

ХАРЬКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

СОРОКИН Дмитрий Павлович



**ТВИСТОРНЫЕ МЕТОДЫ
В ТЕОРИИ СУПЕРЧАСТИЦ И СУПЕРСТРУН**

01.04.16 – физика ядра и элементарных частиц

Автореферат диссертации
на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Харьков – 1994

Диссертация является рукописью.

Работа выполнена в Национальном научном центре "Харьковский
физико-технический институт"

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник
Иванов Евгений Алексеевич
(ОИЯИ, г. Дубна)

доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник
Криве Илья Валентинович
(ФТИНТ, г. Харьков)

доктор физико-математических наук,
профессор Трубников Сергей Викторович,
(ХГУ, г. Харьков)

Ведущая организация: Институт теоретической физики АН Украины
(г. Киев)

Защита состоится "4" *марта* 1995 г. в 15 часов
на заседании Специализированного совета Д 053.06.01
при Харьковском государственном университете
(310108, Харьков-108, пр. Курчатова, 31, ауд. 301)
С диссертацией можно ознакомиться в Центральной научной
библиотеке ХГУ

Автореферат разослан "25" *марта* 1994 г.

Ученый секретарь совета
доктор физико-математических наук

Н.А. Азаренков

ЛНБ ім. В. Стефаника
АН України

ЛНБ України ім. В. Стефаника



00755897 (+)

AB - 31.493

1 Общая характеристика работы

Актуальность темы. Открытие суперсимметрии Гольфандом и Лихтманом, Волковым и Акуловым, Вессом и Зумино, и построение на ее основе теорий супергравитации привело к концептуальному пересмотру свойств пространства-времени и определило современное развитие теории элементарных частиц. Являясь симметрией между бозонами и фермионами, суперсимметрия позволяла нетривиальным образом объединить пространственно-временные и внутренние симметрии, открыла новую возможность устранения расходимостей и построения конечных квантовых теорий поля, таких, например, как $N = 4$ суперсимметричная теория Янга-Миллса. Одним из наиболее впечатляющих результатов более чем двадцатилетней истории суперсимметрии явилось построение теории суперструн, воплотившей в себе достижения дуальных моделей, "старой" теории бозонных и фермионных струн, конформной теории, суперсимметрии и теории Калуцы-Клейна, что позволило рассматривать теорию струн как наиболее вероятного кандидата на роль единой теории фундаментальных взаимодействий элементарных частиц. Имеются серьезные основания считать, что реалистические суперсимметричные калибровочные теории и супергравитация возникают как безмассовый сектор квантовой теории гетеротической суперструны, поэтому проблема лоренц-ковариантного квантования и поиск физического вакуума струны являются одними из центральных на пути современной реализации идей Великого Объединения.

Решение проблемы ковариантного квантования суперструн непосредственным образом связана с проблемой локальной фермионной симметрии, так называемой κ -симметрии, которой обладают теории

суперчастиц и суперструн. Калпа-симметрия играет важнейшую роль в динамике, обеспечивая равенство бозонных и фермионных степеней свободы суперчастиц и суперструн, что является необходимым условием того, что их безмассовые физические состояния образуют супермультиплеты соответствующей суперсимметричной теории поля.

Будучи важнейшим ингредиентом теорий суперчастиц и суперструн, κ -симметрия в тоже время является источником серьезных проблем на пути ковариантного квантования этих теорий. Причина заключается в том, что в гамильтоновом подходе к описанию динамики суперчастиц и суперструн возникают сложности с лоренц-ковариантным разделением динамических фермионных связей на связи первого и второго рода (по терминологии Дирака). Фермионные связи первого рода, генерирующие преобразования κ -симметрии, можно выделить лоренц-ковариантным образом, однако, алгебра этих связей оказывается незамкнутой и, что наиболее существенно, бесконечно приводимой, так как эти связи описываются спинорным представлением группы Лоренца, и их число в два раза превышает число независимых генераторов κ -симметрии. Выделение неприводимого лоренц-ковариантного набора связей, отвечающих κ -симметрии, оказывается невозможным в стандартном подходе, так как спинорное представление является фундаментальным и не содержит представлений меньшей размерности.

Поэтому весьма актуальным является построение такой формулировки струнной теории, в которой проблемы, связанные с фермионной симметрией были бы преодолены.

Для ковариантного разделения связей и решения проблемы κ -симметрии суперчастиц и суперструн в [5] было предложено использовать коммутирующие спинорные переменные, компоненты гвисторов, и вы-

сказано предположение, что с помощью твисторного подхода удастся осуществить ковариантное квантование суперструнной теории. Существенный шаг в этом направлении был осуществлен в работах Берковича, где разработан полу-ковариантный метод вычисления суперструнных амплитуд с произвольным числом петель и внешних частиц и доказана их конечность.

Концепция твисторного описания физических явлений (предложенная Пенроузом) возникла практически одновременно с идеей суперсимметрии. Отметим, что оба направления исходят из того, что (коммутирующие и антикоммутирующие) спиноры являются более фундаментальными объектами, чем векторы, и что именно спинорная структура должна лежать в основе последовательной квантовой теории фундаментальных взаимодействий элементарных частиц.

Хотя твисторная программа, по существу, не была реализована, наблюдается постоянное стремление теоретиков к осознанию той фундаментальной роли, которую призваны сыграть твисторы в развитии релятивистских теорий полей, частиц и струн.

