КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ

На правах рукопису

МАРИНЕНКО ВОЛОДИМИР ІВАНОВИЧ

УДК 001.891.573:621.1

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ В РЕБРАХ ЗА СКЛАДНИХ УМОВ ТЕПЛООБМІНУ

Спеціальність 05.14.05 - Теоретичні основи теплотехніки

А в т о р е ф е р а т

дисертації на здобуття наукового ступеня

кандидата технічних наук

Київ - 1994

Дисертацією є рукопис

Робота виконана на кафедрі атомних електростанцій та інженерної теплофізики Київського політехнічного інституту.

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор Козлик Г.О.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор Никитенко М.І.

кандидат технічних наук, ст. наук. співробітник, Фещенко В.П.

Ведуча організація: Інститут проблем моделювання в енергетиці НАН України

Захист дисертації відбудеться "29" грудня 1994 р. о 15 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради К 068.14.07 у Київському політехнічному інституті за адресою 252056, м.Київ, 56, пр-т Перемоги, 37, корпус 5, аудиторія 406.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Київського політехнічного інституту.

Автореферат розісланий "28" листопада 1994 р.

Вчений секретар спеціалізованої
Вченої Ради В.П.Рожалін

АНОТАЦІЯ

Метою дисертаційної рорботи є розробка чисельної методики рішення задач теплового розрахунку та визначення оптимальних розмірів ребра, яка охоплювала б сполучення типів ребер, форм їх профілів, видів теплообміну, умов тепловіддачи на гранях і торці, що найбільш частіше зустрічаються в промисловості.

Для досягнення поставленої мети:

- розроблена узагальнена математична модель, адекватно відображаюча теплові процеси для різних типів та профілів ребер;

- вибрані найбільш ефективні чисельні методи для рішення задач, виникаючих при тепловому розрахунку та оптимізації ребер в рамках створеної моделі;

- розроблені методики рішення та створено програмове забезпечення задач теплового розрахунку та оптимізації ребер.

Автор захищає:

- узагальнену математичну модель теплових процесів для різних типів ребер, форм їх профілів, видів теплообміну, умов тепловіддачи на гранях і торці, сформульовану у вигляді нелінійної крайової задачи;

- кінцево-різничні апроксимації нелінійної крайової задачи, відповідні різним видам теплообміну на ребрі;

- методику чисельного рішення задач теплового розрахунку та визначення оптимальних розмірів ребра;

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Зростання питомих потужностей енергетичних установок та радіоелектронних приладів вимагає застосування ефективних методів відводу тепла. Одним з основних методів інтенсифікації теплообміну є використання розвинутих, у тому числі оребрених та ошипованих, тепловіддаючих поверхонь. Конструкторська розробка оребрених та ошипованих поверхонь базується на дослідженнях розподілу температур і теплових потоків в елементах розвитку поверхні. У зв'язку зі складністю математичного опису, а також проведення експериментального дослідження теплового стану елементів оребріння, як неізотермічних поверхонь у складних умовах теплообміну (випромінювання, співіснування ділянок з плівковим, бульбашковим кипінням та конвективним теплообміном при високих знімаємих теплових навантаженнях та нерівномірність тепловіддачи внаслідок гідродинамічних особливостей омивання розвинутих поверхонь), актуальною задачею є розробка методики обчислювального експерименту, з застосуванням чисельних методів та можливостей сучасних обчислювальних засобів.

Для постановки обчислювального експерименту необхідно:

- створити узагальнену методику опису теплових процесів в елементах оребріння;

- побудувати кінцево-різничні дискретні моделі для чисельного рішення задач стаціонарного теплового режиму ребер;

- скласти алгоритми та програми чисельного рішення математичних моделей;

- одержати експериментальні дані на основі яких можуть бути задані умови теплової взаємодії розвинених поверхонь з навколишнім середовищем.

Методи дослідження. Для вирішення поставлених у роботі задач використані: апарат теорії звичайних диференціальних рівнянь, кінцево-різнична апроксимація крайових задач, чисельні методи рішення систем алгебраїчних рівнянь, методи нелінійної теорії оптимізації, методи експериментального дослідження теплових процесів в оребрених елементах.

Наукова новизна. Сформульована узагальнена математична модель теплових процесів в ребрах, у вигляді нелінійної крайової задачи. Побудовані кінцево-різничні апроксимації нелінійної крайової задачи, що ураховують специфіку процесів теплообміну на ребрі. Розроблено алгоритми та програми чисельного рішення задач теплового розрахунку та визначення оптимальних розмірів ребра, в рамках узагальненої моделі.

Практична цінність роботи полягає в тому, що запропоновані чисельні методики визначення розподілу температур та теплових потоків по висоті ребра, а також методика оптимізації розмірів ребра, призначені для використання в різних системах автоматизованого проектування розвинених поверхонь теплообміну.

Реалізація роботи. Практичною реалізацією чисельної методики задач теплового розрахунку та оптимізації розмірів ребра є створена в роботі автоматизована система теплового розрахунку та визначення оптимальних розмірів ребра (АСТР та ВОРР).

