

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНИХ ПРОБЛЕМ МЕХАНІКИ І МАТЕМАТИКИ
ІМ. Я.С.ПІДСТРИГАЧА

На правах рукопису

БУТРИНСЬКИЙ

Ігор Зіновійович

**КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ ПЛАСТИН
З НЕСИМЕТРИЧНО РОЗТАШОВАНИМИ ПРУЖНИМИ КІЛЬЦЯМИ**

Спеціальність 01.02.04 – механіка деформівного
твердого тіла

А в т о р е ф е р а т
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Львів - 1994

115
Робота виконана на кафедрі будівельної механіки Державного університету "Львівська політехніка"

Науковий керівник - доктор фізико-математичних наук, професор
Мартинівич Т.Л.

Офіційні опоненти: - доктор фізико-математичних наук, професор
Осадчук В.А.
- кандидат фізико-математичних наук, доцент
Ніщенко І.О.

Провідна установа - Тернопільський приладобудівний інститут

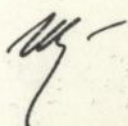
Захист дисертації відбудеться "26" 12 1994 р.
о 15 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради К.016.59.01
в Інституті прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С.Підстригача НАН України (м.Львів, вул. Наукова, 3 "б").

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці Інституту
прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача
НАН України (м.Львів, вул. Наукова, 3 "б").

Відгук на автореферат просимо надсилати за адресою:
290601, МСП, м.Львів, вул. Наукова, 3 "б", вченому секретарю
спеціалізованої ради.

Автореферат розіслано "21" 11 1994 р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради

 ШЕВЧУК П.Р.

ЛНБ ім. В. Стефаніка
АН України

ЛНБ України ім. В. Стефаніка



00755860 (V)

Вдосконалення математичних моделей та методів розрахунку тонкостінних пластинчатих конструкцій залишається на сьогодні одним з актуальних завдань. В інженерній практиці часто застосовуються конструкції, що являють собою пластини, з'єднані з кільцеподібними елементами. Задача про взаємодію пружного кільця з пластиною є однією з класичних задач прикладної механіки, що широко використовується для розрахунків у різних галузях техніки.

З конструктивних чи технологічних причин кільцевий елемент може розташовуватись несиметрично відносно серединної площини пластини; в цьому разі розподіл напружень залежить не тільки від характеристик елементів і навантаження, а й від ексцентриситету.

До розрахунку взаємодії пластин з кільцями в залежності від вибору розрахункової схеми накреслились різні підходи.

Перший з них полягає у тому, що напружено-деформований стан кільця описується тими ж рівняннями, що й сама пластина, тобто пластина і кільце розглядаються як кусково-неперервне тіло. Основні результати досліджень з використанням такого підходу викладено у роботах Д.В.Вайнберга, О.С.Космодамианського, С.Г.Міхліна, Г.М.Савіна, В.Л.Федорова, Н.Г.Ченцова, М.П.Шереметьєва, Н.П.Флейшмана і інших. Використання цієї моделі при некруговій формі лінії спряження пов'язане з рядом математичних труднощів, основою яких є двозв'язність області, зайнятої кільцем.

Другий підхід полягає в трактуванні кільця як замкненого криволінійного стержня і описі його роботи рівняннями теорії малих деформацій тонких криволінійних стержнів. У такій постановці різними аспектами проблеми присвячено роботи М.П.Шереметьєва, Г.М.Савіна, Н.П.Флейшмана, Т.Л.Мартиновича, В.І.Тульчія, А.А.Сяського, І.О.Ніщенка, М.К.Зварича, В.В.Божидарника, Ю.А.Чернухи, В.Є.Дринця, О.Р.Давидчака та інших. Теоретична розробка цієї розрахункової схеми для випадку досить вузького кільця, при ототожненні його осі з лінією спая, виконана у роботах М.П.Шереметьєва, Н.П.Флейшмана, Г.М.Савіна і Н.П.Флейшмана і інших. В цьому плані вперше у роботах Т.Л.Мартиновича а також В.І.Тульчія розроблено розрахункову схему, у якій враховується переріз кільця і умови спряження записуються на фактичній лінії контакту. З подальшим розвитком цієї розрахункової схеми, крайові умови у формі інтегральних залежностей та аналітичний розв'язок для анізотропних областей з криволінійним

вирізом, розроблені у роботах Т.Л.Мартиновича, дозволили подолати ряд труднощів і досягнути певної завершеності щодо дослідження симетричного (по відношенню до серединної площини пластини) підсилення країв отворів широкого класу форми окреслення в анізотропних та ізотропних пластинах.