Дальнейшие исследования показали, что объединение идей суперсимметрии с теорией твисторов ведет к более глубокому уровню понимания структуры суперсимметричных теорий и может дать новый импульс их развитию. Так, например, применение твисторов позволило прояснить физический и геометрический смысл полевых уравнений и связей в $D = 4, 10$ теориях супер-Янга-Миллса и супергравитации. Именно требование сохранения κ -симметрии при взаимодействии суперчастиц и суперструн с суперполями Янга-Миллса и супергравитации приводит к необходимости наложения связей на суперполя бэкграунда и является отправной точкой для установления твисторного со-

ответствия. Структура этих связей отражает тот факт, что, в силу κ -симметрии, траектория безмассовой суперчастицы в суперпространстве представляет собой не мировую линию, а светоподобную суперповерхность, характеризующуюся одним бозонным (временным) направлением и $n = D - 2$ фермионными направлениями. Связи на напряженности суперполей Янга-Миллса и супергравитации оказываются условиями интегрируемости соответствующих связностей на суперповерхности, "заметаемой" суперчастицей. Аналогичная интерпретация связей обобщается на теорию струн.

Однако, непосредственная (внутренняя) взаимосвязь между структурой суперсимметричных теорий поля и твисторной структурой мировых суперповерхностей суперчастиц и суперструн оставалась невыясненной, по-прежнему оставалась неясной и природа самой κ -симметрии.

Другим важным направлением развития современной теоретической физики является изучение объектов с дробным спином и статистикой в $(2+1)$ -мерном пространстве-времени.

Хорошо известно, что в плоском $D = 3 + 1$ пространстве-времени и в пространстве-времени более высокой размерности могут существовать только два типа тождественных частиц, подчиняющихся статистике Бозе-Эйнштейна и Ферми-Дирака. Такое ограничение на возможные типы тождественных частиц обусловлено двусвязностью конфигурационного пространства системы тождественных частиц, живущих в пространстве-времени с $D \geq 3 + 1$. Однако, в размерностях $D = 1 + 1$ и $D = 2 + 1$ пространства-времени ситуация кардинальным образом меняется: системы тождественных частиц могут обладать значительно более богатым спектром квантово-статистических

свойств, что обусловлено многосвязностью их конфигурационного пространства.

В $D = 2 + 1$ частицы могут обладать произвольным вещественным спином и соответствующей дробной статистикой.

Открытие новых математических и физических объектов предопределяет интенсивное исследование их свойств и поиски возможных приложений. К настоящему времени теория энионов охватывает такие, на первый взгляд, далекие друг от друга области как топологические теории поля и квантовые группы с одной стороны и физику твердого тела с другой. Так, например, роль энионных квазичастиц в теоретическом объяснении дробного квантового эффекта Холла считается общепризнанной.

В настоящее время развивается два подхода к описанию частиц с дробным спином и статистикой. Наиболее детально разработанным из них является подход, основывающийся на $(2+1)$ -мерной теории бозонных или фермионных полей, взаимодействующих с калибровочным полем Черна-Саймонса. Классическая динамика поля Черна-Саймонса полностью определяется током полей материи, и его основная роль — обеспечить “статистическое” взаимодействие бозонов и фермионов. Черн-саймоновский подход позволяет рассматривать энионы как частицы, характеризующиеся “электрическим” зарядом и “магнитным” потоком поля Черна-Саймонса в области локализации частицы. Когда такие частицы обмениваются местами, их волновая функция приобретает фазу, пропорциональную “электрическому” заряду и “магнитному” потоку, за счет топологических квантовых эффектов Ааронова-Бома и Ааронова-Кашера. Черн-Саймоновская электродинамика широко используется как модель для изучения теоретико-полевых и

квантовых свойств энионов, а также для применения концепции энионов к решению проблем двумерных квантовых электронных систем в физике твердого тела. Однако, в настоящее время не вполне ясно, описывает ли черн-саймоновская теория после квантования свободные одночастичные состояния энионов, или, хотя поле Черн-Саймонса и устраняется некоторой нелокальной калибровкой, его реликт все-таки остается.

В тоже время, для того, чтобы развивать теорию энионов, стартуя с изучения свободных квантовых состояний, представляется более предпочтительным разрабатывать квантовую теорию поля энионов с использованием традиционного теоретико-группового подхода, который зарекомендовал себя, как мощный метод, при описании бозонов и фермионов. Теоретико-групповой подход может оказаться весьма полезным для более глубокого понимания квантовых свойств энионов и полного решения проблемы соответствия спина и статистики.

Относительно малое количество работ в этом направлении обусловлено тем, что развитие энионной теории поля сдерживается отсутствием надежной геометрической и симметричной базы, что является причиной сложностей при написании релятивистских уравнений движения энионов, построения лагранжианов, из которых данные уравнения могут быть получены, и включения взаимодействия энионов с другими полями. Еще одна, наиболее фундаментальная, проблема — осуществление вторичного квантования энионной теории поля. Сложность ее реализации заключается в том, что операторные волновые функции энионов, вообще говоря, должны быть многозначными (или нелокальными) и удовлетворять нестандартным коммутационным соотношениям, соответствующим энионной квантовой статистике.

