

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
Інститут механіки ім.С.П.Тимошенка

На правах рукопису

УДК 539.3

ТРУБІЦІНА Ольга Олексіївна

КОЛИВАННЯ ПОПЕРЕДНЬО НАВАНТАЖЕНИХ
РЕБРИСТИХ ОБОЛОНОК ОБЕРТАННЯ ТА ЇХ СТІЙКІСТЬ

(Об.23.17 -будівельна механіка)

А в т о р е ф е р а т
дисертації на здобуття вченого ступеня
кандидата технічних наук



Київ 1994



Дисертація в рукописі

Робота виконана в Інституті механіки ім.С.П.Тимошенка
НАН України

- Науковий керівник - доктор технічних наук
Гавриленко Г.Д.
- Офіційні опоненти - доктор технічних наук,
професор ГУЛЯЄВ В.І.
- кандидат фізико-математичних
наук КУЦЕНКО Г.В.
- Провідна організація - Київський технічний університет
архітектури та будівництва

Захист відбудеться "27" грудня 1994р., в 10 годин
на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 016.49.01
Інституту механіки ім.С.П.Тимошенка НАН України
за адресою: 252057, Київ-57, вул.Нестєрова,3.

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці Інституту
механіки ім.С.П.Тимошенка НАН України.

Автореферат розісланий "25" листопада 1994р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради
доктор технічних наук

Мігун І.С.Чернишенко

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ.

Актуальність теми. Ребристі оболонкові конструкції знаходять широке застосування у багатьох галузях сучасної техніки. Працездатність багатьох інженерних споруд, літальних апаратів і різних типів машин визначається їх здатністю сприймати комбіноване статико-динамічне навантаження. У зв'язку з цим виникає необхідність, крім статичного розрахунку таких конструкцій, визначити власні частоти коливання, причому з урахуванням неоднорідного, нелінійного напружено-деформованого стану (НДС) статичної рівноваги. Дослідження у цьому напрямку відображені у працях І.Я.Аміро, П.І.Галаки, В.З.Грищака, Я.М.Григоренко, О.М.Гузя, В.О.Заруцького, М.І.Карпова, А.А.Малініна, В.Й.Мащера, В.І.Мяченкова, М.П.Семенюка, І.С.Чернишенко, А.М.Фролова, С.Ю.Фіалко, Kai-Yuan Y., Patnaik S., Ross C.T.F., Singer J. та інших. Практично у більшості робіт, крім робіт В.І.Мяченкова, М.П.Семенюка, С.Ю.Фіалко, А.М.Фролова, Almgroth B.O., Bushnell D., Rosen A., Singer J. напружено-деформований стан (НДС) статичної рівноваги конструкції вважається однорідним та безмоментним. Це припущення в ряді випадків призводить до великих відхилень розрахункових значень критичних навантажень та частот власних коливань, особливо поблизу критичного навантаження, від їх точних значень. Ще менша кількість робіт пов'язана з вивченням НДС ребристих оболонок обертання в геометрично нелінійній постановці (роботи Є.О.Гоцуляка, Я.М.Григоренко, В.І.Гуляєва, В.І.Мяченкова та інші.). Практично відсутні дослідження частот коливань навантажених ребристих оболонок обертання з урахуванням геометричної нелінійності.

Мета роботи полягає в розробці узагальненої методики розрахунку частот коливань попередньо навантажених ребристих оболонок обертання та їх стійкості, з урахуванням моментного та нелінійного НДС статичної рівноваги; проведення на основі запропонованого підходу дослідження частот власних коливань навантажених ребристих оболонок обертання та їх критичних навантажень з аналізом впливу на них моментного, нелінійного НДС статичної рівноваги; дослідження впливу граничних умов, геометрії оболонок на частоти власних коливань та значення критичних навантажень ребристих оболонок обертання.