На сьогодні у літературі питання взаємодії анізотропних та ізотропних пластин з несиметрично розташованим по відношенню до серединної площини пластини підсилюючим краєм пластини пружним кільцем досліджені мало. Мало дослідженими також є питання взаємодії пластини і несиметрично розташованого кільця при їх з'єднанні з натягом. Розгляд таких задач є актуальним.

Метою роботи є:

- розробка аналітично-числової методики розрахунку взаємодії пружних анізотропних та ізотропних пластин з несиметрично розташованими відносно серединної площини пластини пружними кільцями;

- застосування розробленої методики для розв'язку нових задач визначення напружено-деформованого стану пластин, несиметрично з'єднаних з пружними кільцями;

- дослідження полів напружень у пластинах та кільцях при різних формах геометрії їх окреслення, механічних характеристиках та видах навантажень.

Новизна роботи :

- розроблено аналітично-числову методику розрахунку контактної взаємодії анізотропних та ізотропних пластин з несиметрично підсилюючими їх краєм та несиметрично запресованими пружними кільцями для широкого класу форм окреслень країв пластин та статичному навантаженні;

- на основі розробленої методики, для випадку, коли лінія опраження пластини і кільця є гладким простим замкненим контуром, що описується рівнянням загального вигляду, отримано аналітичні розв'язки задач : а) несиметричне підсилення краю отвору безмежної анізотропної пластини; б) несиметричне підсилення краю однозв'язного скінченного анізотропного диску; в) несиметричне підсилення краю отвору ізотропної безмежної пластини; г) несиметричне запресовування кільця в отвір анізотропної та ізотропної пластини і несиметричне натягнення кільця на край однозв'язного скінченного анізотропного диску. Побудовано аналітичний розв'язок для однозв'язної скінченної анізотропної області, границя якої є простим

гладким замкненим контуром загального вигляду.

- досліджено поля напружень в ортотропних та ізотропних пластинах і кільцях при несиметричному підсиленні кільцем пластини, несиметричному з'єднанні пластини і кільця з натягом, різних формах окреслення країв, включаючи відмінні від кругових і еліптичних, різних механічних характеристиках спряжених елементів і різних видах статичних навантажень;

- проведено аналіз впливу геометричних та механічних характеристик на напружений стан пластин та кілець.

Вірогідність основних наукових результатів забезпечується:

- використанням апробованих у літературі вихідних гіпотез і співвідношень;

- строгістю постановки задач і застосовуваних математичних методів їх розв'язання, виконанням крайових умов;

- узгодженістю результатів, отриманих для окремих часткових випадків з результатами, відомими у літературі, та співпадінням для часткових випадків результатів, отриманих з використанням різних розрахункових схем;

- фізичною вірогідністю отриманих результатів.

Практична цінність. Розроблена методика розрахунку може бути використана для визначення полів напружень в тонкостінних конструкціях типу пластин із кільцевими елементами для широкого класу форм окреслення елементів, з врахуванням анізотропії пластини, несиметрії та натягу з'єднання і різних видах статичних навантажень.

Самостійне значення мають подані у вигляді графіків та таблиць результати обчислень, які можуть бути використані в проектно-конструкторській практиці, включені у довідники та посібники, а також використовуватись при перевірці точності результатів, отриманих різними чисельними методами.

Дисертаційна робота виконана в межах досліджень з теми Міністерства освіти України "Математичне моделювання та аналіз спряжених фізико-механічних полів з метою практичного їх застосування при проектуванні неоднорідних композитних конструктивних елементів в задачах сучасної техніки та технології", державний реєстраційний номер 0193U040374. Окремі результати роботи використано при проектуванні елементів конструкцій, що підтверджується довідкою.

Апробація роботи. Основні результати дисертаційної роботи доповідались на Всесоюзному науковому семінарі "Актуальні проблеми

неоднорідної механіки" (м.Бреван, 1991р.), 3-й Всесоюзній конференції "Механіка неоднорідних структур" (м.Львів, 1991р.), міжгалузевій науково-технічній конференції "Проектирование, технология, расчетно-экспериментальные исследования конструкций из композиционных материалов" (м.Суздаль, 1992р.), регіональній конференції "Динамические задачи механики сплошной среды, теоретические и прикладные вопросы просвечивания земли" (м.Краснодар, 1992р.), 1-му міжнародному симпозиумі "Фізико-хімічна механіка композиційних матеріалів" (м.Івано-Франківськ, 1993р.), 1-му міжнародному симпозиумі українських інженерів-механіків (м.Львів, 1993р.), на наукових конференціях професорсько-викладацького складу Державного університету "Львівська політехніка" (1990-1994рр.).