К настоящему моменту предложено несколько вариантов построения энионной теории поля, однако, так как все они обладают сильными и слабыми сторонами, ни одному из них нельзя отдать предпочтение.

Целью настоящей диссертационной работы является более глубокое и внутренне обоснованное включение твисторов в структуру суперсимметричных теорий, применение твисторных методов для решения проблем суперсимметричных теорий частиц и струн, а также построения теоретико-полевых моделей частиц с дробным спином и статистикой в $(2+1)$ -мерном пространстве-времени.

Научная новизна и практическая ценность. В диссертационной работе разработан новый подход к описанию суперчастиц и суперструн в пространстве-времени размерности $D = (2), 3, 4, 6$ и 10 , являющихся "критическими" для построения классической суперструнной теории. Подход основывается на формулировке [5] этих теорий, обладающей вне массовой поверхности двойной суперсимметрией: $N = 1, 2$ пространственно-временной суперсимметрией и локальной $n = D - 2$ суперсимметрией мирового листа, последняя превращается в κ -симметрию на массовой поверхности [5]. Таким образом проявляется природа κ -симметрии как реликта обычной локальной суперсимметрии мирового листа. В основе этого лежит твисторное соответствие, которое в предлагаемом подходе непосредственным образом возникает из свойств двойной суперсимметрии теории: координаты суперпространства-времени становятся суперполями в пространстве мировой поверхности, по которой движутся суперчастицы и суперструны, и грассмановы спинорные направления в суперпространстве-времени естественным образом приобретают в качестве своих суперпартнеров коммутирующие спинорные направления, описывающие

еся компонентами твисторов. Проектирование фермионных связей на твисторные направления позволяет неприводимым образом осуществить их лоренц-ковариантное разделение на первый и второй род, что открывает новую возможность решения проблемы ковариантного квантования суперчастиц и суперструн.

Еще одним важным аспектом предлагаемого твисторного подхода является возможность решить на классическом уровне проблему эквивалентности двух основных формулировок суперсимметричной струны в размерности $D = 10$ пространства-времени. Хорошо известно, что на квантовом уровне спиновая струна Неве-Шварца-Рамона и суперструна Грина-Шварца (при учете проекции Глиози-Шерка-Олива) имеют один и тот же спектр суперсимметричных состояний, хотя классические формулировки этих теорий изначально различны. Спиновая струна обладает явной локальной суперсимметрией на мировом листе и неявной пространственно-временной суперсимметрией, связывающей физические квантовые состояния струны; тогда как суперструна Грина-Шварца обладает суперсимметрией в пространстве-времени и локальной κ -симметрией. отождествление κ -симметрии с локальной суперсимметрией на мировой суперповерхности струны дает возможность приблизиться к решению проблемы классического соответствия двух струнных формулировок, так как последние возникают при различном выборе калибровки в исходной твисторной формулировке.

Впервые предложенные в диссертации $(2+1)$ -мерные теоретико-полевые модели частиц с дробным спином $1/4, 3/4$ (семионов или квартионов), а также обнаруженные автором особенности взаимодействия полей, обладающих в $D=2+1$ аномальным магнитным моментом, могут служить основой для дальнейшего изучения этих объектов, выде-

ляющихся среди других анионов рядом интересных свойств, позволяющих рассматривать семионы как наиболее реальные кандидаты на роль квазичастиц, обеспечивающих эффект анионной высокотемпературной сверхпроводимости.

Разработанные методы и полученные результаты носят общий характер и могут быть применены при исследовании более широкого класса динамических систем со связями.

Все выносимые на защиту результаты впервые были получены автором диссертации и составляют основу твисторного подхода, развитого в последствии несколькими группами теоретиков.

На защиту выносятся следующие положения и результаты диссертационной работы.

1. Построена новая, твисторо-подобная, суперполевая формулировка безмассовой $N = 1$ суперчастицы в пространстве-времени размерности $D = 3, 4, 6$ и 10 , обладающая явной локальной $n = 1$ суперсимметрией мировой линии. Построена новая, твисторо-подобная, суперполевая формулировка безмассовой $N = 1$, $D = 4$ суперчастицы, обладающая явной локальной $n = 2$ суперсимметрией мировой линии.
2. В предлагаемых суперполевых моделях на массовой поверхности установлена полная эквивалентность преобразований локальной суперсимметрии мировой линии преобразованиям фермионной κ -симметрии стандартных формулировок суперчастиц. Таким образом, установлена геометрическая природа κ -симметрии, как проявления локальной суперсимметрии мировой суперповерхности, заметаемой суперчастицей (или суперструной) при ее движении

в суперпространстве-времени.