Теоретична та практична цінність міститься в розробці чисельної методики і алгоритму розрахунку НДС ребристих оболонок обертання, власних частот коливань навантажених та ненавантажених оболонок обертання, значень їх критичних навантажень та реалізації цього алгоритму у вигляді програми на ЕОМ на мові Фортран. Це дозволяє проводити указані дослідження ребристих оболонок обертання при різних типах навантаження, граничних умовах і змінних параметрах.

Наукова новизна дисертаційної роботи полягає у розробці узагальненої методики розрахунку власних частот коливань попередньо навантажених ребристих оболонок обертання та їх критичних навантажень при моментному та геометрично нелінійному НДС статичної рівноваги; дослідженні та аналізі впливу моментного та геометрично нелінійного НДС статичної рівноваги на частоти власних коливань (навантажених оболонок обертання) і критичні напруження при різних типах навантаження, граничних умовах та геометрії оболонок.

Достовірність одержаних у роботі результатів забезпечена коректністю постановки задачі, точністю математичних перетворень, використанням обґрунтованих методів розв'язання, співставленням чисельних результатів з теоретичними та експериментальними результатами інших авторів, використанням критерію практичної збіжності при чисельній реалізації конкретних задач.

Результати розрахунків можуть бути використані на підприємствах та в науково-дослідних і проектних організаціях для оцінки міцності, стійкості та вібростійкості елементів конструкцій. Розвинута методика розрахунку та результати розв'язків конкретних задач використовуються в практиці відділу будівельної механіки тонкостінних конструкцій Інституту механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України. Результати досліджень Трубіциної О.О. увійшли до науково-технічних звітів по проєкту Б.І.ОІ/034-93 ЕНМІСТ (7шт) по ДНТП Б.І.І за 1993р. та 1994р.

Апробація роботи. Основні положення і результати роботи доповідались і обговорювались на XVII науковій конференції молодих вчених Інституту механіки НАН України (Київ, 1992р.); XVIII науковій конференції молодих вчених Інституту механіки НАН України (Київ, 1993р.); семінарах відділу "Будівельної механіки тонкостінних конструкцій" Інституту механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України (1993-1994); семінарі за науковим напрямком "Будівельна механіка оболонкових систем" Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України (Київ, 1994р.); семінарі кафедри будівельної механіки Київського технічного університету архітектури та будівництва (Київ, 1994р.).

Матеріали дисертації опубліковані в роботах [1-3].

Структура та обсяг роботи. Дисертаційна робота складається з вступу, чотирьох глав, висновку та списку літератури, який вміщує 134 найменувань; містить 104 сторінок машинописного тексту, 38 рисунків, 8 таблиць.

Автор висловлює глибоку вдячність своєму науковому керівникові доктору технічних наук Г.Д.Гавриленко за постійну увагу до роботи.

ЗМІСТ РОБОТИ.

У вступі дається обґрунтування актуальності розглянутих в роботі питань, наводиться короткий огляд робіт по даній темі та сформульована мета дисертаційної роботи. Викладена декларація особистого неску дисертанта у розробку наукових результатів, що виносяться на захист: отримання нелінійних диференціальних рівнянь рівноваги ребристих оболонок обертання та лінеаризованих рівнянь стійкості і руху у переміщеннях; розробка чисельного алгоритму розрахунку власних частот коливань і критичних напружень ребристих оболонок обертання та створення на його основі програми; дослідження власних частот коливань навантажених оболонок, їх критичних навантажень та впливу на них моментності та нелінійності НДС статичної рівноваги. Коротко викладено зміст дисертації за главами.