В цілому робота розглядалась на міжфакультетському науковому семінарі "Математичні моделі і методи в механіці суцільного середовища" Державного університету "Львівська політехніка", семінарі кафедри "Будівельна механіка" цього ж вузу, спеціалізованому кваліфікаційному семінарі ІІІММ ім. Я.С.Підстригача НАН України.

Публікації. За темою дисертації опубліковано 14 робіт.

Структура і об'єм роботи. Дисертаційна робота складається з вступу, п'яти розділів, підсумків, списку літератури (188 найменувань) та додатків (19с.). Загальний обсяг роботи складає 226 с., втім числі 62 рисунки, 14 таблиць.

КОРОТКИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

У вступі подано короткий огляд літератури, аналіз сучасного стану проблеми та анотації роботи по розділах.

У першому розділі подаються основні співвідношення плоскої задачі теорії пружності анізотропного та ізотропного тіла, теорії згину анізотропних та ізотропних пластин, основні співвідношення теорії тонких криволінійних стержнів. Співвідношення криволінійних стержнів враховують поперечний переріз стержня та фактичне положення лінії контакту і мають вигляд

$$d(u_1 + tv_1) = \left\{ \frac{r_0}{r_1} e_0 + t\theta_{0b} + (r_1 - r_0) i \frac{d\theta_{0b}}{dt} - \zeta_0^* \left[\frac{1}{r_1} (t\theta_{0n} - \theta_{0t}) + \right. \right. \\ \left. \left. + i \left(\frac{d\theta_{0n}}{dt} + t \frac{d\theta_{0t}}{dt} \right) \right] \right\} dt : \quad 2 \frac{\partial w_1}{\partial \bar{t}} = i \left[\frac{r_0}{r_1} \theta_{0n} + t\theta_{0t} - (r_1 - r_0) i \frac{d\theta_{0t}}{dt} \right] ; \\ N^{(1)} + tT^{(1)} = \pm \frac{1}{2h} \frac{d}{dt} \left\{ g e_0 t i + (r_0 - r_1) \frac{d}{dt} (g e_0) + \frac{d}{dt} [g n_0 r_1 i \frac{d\theta_{0b}}{dt}] \pm \right.$$

$$\pm 2h^* \frac{r_2}{r_1} (r_2 - r_1) i T_1 \Big\} + \frac{\hbar^*}{\hbar} \frac{r_2}{r_1} (N_1 + i T_1) ; \quad I^{(i)} = \pm \frac{d}{dt} \left\{ \frac{r_1}{r_0} \times \right. \quad (1)$$

$$\left. \times \left[C \frac{d\theta_{0\tau}}{dt} - i A \frac{d\theta_{0n}}{dt} + \frac{1}{r_1} (C\theta_{0n} + i A\theta_{0\tau}) i \right] \right\} - 2h\zeta_0^* (N^{(i)} + i T^{(i)}) + I_1 ;$$

де u_1, v_1, w_1 - компоненти переміщень волокна стержня з радіусом r_1 ; $e_0, \theta_{0b}, \theta_{0n}, \theta_{0\tau}$ - компоненти деформацій нейтрального (для чистого згину) волокна стержня, розташованого на віддалі η_0 від центральної осі стержня; $N^{(i)} + iT^{(i)}, I^{(i)}$ - комплексні комбіновані контактних зусиль. Рівняння (1) враховують два члени, відсутні у попередніх роботах інших авторів, і більш строго відображають кінематику еквідистантних волокон стержня.

У другому розділі викладається методика розв'язання задачі про пружну рівновагу анізотропної пластини, яка вздовж криволінійного краю несиметрично підсилена пружним кільцем.

Розглядається пружна однорідна прямолінійно-анізотропна пластинка, серединна площина якої у комплексній площині $z = x + iy$ займає область D з границею $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \dots \cup \Gamma_{m+1}$; $\Gamma_k, (k = \overline{1, m+1})$ - прості гладкі замкнені контури, що не дотикаються і не перетинаються між собою. Вздовж краю Γ_1 пластинка підсилена пружним кільцем таким чином, що площина у якій лежить вісь кільця паралельно зміщена відносно серединної площини пластинки на деяку величину ζ_0^* (рис.1). До пластинки і кільця прикладаються зовнішні статичні навантаження. Внаслідок несиметрії розташування кільця, незалежно від виду прикладених зовнішніх навантажень, у пластинці одночасно виникають взаємопов'язані зусилля стиску-розтягу та згину із площини. Припускається, що між кільцем і пластинкою вздовж всього контуру Γ_1 виконуються умови ідеального пружного контакту

$$u + iv = u_1 + iv_1 ; \quad w + i \frac{\partial w}{\partial n} = w_1 + i \frac{\partial w_1}{dn} ; \quad (2)$$

$$\sigma_p + i\tau_{p\theta} = N^{(i)} + iT^{(i)} ; \quad N_n + i \left[N_n + \frac{\partial H_{zn}}{\partial s} \right] = N_n^{(i)} + i \left[N_n^{(i)} + \frac{\partial H_{zn}^{(i)}}{\partial s} \right]$$

