \tau_z F_z, \\ \frac{d\tau_x}{ds} &= \frac{1}{\mu v^2 T} \left[(\tau_y^2 + \tau_z^2) F_x - \tau_x \tau_y F_y - \tau_x \tau_z F_z \right], \\ \frac{d\tau_y}{ds} &= \frac{1}{\mu v^2 T} \left[-\tau_x \tau_y F_x + (\tau_x^2 + \tau_z^2) F_y - \tau_y \tau_z F_z \right], \\ \frac{d\tau_z}{ds} &= \frac{1}{\mu v^2 T} \left[-\tau_x \tau_z F_x - \tau_y \tau_z F_y + (\tau_x^2 + \tau_y^2) F_z \right], \\ \frac{dx}{ds} &= \tau_x, \quad \frac{dy}{ds} = \tau_y, \quad \frac{dz}{ds} = \tau_z, \end{aligned} \quad (1)$$

де $F_x = P_x - \mu(a_x^e + a_x^c)$; $F_y = P_y - \mu(a_y^e + a_y^c)$; $F_z = P_z - \mu(a_z^e + a_z^c)$, T - натяг нитки, μ - її питома лінійна маса, v - швидкість руху нитки вздовж себе, P_x ; P_y ; P_z - проєкції вектора зовнішніх сил, a_x^e , a_y^e , a_z^e , a_x^c , a_y^c , a_z^c - проєкції на осі рухомої системи координат векторів переносного і коріолісового прискорення елемента нитки, s - ейлерова координата, яка відраховується від фіксованої точки лінії позірнього спокою нитки.

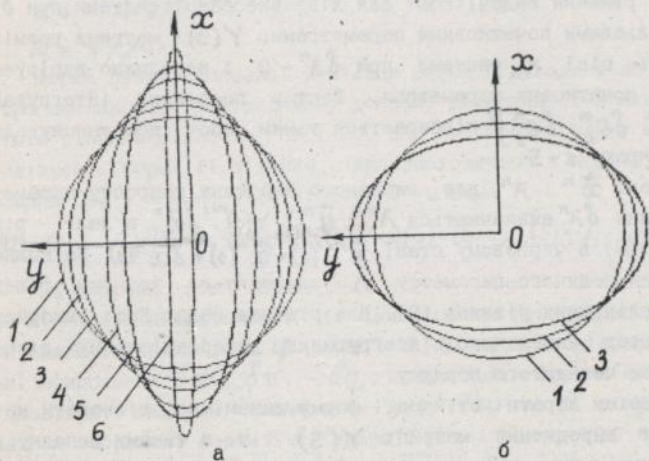
У другому розділі викладена методика побудови і дослідження розв'язків нелінійних диференціальних рівнянь стаціонарного руху нитки, що базується на синтезі методів продовження рішення по па-



Мал. 1



Мал. 2



Мал. 3

раметру та початкових параметрів.

Розв'язок системи (1) зводиться до побудови залежності форми нитки від навантаження, величина якого визначається введенням параметром λ . Для цього систему нелінійних диференціальних рівнянь руху, крайові умови та рівняння першого інтегралу в вигляді

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{x}}{ds} &= \vec{f}(\vec{x}, s, \lambda), & \vec{\varphi}[\vec{x}(0), \lambda] &= 0, \\ \vec{\psi}[\vec{x}(S), \lambda] &= 0, & \tau_x^2 + \tau_y^2 + \tau_z^2 &= 1, \end{aligned} \quad (2)$$

де $\vec{x}(s) = \{T(s), \tau_x(s), \tau_y(s), \tau_z(s), x(s), y(s), z(s)\}^T$ - вектор стану, \vec{f} - вектор-функція правих частин системи (1), $\vec{\varphi}$, $\vec{\psi}$ - трьохмірні вектори-функції; лінеаризуються в околі деякого відомого (опорного) стану $\lambda = \lambda^n$, $\vec{x} = \vec{x}^n$:

$$\begin{aligned} \frac{d\delta\vec{x}^n}{ds} &= \frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{x}} \delta\vec{x}^n + \frac{\partial \vec{f}}{\partial \lambda} \delta\lambda^n, & \frac{\partial \vec{\varphi}}{\partial \vec{x}} \delta\vec{x}^n(0) + \frac{\partial \vec{\varphi}}{\partial \lambda} \delta\lambda^n &= 0, \\ \frac{\partial \vec{\psi}}{\partial \vec{x}} \delta\vec{x}^n(s) + \frac{\partial \vec{\psi}}{\partial \lambda} \delta\lambda^n &= 0, & \tau_x \delta\tau_x + \tau_y \delta\tau_y + \tau_z \delta\tau_z &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Рішення задачі (3) шукається в вигляді

$$\delta\vec{x}^n(s) = \vec{y}_\lambda \delta\lambda^n + Y(s) \delta\vec{c}^n, \quad (4)$$

де $\vec{y}_\lambda(s)$ - рішення задачі Коші для лінеаризованої системи при $\delta\lambda^n = -1$ з нульовими початковими параметрами; $Y(s)$ - матриця розміром 7×3 рішень цієї ж системи при $\delta\lambda^n = 0$ і незалежно варіюємих невідомих початкових параметрах. Вектор постійних інтегрування $\delta\vec{c}^n = \{\delta c_1^n, \delta c_2^n, \delta c_3^n\}^T$ підбирається таким чином, щоб виконувались умови на краю $s = S$.

