

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ  
ИНСТИТУТ ГЕОФИЗИКИ им. С.И.СУВВОТИНА

На правах рукописи

ЦЫМБАЛ Татьяна Ивановна

**ЭКВИВАЛЕНТНАЯ  
ВОЛНОВАЯ ОБЛАСТЬ  
В ЗАДАЧАХ ИНТЕРПРЕТАЦИИ  
ДАННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ  
ЗОНДИРОВАНИЙ**

04.00.22 — геофизика

**А в т о р е ф е р а т**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Киев — 1994



00756104 (N)

Работа выполнена в Институте геофизики им. С.И.Субботина Национальной академии наук Украины.

Научный руководитель д.ф.-м.н. Шуман В.Н.

Официальные оппоненты:

1. Доктор геолого-минералогических наук, профессор Сапужан Я.С.
2. Кандидат физико-математических наук Спичак В.В.

Ведущая организация:

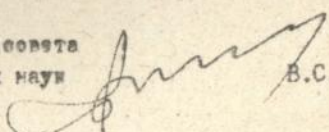
Кафедра геофизических методов поисков и разведки месторождений плавных ископаемых Киевского государственного университета им. Т.Г.Шевченко.

Защита состоится 30 января 1996 г. в 11-00 часов на заседании специализированного совета Д 016.02.01 при Институте геофизики им. С.И.Субботина НАН Украины: 252680, г.Киев - 142, проспект Палладина, 32.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института геофизики им. С.И.Субботина НАН Украины.

Автореферат разослан "28" декабря "1994 г.

Ученый секретарь  
специализированного ученого совета  
доктор физико-математических наук

  
В.С.Гейко

ЛНБ ім. В. Стефаніка  
АН України

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность. Одной из приоритетных задач теоретической геофизики является разработка эффективных методов оценки параметров геологических сред и распределения этих параметров в нижнем полупространстве по результатам зондирования Земли различными геофизическими методами, в частности, электромагнитными. Методы, основанные на изучении электромагнитных полей, являющихся откликом среды на искусственное возбуждение с применением контролируемых источников тока, имеют ряд преимуществ перед электромагнитными методами с естественными источниками: контролируемый источник создаст пространственно локализованные поля, обладающие высокой чувствительностью к региональным изменениям электрических свойств разреза; это, как и возможность изменения типа источника / магнитный, дипольный / и его поляризуемости означает, что для данной геоэлектрической структуры можно получить наименее искаженное различными побочными факторами электромагнитное поле. При поисках и разведке рудных месторождений методы электроразведки занимают важное место. Однако несмотря на благоприятные физические предпосылки электромагнитные методы в настоящее время составляют хотя и полезную и все еще используемую, однако относительно небольшую часть общего объема нефтегазопромысловых геофизических работ, а многие зарубежные нефтепромышленные компании вообще прекратили их применение. Отмеченное обстоятельство, очевидно определяется взаимодействием ряда факторов, наиболее важными из которых являются ограниченная разрешающая способность электромагнитных зондирующих систем, а также несовершенство обработки и интерпретации полученных данных.

В свете вышесказанного очевидно, что повышение эффективности интерпретации электромагнитных данных является одной из актуальнейших проблем геофизики. С целью использования преимуществ электромагнит-

ных зондирований с контролируемыми источниками разрабатывать новые эффективные методы интерпретации полезно именно для их данных. Одним из путей повышения качества интерпретации данных электромагнитных зондирований с контролируемыми источниками является создание новых информативных трансформант электромагнитного отклика и разработка устойчивых алгоритмов их вычисления. Очевидно, эти алгоритмы должны также обладать высокой разрешающей способностью.

Целью данной работы является разработка на основе оптимального метода обращения преобразования Лапласа алгоритма для численной реализации метода гиперболического уравнения интерпретации электромагнитных данных, полученных при зондировании с контролируемым источником поля, а также создания пакета программ для исследования реальных и модельных геоэлектрических ситуаций с помощью ЭВМ.

При этом в диссертации решаются следующие задачи:

- выбор оптимального метода обращения преобразования Лапласа на основе анализа существующих методов обращения с единых позиций;
- исследование свойств выбранного метода с целью его наилучшего использования;
- получение в соответствии с выбранным методом обращения преобразования Лапласа формул для вычисления волновых эквивалентов функции отклика и создание устойчивого алгоритма численной реализации перехода в волновую область для теоретических и экспериментальных исходных данных;
- апробация созданного алгоритма на некоторых наиболее характерных геоэлектрических моделях в профильном варианте.