В першій главі містяться основні припущення та співвідношення геометрично нелінійної теорії тонких оболонок. Напружено-деформований стан оболонок визначається в рамках теорії пружних оболонок, що базується на гіпотезах Кірхгофа-Лява. Деформаційний стан обшивки у нелінійній теорії тонких оболонок визначається шістьма компонентами деформації

$$E_{11} = \partial u / \partial \alpha_1 + k_1 w + \theta_1^2 / 2; \quad E_{22} = \partial v / \partial \alpha_2 + \psi u + k_2 w + \theta_2^2 / 2;$$

$$E_{12} = \partial v / A_1 \partial \alpha_1 + \partial u / A_2 \partial \alpha_2 - \psi v + \theta_1 \theta_2,$$

$$K_{11} = \partial \theta_1 / A_1 \partial \alpha_1; \quad K_{22} = \partial \theta_2 / A_2 \partial \alpha_2 + \psi \theta_1;$$

$$K_{12} = \partial \theta_2 / A_1 \partial \alpha_1 + \kappa_1 (\partial u / A_2 \partial \alpha_2 - \psi v) = \partial \theta_1 / A_2 \partial \alpha_2 - \psi \theta_2;$$

де θ_1, θ_2 кути повороту відносно осей α_1 та α_2 ; u, v, w - переміщення середньої поверхні оболонки.

Внутрішні зусилля та моменти зводяться до середньої поверхні оболонки і визначаються через напруження, проінтегровані по товщині оболонки.

Рівняння руху ребристої оболонки одержуються на основі принципу стаціонарності дії Остроградського-Гамільтона:

$t =$

$$\int (K - \Pi) dt = 0, \quad \text{де } K \text{ і } \Pi - \text{кінетична та повна потенційна енергія оболонки.}$$

Повна потенційна енергія оболонки складається з потенційних енергій деформацій середньої поверхні оболонки та ребер і роботи зовнішніх зусиль. Кінетична енергія складається з кінетичних енергій оболонки та ребер, причому враховуються тангенціальні інерціальні доданки та інерція закручування ребер.

З отриманого варіаційного рівняння в силу незалежності та довільності варіацій компонент переміщень слідують нелінійні диференціальні рівняння руху в переміщеннях

$$L_i + A_1 A_2 q_i = 0 \quad (i=1,2,3), \quad (1)$$

де L_i - нелінійні диференціальні оператори та граничні умови.

В даній роботі розглядаються малі коливання відносно положення статичної рівноваги, рішення задачі розшукується у вигляді

$$u = u^C(\alpha_1, \alpha_2) + u^B(\alpha_1, \alpha_2, t); \quad v = v^C(\alpha_1, \alpha_2) + v^B(\alpha_1, \alpha_2, t); \\ w = w^C(\alpha_1, \alpha_2) + w^B(\alpha_1, \alpha_2, t); \quad (2)$$

тут u^C, v^C, w^C - рішення задачі НДС, викликаного статичним

навантажнням; $u^\beta, v^\beta, w^\beta$ - компоненти збуреного стану оболонки при її малих коливаннях. Підставляючи (2) у (1), переносимо величини, що відносяться до стану статичної рівноваги у праву частину. Ліву частину, де залишились величини збуреного стану оболонки, лінеаризуємо відносно $u^\beta, v^\beta, w^\beta$, відкидаючи при цьому величини другого порядку малості.

Внаслідок цього отримуємо у лівій частині лінеаризовані рівняння руху. Аналогічним чином перетворюються граничні умови. В узагальненому вигляді отримана система має вигляд

$$\begin{aligned} L_k^\beta &= -L_k^C - f_k & (k=1,2,3,4) \\ L_t^\beta &= -L_t^C - f_t & (t=1,2,3) \\ L_s^\beta &= -L_s^C - f_s & (s=1,2,3,4) \end{aligned} \quad (3)$$

де L_k^β, L_s^β - граничні умови в збуреному стані; L_k^C, L_s^C - те ж в стані статичної рівноваги; f_k, f_s - задані праві частини граничних умов; L_t^β - лінеаризовані рівняння; $(L_t^C + f_t)$ - нелінійні рівняння типу (1), але без інерційних доданків.