В стані \vec{x}^n , λ^n для вибраного значення приросту параметру навантаження $\delta\lambda^n$ визначаються λ^{n+1} , \vec{y}_λ^{n+1} , $Y(s)^{n+1}$, $\delta\vec{x}^n$, а далі - рішення задачі (3) в черговому стані $\vec{x}^{n+1}(s) = \vec{x}^n(s) + \delta\vec{x}^n(s)$. На кожному кроці зміни ведучого параметру λ знаходяться похибки рішення системи нелінійних рівнянь (2). Для рішення задач Коші використовується метод чисельного інтегрування диференціальних рівнянь Рунге-Кутта четвертого порядку.

Критерієм втрати стійкості форми динамічної рівноваги нитки вважається виродження матриці $Y(s)$, т.я. в такому випадку задача (3) має не єдине рішення. Граничне значення параметру λ характеризує критичну величину навантаження або точку біфуркації.

В третьому розділі дисертаційної роботи викладені результати

чисельної побудови форм руху орбітальних тросових антен і дослідження їх стійкості.

Найпростішою моделлю тросової орбітальної антени є ідеальна замкнена в кільце нитка, яка рухається вздовж себе з постійною швидкістю $v\vec{e}$, а центр її мас (точка O) із кутовою швидкістю $\vec{\omega}$ обертається навколо Землі по кільцевій орбіті з радіусом R_0 (мал.2). Розглянуті випадки, коли площини, в яких проходять контурний і орбітальний рухи, співпадають. Зв'яземо з центром мас нитки рухому систему координат $Oxyz$, в якій вісь Ox направлена по зовнішній нормалі до траєкторії його орбітального руху, вісь Oy - дотична до неї, а Oz - бінормаль. В цій системі координат нитка знаходиться в стаціонарному полі сил. Підставивши в систему диференціальних рівнянь (1) вирази для знаходження гравітаційної сили, що діє на одиницю довжини нитки, $\vec{P} \approx fM_0\mu/(R_0+x)^2\vec{i}$, де M_0 - маса Землі, f - гравітаційна постійна, а також переносного і коріолісового прискорень $\vec{a}^c = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{R}_0) + \dot{\vec{\omega}} \times (\vec{\omega} \times \vec{e})$, $\vec{a}^c = 2v\dot{\vec{\omega}} \times \vec{e}$, отримуємо рівняння динамічної рівноваги троса в рухомій системі координат

$$\frac{dN}{ds} = -3\omega^2 x \tau_x, \quad \frac{d\tau_x}{ds} = -\frac{\tau_y}{N-v^2} (3\omega^2 x \tau_y + 2\omega v), \quad (5)$$

$$\frac{d\tau_y}{ds} = \frac{\tau_x}{N-v^2} (3\omega^2 x \tau_y + 2\omega v), \quad \frac{dx}{ds} = \tau_x, \quad \frac{dy}{ds} = \tau_y,$$

де $N = T/\mu$.

Форми руху замкненої в кільце нитки будувались по методиці, котра викладена в попередньому розділі дисертації. Враховуючи симетрію рівнянь відносно Ox і Oy , для зменшення обсягу обчислень, досліджені форми її ділянки, яка знаходиться в першій квадранті площини Oxy і замикається крайовими умовами

$$y(0) = 0, \quad \tau_y(0) = 1, \quad \tau_x(0) = 0, \quad x(s) = 0, \quad \tau_x(s) = -1, \quad \tau_y(s) = 0. \quad (6)$$

За опорний стан приймалась форма нитки в вигляді кола, що має місце при навантаженні її центральною рівномірно розподіленою силою інтенсивністю q ($\omega = 0, v = 0$). Послідовно надаючи малі прирощення $\delta\omega, \delta v, -\delta q$, побудовані форми нитки, котрі відповідають заданим швидкостям руху ω і v ($q = 0$). На мал.3, а зображені форми 1-6 "правої" петлі замкненого троса довжиною $4S = 1670$ м (напрямок контурного руху троса співпадає в напрямком обертання його центра мас на орбіті), які реалізуються при $\omega = 1,163 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ і $v = 30; 1; 0,5; 0,1; 0,05; 0,01$ м/с. Форми

"лівої" петлі тросової антени (напрямок подовжнього і орбітального рухів протилежні) при швидкостях $U = 30; 1; 0,55$ м/с показані на мал.3,б. Ці форми відрізняються від форм "правої" петлі не лише напрямком витягнутості, а і тим, що вони не стійкі.