Научная новизна. Анализ существующих методов обращения преобразования Лапласа проведен на основе нового критерия - по наиболее высокой степени соответствия аппроксимации  $\delta$ -ядер, порождаемых формулами обращения, условиям, определяющим дельтаобразные функции.

Свойства выбранного на основе анализа  $\delta$ -ядер метода обращения преобразования Лапласа - алгоритма Гавера-Стефеста - исследованы, что помогло использовать данный метод оптимальным образом; создан способ получения устойчивого результата обращения по данному методу функции-изображений, ослепленных погрешностями.

Получены формулы определения волновых эквивалентов функции отклика с использованием метода обращения Гавера-Стефеста и создан пакет программы для их вычисления по функциям отклика некоторых моделей среды / в профильном варианте / при аналитическом и табличном задании исходных данных.

Предложен новый способ визуализации электромагнитных полей в гиперболической области - построение разноотных нормированных электрограмм.

Получены вычислительные формулы и создан алгоритм вычисления теоретических электрограмм  $U_c(\tau)$  с использованием метода Вилдера численного обращения преобразования Лапласа и сплайн-аппроксимации функции отклика. Алгоритм реализован на ЭВМ.

Практическая и теоретическая ценность. Основным результатом данной работы состоит в том, что в ней показана и обоснована возможность создания на основе эффективного метода численного обращения преобразования Лапласа такого алгоритма численной реализации метода гиперболического уравнения, который был бы устойчив к погрешностям задания входных данных и обладал высокой разрешающей способностью; создание такого алгоритма дает возможность повысить разрешающую способность методов электромагнитных зондирований с контролируруемыми источниками.

Показана эффективность сравнения методов обращения по порождаемым ими  $\delta$ -образным ядрам.

Исследование свойств коэффициентов метода обращения Гавера-Стефеста, а также разработка способов получения по этому методу обращения

устойчивого к погрешностям входных данных результата позволяют оптимально использовать этот метод для решения любых задач, где возникает необходимость в численном обращении преобразования Лапласа.

С помощью разработанного автором пакета программ исследованы свойства волновых эквивалентов функции отклика для важнейших геоэлектрических моделей / в профильном варианте / и сделаны заключения о возможностях использования этих функций / электрограмм / для определения параметров моделей.

#### Апробация работы.

Основные результаты диссертации обсуждались на Международной геофизической конференции "Анизотропия. Фракталы. Проблемы практического применения" в г.Киеве в сентябре 1994г.

#### Публикации.

По теме диссертации опубликовано 3 работы.

#### Структура и объем работы.

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения, а также содержит список цитируемой литературы. В работе 105 страниц основного текста, кроме того 21 рисунок и 3 таблиц. В списке цитируемой литературы 90 наименований.

#### Исходные материалы и личный вклад автора.

В работе изложены результаты исследований, проводимых автором с 1991 по 1994 годы в Институте геофизики им. С.И.Субботина НАН Украины в рамках научной темы 1.5-2 "Исследование теоретических и прикладных проблем электромагнитных зондирований с контролируруемыми и естественными источниками возбуждения поля с целью комплексного изучения параметров разреза и электромагнитного контроля недр".

В процессе проведения исследований, а также при изложении полученных результатов автор опирался на известные положения теории

электромагнитного поля, теории интерпретации электромагнитных зондирований, операционного исчисления, методов численного анализа, вычислительной математики, теории вероятностей, теории случайных процессов, методов сплайн-функций, программирования на ЭВМ. При изучении эффективности разработанных алгоритмов и программ широко применялись методы модельных исследований и вычислительный эксперимент. Достоверность и обоснованность полученных результатов проверена на большом количестве тестовых примеров.

Все теоретические результаты получены автором самостоятельно. Реализация алгоритмов на ЭВМ и апробование их эффективности на модельных примерах также осуществлены автором.

В работе приведены результаты применения метода гиперболического уравнения, реализованного по предложенному автором алгоритму, для интерпретации экспериментально полученных данных электромагнитных зондирований с контролируемым источником. Используемые при этом данные были любезно предоставлены автору сотрудниками кафедры геофизических методов поисков и разведки месторождений полезных ископаемых Киевского государственного университета им. Т.Г.Шевченко, за что автор выражает сотрудникам кафедры, в частности доценту кафедры Н.В.Рева, свою благодарность.