Теоретичні та практичні результати розробок стали складовою частиною досліджень, що проводились кафедрою атомних електростанцій та інженерної теплофізики за координаційним планом НАНУ по комплексній проблемі "Теоретична електротехніка, електроніка та моделювання". Матеріали розробок та досліджень використані у звітах НДР, виконаних на основі договорів з такими організаціями: п/с А-7672, НВО "Комінтерн", м.Санкт-Петербург; п/с Р-6082, НДІРП, м. Москва.

Апробація роботи здійснена на наукових семінарах кафедри атомних електростанцій та інженерної теплофізики КПІ, семінарах НВО КІА, на Республіканському семінарі Наукової ради АН України по проблемі "Кібернетика": "Алгоритмізація в АСУ" (Київ, 1993р., 1994р.), на І-й Українській конференції з автоматичного керування "Автоматика-94" (Київ, 1994р.).

Структура і об'єм роботи. Дисертація складається з вступу, шести розділів, висновків, списку літератури із 65 назв і додатку. Робота викладена на 139 сторінках машинописного тексту і має 11 таблиць та 44 малюнка.

У вступі обгрунтована актуальність теми дисертації, сформульована мета, приведена стисла анотація результатів роботи.

У першому розділі виконаний огляд існуючих методик рішення окремих задач теплового розрахунку та визначення оптимальних розмірів ребра. Сформульовані допущення прийняті для узагальненої математичної моделі, які дозволяють вирішувати задачи теплового розрахунку та оптимізації розмірів ребра з достатньою для практичних цілей точністю.

У другому розділі дана узагальнена математична модель, сформульована у вигляді нелінійної крайової задачи, яка охоплює сполучення типів ребер, форм їх профілів, видів теплообміну та умов тепловіддачи з торцу, що найбільш часто застосовуються на практиці . Виконана кінцево-різнична апроксимація узагальненої математичної моделі, в результаті якої одержані системи алгебраїчних рівнянь, що описують різні види теплообміну на ребрі. Для кожного типу систем рівнянь розроблена відповідна методика чисельного рішення. Сформульована та розв'язана задача визначення оптимальних розмірів ребра.

У третьому розділі описані інформаційне та програмове забезпечення АСТР та ВОРР.

У четвертому розділі подано результати тестування АСТР та ВОРР на контрольних прикладах, виходячи з даних, що є в літературі.

У п'ятому розділі показано застосування АСТР та ВОРР для вирішення практичних задач.

У шостому розділі містяться результати експериментальних досліджень оребрених поверхонь.

У додатку наведені тексти програм АСТР та ВОРР.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

Аналіз літературних джерел показав доцільність створення методики задач теплового розрахунку та визначення оптимальних розмірів ребер на базі узагальненої математичної моделі та чисельних методів її рішення.

При побудові узагальненої математичної моделі приймемо такі допущення:

1. Тепловий потік та розподілення температур по ребру не залежать від часу, тобто процес стаціонарний.

2. Товщина ребра мала в порівнянні з його висотою, в результаті чого температурними градієнтами поперек ребра можна знехтувати, тобто розподілення температур в ребрі є одномірним.

3. Теплопровідність матеріалу ребра постійна і дорівнює середньому значенню в інтервалі робочих температур.

4. Внутрішні джерела тепла в ребрі відсутні.

5. Температура навколишнього середовища та температура основи ребра постійні.

6. Коефіцієнт тепловіддачі є функцією відстані X від основи ребра та температурного натиску ϑ між ребром та навколишнім середовищем в поточному перетині ребра.

Прийняті допущення дозволили вирішувати задачи теплового розрахунку та оптимізації ребра з задовільною для практичних цілей точністю та часом рахування достатнім для вирішення задач в діалоговому режимі.

Узагальнена математична модель, яка ураховує прийняті допущення, сформульована у вигляді слідуючої крайової задачи:

$$\lambda \frac{d}{dx}\left(f(x) \frac{d\vartheta}{dx} \right) = \alpha(x,\vartheta) \cdot u(x) \cdot \vartheta, \quad x \in [a,b] \qquad (1)$$

межові умови:

$$\vartheta(a) = \vartheta_0; \quad -\lambda \left. \frac{d\vartheta}{dx} \right|_{x=b} = \alpha_e(\vartheta) \cdot \vartheta, \qquad (2)$$

де: λ - коефіцієнт теплопровідності ребра; α - коефіцієнт тепловіддачи поверхні ребра; ϑ - температурний натиск в поточному перетині ребра; x - координата поточного перетину ребра; a - координата основи ребра; b - координата торцу ребра; ϑ_0 - температурний натиск в основі ребра; α_e - коефіцієнт тепловіддачи на торці ребра.

Функції профілю - $f(x)$ та периметру - $u(x)$ поточного перетину ребра виведени для:

1. Подовжнього ребра (профілі: прямокутний, трапецієподібний, трикутний, параболічний випуклий, параболічний угнутий).

2. Радіального ребра (профілі: прямокутний, трапецієподібний, трикутний, гіперболічний).

3. Шипа (профілі: прямокутний, зрізаний конус, трикутний, параболічний випуклий, параболічний угнутий).