Другу главу присвячено розробці методики чисельного розрахунку НДС статичної рівноваги та визначення частот власних коливань навантажених оболонок обертання і критичних напружень. Зведення двовимірної задачі до одновимірної здійснюємо замінов компонент збуреного стану оболонки, які входять у лінеаризовані рівняння та граничні умови, у вигляді одинарних тригонометричних рядів

$$\begin{aligned} u^\beta &= e^{i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} u(\alpha_1) \cos(n\alpha_2); & v^\beta &= e^{i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} v(\alpha_1) \sin(n\alpha_2); \\ w^\beta &= e^{i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} w(\alpha_1) \cos(n\alpha_2), \end{aligned} \quad (4)$$

Після підстановки (4) у ліву частину (3) та скорочення на $e^{i\omega t}$ маємо систему звичайних диференціальних рівнянь.

Для розв'язання задачі використовувався метод скінченних різниць. Диференціальні рівняння і граничні умови апроксимуються центральними скінченнорізницевиими співвідношеннями, внаслідок чого одержуємо систему алгебраїчних рівнянь. НДС статичної рівноваги вважається неоднорідним та осесиметричним. Задача визначення власних частот коливань навантажених оболонок або їх критичних напружень складається з двох етапів: розрахунок НДС при статичному навантаженні та визначення частот власних коливань або критичних напружень з лінеаризованих рівнянь. Розв'язок нелінійної задачі при статичному навантаженні шукаємо в процесі послідовного наближення, який базується на методі Ньютон-Канторовича. Початкове наближення визначається розв'язком лінійної системи при $u^C = v^C = w^C = 0$. В процесі послідовного наближення з заданою точністю (або при заданій кількості наближень) знаходиться розв'язок задачі при статичному навантаженні. При точному або наближеному визначенні u^C, v^C, w^C права частина системи (3) з наперед заданою точністю перетворюється в нуль і система (3) стає однорідною.

Частота власних коливань або параметр критичних напружень визначається по зміні знаку визначника однорідної лівої частини системи (3), куди увійшли u^C, v^C, w^C .

На базі розробленого алгоритму побудована програма розрахунку частот власних коливань та критичних навантажень циліндричних, конічних та сферичних оболонок при моментному та нелінійному НДС статичної рівноваги, що дозволяє розв'язувати задачі зазначеного класу в широкому діапазоні геометричних параметрів, видів закріплення контурів та типів навантаження.

В третій главі дається оцінка достовірності отриманих

результатів і практичної збіжності визначених частот власних коливань гладких циліндричних оболонок, ребристого сферичного поясу. Також приводиться порівняння результатів, отриманих за пропонованою методикою, з теоретичними та експериментальними результатами інших авторів для циліндричних, конічних та сферичних оболонок.