Автор выражает искреннюю признательность своему научному руководителю доктору физико-математических наук В.Н.Шуману за постоянное доброжелательное и стимулирующее внимание к данной работе и плодотворные обсуждения научных вопросов. Автор признателен также математику Т.М.Гусак за полезное обсуждение работы, а также доктору физико-математических наук И.И.Корчагану за искренний интерес к ходу исследований.

Автор благодарит сотрудников ВЦ ИГ НАН Украины, без четкой и ответственной работы которых создание данной диссертации могло быть более затруднительным.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение. Обосновывается необходимость поисков путей повышения разрешающей способности электромагнитных зондирований. К решению этой проблемы могут привести различные пути - использование более высоких частот, разработка способов компенсации нормальных нестационарных полей, приемов пространственно - временного накопления сигналов и т.п. Можно полагать также что выбор оптимальной дифференциальной характеристики электромагнитного поля позволит существенно повысить разрешающую способность электромагнитных методов. Так, успехи сейсмических методов побуждали исследователей к созданию аналогичных им подходов к решению задач визуализации данных электроразведки, примером может служить разработка принципов визуализации по миграционным полям. Весьма привлекательно выглядел путь подражания методам динамической сейморазведки, основанный на связи между решениями волнового уравнения и уравнения диффузии. Разработкой этой идеи занимались В.С.Светов, В.Г.Романов, Ли и др., однако ранее, в 1979г. В.Н.Пуманом был предложен свой вариант подхода к задаче трансформации решения уравнения диффузии в гиперболическую область, впоследствии развитый им в метод гиперболического уравнения интерпретации электромагнитных данных. Такая трансформация позволяла применить кинематические приемы, хорошо разработанные в сейморазведке. Однако развитие и применение этого метода интерпретации требовало численного решения интегрального уравнения первого рода с экспоненциально убывающим ядром, причем искомая функция могла быть разрывной в ряде точек, что делало невозможным применение классических методов регуляризации. Теоретическая безупречность и строгость метода гиперболического уравнения требовали создания вычислительного алгоритма с высокой разрешающей способностью, устойчивого к погрешности задания

входных данных с тем, чтобы оптимальным образом извлечь полезную информацию о среде, содержащуюся в функции отклика. Разработке такого алгоритма и посвящена настоящая работа.

Глава I. Метод гиперболического уравнения интерпретации электромагнитных наблюдений с контролируруемыми источниками.

В главе дается краткое изложение предложенного В.Н.Шуманом метода интерпретации электромагнитных данных, основанного на трансформации электромагнитного отклика в волновую область.

В квазистационарном приближении телеграфные уравнения электромагнитного поля

$$\Delta \vec{E} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0 \quad /1/$$

$$\Delta \vec{H} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0 \quad /2/$$

принимают вид

$$\Delta \vec{E} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0 \quad /3/$$

$$\Delta \vec{H} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0 \quad /4/$$

Очевидно, уравнения /3/, /4/ относятся к уравнениям параболического типа

$$\Delta U - \frac{1}{a^2} \frac{\partial U}{\partial t} = 0 \quad /5/$$

В работе К.Г.Резницкой /1974г/ было показано, что существует взаимно однозначное соответствие между решениями граничных задач для параболического уравнения диффузии, которому в квазистационарном приближении удовлетворяют компоненты электромагнитного поля, и соответствующими задачами для гиперболического /волнового/ уравнения

$$\Delta U - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0, \quad /6/$$

задаваемое равенствами

$$v(z, t) = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \int_0^{\infty} e^{-z^2/4t} u_1(z, \tau) d\tau, \quad /7/$$

$$v(z, t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi t^3}} \int_0^{\infty} \tau e^{-\tau^2/4t} u_2(z, \tau) d\tau. \quad /8/$$

После некоторой замены переменных равенства /7/, /8/ являются по сути преобразованиями Лапласа, описываемого выражением

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \quad /9/$$

Очевидно, функции  $u_{1,2}(z, \tau)$  можно получить в результате обращения преобразований Лапласа /7/, /8/ :

$$u_1(z, \tau) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{z^2 s} v(s^2) ds, \quad /10/$$

$$u_2(z, \tau) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{z^2 s} v(s^2) ds. \quad /11/$$