3. Проведен гамильтонов анализ динамики $N = 1$, $D = 4$ суперчастицы в новой формулировке, с помощью коммутирующих спинорных переменных осуществлено лоренц-ковариантное разделение всех связей теории на связи первого и второго рода, проведено ее ковариантное квантование по методу Дирака и Гупты-Блейлера и установлено полное соответствие физического содержания предлагаемой модели стандартным супертвисторным и пространственно-временным формулировкам $N = 1$, $D = 4$ суперчастицы.
4. Предложена формулировка теории нуль суперструны в $D = 3, 4, 6$ и 10 пространстве-времени, обладающая двойной суперсимметрией: $N = 1$ суперсимметрией объемлющего пространства-времени и локальной $n = D - 2$ суперсимметрией нуль суперповерхности, последняя берет на себя роль κ -симметрии по устранению лишних фермионных степеней свободы нуль струны. Показано, что действие нуль суперструны в такой формулировке определяет геометро-динамическую часть твисторного действия гетеротической струны, натяжение и невырожденность индуцированной метрики которой генерируется Весс-Зуминовским членом. Для построения суперполевого действия нуль суперструны и гетеротической струны развита более общая геометрия суперповерхности, чем использовавшаяся ранее.
5. Впервые предложено $n = 8$ суперполево действие для описания киральных фермионов в твисторо-подобной формулировке гетеротической струны.
6. Рассмотрены модели спиновых суперчастиц, обладающие расши-

ренными суперсимметриями пространства-времени и мировой суперповерхности. Установлена классическая взаимосвязь теории $\kappa = 1$, $N = 1$ спиновой суперчастицы с $N = 2$ суперчастицей Бринка-Шварца в $D = 3, 4, 6$ и 10 пространстве-времени и эквивалентность их квантовых состояний в $D = 4$.

7. Рассмотрена обобщенная твисторная динамика безмассовой скалярной частицы в $(2+1)$ -мерном пространстве-времени, действие которой содержит кинетический член первого порядка для твисторных переменных. Показано, что такой член возникает в результате твисторного сдвига в определении твисторных и пространственно-временных характеристик частицы и приводит к модификации взаимодействия частицы с внешними калибровочными полями. Например, взаимодействие заряженной частицы с электромагнитным полем становится неминимальным и включает член, указывающий на наличие у частицы аномального магнитного момента.
8. Впервые рассмотрено взаимодействие скалярных и спинорных частиц, обладающих в $D = 2+1$ аномальным магнитным моментом, с полем Черна-Саймонса-Максвелла. Обнаружено наличие у таких частиц энионных свойств и точечного взаимодействия типа "ток на ток".
9. В $(2+1)$ -мерном пространстве-времени рассмотрена твисторная суперсимметричная механика релятивистской массивной частицы, спектр первично квантованных состояний которой характеризуется спином $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{2}$ и описывает квартионы. Найдены суперсимметричные уравнения движения для квартионных полей и построено

суперполевое действие из которого данные уравнения могут быть получены.

10. Основываясь на аналогии с теорией Дирака-Максвелла-Эйнштейна, построена теоретико-полевая модель квартионов в грассманово нечетном двумерном пространстве Эйнштейна, которая эффективно эквивалентна $(2+1)$ -мерной суперполевой модели квартионов в импульсном представлении.

Апробация результатов работы. Материалы диссертационной работы докладывались на теоретических семинарах в ХФТИ (Харьков), ОИЯИ (Дубна), ИТФ (Киев), Харьковском госуниверситете, Ленинградском госуниверситете, Университете Сан-Пауло (Бразилия), Университете Падуи (Италия), Туринском отделении Национального института ядерной физики (Италия), Международном центре теоретической физики (Триест, Италия), Институте теоретической физики Чалмерского университета (Гетеборг, Швеция), Королевском и Империял колледжах (Лондон, Англия). Часть результатов, вошедших в диссертацию, была представлена в виде докладов на Международном семинаре "Проблемы физики высоких энергий и квантовой теории поля" (Протвино, 6-12 июля 1987 г.), Советско-американском рабочем совещании (Ереван, июль 1988 г.), Школе по современным проблемам квантовой теории поля (Алушта, май 1989 г.), IX Международном совещании по проблемам квантовой теории поля (Дубна, май 1990 г.), Вроцлав-Лейпциг симпозиуме "Методы квантования систем со связями" (Вроцлав, Польша, 27 - 29 ноября 1990 г.), Летней школе по физике им. Дж. А. Свиеса (Кампос де Жордао, Бразилия, 14-26 января 1991 г.), Международном симпозиуме им. А. Д. Сахарова (Москва, май 1991 г.), Международной конференции "Кварки-92" (Звенигород,

май 1992 г.), Международном рабочем совещании "Суперсимметрия и квантовые группы" (Дубна, июль 1993 г.), Международной конференции "Геометрия динамических систем со связями" (Кембридж, июнь 1994 г.) и других.

Публикации Фактической основой диссертации являются материалы 24 научных работ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав основного текста, заключения и списка цитированной литературы содержащего 200 названий публикаций. Полный объем работы составляет 151 страниц.

2 Содержание работы

Во введении дан краткий обзор основных достижений теории суперчастиц и суперструн, и теории частиц с дробным спином и статистикой в $(2+1)$ -мерном пространстве-времени, обоснована актуальность темы и описано содержание всех глав диссертации.

В первой главе на основе гвисторного подхода [5]–[9] предлагается построение моделей релятивистских безмассовых частиц в $D = 3, 4, 6$ и 10 пространстве-времени, обладающих $N = 1$ пространственно-временной суперсимметрией и $n = 1, 2$ локальной суперсимметрией мировой линии, показывается их классическая эквивалентность обычным безмассовым $N = 1$ суперчастицам. Причем $n = 1, 2$ генератора κ -симметрии (из $(D-2)$ -х) совпадают на массовой поверхности с генераторами локальной суперсимметрии. Таким образом, в размерности $D = 3, 4$ пространства-времени соответствующие $N = 1, n = 1, 2$ двух-суперсимметричные действия для частиц, формулируемые в суперпространстве мировой линии позволяют полностью заменить κ -

симметрию обычной локальной суперсимметрией. В разделе 1.2.3 проводится ковариантное квантование $N = 1$, $D = 4$ суперчастицы по методу Гупты-Блейлера и устанавливается взаимосвязь двух-суперсимметричного подхода со стандартным супертвисторным подходом [8], [9].