Аналізуючи результати дослідження форм динамічної рівноваги замкненого троса, який виконує рух вздовж себе і обертається по круговій орбіті навколо Землі, можна зробити висновки:

- форми тросового кільця стійкі при співпаданні напрямків контурного і орбітального рухів;

- при значних швидкостях троса кільцевої антени вздовж себе ($U > 30$ м/с) її форма близька до форми кола.

В роботі досліджені форми розгортання (згортання) на орбіті більш складної тросової антени, яка крім замкненого тросового кільця має чотири абсолютно гнучкі спиці, котрі зв'язують контур з центральним циліндричним несучим тілом, що має діаметр d (мал.4,а). В розгорнутий стан тросова система антени переводиться шляхом рівномірного керованого синхронного змотування тросів з барабанів центрального тіла, на які вона намотана в транспортному стані, в поле відцентрових сил інерції, породжуваному обертанням антени в своїй площині відносно центра мас з постійною швидкістю ω . Процес згортання антени - зворотний.

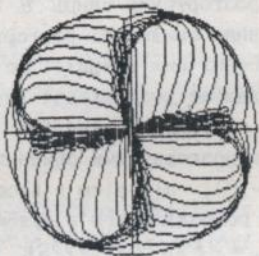
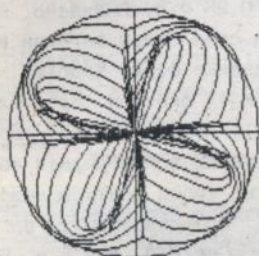
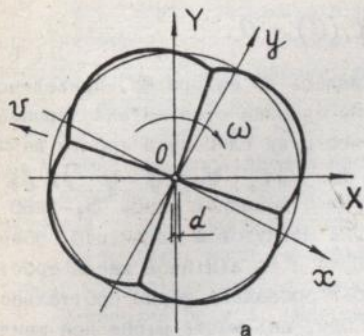
Як зауважено в попередній задачі, для антен з досить великою швидкістю обертання ω сили гравітації мають значно менший вплив на її форму, ніж відцентрові сили інерції, тому першими нехтуємо. Це дозволяє вважати, що в системі координат Oxy , зв'язаній з центральним тілом, антена знаходиться в стаціонарному полі сил. Елементи тросів матимуть переносне і коріолісове прискорення $\vec{a}^e = -\omega^2(x\vec{i} + y\vec{j})$, $\vec{a}^c = -2\omega(v_y\vec{i} - v_x\vec{j})$. При повільному розгортанні антени вважатимемо, що $\vec{a}^e = 0$.

Враховуючи центральну симетрію конструкції антени, досліджувалась форма її частини, яка охоплює одну спицю та сумісну з нею чверть контура, для котрих рівняння руху (1) зв'язані умовою нерозривності в вузлі

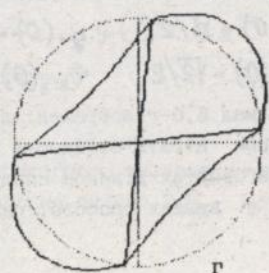
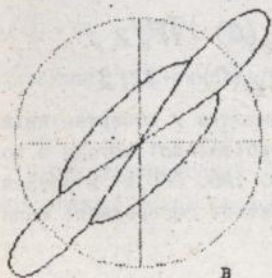
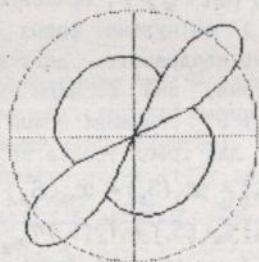
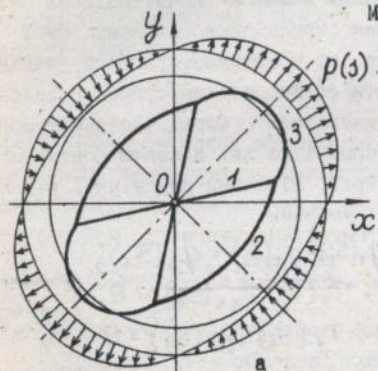
$$\begin{aligned} x_1(S_1) = x_2(0) = y_2(S_2), \quad y_1(S_1) = y_2(0) = -x_2(S_2), \\ -T_1(S_1)\tau_{x_1}(S_1) + T_2(0)\tau_{x_2}(0) - T_2(S_2)\tau_{y_2}(S_2) = 0, \\ -T_1(S_1)\tau_{y_1}(S_1) + T_2(0)\tau_{y_2}(0) + T_2(S_2)\tau_{x_2}(S_2) = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

де S - довжина ділянки троса, індексом 1 позначено спицю, а 2 - контур антени.

Умови на краю спиці



Мал. 4



Мал. 5

$$x_1(0) = \frac{d}{2}, \quad y_1(0) = 0. \quad (8)$$

Задача (1), (7), (8) розв'язувалась по алгоритму, приведеному в другому розділі дисертації. За опорний стан антени приймалась форма кола. Швидкості відносного руху елементів тросів на n -му кроці рішення задачі - $v_x = (x^n - x^{n-1})/\delta t$, $v_y = (y^n - y^{n-1})/\delta t$.