Перемена типа дифференциального уравнения принципиально меняет свойства его решений. Если уравнение параболического типа дает бесконечную скорость распространения, то уравнение гиперболического типа описывает процесс, протекающий с конечной скоростью. Уравнения гиперболического типа допускают разрывные /фронтальные/ решения. Имеющие смысл разрывы могут происходить только на характеристических поверхностях, причем разрывы решения будут появляться как следствие разрывов граничных или начальных условий. Из эквивалентности теории характеристик и геометрической оптики следует, что положение разрывов определяется согласно принципу Ферма, и задача изучения распространения разрывов функций  $u_{1,2}(z, \tau)$  вдоль границы раздела "земля-воздух" эквивалентна сейсмической. Однако существуют и принципиальные различия. Для уравнений гиперболического типа характеристические поверхности в пространстве времени физически интерпретируются как распространяющиеся волны. Соответствующие диффизические аналоги наблюдаемых электромагнитных ступинок в гипербо-

лической области не являются реальными процессами - их следует рассматривать лишь как трансформанты исходных данных, позволяющие выявить в более зримой форме информацию о свойствах геоэлектрического разреза, содержащуюся в электромагнитном отклике. Итак, от электромагнитного отклика  $V(z, t)$  переходим к изучению его волнового эквивалента  $U(z, t)$  с тем, чтобы характерными особенностями функций  $U(z, t)$  поставить в соответствие геоэлектрические характеристики моделей, а затем, используя полученные сведения о таких соответствиях, решать обратную задачу - по характерным особенностям функций  $U_{1,2}(z, t)$ , вычисленных по электромагнитному отклику  $V(z, t)$ , определять параметры геоэлектрического разреза.

Если функция  $V(z, t)$  задана аналитически, в соответствии с формулами /10/, /11/ можно получить аналитическое выражение для функций  $U_{1,2}(z, t)$ . Рассмотрим функции  $U_{1,2}(z, t)$  для важнейших одномерных моделей нижнего полупространства.

Для модели однородного проводящего полупространства, возбуждаемой электрическим диполем с током в виде единичной функции включения

$J_0 \theta(t)$ , где  $\theta(t)$  - функция Хевисайда, функция электромагнитного отклика, которая есть скорость изменения вертикальной составляющей магнитной индукции, определяется равенством

$$\left| \frac{\partial B_z(t)}{\partial t} \right| = \frac{3J_0 \sigma l \sin \varphi}{2\pi b^2 z^2} \left[ \Phi \left( \frac{2\sqrt{\sigma \mu_0}}{2\sqrt{b}} \right) - \frac{2\sqrt{\sigma \mu_0}}{\sqrt{\pi t}} e^{-2\sigma \mu_0 / 4t} - \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \left( \frac{2\sqrt{\sigma \mu_0}}{2\sqrt{b}} \right)^3 e^{-2\sigma \mu_0 / 4t} \right]; \quad /12/$$

Пронормировав /12/ так, что  $3J_0 \sigma l \sin \varphi = 2\pi b^2 \varphi$ ,  
 $2\sqrt{\sigma \mu_0} = \alpha = 2a \sqrt{z}$ ,

согласно /10/, /11/ получим

$$U_1(z, t) = \theta(t) - \theta(t-a) - \alpha \delta(t-a) - \frac{\alpha^2}{3} \delta'(t-a), \quad /13/$$

$$U_2(z, \tau) = \tau \theta(\tau) - \tau \theta(\tau - a) - \frac{a^2}{3} \delta(\tau - a). \quad /14/$$

Здесь  $\delta(\tau - a)$  - дельта-функция Дирака,  $\delta'(\tau - a)$  - ее производная. Очевидно, положение разрыва функций  $U_{1,2}(z)$  для принятой модели оречи при заданной нормировке определяется как  $\tau = 2 a^{1/2}$ . В точке разрыва сосредоточены  $\delta$ -функция и ее производная. Теоретически безразлично, какую из функций рассчитывать - положение разрыва для  $U_1(z)$  и  $U_2(z)$  одинаково.