Предложенный в работах [5]-[9] "твисторо-подобный" подход получил дальнейшее развитие в приложениях к суперчастицам, суперструнам и супермембранам в работах нескольких групп авторов. Результатом интенсивных исследований явилось построение $n = 8$ суперполевой формулировки $N = 1$, $D = 10$ суперчастицы и $(n = 0, 8)$ суперполевой формулировки $D = 10$ гетеротической струны, позволившие полностью заменить κ -симметрию более фундаментальной групповой структурой — $n = D - 2$ локальной суперсимметрией мирового листа струны.

В главе 2 (раздел 1) диссертации рассматривается твисторная формулировка $N = 1$, $D = 3, 4, 6$ и 10 нуль суперструн, обладающая двойной суперсимметрией [14]. Добавление Весс-Зуминовского члена к твисторному действию нуль суперструны включает механизм генерации струнного натяжения: индуцированная метрика мировой поверхности становится невырожденной, и возникающая в результате модель оказывается классически эквивалентной гетеротической струне (без киральных фермионов, учет которых в твисторном подходе с расширенной локальной суперсимметрией мировой поверхности остается не вполне решенной проблемой). Таким образом, проясняется смысл обоих ингредиентов, геометро-динамического и Весс-Зуминовского члена, твисторо-подобного действия гетеротической струны. Геометро-динамический член определяет вложение мировой суперповерхности

сти струны в объемлющее (в общем случае криволинейное) суперпространство-время, причем, так как геометро-динамическая часть струнного действия описывает динамику нуль суперструны, как по казано в разделе 2.1, именно геометрия нуль суперповерхности лежит в основе динамики гетеротической струны. Струна движется таким образом, что на заметаемой ею суперповерхности существует замкнутая двасуперформа, интегрируемая вдоль светоподобных твисторных направлений. Существование этой формы предопределяет структуру Весс-Зуминовской части действия, генерирующей струнное натяжение.

В разделе 2 главы 2 предлагается $n = 8$ суперполево действие для описания киральных фермионов в твисторо-подобной формулировке $N = 1, D = 10$ гетеротической струны [15]. Киральные фермионы являются необходимым элементом теории гетеротической струны, обеспечивая ее непротиворечивость на квантовом уровне. Поэтому их $n = 8$ суперполево описание является последним этапом построения классической твисторо-подобной модели гетеротической струны и может дать ключ к осуществлению ее ковариантного квантования. Рассматриваемую возможность учета киральных фермионов нельзя, однако, считать полностью удовлетворительной, так как для выделения физического сектора модели привлекается дополнительное, "внешнее", предположение. В работе Хау был предложен альтернативный подход к суперполево описанию киральных фермионов в твисторной формулировке гетеротической струны, который в свою очередь не лишен некоторого недостатка, связанного с ограничением на калибровочную группу внутренних симметрий гетеротической струны. В недавней работе Пванова и Сокачева рассмотрен модифицированный вариант действия [15] киральных фермионов, позволяющий непосредственным об-

разом "отщепить" нежелательный сектор вспомогательных полей от физического сектора теории.

Как уже отмечалось, гвисторный подход дает возможность решить на классическом уровне проблему эквивалентности фермионных струн и суперструн в размерности $D=10$ пространства-времени, что было продемонстрировано на примере спиновой частицы и $N = 1$ суперчастицы, а также суперструны в $D = 4$ в работах Волкова и Желтухина.

В главе 3 настоящей работы данный результат обобщается на случай релятивистской $N = 1$ суперчастицы в $D = 3, 6$ и 10 [6] и так называемой спиновой суперчастицы [7], [8], для которой установлена ее классическая эквивалентность $N = 2$ суперчастице Бринка-Шварца.

В отличие от задачи установления полного соответствия между κ -симметрией и локальной $N = D - 2$ суперсимметрией мировой суперповерхности в пространстве-времени размерности $D = 4, 6, 10$, решение проблемы классической взаимосвязи суперчастиц и спиновых частиц (также как суперструн Грина-Шварца и спиновых струн Неве-Шварца-Рамона) является более простой задачей, так как основывается только на эквивалентности одного из $n = D - 2$ генераторов κ -симметрии генератору $n = 1$ локальной суперсимметрии мировой линии спиновой частицы.

В разделе 3.1 показано как классический лагранжиан $D = 2, 3, 4, 6, 10$, $N = 1$ безмассовой суперчастицы может быть представлен в форме, эквивалентной лагранжиану релятивистской безмассовой частицы со спином $\frac{1}{2}$. Подробно описан случай 10-мерного пространства-времени, однако весь ход рассуждений справедлив и для меньших "критических" размерностей.