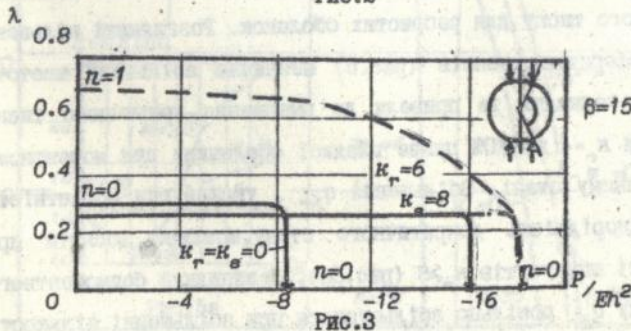
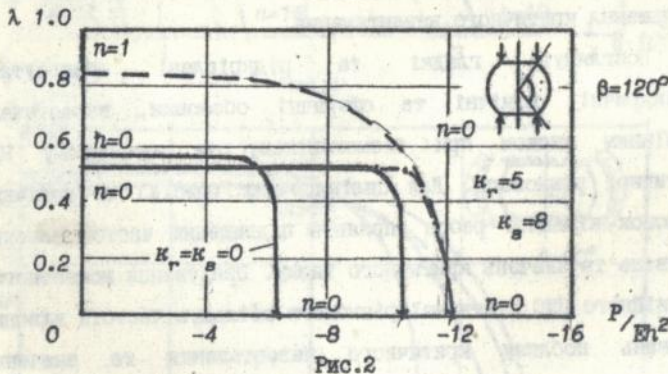
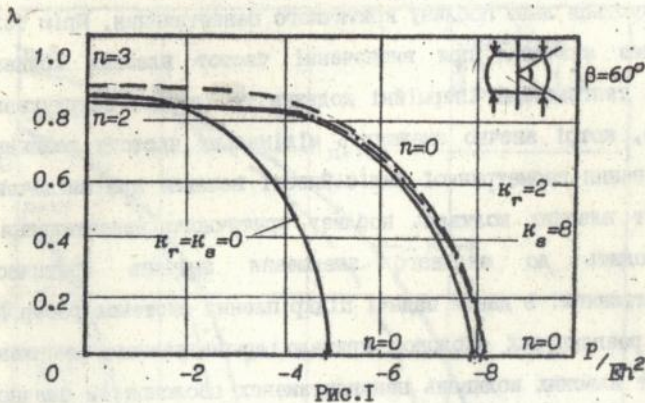
В четвертій главі на основі розробленої методики представлені розв'язки ряду нових задач. В даній роботі перевага надана дослідженню сферичних оболонок, у яких симетрично зрізані верхня та нижня основа (сферичний пояс).

Досліджено вплив кута розхилу сферичного поясу на частоти власних коливань при різних граничних умовах. При збільшенні кута розхилу сферичного поясу частоти власних коливань зменшуються, причому вплив тангенціальних інерційних доданків збільшується. При дослідженні впливу ребер на частоти власних коливань шарнірно закріпленого сферичного поясу с кутом розхилу $\beta=60^\circ$ одержано, що розглянуті кільцеві та подовжні ребра не сприяють значному збільшенню частот коливань, причому кільцеві ребра у розглянутій задачі призводять до зменшення частот власних коливань.

Розглянуті коливання гладких та підкріплених перехресною системою ребер сферичних поясів при поздовжньому стискаючому навантаженні (рис. 1-3).

Отримано, що для сферичних поясів з $\beta \leq 60^\circ$ статичний поздовжній стиск впливає на частоти коливань вже при половині значення критичного навантаження, причому визначення частот коливань гладких та ребристих сферичних поясів можливо виконувати не враховуючи тангенціальні інерційні доданки, інерцію закручування ребер та геометричну нелінійність НДС статичної рівноваги. Для сферичних поясів з

Вплив поздовжнього стискаючого навантаження на частоти власних коливань сферичних поясів



- при нелінійному та моментному НДС статичної рівноваги, з радіальними та тангенціальними інерційними доданками ($ID=3$)
- - - при лінійному та моментному НДС, з $ID=3$
- · - · при лінійному та моментному НДС, без тангенціальних ID

$\beta \geq 120^\circ$ статичне навантаження у широкому діапазоні практично не впливає на частоти власних коливань, вони різко зменшуються лише поблизу критичного навантаження. Крім того, важливе значення при визначенні частот власних коливань мають тангенціальні інерційні доданки та інерція закручування ребер, котрі значно зменшують мінімальну частоту коливань. Врахування геометричної нелінійності важливе при визначенні частот власних коливань поблизу критичного навантаження і призводить до значного зменшення значень критичного навантаження. В даній задачі підкріплення системою ребер для всіх розглянутих оболонок привело до незначного зменшення частот власних коливань ненавантажених оболонок та значного збільшення критичного навантаження.