Определение теоретического положения разрывов функций  $U_{1,2}(z, \tau)$  для горизонтально-слоистых моделей основано на том, что эта задача эквивалентна сейсмической. Если горизонтально-слоистая толща, состоящая из  $n$  проводящих слоев, ограничена сверху изолятором - воздухом, а снизу - непроводящим основанием, уравнение распространения разрыва, обусловленного той частью электромагнитного возмущения, которое распространяется через непроводящее основание, определено В.Н.Шуманом как

$$\tau = 2 \sqrt{\mu_0} \sum_{i=1}^n h_i \sqrt{\sigma_i} \quad /15/$$

где  $h_i, \sigma_i$  - соответственно мощность и проводимость  $i$ -го слоя. Аналогичное уравнение распространения разрыва дает и та часть электромагнитного возмущения, которая распространяется до точки наблюдения по воздуху, а затем - вниз, подобно плоской волне.

Следующая модель - проводящий шар, находящийся в непроводящей среде, возбуждаемый однородным магнитным полем, изменяющимся по закону импульса Хевисайда. Неустановившееся магнитное поле в сферической системе координат  $(R, \theta, \varphi)$  описывается для данной модели формулами

$$H_\theta(t) = H_0 \frac{a^3}{R^3} L_1(t) \cos \theta, \quad /16/$$

$$H_\varphi(t) = \frac{1}{2} H_0 \frac{a^3}{R^3} L_1(t) \sin \theta,$$

где функция

$$L_1(t) = \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-(n\sigma)^2 \alpha t} \quad /17/$$

$\alpha = 1/6, \mu_0 \sigma^2$  - индукционный параметр шара,  $\alpha$  - его радиус. Согласно /10/, /II/,  $U_{1,2}(z)$  для  $V(t) = L_1(t)$

$$U_1(z) = 6 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\sqrt{\alpha} n \pi z)}{(n \pi)^2}, \quad /18/$$

$$U_2(z) = \frac{6}{\sqrt{\alpha}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\sqrt{\alpha} n \pi z)}{(n \pi)^3}. \quad /19/$$

Нули и экстремумы функций  $U(z)$  данной модели, очевидно, связаны с параметром  $\alpha$ , определение которого является одной из задач рудной электроразведки.

Успех вышеизложенного метода интерпретации будет определяться тем, насколько эффективным будет выбранный способ численной реализации, в частности, способ численного обращения преобразования Лапласа. Очевидно, тот факт, что для первых двух моделей формулы /10/ /II/ преобразуют класс обычных непрерывных функций в класс обобщенных, делает невозможным применение классических методов регуляризации решения интегральных уравнений I-го рода.

Глава 2. Интегральное преобразование Лапласа и проблемы его обращения. В главе рассмотрены основные группы наиболее употребимых методов обращения с тем, чтобы впоследствии, оценив их с некоторых единых позиций, обосновать выбор оптимального для использования в алгоритме численной реализации метода гиперболического уравнения.

Вначале рассматривается группа аналитических методов, основанных на разложении функции - изображения в ряд, члены которого представляют собой  $\mathcal{L}$ -изображения, с последующим применением в каждом отдельном случае обратного преобразования Лапласа. Далее рассматривались методы, основанные на использовании специальных разложений - вычисление оригиналов с помощью ортогональных полиномов, рядов Лурье. Представлен краткий обзор одной из обширных групп методов обращения -

с использованием квадратурных формул. Методы данной группы основаны на вычислении приближенного значения интеграла Римана-Меллина по формулам вида

$$f_{wv}(t) = \sum_{i=0}^w A_i \varphi(S_i). \quad /20/$$

Способ выбора коэффициентов  $A_i$  и узлов  $S_i$  определяет конкретный метод обращения в данной группе. Рассмотрение следующей группы методов обращения т.н. дельта-методов-предваряется определением понятия  $\delta$ -образной функции. В данной работе понятие  $\delta$ -образной функции отвечает непрерывная функция, обладающая следующими свойствами:

- а/  $\delta_n(x) > 0$  на  $(-\varepsilon_n, \varepsilon_n)$ ;
- б/  $\delta_n(x) \approx 0$  вне  $(-\varepsilon_n, \varepsilon_n)$ ;
- в/  $\delta_n(x)$  имеет всюду производные всех порядков;
- г/  $\int_{-\infty}^{\infty} \delta_n(x) dx = 1$ ;     д/  $\delta_n(x) \Big|_{x=0} \rightarrow \infty$ .