В качестве исходного выбрано $n = 8$, $N = 1$ суперсимметричное дей-

ствие частицы Бринка-Шварца. Следующий шаг на пути к решению вопроса об эквивалентности классических динамик двух типов частиц — выделение лоренц-ковариантным образом одного из $n = 8$ генераторов локальной суперсимметрии мировой линии суперчастицы, так как частица со спином $\frac{1}{2}$ характеризуется $n = 1$ локальной суперсимметрией. Для этого исходное $n=8$ суперполевое действие интегрируется вдоль семи из восьми грассмановых направлений и устраняется часть вспомогательных полей, соответствующих семи суперсимметриям, путем решения их уравнений движения. В результате, действие суперчастицы сводится к $n = 1, N = 1$ суперсимметричному действию, рассматривавшемуся в главе 1. Далее, устраняя из этого действия спинорные грассмановы θ и коммутирующие λ переменные с помощью твисторо-подобного представления грассманова вектора $\psi^m = \theta \gamma^m \lambda$, получено действие частицы со спином $1/2$.

Для случая спиновой $n=1, N=1$ суперчастицы проделана обратная процедура, в результате чего получено действие $N=2$ суперчастицы. Сравнение квантового спектра состояний обеих свободных теорий в 4-мерном пространстве времени показали, что эквивалентность между ними сохраняется и на квантовом уровне.

Глава 4 диссертационной работы посвящена обобщению твисторной динамики релятивистских частиц и струн. Обобщение проводится путем учета в лагранжиане частиц и струн, наряду со стандартным пространственно-временным кинетическим членом, кинетического члена для твисторных компонент, которые в обычном твисторном подходе (при переходе к пространственно-временному описанию) являются чисто вспомогательными степенями свободы и могут быть устранены решением соответствующих связей (см. раздел 1 главы 1). Однако,

а ригорі пренебрегать кинетическим членом для твисторных переменных нельзя. Как добавка к действию члены такого типа могут возникнуть, например, при учете квантовых поправок взаимодействия частиц и струн с квантовыми полями. Предлагаемое обобщение приводит в случае безмассовых частиц (и струн) к появлению фундаментальной длины в обобщенной теории и модификации взаимодействия частиц и струн с внешними полями [11], [12].

В разделе 2 главы 4 рассматриваются твисторные формулировки динамики бозонной струны, обсуждаются проблемы обобщения твисторного подхода на случай $N = 2$ суперструн Грина-Шварца и приводится вариант компонентного действия, содержащего твисторные переменные [11]–[13].

Так как такие фундаментальные понятия квантовой теории как принцип причинности и локальности имеют свое непосредственное выражение в характере взаимодействия динамической системы с полями бэкуграунда, предлагаемое обобщение твисторной динамики затрагивает глубокие вопросы связи между локальностью и причинностью на мировой линии (поверхности) с локальностью и причинностью в объемлющем пространстве-времени.

Рассмотрение обобщенной динамики релятивистской безмассовой частицы в размерности $D = 2+1$ пространства-времени (глава 4, раздел 1) показывает, что в первом порядке по параметру фундаментальной длины взаимодействие заряженной частицы с внешним электромагнитным полем становится неминимальным и включает член, который указывает на наличие у скалярной частицы отличного от нуля аномального магнитного момента, величина которого пропорциональна параметру фундаментальной длины. Как было впервые показано в ра-

ботах [16], [17] (см. главу 5 диссертации) такое неминимальное взаимодействие приводит к интересным физическим следствиям: спонтанное нарушение локальной калибровочной симметрии в $(2+1)$ -мерной скалярной электродинамике полями Хиггса с ненулевым аномальным магнитным моментом ведет к появлению Черн-Саймановского члена в действии для электромагнитного поля; а при взаимодействии полей материи, обладающих магнитным моментом с полем Черна-Саймонса [17] возникает система частиц с дробной статистикой (энионов) характеризующаяся самодействием типа ток на ток [17].

В случае массивных частиц в $(2+1)$ -мерном пространстве-времени учет твисторного кинетического члена позволяет построить классическую суперсимметричную динамику частиц со спином $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{4}$, первичное квантование которой дает ключ к построению теоретико-полевой суперсимметричной модели этих частиц [19] (глава 5, разделы 1, 2).

Таким образом, рассмотренное обобщение твисторной динамики релятивистских систем позволяет перебросить мостик между твисторным подходом и проблемами релятивистской физики в $(2+1)$ -мерном пространстве-времени, связанные с описанием частиц, обладающих дробным спином и статистикой, рассмотрению которых посвящена глава 5 диссертационной работы.

В главе 5 диссертационной работы предлагается новое теоретико-полевое описание частиц с дробным спином $s = \frac{1}{2} + n, \frac{3}{4} + n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) (квартнионов или семионов). Квартнионы и семионы выделяются среди других энионов рядом интересных свойств. Квартнионы возникают, например, как солитоны в $O(3)$ σ -модели со специфическим $SU(2)$ черн-саймоновским членом, и обладают своеобразными теоретико-групповыми свойствами (раздел 5.1). А учет аномального

магнитного момента [16, 17] (см. раздел 3, главы 5) приводит к появлению контактного взаимодействия между семипонами.