Залежності коефіцієнту тепловіддачи α від x та ϑ для режимів теплообміну на ребрі мають вигляд:

1. Вільна конвекція:

$$\alpha(x,\vartheta) = \alpha(x) = (\gamma+1) \cdot \alpha_{cp} \left(\frac{x-a}{b-a} \right)^{\gamma}, \qquad (3)$$

де: α_{cp} - середнє значення коефіцієнта тепловіддачи. Коли $\gamma = 0$, коефіцієнт тепловіддачи α_{cp} постійний по всій довжині ребра. Коли $\gamma = 1$, коефіцієнт тепловіддачи лінійно зростає по довжині ребра від $x = 0$ до $x = b$. Значення $\gamma = 2$ приводить до параболічного розподілення коефіцієнту тепловіддачи.

2. Випромінювання у вільний простір (умовний радіаційний коефіцієнт тепловіддачи):

$$\alpha(x,\vartheta) = \alpha(\vartheta) = \sigma \cdot \varepsilon \frac{(T+\vartheta)^4 - T^4}{\vartheta} = \sigma \cdot \varepsilon (4T^3 + 6T^2\vartheta + 4T\vartheta^2 + \vartheta^3), \qquad (4)$$

де: σ - постійна Стефана-Больцмана; ε - ступінь чорноти повер-

2-4-5671

хні; T - абсолютна температура навколишнього середовища.

3. Кипіння у великому об'ємі води

$$\alpha(x,\vartheta)=\alpha(\vartheta)=\begin{cases}1169,61\cdot\vartheta^{\frac{1}{3}}, & 0\le\vartheta<5K\\ 80\cdot\vartheta^{2}, & 5K\le\vartheta<25K\\ 7,8125\cdot 10^{8}\cdot\vartheta^{-3}, & 25K\le\vartheta<146K\\ 251,033, & \vartheta\ge 146K\end{cases} \qquad (5)$$

У результаті кінцево-різничної апроксимації крайової задачи (1, 2) одержана система нелінійних алгебраїчних рівнянь відносно температурних натисків $\vartheta_i\ (i=\overline{1,L})$:

$$\begin{cases}\left(f_{\frac{1}{2}}+f_{\frac{3}{2}}+\alpha_1\cdot u_1\cdot\frac{(\Delta x)^2}{\lambda}\right)\cdot\vartheta_1-f_{\frac{3}{2}}\cdot\vartheta_2=f_{\frac{1}{2}}\cdot\vartheta_0;\\ -f_{i-\frac{1}{2}}\cdot\vartheta_{i-1}+\left(f_{i-\frac{1}{2}}+f_{i+\frac{1}{2}}+\frac{\alpha_i\cdot u_i\cdot(\Delta x)^2}{\lambda}\right)\cdot\vartheta_i-f_{i+\frac{1}{2}}\cdot\vartheta_{i+1}=0, \quad i=\overline{2,L-1};\\ \vartheta_{L-2}-4\vartheta_{L-1}+\left(3+\frac{2\alpha_e\cdot\Delta x}{\lambda}\right)\cdot\vartheta_L=0,\end{cases} \qquad (6)$$

де: Δx - крок сітки; L - число інтервалів рівномірної сітки; i - вузол сітки.

Система рівнянь (6) уявляє собою дискретну модель процесів теплообміну для ребра, яка лежить в основі чисельної методики теплового розрахунку та визначення оптимальних розмірів ребра. Вирішення системи (6) дозволяє визначити температури в усіх вузлових точках і таким чином одержати температурне поле ребра.

На основі моделі (6) в термінах теорії нелінійного програмування сформульована задача визначення оптимальних розмірів ребра:

$$V(\delta_0,h)\longrightarrow min; \qquad (7)$$

$$_*\delta_0\le\delta_0\le\delta_0^*;\ _*h\le h\le h^*; \qquad (8)$$

$$\beta(\delta_0,h)=\tilde{q}_0, \qquad (9)$$

де: $\beta(\delta_0,h)$ - функція, яка виявляє залежність між q_0 та геомеричними розмірами δ_0, h при фіксованих параметрах теплообміну

(λ , α , ϑ_0); δ_0 - товщина (для шипів - діаметр) перерізу в основі ребра; h - висота ребра; $\tilde{q}_0$ - задана величина теплового потоку, який підводиться до основи ребра; * - верхня та нижня границя відповідної величини; V - функція цілі (об'єм ребра).

Верхні та нижні границі перемінних δ_0 , h в обмеженнях (8) призначаються з конструктивних міркувань. Функціональне обмеження (9) ставить вимоги, щоб у процессі оптимізації потік тепла через основу ребра дорівнювався заданній величині.

Таким чином задача оптимізації полягає в одержанні ребра мінімального об'єму при зміненні його геометричних розмірів в заздалегідь призначенних границях та рівності теплового потоку, що відводиться ребром, заданій величині.

Функції цілі виведені для:

1. Подовжнього ребра (профілі: прямокутний, трапецієподібний, трикутний, параболічний випуклий, параболічний угнутий);
2. Радіального ребра (профілі: прямокутний, трапецієподібний, трикутний, гіперболічний);
3. Шипа (профілі: прямокутний, зрізаний конус, параболічний випуклий, параболічний угнутий).

Система обмежень (8, 9) у загальному випадку може бути несумісною. Перевірка обмежень на сумісність здійснюється способом вирішення двох допоміжних задач.