Розглянуті гладкі та підкріплені шпангоутами циліндричні, конічні та сферичні оболонки, навантажені зовнішнім тиском при безмоментному та моментному НДС статичної рівноваги. Для циліндричних (рис.4) та конічних оболонок кільцеві ребра сприяють підвищенню частот власних коливань та значень критичного тиску. Врахування моментного, нелінійного НДС статичної рівноваги збільшує частоти власних коливань поблизу критичного навантаження та значення критичного тиску для ребристих оболонок. Розглянуті кільцеві ребра сферичних поясів (рис.5) незначно збільшили частоту власних коливань та привели до зменшення критичного тиску q_{kr} (при $k_r = 4$ на 40% нижче гладкої оболонки) при моментному докритичному стані. Збільшення q_{kr} , урахувавши моментність та неоднорідність докритичного стану, можливо досягти при кількості шпангоутів $k_r \geq 8$ (рис.5а). У випадку безмоментного розв'язку q_{kr} повільно збільшується при збільшенні кількості шпангоутів, причому у випадку моментного розв'язку при $k_r \geq 10$

Вплив рівномірного зовнішнього тиску

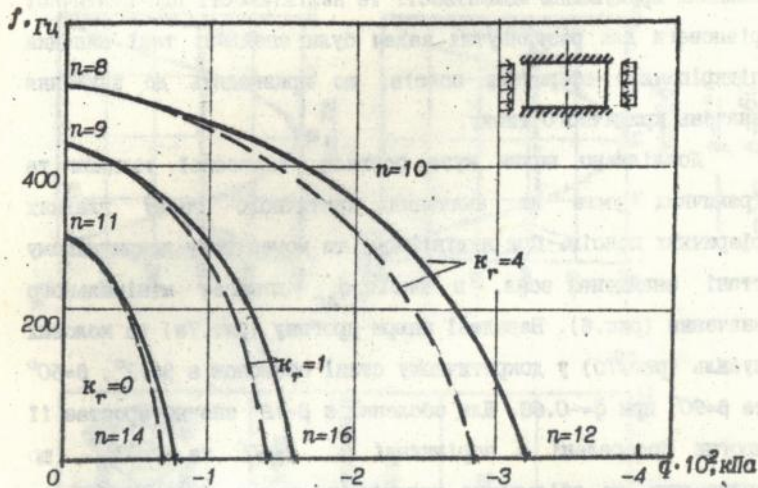


Рис. 4

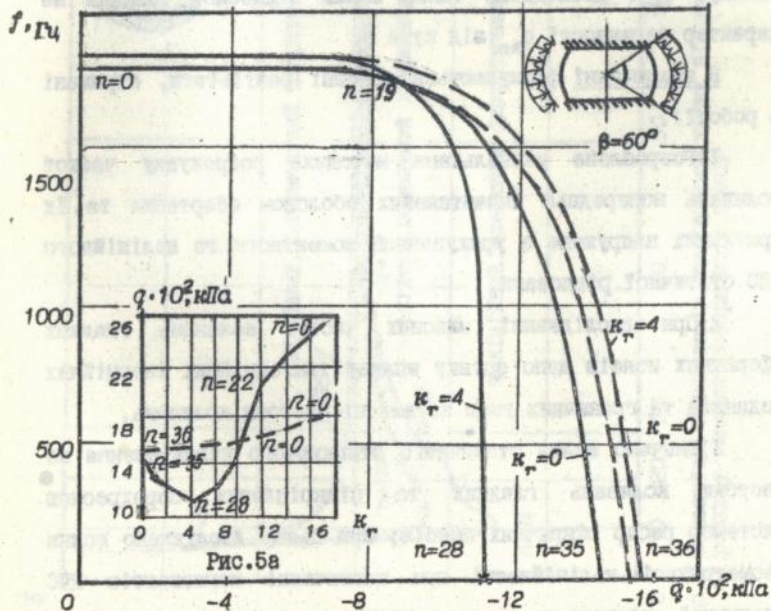


Рис. 5

- при нелінійному та моментному НДС статичної рівноваги
- - при лінійному та безмоментному НДС статичної рівноваги

значення $q_{кр}$ більше ніж при безмоментному. Таким чином, завдяки врахуванню моментності та нелінійності НДС статичної рівноваги для розглянутих задач були знайдені такі випадки підкріплення сферичних поясів, що призводять до зниження значень критичного тиску.