График такой функции представляет собой симметричную колоколообразную кривую с максимумом в точке  $x = 0$ ; при  $n \rightarrow \infty$  носитель, т.е. ширина интервала  $(-\varepsilon_n, \varepsilon_n)$  должна уменьшаться, стремясь к нулю, а значение ординаты в точке  $x = 0$  должно расти, стремясь к бесконечности. Производные  $\delta$ -образной функции определяются обычным дифференцированием.

В.М.Рябовни была предложена формула, обобщающая большинство методов обращения:

$$f_{n,m} \sum_{k=0}^n \sum_{j=1}^m A_{kj}(t) F^{(k)}(S_j(t)), \quad /22/$$

В соответствии с этой формулой он определил для каждого метода обращения т.н.  $\delta$ -образное ядро:

$$\delta_{n,m}(t, t_0) = \sum_{k=0}^n \sum_{j=1}^m (-1)^k A_{kj}(t) t^k e^{-t S_j(t_0)}. \quad /23/$$

Степень соответствия ядер /23/ свойствам /21/ будет определять ответственное "качество" методов обращений. Задача, обратная предыдущей т.е. построение дельтаобразных ядер, удовлетворяющих в той или иной степени условиям /21/, а затем создание по этим ядрам формул

численного обращения преобразования Лапласа. — давно и успешно решается многими авторами, чьи формулы обращения были рассмотрены в данной главе. Они носят название дельта-методов — формулы Виддера, Поста, Гавера, Стефеста, Рябова, Дувена, Рябова. Среди вышеописанных групп методов обращения следовало выбрать оптимальный для использования в алгоритме численной реализации метода гиперболического уравнения. Методы обращения рассматривались с учетом того факта, что в качестве решения задачи при переходе в гиперболическую область для двух важнейших модельных классов — однородного проводящего полупространства и горизонтально-слоистой толщи — принимаются не значения функций  $U(t)$  как таковые, а положения разрывов этих функций, определяемые по абсциссе  $\delta$ -функций на оси  $0t$ . Сравнению методов по их дельта-ядрам предшествовал отбор по некоторым другим критериям. Так, основательная громоздкость вычисления коэффициентов разложения явилась основной причиной, наряду с невысокой скоростью сходимости, по которой методы, основанные на специальных разложениях, не рассматривались как потенциально используемые. Те же причины в совокупности с необходимостью работы с комплексными числами, определяющими узлы  $S_i$ , заставили отказаться от методов, основанных на использовании квадратурных формул. Более привлекательными оказались методы дельта-группы: при их создании большое внимание уделялось качеству аппроксимации  $\delta$ -образных ядер, а аппроксимация этих ядер в методе обращения близка к результату обращения преобразования вида  $e^{-\alpha t} \rightarrow \delta(t-\alpha)$  данным методом. Это обращение важно для метода гиперболического уравнения — от качества аппроксимации  $\delta$ -функции зависит качество определения положения разрыва  $U(t)$ .

Сравнение четырех методов из дельта-группы — Виддера, Поста, Гавера и Стефеста — по их  $\delta$ -ядрам дано на рис. 1. Очевидно, ядро формулы Стефеста с ростом  $N$  наилучшим образом отвечает требованиям