Перша:

$$\beta(\delta_0, h) \rightarrow max; \tag{10}$$

$$_*\delta_0 \leq \delta_0 \leq \delta_0^*; \ _*h \leq h \leq h^*. \tag{11}$$

Тобто визначити максимально можливий потік тепла q_0^* , який може відвести ребро, при зміненні його геометричних розмірів в заздалегідь призначенних границях.

Друга:

$$\beta(\delta_0, h) \rightarrow min; \tag{12}$$

$$_*\delta_0 \leq \delta_0 \leq \delta_0^*; \ _*h \leq h \leq h^*. \tag{13}$$

Тобто визначити мінімально можливий потік тепла $_*q_0$.

Якщо заданий потік $\tilde{q}_0$ лежить в межах $_*q_0 \leq \tilde{q}_0 \leq q_0^*$, то вихідна задача (7 - 9) має рішення. У противному разі рішення нема, тобто відведення ребром заданного теплового потоку неможли-

2'

во при зміненні його геометричних розмірів в заздалегідь призначенних границях.

Система (6) в залежності від процесу теплообміну на ребрі може бути: лінійною, нелінійною, істотно нелінійною.

В разі вирішення крайової задачи для ребра, яке знаходиться в умовах відводу тепла вільною конвекцією, приходимо до лінійної системи алгебраїчних рівнянь виду (6), яка розв'язується за допомогою ефективного методу прогонки. Через те, що метод прогонки розроблено для систем з трьохдіагональною матрицею, виразимо із останнього рівняння системи (6) ϑ_L через ϑ_{L-1}, ϑ_{L-2}. Підставляючи ϑ_L у передостаннє рівняння системи (6), зведемо її до системи з трьохдіагональною матрицею виду:

$$\begin{cases} \left(f_{\frac{1}{2}}+f_{\frac{3}{2}}+\dfrac{\alpha_1\cdot u_1\cdot(\Delta X)^2}{\lambda}\right)\cdot\vartheta_1-f_{\frac{3}{2}}\cdot\vartheta_2=f_{\frac{1}{2}}\cdot\vartheta_0; \\ -f_{i-\frac{1}{2}}\cdot\vartheta_{i-1}+\left(f_{i-\frac{1}{2}}+f_{i+\frac{1}{2}}+\dfrac{\alpha_i\cdot u_i\cdot(\Delta X)^2}{\lambda}\right)\cdot\vartheta_i-f_{i+\frac{1}{2}}\cdot\vartheta_{i+1}=0, \quad i=\overline{2,L-2}; \\ -f_{L-\frac{3}{2}}\cdot\vartheta_{L-2}+\left(f_{L-\frac{3}{2}}+f_{L-\frac{1}{2}}+\dfrac{\alpha_{L-1}\cdot u_{L-1}\cdot(\Delta X)^2}{\lambda}\right)\cdot\vartheta_{L-1}-f_{L-\frac{1}{2}}\cdot\dfrac{4\vartheta_{L-1}-\vartheta_{L-2}}{3+\dfrac{2\alpha_e\cdot\Delta X}{\lambda}}=0, \end{cases} \tag{14}$$

де:

$$\alpha_i=(\gamma+1)\cdot\alpha_{cp}\cdot\left(\frac{x_i-a}{b-a}\right)^{\gamma}.$$

Через те, що $f(x)$ незростаюча додатна функція, для всіх рівнянь системи (14) виконується умова переважання діагональних елементів матриці, що доказує існування единого рішення ситеми.

Теплові процеси у ребрі, яке знаходиться в умовах випромінювання у вільний простір та вільної конвекції, описуються системою нелінійних алгебраїчних рівнянь виду:

$$\begin{cases} \left(f_{\frac{1}{2}}+f_{\frac{3}{2}}+\dfrac{u_1\cdot(\Delta X)^2\cdot\alpha_1(\vartheta_1)}{\lambda}\right)\cdot\vartheta_1-f_{\frac{3}{2}}\cdot\vartheta_2-f_{\frac{1}{2}}\cdot\vartheta_0=0; \\ -f_{i-\frac{1}{2}}\cdot\vartheta_{i-1}+\left(f_{i-\frac{1}{2}}+f_{i+\frac{1}{2}}+\dfrac{u_i\cdot(\Delta X)^2\cdot\alpha_i(\vartheta_i)}{\lambda}\right)\cdot\vartheta_i-f_{i+\frac{1}{2}}\cdot\vartheta_{i+1}=0, \quad i=\overline{2,L-1}; \\ \vartheta_{L-2}-4\vartheta_{L-1}+\left(3+\dfrac{2\Delta X\cdot\alpha_e(\vartheta_L)}{\lambda}\right)\cdot\vartheta_L=0. \end{cases} \tag{15}$$

де: $\alpha_i(\vartheta_i) = \sigma \cdot \varepsilon \left(4T^3 + 6T^2 \cdot \vartheta_i + 4T\vartheta_i^2 + \vartheta_i^3\right) + (\gamma+1) \cdot \alpha_{cp} \cdot \left(\frac{x_i - a}{b - a}\right)^{\gamma}$.