Контур Γ_1 описується рівнянням загального вигляду

$$t = \omega(\sigma) = R \left(\sigma + \sum_{k=1}^N C_k \sigma^{-k} \right), \quad \sum_{k=1}^N |C_k|^2 < 1, \quad \sigma = e^{i\theta}, \quad \sigma \in \Gamma \quad (3)$$

Задача розглядається у лінійній постановці; напружено-деформований стан пластинки описується рівняннями плоскої задачі теорії пружності анізотропного тіла та теорії згину тонких анізотропних пластин.

напружено-деформований стан кільця описується співвідношеннями кри-
волінійних стержнів (1).

Крайові умови задачі подаються у формі інтегральних співвід-
ношень, які містять довільну функцію $F_1(z)$, голоморфну в області D

$$\int_{\Gamma_1} F_1(t) dV^{(1)} = \int_{\Gamma_1} F_1(t) d[u_1 + tv_1] ; \quad \int_{\Gamma_1} F_1(t) dU^{(2)} = \int_{\Gamma_1} F_1(t) d\left[\frac{\partial w_1}{\partial t}\right] ; \quad (4)$$

$$\int_{\Gamma_1} F_1(t) dU^{(1)} = \int_{\Gamma_1} (N^{(1)} + tT^{(1)}) F_1(t) dt ; \quad \int_{\Gamma_1} F_1(t) dV^{(2)} = - \int_{\Gamma_1} I^{(1)} F_1(t) dt ;$$

$$\int_{\Gamma'} F_1(t) dU^{(1)} = \int_{\Gamma'} (N + tT) F_1(t) dt ; \quad \int_{\Gamma'} F_1(t) dV^{(2)} = - \int_{\Gamma'} I F_1(t) dt ;$$

де $U^{(\alpha)}$, $V^{(\alpha)}$ - комбінації функцій $\varphi_j^{(\alpha)}(z_j^{(\alpha)})$, $(\alpha, j=1,2)$ узагаль-
неної комплексної змінної $z_j^{(\alpha)} = x + \mu_j^{(\alpha)} y$, аналітичних в областях
 $D_j^{(\alpha)}$, утворених відповідним афінним перетворенням області D , які
описують плоску задачу ($\alpha=1$) та задачу згину ($\alpha=2$) пластини. Решта
шість співвідношень крайових умов отримуються при заміні у спів-
відношеннях (4) функції $F_1(t)$ на спряжену функцію $\overline{F_1(t)}$.

Для безмежної пластини з отвором, контур якого описується
рівнянням (3), функції $\varphi_j^{(\alpha)}(z_j^{(\alpha)})$, $(\alpha, j=1,2)$ на одиничному колі у
допускають подання у вигляді

$$\varphi_j^{(\alpha)}(z_j^{(\alpha)}) = \varphi_{1j}^{(\alpha)}(\sigma) = D_{1j}^{*(\alpha)} \ln(\sigma) + \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} a_k^{(\alpha j)} \sigma^{-k}, \quad (\alpha, j=1,2) \quad (5)$$

Коефіцієнти $a_k^{(\alpha j)}$ подання (5) повинні задовільняти умовам регуля-
ризації

$$\varphi_{1j}^{(\alpha)}(\zeta_v^{(\alpha j)}) = 0, \quad (\alpha, j=1,2); \quad (6)$$

де $\zeta_v^{(\alpha j)}$ - корені рівнянь

$$\omega_j^{(\alpha)}(\zeta^{(\alpha j)}) = 0, \quad (\alpha, j=1,2), \quad (7)$$

такі, що $|\zeta_v^{(\alpha j)}| > 1$, $(v = \overline{1, N-1})$. Компоненти деформацій кільця e_0 ,
 θ_{0b} , θ_{0n} , θ_{0t} псдаються у вигляді комплексних рядів Фур'є.

З використанням довільності функції $F_1(z)$ в умовах (4) роз-
в'язування задачі зведено до розв'язування системи незалежних лі-
нійних алгебраїчних рівнянь відносно коефіцієнтів розкладів шука-
них функцій $\varphi_{1j}^{(\alpha)}(\sigma)$, $(\alpha, j=1,2)$, e_0 , θ_{0b} , θ_{0n} , θ_{0t} .