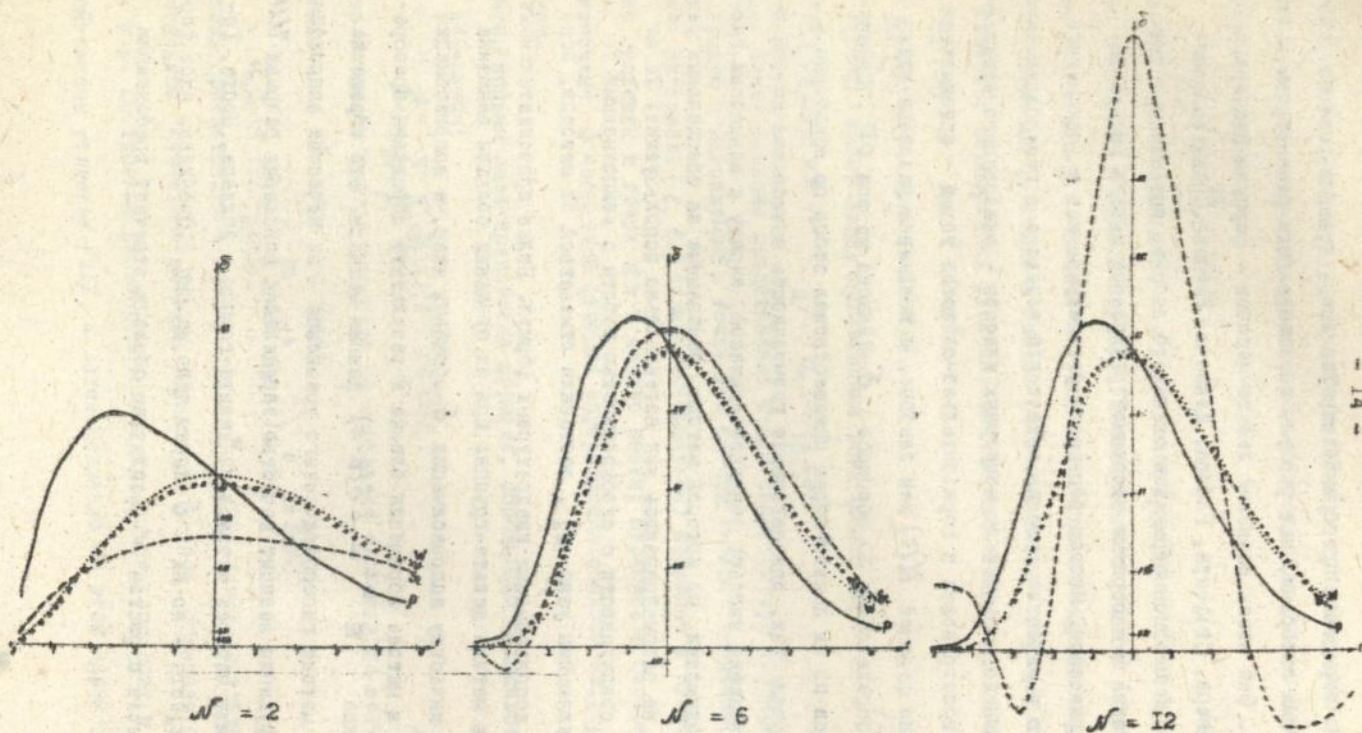


Рис. 1. Графики ядер  $\delta_{\nu}(t-t_0)$  дельта-методов обращения преобразования Лапласа  
 Поста /P /, Видлера /W /, Гавера /G /, Стефеста /St /;  $t_0 = 5$ .

/21/. Этот метод, в литературе именуемый также методом Гавера-Стефеста, т.к. был получен Стефестом на основе формулы Гавера, был принят в качестве оптимального для использования при создании алгоритма численной реализации метода гиперболического уравнения.

Глава 3. Метод Гавера-Стефеста численного обращения преобразования Лапласа. Вычисление  $\omega$ -го приближения оригинала по значениям изображения в методе Гавера-Стефеста осуществляется по формуле

$$f_{\omega}(t) = \frac{\ln 2}{t} \sum_{j=1}^{\omega} \alpha_j F\left(\frac{\ln 2}{t}; j\right), \quad /24/$$

где  $m = 1, 2, \dots$ ,

$$\alpha_j = (-1)^{m+j} \sum_{k=\lfloor (j+1)/2 \rfloor}^{\min(j, m)} \frac{k^m (2k)!}{(m-k)! k! (k-1)! (j-k)! (2k-j)!}. \quad /25/$$

Очевидно,  $\delta$ -образное ядро этого метода

$$\delta_{\omega}(t, t_0) = \frac{\ln 2}{t_0} \sum_{j=1}^{\omega} \alpha_j |2^{jt}/t_0|. \quad /26/$$

Его значение в точке  $t = t_0$  максимально и равно

$$\delta_{\omega}(t_0, t_0) = \frac{\ln 2}{t_0} \sum_{j=1}^{\omega} \alpha_j |2^j| = C_{\omega} / t_0. \quad /27/$$

Очевидно, при  $\omega = \text{const}$  при  $t \rightarrow \infty$  значения  $\delta_j \rightarrow 0$ .