В разделе 1 главы 5 диссертации проводится построение классической релятивистской механики частиц со спином $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$, основывающееся на использовании коммутирующих (твисторных) спинорных переменных. Предлагается обобщение твисторной формулировки классической динамики свободных массивных частиц, которое после квантования приводит к описанию квартионных состояний со спиральностями $s = \frac{1}{2}(\frac{1}{2} + n)$. Суперсимметричное обобщение модели (пункты 5.1.3, 5.1.4) позволяет рассматривать поля со спиральностями, отличающимися на $\frac{1}{2}$, равноправным образом как компоненты одного суперполя, и наделяет эти компоненты относительной фермионной статистикой. Найдены суперсимметричные полевые уравнения для квартионов со спиральностью $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ и построено соответствующее локальное суперполевое действие для грассманава квартионного суперполя (п. 5.1.4) [19]. Действие содержит лагранжеев множитель, геометрическая природа которого проясняется в теоретико-полевой модели квартионов, основывающейся на аналогии с теорией Дирака-Максвелла-Эйнштейна [20, 21], построению которой посвящен раздел 2, главы 5.

Модель строится в двумерном грассмановом пространстве, точки которого параметризуются двухкомпонентным антикоммутирующим майорановским спинором группы $SL(2, R)$. Проводя аналогию с теорией фермионных полей, взаимодействующих с абелевым калибровочным и гравитационным полями, мы находим суперсимметричные уравнения движения для квартионов (аналогичные полученным в разделе 5.1) и строим суперполевое действие, в котором абелево калибровочное поле, распространяющееся в базовом $(0|2)$ -пространстве, играет роль

ипульса квартиона в эффективной $(2+1)$ -мерной теории, а космологическая постоянная в $(0|2)$ -пространстве играет роль массы. Таким образом, предлагаемая теоретико-полевая модель квартионов, взаимодействующих с калибровочным и гравитационным полем в 2-мерном грасманово-нечетном пространстве эффективно соответствует $D = 2 + 1$ свободной теории суперсимметричных квартионов, причем все поля, входящие в квартионное действие имеют ясный геометрический смысл. Кроме того предлагаемая модель служит еще одним примером того, что спинорное пространство может играть более фундаментальную роль, чем векторное пространство-время, причем последнее возникает как некоторое расслоение над базовым спинорным пространством.

Раздел 5.3 диссертации посвящен изучению свойств полей, обладающих в $D = 2 + 1$ пространстве-времени аномальным магнитным моментом [16, 17]. Рассмотрены последствия спонтанного нарушения симметрии в модели, описывающей неминимальное калибровочное взаимодействие заряженного скалярного поля (аналогичное взаимодействию частицы со спином $\frac{1}{2}$, обладающей аномальным магнитным моментом). Показано, что в результате спонтанного нарушения симметрии может генерироваться Черн-Саймановское действие для калибровочного поля и, в тоже время, Максвелловское действие может исчезнуть в результате компенсирующих вкладов, возникающих при спонтанном нарушении симметрии. Рассмотрены статистические свойства скалярных и спинорных полей материи, обладающих аномальным магнитным моментом, при их взаимодействии с полем Черна-Саймано-Максвелла. Показано, что такие поля обладают энионными свойствами и, после эффективного "устранения" калибровочного поля, - самодействием ги-

па "ток на ток", что может обуславливать особенности коллективного поведения системы таких частиц.

В Заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы.

Результаты диссертации опубликованы в следующих работах

- [1] Д. П. Сорокин, В. И. Ткач. Спонтанная компактификация подпространств в теориях Калуцы-Клейна. *ЭЧАЯ* 18 (1987) п 5, 1035-1079.
- [2] D. P. Sorokin and V. I. Tkach. Scyrmion compactification of multidimensional gravity theories. In Proceedings of 4th Seminar on Quant. Grav. World Sc. P. Co. 1988.
- [3] В. П. Акулов, И. А. Бандос, Д. П. Сорокин. Частица в гармоническом $N=2$ суперпространстве. *Ядерная физика* 47 (1988) п 4, 1136-1147.
- [4] В. П. Акулов, И. А. Бандос, Д. П. Сорокин. Гармоническая $N=2$ суперчастица. *УФЖ* 33 (1988) п 6, 805-808.
- [5] D. P. Sorokin, V. I. Tkach and D. V. Volkov. Superparticles, twistors and Siegel symmetry. *Mod. Phys. Lett. A*4 (1989) п 10, 901-908.
- [6] D. P. Sorokin, V. I. Tkach, D. V. Volkov and A. A. Zheltukhin. From the superparticle Siegel symmetry to the spinning particle proper-time supersymmetry. *Phys. Lett.* 216B (1989) п 3,4, 302-304.

- [7] Д. В. Волков, Д. П. Сорокин и В. И. Ткач. Спинные суперчастицы и расширенная суперсимметрия. *Ядерная физика* 49 (1989) п 3, 844-852.
- [8] D. P. Sorokin. Double supersymmetric particle theories. *Fortsch. der Phys.* 38 (1990) п 12, 923-943.
- [9] А. И. Гуменчук и Д. П. Сорокин. Релятивистская динамика суперчастиц и твисторное соответствие. *Ядерная физика* 51 (1990) п 2, 549-557.
- [10] D. P. Sorokin and I. A. Pashnev. On $n=4$ superfield description of relativistic spinning particle mechanics. *Phys. Lett.* 253B (1991) п 3,4, 301-305.
- [11] Д. В. Волков, В. А. Сорока, Д. П. Сорокин, В. И. Ткач. Твисторный сдвиг в уравнениях релятивистских частиц и струн. *Письма в ЖЭТФ* 52 (1990) п 10, 1124-1126.
- [12] V. A. Soroka, D. P. Sorokin, V. I. Tkach and D. V. Volkov. A generalized twistor dynamics of relativistic particles and strings. *Int. J. Mod. Phys. A* 7 (1992) п 24, 5977-5993.
- [13] A. I. Pashnev and D. P. Sorokin. Note on superfield formulations of $D = 2, 3, 4, 6$ and 10 superparticles. *Class. Quantum Grav.* 10 (1993) п 3, 625-630.
- [14] I. Bando, D. Sorokin, M. Tonin and D. Volkov. Doubly supersymmetric null string and string tension generation. *Phys. Lett.* 319B (1993) п 4, 445-450.