На основі отриманого розв'язку проведено числові розрахунки
для ортотропних пластин з несиметрично підсиленими краями отворів
круглої, еліптичної, квадратної, шести- та восьмикутної форми. у

випадках розтягу пластини та згину пластини із площини; результати подаються у формі графіків розподілу напружень та таблиць. Вивчено розподіл напружень у пластинах та кільцях, сформульовано висновки (19 пунктів) щодо впливу величини несиметрії підсилення, орієнтації отворів по відношенню до головних напрямів пружності матеріалу пластини та по відношенню до напрямку прикладання навантаження, жорсткісних характеристик елементів на напружений стан у пластині і підсилюючому кільці.

На рис.2 показано вплив величини несиметрії $\zeta_0^*/(2h^*)$ на напруження σ_0 у пластині з підсиленням еліптичним отвором ($C_1=1/3$) при її розтязі; матеріал пластини - композиція графіт-епоксид ($E_1/E_2=25.1$); співвідношення

$$h^*/h=3; \quad 2h/R=0.1; \quad (8)$$

криві 1-4 відповідають наступним матеріалам та відносній ширині кільця $\delta=b/R$: 1 1 2 - дюралюміній; 3,4 - сталь; 1,3 - $\delta=0.1$; 2,4 - $\delta=0.2$. Розподіл тангенціальних напружень σ_θ у пластині та нормальних напружень σ у кільці при підсиленні сталевим кільцем квадратного отвору ($C_3=-1/9$) пластини з композиції графіт-епоксид для випадків розтягу пластини та її згину, показано на рис 3. Суцільна та штрихова лінії показують напруження відповідно у точках 1,2 перерізу на рис.1 і відповідають випадковій несиметричному підсилення з $\zeta_0^*/(2h^*)=1/3$, співвідношенням (8), $\delta=0.2$; для порівняння пунктиром показано напруження у точках 1 при аналогічному симетричному підсиленні, тобто при $\zeta_0^*=0$.

Третій розділ присвячений розрахунку однозв'язних скінченних анізотропних дисків, край яких несиметрично відносно серединної площини диску підсилений пружним кільцем (рис.4).

Крайові умови задачі записуються у формі (4).

У першому параграфі розділу розглядається випадок, коли диск має форму еліпса (круга), і аналітичні функції $\varphi_j^{(\alpha)}(z_j^{(\alpha)})$, ($\alpha, j=1,2$), що описують його напружено-деформований стан, допускають подання у вигляді рядів по поліномах Фабера $P_k^{(\alpha j)}$

$$\varphi_j^{(\alpha)}(z_j^{(\alpha)}) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k^{(\alpha j)} P_k^{(\alpha j)}, \quad P_k^{(\alpha j)} = \zeta_{j1}^{(\alpha)k} + \zeta_{j2}^{(\alpha)k}, \quad (\alpha, j=1,2) \quad (9)$$

де $\zeta_{j1,2}^{(\alpha)}$ - корені рівнянь

$$\omega_j^{(\alpha)}(\zeta_j^{(\alpha)}) - z_j^{(\alpha)} = 0, \quad (\alpha, j=1,2) \quad (10)$$

Далі розглядається більш загальний випадок, коли контур

окреслення краю диску в кривому вигляді (3), в тім числі відмінном від еліпса, рівняння (10) відносно $\zeta_j^{(\alpha)}$ в алгебраїчними рівняннями порядку більшого ніж четвертий і побудова поліномів Фабера для областей $D_j^{(\alpha)}$ узагальненої комплексної змінної пов'язана з рядом труднощів. При розв'язуванні задачі побудовано аналітичний розв'язок для одностов'язної скінченної анізотропної області, границя якої описується рівнянням (3). Аналітичні функції $\varphi_j^{(\alpha)}(z_j^{(\alpha)})$ на границях областей $D_j^{(\alpha)}$ подаються у вигляді

$$\varphi_j^{(\alpha)}(t_j^{(\alpha)}) = \varphi_{j,j}^{(\alpha)}(\sigma) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_k^{(\alpha,j)} \sigma^k, \quad (\alpha, j=1,2), \quad (11)$$

з накладенням на коефіцієнти $\alpha_k^{(\alpha,j)}$ умов регуляризації (6), де $\zeta_v^{(\alpha,j)}$ - корені рівнянь (7), такі, що $|\zeta_v^{(\alpha,j)}| < 1$, ($v=1, N+1$).

З використанням подання (11), подання компонент деформацій кільця рядами Фур'є та крайових умов (4) для випадку, коли контур диску описується рівнянням (3), отримано аналітичний розв'язок задачі у вигляді системи незалежних лінійних алгебраїчних рівнянь відносно коефіцієнтів подань шуканих функцій.