Чисельно побудовані форми антени з довжиною спиць $S_1 = 250$ м, діаметром центрального тіла $d = 0,24$ м, кутовою швидкістю обертання відносно центра має $\omega = 0,74 \text{ с}^{-1}$ та лінійною масою тросів $\mu_2 = 1/2\mu_1 = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}$. На мал.4,6-г зображені форми орбітальної антени в рухомій системі координат Oxy , які мають місце при швидкостях розгортання спиць $v = 0; 0,1; 0,25 \text{ м/с}$. Виявлено, що із збільшенням швидкості розгортання антени стає більш вагомий вплив коріолісових сил інерції, що значно ускладнює форму тросів.

Подальше дослідження динаміки тросової системи орбітальної антени полягало в аналізі стійкості її форм з частково або повністю розгорнутими спицями (побудованими в попередній задачі при $v = 0$), під дією в площині антени на троси контура навантаження, розподіленого в рухомій системі координат Oxy по закону $p_x = -P\tau_y \cos(\pi/2S)$; $p_y = P\tau_x \cos(\pi/2S)$, мал.5,а. Як і в попередній задачі, знехтувано малим впливом гравітаційних сил. В такому разі прискорення точок троса при сталому русі - $\vec{a} = -\omega^2(x\vec{i} + y\vec{j})$. Враховуючи те, що конструкція антени, навантаження і очікувана форма втрати стійкості симетричні відносно бісектрис квадрантів, далі досліджувалась форма частини тросової системи, яка охоплює одну спицю 1 та дві ділянки контурного троса 2 і 3, обмежені осями симетрії. Рівняння динамічної рівноваги (1) для трьох тросів зв'язані умовами

$$\begin{aligned} x_1(S_1) = x_2(S_2) = x_3(S_3), \quad y_1(S_1) = y_2(S_2) = y_3(S_3), \\ T_1(S_1)\tau_{x_1}(S_1) + T_2(S_2)\tau_{x_2}(S_2) + T_3(S_3)\tau_{x_3}(S_3) = 0, \\ T_1(S_1)\tau_{y_1}(S_1) + T_2(S_2)\tau_{y_2}(S_2) + T_3(S_3)\tau_{y_3}(S_3) = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

і замикаються крайовими умовами

$$\begin{aligned} x_1(0) = d/2, \quad y_1(0) = 0, \quad \tau_{x_2}(0) = \sqrt{2}/2, \\ \tau_{y_2}(0) = \sqrt{2}/2, \quad \tau_{x_3}(0) = \sqrt{2}/2, \quad \tau_{y_3}(0) = -\sqrt{2}/2. \end{aligned} \quad (10)$$

На мал.5,б-г зображені деякі з отриманих у дисертаційній роботі форми втрати стійкості тросової орбітальної антени з довжинами розгорнутих ділянок спиць $S_1 = 130, 190, 250$ м. В останньому випадку в вузлах тросової системи містяться зосереджені маси m -

- 1,4 кг. Решта параметрів геометрії антени та її руху, а також опорний стан рішення методом продовження по параметру для кожного випадку, відповідають параметрам і формам рівноваги антени, знайденими у попередній задачі при $\mathcal{U} = 0$. За ведучий параметр рішення приймалось приращення δP .

Проведені дослідження показали, що:

- найменш стійкі форми динамічної рівноваги антена має в початковій стадії свого розгортання на орбіті;
- зосереджені маси в вузлах кільцевої антени надають системі тросів стабілізуючих властивостей;

Четвертий розділ дисертації присвячений розв'язку задач чисельного дослідження динаміки хвостового троса шахтного підйомника.

Знайдені частоти і форми власних коливань троса з великою стрілою прогину (мал.б,а) в площині підвісу за допомогою дискретної математичної моделі руху в формі

$$M \ddot{z} + K z = 0, \quad (11)$$

де M - матриця мас з елементами $M_{ij} = 0$; $M_{ii} = \mu \Delta s (i-1, N; j-1, N)$, Δs - відстань між вузлами дискретизації, N - кількість степеней вільності системи, z - вектор узагальнених координат, K - матриця жорсткості розміром $(N \times N)$, для знаходження якої використана властивість

$$K = \Psi^{-1}, \quad (12)$$

де Ψ - матриця податливості системи, елементи якої Ψ_{ij} знаходились як i -те переміщення вузла дискретизації гнучкої нитки під дією одиничної зосередженої сили по напрямку j -ої вільності. Для цього використані рівняння динамічної рівноваги нитки (1) у вигляді

$$\frac{dT}{ds} = \tau_y \mu g, \quad \frac{d\tau_x}{ds} = -\frac{\tau_x \tau_y \mu g}{T}, \quad \frac{d\tau_y}{ds} = \frac{\tau_x^2 \mu g}{T}, \quad \frac{dx}{ds} = \tau_x, \quad \frac{dy}{ds} = \tau_y, \quad (13)$$

де g - прискорення вільного падіння.