- [15] D. P. Sorokin and M. Tonin. On the chiral fermions in the twistor-like formulation of $D=10$ heterotic string. *Phys. Lett. B* **326** (1994) n 1, 84-87.
- [16] С. М. Латинский и Д. П. Сорокин. Аномальный магнитный момент и спонтанное нарушение симметрии в трехмерной электродинамике. *Письма в ЖЭТФ* **53** (1991) вып. 4, 177-179.
- [17] S. M. Latinsky and D. P. Sorokin. Anomalous magnetic moment in 3D space-time and self-interacting anyons. *Mod. Phys. Lett. A* **6** (1991) n 38, 3525-3530.
- [18] D. P. Sorokin, V. I. Tkach and D. V. Volkov in "Problems of Modern Quantum Field Theory" Eds. A. A. Batalin, A. V. Klimyk and A. B. Zamolodchikov, (Springer-Verlag, 1989).
- [19] D. P. Sorokin and D. V. Volkov. (Anti)commuting spinors and supersymmetric dynamics of semions. *Nucl. Phys. B* **409** (1993) [FS] n 4, 547-564.
- [20] D. P. Sorokin and D. V. Volkov. Drawing an analogy between the Dirac-Maxwell-Einstein theory and a field-theoretical model of semions. *JETP Letters* **57** (1993) n 6, 343-347.
- [21] D. P. Sorokin and D. V. Volkov. $D=(0|2)$ Dirac-Maxwell-Einstein Theory as a Way for Describing Supersymmetric Quartions. *Int. J. Mod. Phys. A* **9** (1994) n 9, 1555-1568.
- [22] Д. П. Сорокин. Суперсимметричные частицы: классическая динамика и ее квантование. Препринт ИТФ-87-157Р. Киев, 1988, 28 стр.

[23] I. A. Bandos, M. Cederwall, D. P. Sorokin and D. V. Volkov. Towards a complete twistorization of the heterotic string. Preprint Göthenburg-ITP-94-10, hep-th/9403181, March 1994.

[24] D. Sorokin. Geometry of fermionic constraints in superstring theories. (Talk given at the Conference on Geometry of Constrained Dynamical Systems, Cambridge, 15-18 June, 1994). Preprint KCL-TH-94-9, hep-th/9403181.

Сорокин Д. П. Твисторные методы в теории суперчастиц и суперструн.

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.16 – физика атомного ядра и элементарных частиц. Харьковский гос. ун-т, Харьков, 1994 г. (рукопись).

Защищаются 24 научных работы, в которых разработан новый подход к описанию суперчастиц и суперструн в пространстве-времени размерности $D = 3, 4, 6$ и 10. Подход основывается на формулировке этих теорий, обладающей вне массовой поверхности двойной суперсимметрией, что позволяет непосредственным образом включить твисторы в структуру теории. Проявляется природа фермионной симметрии суперчастиц и суперструн как реликта обычной локальной суперсимметрии мирового листа. С использованием твисторных переменных построена замкнутая алгебра связей фермионной симметрии, описываемая неприводимым ковариантным набором генераторов. В трехмерном пространстве-времени построена суперсимметричная теоретико-полевая модель частиц со спином $1/4$ и $3/4$; изучены особенности взаимодействия и анионные свойства полей обладающих аномальным магнитным моментом.

Ключові слова: Суперсиметрія, суперчастинки, суперструни, твістори, гамільтонов аналіз зв'язків, теоретико-групові методи, еніони.

Sorokin D. P. Twistor methods in the theory of superparticles and superstrings. Thesis for a Doctor of Sciences Degree in Physics and Mathematics, speciality 01.04.16 – Physics of Nuclei and Elementary Particles. Kharkov State University, Kharkov, 1994 (manuscript).

Defended are 24 research papers where a new approach has been developed for the description of superparticles and superstrings in space-time of dimension $D=3,4,6$ and 10. The approach is based on a formulation of these theories possessing double supersymmetry off the mass shell, which allows one to naturally incorporate twistors into the structure of the theory. The nature of superparticle and superstring fermionic symmetry as a relic of the conventional local worldsheet supersymmetry has been clarified. Twistor variables have been used for constructing a closed algebra of fermionic constraints described by irreducible covariant set of generators. In three-dimensional space-time constructed was a supersymmetric field-theoretical model of particles with fractional spin $1/4$ and $3/4$; interaction features and anyonic properties of fields with anomalous magnetic moment have been studied.

Подписано в печать 27.09.94. Формат 60x84/16. Офсетная печать.
Усл.п.л. 2,0. Уч.-изд.л. 2,0. Тираж 100. Заказ № 173.

Харьков-310108, роталит ННЦ ХФТИ

455.323

AB 31.493

AB 31.493