Показано, що у випадку еліптичного диску подання функцій $\varphi_j^{(\alpha)}(z_j^{(\alpha)})$ у вигляді (11) з накладанням умов (6), (7) і відоме у літературі подання (9) рядами по поліномах Фабера є еквівалентні.

Подаються результати обчислень для несиметрично і симетрично підсиленних кільцем постійного перерізу ортотропних дисків у формі круга, еліпса, квадрата, шестикутника, восьмикутника, при прикладанні до кільця рівномірно розподілених всесторонньо розтягуючих зусиль та рівномірно розподілених згинних із площини диску моментів. Досліджено вплив несиметрії підсилення та ряду інших факторів на напружений стан елементів і сформульовано висновки (15 пунктів).

На рис.5 показано розподіл напружень σ_ρ у диску шестикутної форми ($C_B=0.04$) при його несиметричному та симетричному підсиленні кільцем і прикладанні до кільця постійних рівномірно розподілених зусиль N_1 . Розташування точок у перерізі показано на рис.4; матеріали, співвідношення розмірів, величини несиметрії та відповідність позначення ліній такі ж, як і для рис.3.

У четвертому розділі розглядаються з'єднання з натягом ортотропних пластин з пружними кільцями, розташованими несиметрично відносно серединної площини пластини (див.рис.1, рис.4). Натяг з'єднання $\varepsilon = \varepsilon(t)$ має порядок пружних переміщень і задається як різниця переміщень по нормалі до лінії спряження; приймається, що

між кільцем та пластиною вздовж всього контуру Γ_1 виконуються умови пружного контакту

$$u + i v = u_1 + i v_1 + i t \varepsilon ; \quad w + i \frac{\partial w}{\partial n} = w_1 + i \frac{\partial w_1}{\partial n} ; \quad (12)$$

$$\sigma_p + i t \tau_{p\theta} = N^{(1)} + i t n^{(1)} ; \quad N_n + i \left[N_n + \frac{\partial H_{\tau n}}{\partial S} \right] = N_n^{(1)} + i \left[N_n^{(1)} + \frac{\partial H_{\tau n}^{(1)}}{\partial S} \right] ;$$

На основі розробленої в попередніх розділах методики, у випадку, коли лінія спряження елементів описується рівнянням (3), отримано аналітичні розв'язки задач про несиметричне запресовування кільця в отвір безмежної анізотропної пластини та про несиметричне натягнення кільця на край скінченного однозв'язного анізотропного диску. Розв'язки подаються у вигляді систем незалежних лінійних алгебраїчних рівнянь відносно коефіцієнтів подань шуканих функцій.

З використанням отриманих розв'язків розглянуто випадки несиметричного запресовування кільця в круглий, еліптичний, квадратний, шести- і восьмикутний отвори та випадки несиметричного натягнення кільця на диски такої ж форми. Задачі доведено до числа; проведено дослідження і сформульовано висновки (22 пункти) про вплив величини несиметрії та інших параметрів на напружений стан елементів і на величину мінімального натягу з'єднання.

П'ятий розділ присвячений дослідженню пружної рівноваги ізотропних пластин, які із натягом з'єднані з несиметрично розташованими (відносно серединної площини пластини) кільцями. Для випадку, коли контур отвору описується рівнянням (3), отримано розв'язок задачі у вигляді системи незалежних лінійних алгебраїчних рівнянь.

Використавши цей розв'язок для випадку круглого отвору, постійного навантаження і величини натягу, отримано скінченну систему незалежних лінійних алгебраїчних рівнянь 12-го порядку. З метою оцінки ступеня адекватності і меж застосування розрахункової схеми "пластина-криволінійний стержень" чисельні результати, отримані із використанням для опису кільця співвідношень (1), співставляються з точними (в межах плоскої теорії пружності та теорії згину пластин) результатами, відомими у літературі. Встановлено добре співпадіння результатів, включаючи і випадки відносно широкого кільця.

Далі, при різних видах навантажень розглянуто випадки несиметричного підсилення отворів пластин і несиметричного запресовування кільця в отвори пластин, коли контур отвору має форму еліп-

са, квадрата, шестикутника.

У цьому ж розділі розглянуто задачу про симетричне запресовування кільця в круглий отвір двозв'язної пластини у вигляді ексцентрика. Дослідження проведено у двох постановках: а) при жорсткому зчепленні між деталями за рахунок сил тертя; б) при відсутності сил тертя і можливості взаємного проковзування деталей.