Рівняння (13) обмежені крайовими умовами

$$x(0) = x_0, \quad y(0) = y_0, \quad x(S) = x_b, \quad y(S) = y_b \quad (14)$$

і доповнюються рівнянням першого інтегралу

$$\tau_x^2 + \tau_y^2 = 1. \quad (15)$$

Після лінеаризації (13)-(15) по чергово впливаючи на вузли дискретизації ланцюгової лінії незалежно силами $\delta P_x - 1$ та $\delta P_y - 1$

формуємо для кожного випадку квазілінійну крайову задачу з урахуванням умов рівноваги і сумісності переміщення лівої ОМ та правої МВ від вузла ділянок троса

$$\begin{aligned} \delta x_{M_0} = \delta x_{M_B}, \quad -\delta(T\tau_x)_{M_0} + \delta P_x + \delta(T\tau_x)_{M_B} = 0, \\ \delta y_{M_0} = \delta y_{M_B}, \quad -\delta(T\tau_y)_{M_0} + \delta P_y + \delta(T\tau_y)_{M_B} = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

які після перетворення приймають вигляд прирощення функцій в точках дії $\delta P_x - 1$:

$$\delta T = -\tau_x, \quad \delta \tau_x = -\tau_y^2/T, \quad \delta \tau_y = \tau_x \tau_y/T, \quad \delta x = 0, \quad \delta y = 0$$

і в точках дії $\delta P_y - 1$:

$$\delta T = -\tau_y, \quad \delta \tau_x = \tau_x \tau_y/T, \quad \delta \tau_y = -\tau_x^2/T, \quad \delta x = 0, \quad \delta y = 0.$$

Задача визначення частот і форм власних коливань зводиться до стандартної задачі на власні числа в вигляді:

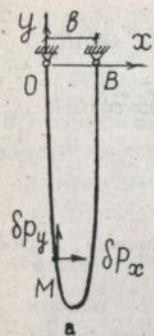
$$[K - \omega^2 M] \Phi = 0, \quad (17)$$

де Φ - вектор власних форм, ω - власні числа. Для рішення задачі (17) застосовано відомий QR-алгоритм.

В дисертаційній роботі досліджені власні коливання тросової петлі довжиною $S = 20, 30, 40, 50$ м з базою $B = 2,5$ м. Для кожного випадку дискретна модель охоплювала 150 вузлів дискретизації і мала 300 степеней вільності. На мал.6,б-д зображені перші чотири форми вільних коливань троса довжиною $S = 50$ м. Починаючи з 21 частоти коливань кратні, приклад форм, що відповідають їм, (форми 23 і 24) показані на мал.6,е-ж. Крім того, виявлено, що високочастотні форми вільних коливань реалізуються лише на гілках тросової петлі, до того ж, чим вище частота, тим менші ділянки верхньої частини троса залучаються до коливань. Це проілюстровано на мал.6,з-к. формами 40, 50 та 60.

Дослідження впливу на вільні коливання петлі швидкості руху однорідного непружного троса вздовж себе V проведено на моделі, зображеній на мал.7,а, використовуючи рівняння складного руху нитки (1). В інерціальній системі координат Охуз проєкції зовнішньої сили і прискорень елементів троса на осі знаходимо по формулах $P_x = 0$, $P_y = -\mu g$, $a_x^z = \ddot{x}$, $a_y^z = \ddot{y}$, $a_x^c = 2v(\dot{\tau}_x \tau_y^2 - \dot{\tau}_y \tau_x \tau_y)$, $a_y^c = 2v(\dot{\tau}_y \tau_x^2 - \dot{\tau}_x \tau_x \tau_y)$.

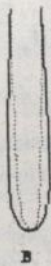
Після лінеаризації (1) в околі ланцюгової лінії, враховуючи крайові умови $\delta x(0) = \delta y(0) = \delta x(S) = \delta y(S) = 0$, формуємо задачу Діріхле. Рішення крайової задачі будувалось у вигляді



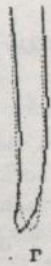
а



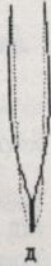
б



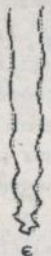
в



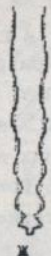
г



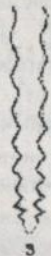
д



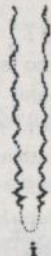
е



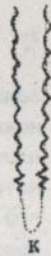
ж



з

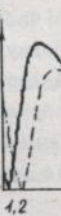
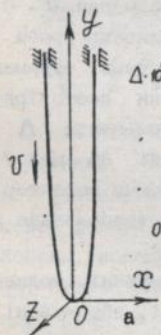