Досліджено вплив кута розхилу, відносної товщини та граничних умов на значення критичного тиску гладких сферичних поясів. При нелінійному та моментному докритичному стані знайдена зона, в якій $q_{кр}$ досягає мінімального значення (рис.6). Наведені епюри прогину (рис.7а) та колових зусиль (рис.7б) у докритичному стані оболонок з $\beta=12^\circ$, $\beta=60^\circ$ та $\beta=90^\circ$ при $\bar{q}=-0.68$. Для оболонки з $\beta=12^\circ$ значно зростає її прогин посередені в порівнянні з $\beta=60^\circ$ та $\beta=90^\circ$, що призводить до збільшення внутрішніх зусиль і моментів, та зменшує $q_{кр}$. Досліджено також вплив відносної товщини на характер залежності $q_{кр}$ від кута β .

В заключенні формулюються основні результати, отримані в роботі:

1) Розроблена узагальнена методика розрахунку частот коливань попередньо навантажених оболонок обертання та їх критичних напружень з урахуванням моментного та нелінійного НДС статичної рівноваги.

2) При дослідженні власних частот коливань гладких сферичних поясів дано оцінку впливу тангенціальних інерційних доданків та граничних умов на власні частоти коливань.

3) Вивчено вплив статичного стискувчого навантаження на частоти коливань гладких та підкріплених перехресною системою ребер сферичних поясів, при цьому досліджено вплив геометричної нелінійності при визначенні компонентів НДС статичної рівноваги та тангенціальних доданків і інерції

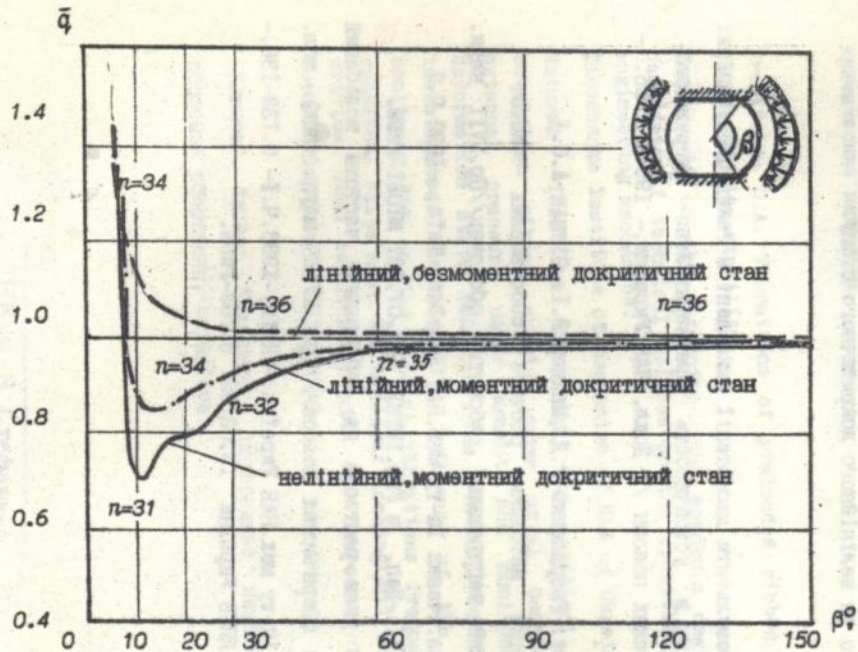
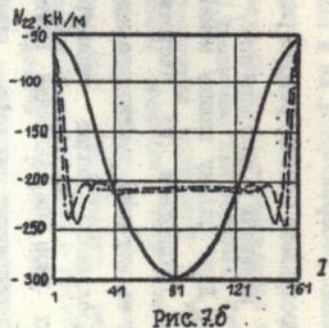
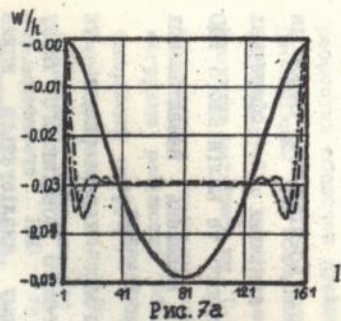