Розглянені у розділі задачі доведено до числа. Досліджено вплив ряду факторів на напружений стан елементів і на величину мінімального натягу у пресових з'єднаннях та сформульовано висновки.

У підсумках сформульовано основні результати роботи.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ

1. Розроблено аналітично-числову методику контактної взаємодії анізотропних та ізотропних пластин з пружними кільцями, розташованими несиметрично відносно серединної площини пластини.

2. Для випадку, коли лінія спряження пластини і кільця є простим гладким замкненим контуром, що описується рівнянням загального вигляду, з використанням розробленої методики отримано аналітичні розв'язки задач:

- несиметричне підсилення кільцем краю отвору безмежної анізотропної пластини;

- несиметричне підсилення кільцем краю скінченного однозв'язного анізотропного диску;

- несиметричне підсилення кільцем краю отвору безмежної ізотропної пластини;

- несиметричне запресовування кільця в отвір анізотропної та ізотропної пластини і несиметричне натягнення кільця на край однозв'язного анізотропного диску.

Побудовано аналітичний розв'язок для однозв'язної скінченної анізотропної області, границя якої є простим гладким замкненим контуром загального вигляду.

3. З використанням отриманих розв'язків досліджено напружено-деформований стан пластин та несиметрично з'єднаних з ними кілець при різних, включаючи відмінних від кола та еліпса, формах окреслення лінії спряження і різних видах статичних навантажень.

4. Проаналізовано вплив ряду фізичних та геометричних параметрів на напружено-деформований стан пластин та кілець і сформульовано висновки. Зокрема встановлено: - несиметричне підсилення краю пластини порівняно з аналогічним симетричним призводить до

зміни характеру розподілу напружень та збільшення величини напружень як у пластині так і в кільці; - при несиметричному підсиленні пластини вздовж краю n -кутної форми максимальні напруження в кільці виникають у нормальних до осі кільця перерізах, які розташовані в вершинах заокруглень та посередині сторін контура; - при підсиленні краю пластини, яка розтягується, вплив несиметрії розташування кільця є більшим, ніж тоді, коли пластина згинається із площини; - несиметрія розташування кільця при його запресовуванні в отвір пластини призводить до істотного зростання у ньому величини стискаючих напружень і появи розтягуючих напружень, вплив несиметрії запресовування на напруження у пластині порівняно незначний; - при запресовуванні кільця в отвір пластини, незалежно від величини несиметрії, у пластині вздовж контуру n -кутного отвору максимальні напруження виникають у тих вершинах заокруглень кутів, бісектриси яких утворюють мінімальний кут з головним напрямом пружності пластини E_2 , ($E_2 < E_1$); - при з'єднанні пластини і кільця з натягом несиметрія розташування кільця потребує збільшення величини мінімального натягу.

Основні результати дисертації підображено в публікаціях:

1. Бутринський І.З. Напружений стан еліптичного анізотропного диску, на який несиметрично натягнуто пружне кільце. Держ. ун-т Львівська політехніка, Львів, 1993. 11с. -Деп. в ДНТБ України 22.12.93 N 2509-Ук93.
2. Бутринский И.З., Свенцицкий А.Б., Юринец Б.М. Изгиб анизотропной пластины с овальным вырезом. Вестн. Львов. политехн. ин-та "Резервы прогресса в архитектуре и строительстве", Львів: Вища школа, 1989, N 233, с.13-14.
3. Зварич М.К., Бутринський І.З. Напружений стан ізотропної пластини з еліптичним отвором, у який несиметрично запресовано пружне кільце. Вісник Львів.політехн.ін-ту "Резерви прогресу в архітектурі та будівництві", Львів:Вища школа,1993, N 271 , с.38-41.
4. Зварич М.К., Давидчак О.Р., Бутринский И.З. Напряженно-деформированное состояние неоднородной пластинчатой конструкции с впредсрованными элементами. Механика неоднородных структур. Тезисы докл. III Всес.конфер. Львов, 17-19 сент. 1991г. Львів:1991,с.128.
5. Зварич М.К., Давидчак О.Р., Бутринський І.З. Розтяг анізотропної пластини з отвором, край якого підкріплений попередньо

деформованим криволінійним стержнем. Вісник Львів. політехн. ін-ту "Резерви прогресу в архітектурі та будівництві", Львів: Вища школа, 1991, N 252, с.38-40.

6. Мартинович Т.Л., Бутринський І.З. Граничні умови в інтегральній формі задачі про напружено-деформований стан анізотропної пластини, криволінійний край якої з натягом несиметрично підкріплений пружним стержнем. Львів. політехн. ін-т, Львів, 1993. 19с. -Деп. в ДНТЕ України 21.12.93 N 2508-Ук93.