и

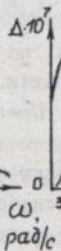


к

Мал. 6

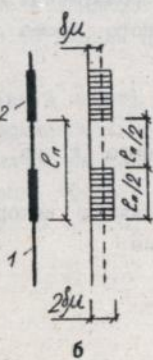
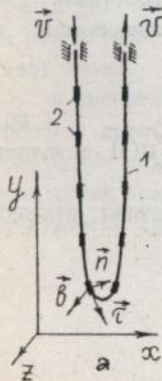


б

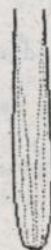


в

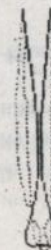
Мал. 7



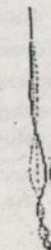
б



в



г



д

Мал. 8

$$\begin{aligned} \delta T &= \delta T^s \sin \omega t + \delta T^c \cos \omega t, & \delta \tau_x &= \delta \tau_x^s \sin \omega t + \delta \tau_x^c \cos \omega t, \\ \delta \tau_y &= \delta \tau_y^s \sin \omega t + \delta \tau_y^c \cos \omega t, & \delta x &= \delta x^s \sin \omega t + \delta x^c \cos \omega t, \\ \delta y &= \delta y^s \sin \omega t + \delta y^c \cos \omega t, \end{aligned} \quad (18)$$

де ω - частота вимушених коливань, t - час.

Після підстановки цих виразів в (1) і перетворень отримано систему рівнянь вигляду

$$\frac{d\vec{x}}{ds} = \vec{f}(\vec{x}, s, \omega), \quad (19)$$

де $\vec{x} = \{\delta T^s, \delta T^c, \delta \tau_x^s, \delta \tau_x^c, \delta \tau_y^s, \delta \tau_y^c, \delta x^s, \delta x^c, \delta y^s, \delta y^c\}^T$.

Послідовно змінюючи параметр ω при рішенні квазілінійних задач побудована послідовність стаціонарних станів системи. На кожному кроці варіювання частоти ω аналізувалась знако-постійність визначника Δ системи лінійних алгебраїчних рівнянь, котрі описують крайові умови $s = S$. Граничне значення ω_k , при якому детермінант змінює знак, характеризує одну з власних частот коливань ділянки тросової петлі.

По приведеній методиці досліджені залежності $\Delta = \varphi(\omega)$ для ділянки троса довжиною $S = 20$ м з базою $\theta = 2,5$ м при $\nu = 0; 1; 10$ м/с. Слід зазначити, що частоти вільних коливань троса при відсутності контурного руху співпадають з частотами, отриманими при рішенні задачі на власні числа, підтверджуючи достовірність отриманих результатів. Графіки залежностей детермінанта Δ від частоти ω при $\nu = 0$ і $\nu = 1$ м/с зображені на мал. 7, б, в відповідно суцільною і штриховою лініями. Порівнюючи характер цих кривих можна зробити висновок, що подовжній рух троса надає йому демпфіруючих властивостей.

В дисертації розв'язана задача на малі вимушені коливання рухомого хвостового троса шахтного підійомника 1, збуджувані наявністю на ньому зосереджених мас 2, розмічених з постійним кроком l_n (мал. 8, а). Маса неоднорідного троса визначалась по формулі

$$\mu_n = \mu_0 + \delta \mu(s) \quad (20)$$

де μ_0 - маса одиниці довжини однорідного троса, $\delta \mu(s)$ - додаткова маса перемички (мал. 8, б).

Для дослідження вимушених коливань використано рівняння складного руху нитки (1) з урахуванням

$$\begin{aligned} \vec{a}^c &= 2\omega_0 v \vec{n} = 2v(\dot{\tau}_x \tau_y^2 - \dot{\tau}_y \tau_x \tau_y) \vec{i} + 2v(-\dot{\tau}_x \tau_x \tau_y + \dot{\tau}_y \tau_x^2) \vec{j}, \\ \vec{P} &= -\mu g \vec{j}, \quad \vec{a}^z = \ddot{x} \vec{i} + \ddot{y} \vec{j}, \end{aligned} \quad (21)$$

де ω_0 - кутова швидкість обертання елемента нитки навколо миттєвого центра швидкостей.

Лінеаризувавши (1) в околі нерухомого стану, отриману систему рівнянь замкнуто крайовими умовами

$$\delta x(0) = \delta y(0) = \delta x(S) = \delta y(S) = 0. \quad (22)$$

Рішення задачі (21), (22) виконувалось методом Фур'є. Для цього $\delta \mu$ і функції δT , $\delta \tau_x$, $\delta \tau_y$, δx , δy подані у вигляді відрізків ряду Фур'є по часовій координаті