Рис.6 Залежність критичного зовнішнього тиску від кута розхилу гладкого сферичного поясу



— $\beta = 12^\circ$
 - - - $\beta = 60^\circ$
 - - - $\beta = 90^\circ$

закручування ребер.

4) Досліджено вплив рівномірного зовнішнього тиску на частоти коливань циліндричних, конічних і сферичних оболонки. Дано оцінку впливу моментного та нелінійного НДС статичної рівноваги на частоти коливань навантажених оболонки та значення критичного навантаження.

5) Досліджено вплив геометричних характеристик та граничних умов на значення критичного зовнішнього тиску гладких сферичних поясів, причому аналізується вплив моментного та нелінійного докритичного стану.

Основні результати дисертації викладені в таких публікаціях:

1. Колебания и устойчивость предварительно нагруженных сферических поясов // Докл. НАН України.- 1994. - №. - С.53-57.
(співавт. Гавриленко Г.Д., Мацнер В.І., Сітнік А.С.)
2. Разработка методики расчета собственных частот колебаний нагруженных ребристых оболочек//Пр. XVII наук. конф. мол. вчених Ін-ту мех. НАН України.- Київ, -1992. Ч.2 - С.147-151.-Деп. в Укр.ІНТЕІ 07.07.92. №1021-Ук92.
3. Влияние угла раствора на собственные частоты колебаний гладких сферических поясов// Пр. XVIII наук. конф. мол. вчених Ін-ту мех. НАН України.- Київ, -1993. Ч.1- С.132-136.-Деп. в ДНТБ України 16.08.93. №1765-Ук93.

Трубицина О.А. Колебания предварительно нагруженных ребристых оболочек вращения и их устойчивость.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.23.17-строительная механика. Институт механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины, Киев, 1994.

Исследуются частоты собственных колебаний и критические нагрузки ребристых оболочек вращения, нагруженных осевой сжимающей нагрузкой и внешним давлением, при моментном и геометрически нелинейном НДС статического равновесия. Обнаружено существенное влияние моментности и геометрической нелинейности НДС на частоты собственных колебаний фермических поясов вблизи критического нагружения и их критические нагрузки.

Trubitsina O.A. Vibrations of preloaded ribbed revolution shells and its stability.

The thesis on the obtaining the academic degree of the candidate of technical science on the speciality 05.23.17-engineering mechanics.

Timoshenko Institute of mechanics of NAS of Ukraine, Kiev, 1994

Natural vibrations frequency and critical loads of revolution ribbed shells under axial compression and external pressure under moment and nonlinear strain-deformation state (SDS) of the statical equilibrium are investigated. The essential influence of the moment and nonlinear SDS on the natural vibrations frequency of the spherical belts near the critical loading and values of the critical load essentially with the decrease of the shell form making length is founded.

Ключові слова: Коливання, попередньо навантажених, оболонок обертання, стійкість.

Підписано до друку 17.ХІ.94р. Формат 60x84/16

Папір офсетний. Умовн.-друк.аркуш. 1,0.

Об.-вид.аркуш 1,0. Тираж 100. Замовл.539.

Поліграф. дільн. Інституту електродинаміки АН України,
252680, Київ-57, проспект Перемоги, 56

AB 31.389

AB 31.389