Через те, що нелінійність системи (15) є гладкою, для її розв'язання доцільно використати метод Ньютона. Для цього запишемо систему (15) у стандартному вигляді

$$\begin{cases} F_1(\vartheta_1, \vartheta_2) = 0; \\ F_i(\vartheta_{i-1}, \vartheta_i, \vartheta_{i+1}) = 0, \ i = \overline{2, L-1}; \\ F_L(\vartheta_{L-2}, \vartheta_{L-1}, \vartheta_L) = 0. \end{cases} \tag{16}$$

Нехай наближенні значення невідомих системи (16) (наприклад, одержані на попередній ітерації відповідно дорівнюють $\hat{\vartheta}_1$, $\hat{\vartheta}_2$, $\hat{\vartheta}_L$. Згідно з методом Ньютона, система лінійних алгебраїчних рівнянь відносно прирощень $\Delta\vartheta_i = \vartheta_i - \hat{\vartheta}_i$, $i = \overline{1, L}$ для системи (16) має вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial F_1}{\partial \vartheta_1} \cdot \Delta\vartheta_1 + \frac{\partial F_1}{\partial \vartheta_2} \cdot \Delta\vartheta_2 = -F_1; \\ \frac{\partial F_i}{\partial \vartheta_{i-1}} \cdot \Delta\vartheta_{i-1} + \frac{\partial F_i}{\partial \vartheta_i} \cdot \Delta\vartheta_i + \frac{\partial F_i}{\partial \vartheta_{i+1}} \cdot \Delta\vartheta_{i+1} = -F_i, \ i = \overline{2, L-1}; \\ \frac{\partial F_L}{\partial \vartheta_{L-2}} \cdot \Delta\vartheta_{L-2} - \frac{\partial F_L}{\partial \vartheta_{L-1}} \cdot \Delta\vartheta_{L-1} - \frac{\partial F_L}{\partial \vartheta_L} \cdot \Delta\vartheta_L = -F_L. \end{cases} \tag{17}$$

Значення F_1., F_2, ... F_L та їх похідні обчислюються при $\vartheta_1 = \hat{\vartheta}_1$, $\vartheta_2 = \hat{\vartheta}_2$, ... $\vartheta_L = \hat{\vartheta}_L$. Зробивши обчислення, одержимо ітераційну схему:

$$\begin{cases} \left(f_{\frac{1}{2}} + f_{\frac{3}{2}} + \frac{u_1 \cdot (\Delta x)^2 \cdot (\alpha_1(\hat{\vartheta}_1) + \alpha_1'(\hat{\vartheta}_1) \cdot \hat{\vartheta}_1)}{\lambda}\right) \cdot \vartheta_1 - f_{\frac{3}{2}} \cdot \vartheta_2 = f_{\frac{1}{2}} \cdot \vartheta_0 + \frac{u_1 (\Delta x)^2 \cdot \alpha_1'(\hat{\vartheta}_1) \cdot \hat{\vartheta}_1^2}{\lambda}; \\ -f_{i-\frac{1}{2}} \vartheta_{i-1} + \left(f_{i-\frac{1}{2}} + f_{i+\frac{1}{2}} + \frac{u_i \cdot (\Delta x)^2 \cdot (\alpha_i(\hat{\vartheta}_i) + \alpha_i'(\hat{\vartheta}_i) \cdot \hat{\vartheta}_i)}{\lambda}\right) \cdot \vartheta_i - f_{i+\frac{1}{2}} \cdot \vartheta_{i+1} = \frac{u_i \cdot (\Delta x)^2 \cdot \alpha_i'(\hat{\vartheta}_i) \cdot \hat{\vartheta}_i^2}{\lambda}, \ i = \overline{2, L-1}; \\ \vartheta_{L-2} - 4\vartheta_{L-1} + \left(3 + \frac{2\Delta x (\alpha_e(\hat{\vartheta}_L) + \alpha_e'(\hat{\vartheta}_L) \cdot \hat{\vartheta}_L)}{\lambda}\right) \cdot \vartheta_L = \frac{2\Delta x \cdot \alpha_e'(\hat{\vartheta}_L) \cdot \hat{\vartheta}_L^2}{\lambda}, \end{cases} \tag{18}$$

де: $\hat{\vartheta}_i = \vartheta_i^{(k)}$, а $\vartheta_i = \vartheta_i^{(k+1)}$.

Матриця системи (18) аналогічна матриці системи (14), що дозволяє зробити висновок про те, що система (18) на кожній ітерації вирішується за допомогою методу прогонки і завжди має єдине рішення. Таким чином процес сходиться при будь-якому початковому наближенні. Виходячи із фізичних міркувань в якості початкового наближення доцільно прийняти:

$$\vartheta_i^{(0)} = \vartheta_0 \, \frac{b - x_i}{b - a} .$$

Розглядаючи крайову задачу теплообміну на ребрі при кипінні води у великому об'ємі, приходимо до істотно нелінійної системи алгебраїчних рівнянь виду:

$$\begin{cases} \left(f_{\frac{1}{2}} + f_{\frac{3}{2}} + \dfrac{\alpha(\vartheta_1)\cdot u_1\cdot(\Delta x)^2}{\lambda}\right)\cdot\vartheta_1 - f_{\frac{3}{2}}\cdot\vartheta_2 = f_{\frac{1}{2}}\cdot\vartheta_0; \\ -f_{i-\frac{1}{2}}\cdot\vartheta_{i-1} + \left(f_{i-\frac{1}{2}} + f_{i+\frac{1}{2}} + \dfrac{\alpha(\vartheta_i)\cdot u_i\cdot(\Delta x)^2}{\lambda}\right)\cdot\vartheta_i - f_{i+\frac{1}{2}}\cdot\vartheta_{i+1} = 0, \quad i = \overline{2, L-1}; \\ \vartheta_{L-2} - 4\vartheta_{L-1} + 3\vartheta_L = -\dfrac{2\Delta x\cdot\alpha_e(\vartheta_L)\cdot\vartheta_L}{\lambda}, \end{cases} \tag{19}$$