7. Мартинович Т.Л., Бутринський І.З. Несиметричне з натягом підсилення пружним стержнем кругового отвору безмежної пластини. Львів. політехн. ін-т, Львів, 1993. 11с. -Деп. в ДНТЕ України 21.12.93 N 2509-Ук93.

8. Мартинович Т.Л., Бутринський І.З., Давидчак О.Р., Іваник І.Г. Контактна взаємодія анізотропних пластин з пружними кільцями. Проблеми теорії та практики будівництва. Збірн. матер. конф. до 150-річчя Львівської політехніки та 100-річчя залізобетону в м.Львові. Львів, 1994, т.1, с.206-214.

9. Мартинович Т., Бутринський І., Давидчак О., Іваник І. Напружено-деформований стан композиційних пластин з несиметрично підсиленим краєм. Фізико-хімічна механіка матеріалів. Анотації доповідей 1-го міжнародного симпозиуму. Івано-Франківськ, 15-19 лютого 1993р., Івано-Франківськ: 1993, с44.

10. Мартинович Т., Бутринський І., Іваник І., Ткаченко П. Напружений стан пластин з несиметрично підсиленими отворами. 1-й Міжнародний симпозиум українських інженерів-механіків. Тези доповідей. Львів, 18-20. Львів: 1993, с.19.

11. Мартинович Т.Л., Бутринський І.З., Бринець В.М. Исследование влияния размеров подкреплений вырезов на напряженное состояние композиционных пластин. Актуальные проблемы неоднородной механики. Материалы Всесоюзного научного семинара. Ереван, 23-26 июня 1991г. Ереван: 1991, с.175-179.

12. Мартинович Т.Л., Зварич М.К., Бутринський І.З. Несиметричне задресування стержня в круговий отвір ізотропної пластини. Вісник Львів. політехн. ін-ту "Резерви прогресу в архітектурі та будівництві", Львів: Вища школа, 1992, N 262, с.50-52.

13. Мартинович Т.Л., Мартинович Б.Т., Бутринський І.З., Задворняк М.И., Давидчак О.Р., Шиндер В.К. Напряженно-деформированное состояние композиционных пластин с вырезами, включениями и задрес-

сованными элементами. Проектирование, технология, расчетно-экспериментальные исследования конструкций из композиционных материалов. Тезисы докладов межотраслевой научно-технической конференции. Суздаль, 25-26 августа 1992г., с.30.

14. Мартынович Т.Л., Шиндер В.К., Давыдчук О.Р., Бутринский И.З. Изгиб пьезоэлектрических пластин с криволинейными вырезами и включениями. Материалы докладов региональной конференции "Динамические задачи механики сплошной среды, теоретические и прикладные вопросы вибрационного просвечивания земли", 17-21 сентября 1992г., Краснодар: Изд-во Кубанского ун-та, 1992, с.82-83.

SUMMARY

Calculation methods for interaction of elastic homogenous anisotropic and isotropic plates with elastic rings located non-symmetrically in respect to the plate's middle plane, are defended. For the case when the interface line of the plate and ring is a simple smooth closed contour of a general form, the problems of non-symmetric reinforcement of the plate's edge and non-symmetric connector of the plate and ring with tension have been analytically solved. Strain stress of planes and rings, as well as the influence of a number of geometric and mechanical parameters on it have been investigated.

АННОТАЦІЯ

Захищається методика розрахунку взаємодії пружних анізотропних і ізо­т­ропних пластин з пружними кільцями, роз­по­ло­же­н­и­ми не­с­им­ет­рич­но відносно середньої площини пластини. В слу­че, ко­гда лінія сопряження пластини і кільця являється простим гладким замкнутим контуром загального виду, отримані аналітичні рішення за­дач несиметричного підкріплення краю пластини і несиметричного з'єднання пластини і кільця з натягом. Ис­сле­до­ва­но напружене стан­ня пластин і ко­лец, вплив на нього ряду геометричних і механічних параметрів.

Ключові слова: пружні анізотропні пластини, пружні ізо­т­ропні пластини, пружний криво­лінійний стержень, контактна взаємодія.

Підп. до друку 16.11.94 . Формат 60x84^I/16
Папір друк. № 2. Офс. друк. Умовн. друк. арк. 1
Умовн. фарб.-відб. 1 Умовн. видав. арк. с. 93
Тираж 100 прим. Зам. 532. Безплатно

ДУЛП 290646 Львів-ІЗ, Ст. Бандери, І2

Дільниця оперативного друку ДУЛП
Львів, вул. Городоцька, 286

15521.8

AB 31.458

AB 31.458