$$\begin{aligned} \delta \mu &= \sum_{n=1}^N \mu_n \sin\left(\frac{2\pi n s}{\ell_n} + n\omega t\right), \\ \delta T &= \frac{1}{2} \delta T^o(s) + \sum_{n=1}^N \delta T_n^c(s) \cos \omega n t + \sum_{n=1}^N \delta T_n^s(s) \sin \omega n t, \\ \delta \tau_x &= \frac{1}{2} \delta \tau_x^o(s) + \sum_{n=1}^N \delta \tau_x^c(s) \cos \omega n t + \sum_{n=1}^N \delta \tau_x^s(s) \sin \omega n t, \\ \delta \tau_y &= \frac{1}{2} \delta \tau_y^o(s) + \sum_{n=1}^N \delta \tau_y^c(s) \cos \omega n t + \sum_{n=1}^N \delta \tau_y^s(s) \sin \omega n t, \\ \delta x &= \frac{1}{2} \delta x^o(s) + \sum_{n=1}^N \delta x^c(s) \cos \omega n t + \sum_{n=1}^N \delta x^s(s) \sin \omega n t, \\ \delta y &= \frac{1}{2} \delta y^o(s) + \sum_{n=1}^N \delta y^c(s) \cos \omega n t + \sum_{n=1}^N \delta y^s(s) \sin \omega n t. \end{aligned} \quad (23)$$

Після підстановки (23) в систему квазілінійних диференціальних рівнянь, обмежуючись невеликим числом членів ряду Фур'є, обидві частини рівнянь проінтегровані на інтервалі $0 < t < 2\pi/\omega$. Для кінцевої формулювання задачі аналогічні перетворення виконані з крайовими умовами (22) та рівнянням першого інтегралу. Розв'язок задачі будувався по методиці, приміненій для аналізу впливу контурного руху на вільні коливання троса з варіуванням ω . Для послідовних значень швидкості контурного руху v знайдені частоти кінематичного збудження $\omega = 2\pi v/\ell_n$ та форми вимушених коливань петлі троса.

В дисертаційній роботі побудовані форми коливань провисаючої тросової петлі довжиною $S = 50$ м з базою $\theta = 2,5$ м і кроком розміщення перемичок на тросі $\ell_n = 1; 3; 5; 10$ м. На мал. 8, в приведені форми коливань троса з $\ell_n = 10$ м, які відповідають швидкостям контурного руху $v = 1, 0, 5, 0, 10, 0$ м/с. Для кожного випадку

розміщення зосереджених мас проаналізована амплітуда горизонтального відхилення нижньої точки петлі від положення рівноваги в залежності від швидкості контурного руху троса та зроблено висновок, що при конструюванні подібних об'єктів доцільно зосереджені маси розміщувати з малим кроком.

П'ятий розділ дисертаційної роботи вміщує рішення задачі на знаходження просторових форм динамічної рівноваги важкої непружної нитки НВ, яка в інерціальній системі координат Охуз виконує сталий контурний рух із швидкістю v та обертається навколо вертикальної осі з кутовою швидкістю ω (мал.9).

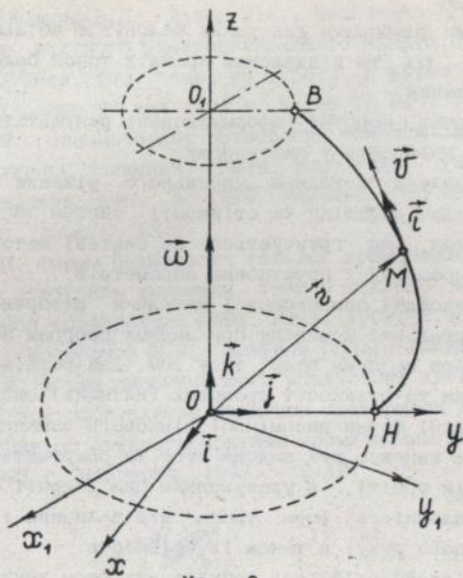
В дисертації розглянуті випадки, коли лінійна маса нитки досить велика, її діаметр малий, а швидкість обертання ω невисока. Для такої нитки знехтувано силами опору повітря, тому вектор інтенсивності зовнішніх сил, що діє на неї, має вигляд $\vec{P} = -\mu g \vec{k}$, де g - прискорення вільного падіння, \vec{k} - одиничний вектор по напрямку осі Oz. Елементи нитки мають прискорення $\vec{a}^e = -\omega^2(x\vec{i} + y\vec{j})$, $\vec{a}^c = 2\vec{\omega} \times \vec{v} = -2\omega v(\tau_y\vec{i} - \tau_x\vec{j})$.

При відомій довжині балонуючої ділянки S система диференціальних рівнянь динамічної рівноваги нитки (1) замкнулась крайовими умовами

$$x(0) = 0, \quad y(0) = y_H, \quad z(0) = z_H, \quad x(S) = 0, \quad y(S) = y_B, \quad z(S) = z_B \quad (24)$$

В залежності від геометрії балона і швидкості його обертання ω за базовий стан при розв'язуванні сформульованої задачі (1), (24) по приведеній в другому розділі дисертації методиці, приймалась ланцюгова лінія або дуга кола, обмежені точками Н і В, а швидкості обертання і подовжнього руху дорівнювали нулю. Функції ведучого параметру по чергово виконували прирощення $\delta\omega$ і δv . Таким способом побудовані форми балонів для деяких співвідношень довжини балонуючої ділянки нитки і координат її крайніх точок. Як приклад, на мал.10,а-в зображені три форми лінії позірнього спокою в $S = 2$ м в декількох фазах обертання навколо осі балона, які відповідають крайовим умовам $x_H = y_B = z_H = x_B = 0$, $z_B = 1$ м, $y_H = 0,25$ м, і швидкостям обертання $\omega = 10,0$ рад/с та контурного руху $v = 0$; $5,0$; $40,0$ м/с. Вигляд балона іншої геометрії: $S = 4,5$ м, $x_H = y_H = z_H = x_B = 0$, $y_B = 0,25$ м, $z_B = 1$ м при $\omega = 10,0$ рад/с та $v = 0$; 2 ; $2,9$ м/с - показаний на мал.10,г-е.