де:

$$\alpha(\vartheta_i) = \begin{cases} 1169{,}61\cdot\vartheta^{\frac{1}{3}}, & 0 \leqslant \vartheta < 5K \\ 80\cdot\vartheta^2, & 5K \leqslant \vartheta < 25K \\ 7{,}8125\cdot10^8\cdot\vartheta^{-3}, & 25K \leqslant \vartheta < 146K \\ 251{,}033 & \vartheta \geqslant 146K \end{cases} \tag{20}$$

для води.

Істотно нелінійна система (19) визначена кусочно-поліноміальною функцією $\alpha(\vartheta_i)$ (20). Хоч функція $\alpha(\vartheta_i)$ неперервна, її похідна має розриви в точках співіснування режимів теплообміну при кипінні. В результаті чого метод Ньютона для рішення системи (19) у принципі не може бути застосований.

Однак, система (19) може бути зведена до системи двох алгебраїчних рівнянь з двома невідомими:

$$\begin{cases} \vartheta_o = \Phi(\vartheta_{L-1}, \vartheta_L); \\ \left(3 - \dfrac{f_{L-\frac{1}{2}}}{f_{L-\frac{3}{2}}}\right)\cdot(\vartheta_{L-1} - \vartheta_L) = \left(\dfrac{\alpha(\vartheta_{L-1})\cdot\vartheta_{L-1}\cdot\Delta X}{f_{L-\frac{3}{2}}} + 2\alpha_e(\vartheta_L)\cdot\vartheta_L\right)\dfrac{\Delta X}{\lambda}, \end{cases} \quad (21)$$

де функція Φ означає алгоритм розрахунку ϑ_o по ϑ_{L-1}, ϑ_L, який здійснюється по рекурентному співвідношенню:

$$\vartheta_{i-1} = \vartheta_i + \frac{f_{i+\frac{1}{2}}(\vartheta_i - \vartheta_{i+1}) + \dfrac{\alpha(\vartheta_i)\cdot\vartheta_i\cdot(\Delta X)^2}{\lambda}}{f_{i-\frac{1}{2}}}, \; i = \overline{L-1, 1}. \quad (22)$$

Зневажаючи теплообміном з торцу, що справедливо для усіх форм профілів ребер, які розглядаються у роботі, крім прямокутного і є допустимим для останнього, друге рівняння системи (21) приведемо до виду:

$$\vartheta_L = g(\vartheta_{L-1}) = \vartheta_{L-1} - \frac{\alpha(\vartheta_{L-1})\cdot\vartheta_{L-1}\cdot(\Delta X)^2}{\left(3f_{L-\frac{3}{2}} - f_{L-\frac{1}{2}}\right)\cdot\lambda}. \quad (23)$$

Підставляючи (23) в перше рівняння системи (21), одержимо одне нелінійне рівняння відносно ϑ_{L-1}:

$$\vartheta_o = \Phi(\vartheta_{L-1}, g(\vartheta_{L-1})). \quad (24)$$

Для розв'язання (24) доцільно застосувати метод половинного ділення, через те що функція Φ є негладка. Для завдання початкового інтервалу, в якому шукається корінь рівняння (24), використовується спеціальна процедура, яка враховує можливість комбінації вихідних даних при яких частина ребра, наближена до його кінця, буде мати температуру, яка практично збігається з температурою навколишнього середовища. Методика базується на відсіченні кінцевої частини ребра, яка поза кипінням та виконанні розрахунку для залишившоїся частини.

На основі наведених вище чисельних методик рішення систем алгебраїчних рівнянь розроблена процедура оптимізації геометричних розмірів ребра.

З математичної точки зору визначальним при створенні методу пошуку оптимальних розмірів ребра в обмеження-рівність

$$\beta(\delta_o, h) = \tilde{q}_o \tag{25}$$

Спочатку вираховуєм мінімальний та максимальний потоки тепла, що відводяться ребром

$${}_*q_o = \beta({}_*\delta_o, {}_*h); \quad q_o^* = \beta(\delta_o^*, h^*). \tag{26}$$

Якщо $\tilde{q}_o < {}_*q_o$ або , $\tilde{q}_o > q_o^*$, то задача оптимізації рішень не має. У противному разі оптимізація здійснюється поступово методом сканування по двум змінним при умовній оптимізації.

1. Перевірка виконання обмеженя

$$\beta({}_*\delta_o, h^{(k)}) \leqslant \tilde{q}_o \leqslant \beta(\delta_o^{*(k)}, h^{(k)}), \tag{27}$$

при заданному значенні змінної

$$h^{(k)} = \begin{cases} \left(\frac{L+1}{L}\right)^k \cdot {}_*h, \ k = \overline{0, n-1}; \ n = \left[\dfrac{\ln \frac{h^*}{{}_*h}}{\ln\left(1+\frac{1}{L}\right)}\right] + 1 \\ h^*, \ k = n. \end{cases} \tag{28}$$

на інтервалі $\quad {}_*\delta_o \leqslant \delta_o \leqslant \delta_o^{*(k)}$.

2. Обчислення об'єму

$$V^{(k)} = V(\delta_o^{(k)}, h^{(k)}), \tag{29}$$

для тих $h^{(k)}$ на яких виконується (27), де $\delta_o^{(k)}$ - корінь рівняння

$$\beta(\delta_o^{(k)}, h^{(k)}) = \tilde{q}_o . \tag{30}$$

Корінь рівняння $\delta_o^{(k)}$ з (30) знаходимо методом половинного ділення.

3. Розрахунок верхньої границі $\delta_o^{*(k+1)}$ для варіюємої товщини основи ребра при $h = h^{(k+1)}$

$$V(\delta_o^{*(k+1)}, h^{(k+1)}) = V^{(k)}. \tag{31}$$

4. Визначення оптимальних розмірів ребра $\delta^{(\ell)}$, $h^{(\ell)}$ із умови виконання подвійної нерівності (27) на кроці ℓ та порушення її на кроці $\ell+1$.

$$V_{min} = V^{(\ell)} \tag{32}$$

Якщо $\beta({}_*\delta_o, h^{(\ell)}) < \tilde{q}_o < \beta(\delta_o^{*(\ell)}, h^{(\ell)})$ і $\tilde{q}_o > \beta(\delta_o^{*(\ell+1)}, h^{(\ell+1)})$, то процедура оптимізації припиняється на кроці ℓ, результати якого є з деяким наближенням рішенням вихідної задачи (в окремому випадку може бути $\ell = n$, де n - число кроків оптимізації).

Процедура оптимізації розмірів ребра багаторазово звертається до процедури теплового розрахунку, яка в свою чергу викликає підпрограми вирішення алгебраїчних систем. Так при перевірці виконання обмеження (27) та знайденні корню рівняння (30) постійно йде звертання до процедури вирішення систем алгебраїчних рівнянь з ціллю визначення величини функції $q = \beta(\delta_o, h)$, яка задана у неявному вигляді. В наслідок чого крок процедури оптимізації вибран сумірним з кроком дискретизації задачи тепловогс розрахунку.

На базі вище викладених методик чисельного рішення задач теплового розрахунку та оптимізації розмірів ребра розроблено математичне забезпечення АСТР та ВОРР на мові FORTRAN для машин серії ЄС.

АСТР та ВОРР функціонує в трьох режимах: 1. Тепловий розрахунок. 2. Оптимізація розмірів ребра. 3. Побудова залежності $q_o(\vartheta_o)$. Кожному із цих режимів відповідає підмножина вихідних даних, які в значній мірі пересікаються, в результаті чого виявилося доцільним об'єднати їх в одну множину. Вихідні дані для усіх заданих користувачем варіантів розрахунків зберігаються у спеціалізованій базі даних.

При розробці АСТР та ВОРР у максимальній мірі були використані програмні та апаратні засоби, що надаються ЄС ЕОМ.

Наведені в роботі результати чисельного рішення тестових задач теплового розрахунку та визначення оптимальних розмірів ребер збігаються з результатами існуючих у літературі розрахунків аналогічних задач, з точністю до 5 %.

Отримані автором експериментальні дані по тепловим потокам, що передаються через системи трикутних та трапецієподібних ребер в умовах високофорсованого теплообміну при комплексному кипінні води на їх гранях, узгоджуються з розрахунковими даними за методикою, яка пропонується у роботі, з погрішністю, що не перевищує 30 %. Ураховуючи високу погрішність розрахункових коефіцієнтів тепловіддачі при плівковому та бульбашковому кипінні, які закладаються в методику розрахунку, зазначена погрішність є припустимою.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

1. Розроблена нова чисельна методика вирішення задач теплового розрахунку та визначення оптимальних розмірів ребра, яка охоплює сполучення типів ребер, форм їх профілів, видів теплообміну, умов тепловіддачі на гранях і торці, що найбільш частіше зустрічаються в промисловості. Практичною реалізацією чисельної методики зазначених задач є створена автоматизована система теплового розрахунку та визначення оптимальних розмірів ребра (АСТР та ВСРР).

2. Сформульована узагальнена математична модель стаціонарних теплових процесів для ребра, у вигляді нелінійної крайової задачі, за складних умов теплообміну.

3. Побудовані кінцево-різничні дискретні моделі для чисельного рішення задач стаціонарного температурного режиму ребер, які знаходяться в умовах конвективного теплообміну, випромінювання у свободний простір чи кипіння рідини. Для кожного виду дискретної моделі розроблений відповідний алгоритм рішення.

4. Вирішена оптимізаційна задача визначення ребра мінімального об'єму при зміненні його геометричних розмірів в заданих границях і тепловому потоці, що підводиться до його основи.

5. Створено комплекс програм автоматизованої системи теплового розрахунку та визначення оптимальних розмірів ребра, відповідних до вимог структурного програмування.