Виявлено, що для балонів з більш віддаленими від осі обертання верхніми точками В, ніж нижніми Н, існують критичні швидкості контурного руху, при яких форма нитки втрачає стійкість.



Мал. 9



а



б



в



г



д



е

Стабілізуючими факторами для таких балонів є збільшення швидкості їх обертання ω та віддалення крайніх точок балонуючої ділянки від осі обертання.

У висновках коротко сформульовані результати дисертаційної роботи. Вони полягають у наступному:

1. Розроблена методика чисельного рішення широкого кола нелінійних задач динаміки та стійкості систем абсолютно гнучких непружних ниток, що ґрунтується на синтезі методів продовження рішення по параметру і початкових параметрів.

2. На засадах опрацьованої методики створений автоматизований обчислювальний комплекс прикладних програм на мові ФОРТРАН, що реалізується на комп'ютері типу ІВМ, для розв'язку нелінійних задач динаміки та стійкості тросових (нитяних) систем.

3. Знайдені форми динамічної рівноваги замкненого тросового кільця, котре виконує рух вздовж себе та обертається навколо Землі по круговій орбіті, з урахуванням сил інерції та гравітації. Досліджена залежність форм троса від величини і напрямку швидкості контурного руху, а також їх стійкість.

4. Досліджена стійкість побудованих форм динамічної рівноваги тросової антени, яка крім тросового контура має чотири абсолютно гнучкі спиці, і проаналізований вплив на неї величини швидкості розгортання антени на орбіті.

5. Знайдені частоти і форми власних і вимушених малих коливань петлі зрівноважуючого (хвостового) троса шахтного підйомника в своїй площині. вивчений вплив контурного руху однорідного троса на частоти його вільних коливань.

6. Чисельно побудовані просторові форми динамічної рівноваги балонуючої ділянки важкої нитки при сталому контурно-обертальному русі та досліджена їх стійкість.

Основний зміст дисертаційної роботи відображений в публікаціях 1 - 6.

1. Гуляев В.И., Кошкин В.Л., Ропай В.А., Иванченко Г.М. Свободные колебания петли неподвижного шахтного уравновешивающего каната. Киев. гос. техн. ун-т. стр. и archit. (Рукопись деп. в ГНТБ Украины 16 марта 1994 г. N 557 УК 94), 1994. - 17 с.
2. Гуляев В.И., Кошкин В.Л., Ропай В.А., Иванченко Г.М. Вынужденные колебания шахтного уравновешивающего каната переменной плотности при контурном движении. Киев. гос. техн. ун-т. стр. и archit. (Рукопись деп. в ГНТБ Украины 16 марта 1994 г. N 558 УК 94), 1994. - 18 с.

3. Гуляев В.И., Кошкин В.Л., Ропай В.А., Иванченко Г.М. Свободные колебания шахтного уравнивающего каната при контурном движении. Киев. гос. техн. ун-т. стр. и архит. (Рукопись деп. в ГНТБ Украины 15 мая 1994 г. N 986 УК 94), 1994. - 17с.
4. Иванченко Г.М. Динамическое равновесие тяжелой вращающейся нити при контурном движении. Киев. гос. техн. ун-т. стр. и архит. (Рукопись деп. в ГНТБ Украины 15 мая 1994 г. N 969 УК 94), 1994. - 13 с.
5. Иванченко Г.М. Формы равновесия тяжелой вращающейся нити при стационарном контурном движении. Тезисы доклада на 54 научно-практической конференции КИСИ, Киев, 1993. С.164.
6. Кошелев В.А., Мельников В.М., Лизунов П.П., Гайдайчук В.В., Иванченко Г.М. Формы динамического равновесия тросовых кольцевых антенн при орбитальном движении /Материалы Международной конференции по крупногабаритным космическим конструкциям 18-20 мая 1993 г. Новгород, 1993. - С.42.



Підп. до друку 30.06.94. Формат 60×84¹/₁₆.
Папір друк. №3. Спосіб друку офсетний. Умовн. друк. арк. 1,16.
Умовн. фарбо-відб. 1,38. Обл.-вид. арк. 1,0.
Тираж 100. Зам. № 4-3653.

Фірма «ВІПОЛ»
252151, Київ, вул. Волинська, 60.

Ab 31.323

Ab 31.323