6. Проведено порівняння результатів чисельного рішення задач теплового розрахунку та оптимізації розмірів ребер з даними, що є у літературі. Результати розрахунку узгоджуються з літературними даними в межах 1-5 %.

7. Проведено експериментальне дослідження теплообміну в умовах кипіння води на системах ребер трикутного та трапецієподібного профілю. Одержані залежності щільності теплового потоку через оребрену поверхонь від температурного натиску в основі ребра, уз-

годжуються з залежностями, розрахованими за чисельною методикою.

8. Автоматизована система теплового розрахунку та визначення оптимальних розмірів ребра є достатньо швидкодіючою і може ефективно застосовуватися для проведення наукових та проектно-конструкторських робіт.

Основні результати дисертаційної роботи відображені у таких публікаціях:

1. Франко Р.Т., Мариненко В.І., Коваленко Л.В. Математичне забезпечення підсистеми "Тепловий розрахунок ребра" САПР програмового забезпечення АСУТП розвинених поверхонь теплообміну// Використання обчислювальної техніки при створенні сучасних АСУТП: Зб. наук. пр. -Київ: Ін-т автоматики, 1987 -С.124-127.

2. Франко Р.Т., Мариненко В.І., Коваленко Л.В. Дискретна модель для підсистеми "Тепловий розрахунок ребра"// Використання обчислювальної техніки при створенні сучасних АСУТП: Зб. наук. пр. -Київ: Ін-т автоматики, 1987 -С.127-129.

3. Франко Р.Т., Мариненко В.І., Коваленко Л.В. Методика рішення систем кінцево-різничних рівнянь підсистеми "Тепловий розрахунок ребра"// Деп. в ВІНІТІ N 4930 В-87-8с.

4. Франко Р.Т., Мариненко В.І., Коваленко Л.В. Постановка задачи оптимізації геометричних розмірів ребра для підсистеми "Тепловий розрахунок ребра"// Методи та алгоритми оптимізації АСУ промислового призначення: Зб. наук. пр. -Київ: Ін-т автоматики, 1991 -С.143-145.

5. Мариненко В.І. Інженерна методика оптимізації геометричних розмірів ребра для підсистеми "Тепловий розрахунок ребра"// Методи та алгоритми оптимізації АСУ промислового призначення: Зб. наук. пр. -Київ: Ін-т атоматики. 1991 -С.145-146.

Особисто здобувачем одержані такі наукові результати:

- сформульована узагальнена математична модель теплових процесів для ребер різних типів і профілів, у вигляді нелінійної крайової задачи, за складних умов теплообміну;
- побудовані кінцево-різничні апроксимації нелінійної крайової задачи, відповідні різним видам теплообміну на ребрі;
- розроблено методику чисельного рішення задач теплового розрахунку та оптимізації розмірів ребра.

SUMMARY

Marinenko V.I. Thermal processes' modelling in fins under complex conditions of heat exchange.

Thesis for a scientific degree of the candidate of technical sciences according to speciality 05.14.05 - "Theoretical fundamentals of the heat technology", Kiev Polytechnical Institute, Kiev, 1994.

Thesis is being defended in which: has been created a new generalized mathematical model of the stationary thermal processes for different kinds and profiles of fins, in form of non-lineary boundary task, under complex conditions of heat exchange (convection, bubble and film boiling, radiation); has been elaborated a methodics of the numeral solution of created model of the thermal processes in fin and optimization of dimensions fins under various conditions of heat exchange; has been carried-out an exsperimental investigation of the heat exchange while water boiling with system triangular and trapezoidal fins; has been performed a comparison of results of model's numeral solution on computer within literary data and those experimental received by author and proved correctness an application's opportunity of the elaborated methodics for engineering calculations.

АННОТАЦИЯ

Мариненко В. И. Моделирование тепловых процессов в ребрах при сложных условиях теплообмена.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.14.05 - "Теоретические основы теплотехники", Киевский политехнический институт, Киев, 1994.

Защищается диссертация в которой: создана новая обобщенная математическая модель стационарных тепловы" процессов для ребер различных типов и профилей, в виде нелинейной краевой задачи, при сложных условиях теплообмена (конвекция, пузырьковое и пленочное кипение, излучение); разработана методика численного решения созданной модели тепловых процессов в ребре и оптимизации размеров ребер при различных условиях теплообмена; проведено экспериментальное исследование теплообмена при кипении воды на системах треугольных и трапециедальных ребер; выполнено сравнение результатов численного решения модели на ЭВМ с литературными данными и экспериментальными, полученными автором, подтверждающее возможность применения разработанной методики для инженерных расчетов.

Ключові слова: ребро, тепловий потік, температура, математична модель, чисельні методи, конвекція, бульбашкове та плівкове кипіння, випромінювання, оптимізація, експеримент, програма.

Мар

Підп. до друку 22.11.04 . Формат $60 \times 84^{1}/_{16}$.
Папір друк. № 3 . Спосіб друку офсетний. Умовн. друк. арк. 0.93 .
Умовн. фарбо-відб. 1.04 . Обл.-вид. арк. 1.0 .
Тираж 100 . Зам. № 4-5611 .

Фірма «ВІПОЛ»
252151, Київ, вул. Волинська, 60.