В работе Стефеста, посвященной изложению его метода, путь получения формул /24/, /25/ показан схематично. Определив символ Кронекера как

$$c_{20} = \sum_{j=1}^{\omega} x_j(y) \frac{1}{(\omega/2 + 1 - j)^2}, \quad z = 0, 1, \dots, j-1; j \leq \omega/2, \quad /28/$$

для  $x_j(y)$  Стефест предлагает выражение

$$x_j(y) = \frac{(-1)^{j-1}}{j!} \binom{\omega}{j} j (\omega/2 + 1 - j)^{j-1}. \quad /29/$$

Далее, используя разложение, полученное Гавером для оригинала, определенного из формулы последнего

$$f(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n^c(t) = f\left(\frac{\ln 2}{t}\right) + \frac{d_1}{n} + \frac{d_2}{n^2} + \frac{d_3}{n^3} \dots, \quad /29a/$$

Стефест предлагает определять оригинал как

$$f(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{n/2} \alpha_j (y/2) f_{y/2+t-j}^c(t), \quad /30/$$

указав, что при этом является справедливым соотношение

$$\sum_{j=1}^K \alpha_j (K) f_{y/2+t-j}^c(t) = f\left(\frac{2n^2}{\lambda}\right) + (-1)^{K+t} d \frac{(y/2-K)!}{(y/2)!} + o\left(\frac{(y/2-K)!}{(y/2)!}\right). \quad /31/$$

В данной главе вывод вычислительных формул /24/, /25/ восстанавливается подробно. Для коэффициентов  $d_j$  определены следующие свойства:

$$\sum_{j=1}^n d_j = 0$$

$$\sum_{j=1}^n d_j / 2^j = 0 \quad /32/$$

$$\sum_{j=1}^n d_j / j = 1$$

$$\sum_{j=1}^{n=2n} d_j / j^2 \Big|_{n \rightarrow \infty} \rightarrow \ln 2 / \Gamma(2), \quad 270, \text{ п. 2 в.}$$

В методе гиперболического уравнения, как было показано выше, возникает необходимость в определении оригиналов  $\delta(t-a)$ ,  $\delta'(t-a)$ ,  $\cos at$ , функция Левишайда  $\theta(t)$ . На основе свойств коэффициентов  $d_j$ , определяемых соотношениями /32/, теоретически обосновывается вид аппроксимации этих и некоторых других оригиналов, вычисляемых по методу Габера-Стафеста, и приводятся графики этих аппроксимаций.

В главе обосновывается выбор параметра  $n$  - номера приближения оригинала в зависимости от разрядности используемой ЭММ и точности задания исходных данных. Выбор параметра  $n$  является регуляризирующим фактором при решении задачи обращения методами типа /22/. Разработан алгоритм выбора оптимального значения этого параметра в методе Габера-Стафеста в зависимости от количества верных значащих

цифр в исходных данных.

Разрешающая способность метода Гавера-Стефеста, как и других методов обращения, формализуемых выражением /23/, определяется величиной носителя его  $\delta$ -образного ядра. Чем меньше носитель, тем более коротковолновые составляющие оригинала могут быть выделены. При постоянном  $\omega$  с увеличением значения аргумента  $t$  оригинала  $f(t)$  ширина ядра на оси  $ot$  растет, и для осциллирующих зонтичных лов лучший результат будет получен для небольших значений  $t$ .

При табличном задании изображения  $F(s)$  для целей интерполяции и сглаживания применяется алгоритм Райна, основанный на использовании кубических сплайнов.

Глава 4. Численная реализация метода гиперболического уравнения с применением алгоритмов обращения преобразования Лалгаса. С использованием формулы Гавера-Стефеста численного обращения преобразования Лалгаса получены выражения для определения волновых эквивалентов.

$U_{1,2}(z, \tau)$  функции отклика  $v(z, t)$ :

$$U_1(z, \tau) = \sqrt{4\pi m^2} \sum_{j=1}^M \frac{d_j}{\sqrt{j}} v\left(\frac{\tau^2}{4_j m^2}\right),$$

$$U_2(z, \tau) = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{4\pi m^2}} \tau \sum_{j=1}^M \frac{d_j}{\sqrt{j^3}} v\left(\frac{\tau^2}{4_j m^2}\right).$$

/33/

Показано соотношение между аргументами  $\tau$  и  $t$  и определены ограничения их задания.

Опираясь на аналогии с сейсмическими методами, волновой эквивалент  $U(z)$  изучаемой переходной или импульсной характеристики квазиэластичного электромагнитного отклика, определяемый преобразованиями /I0/, /II/, был назван теоретической электрограммой. В данной главе рассматриваются некоторые особенности электрограмм для различных моделей среды.

На рис. 2 приведены результаты численного обращения по методу Гавера-Стефеста функции  $U(z)$ , определяемой /12/, в целом и по сля-

И. В. Стефанюк  
АН України

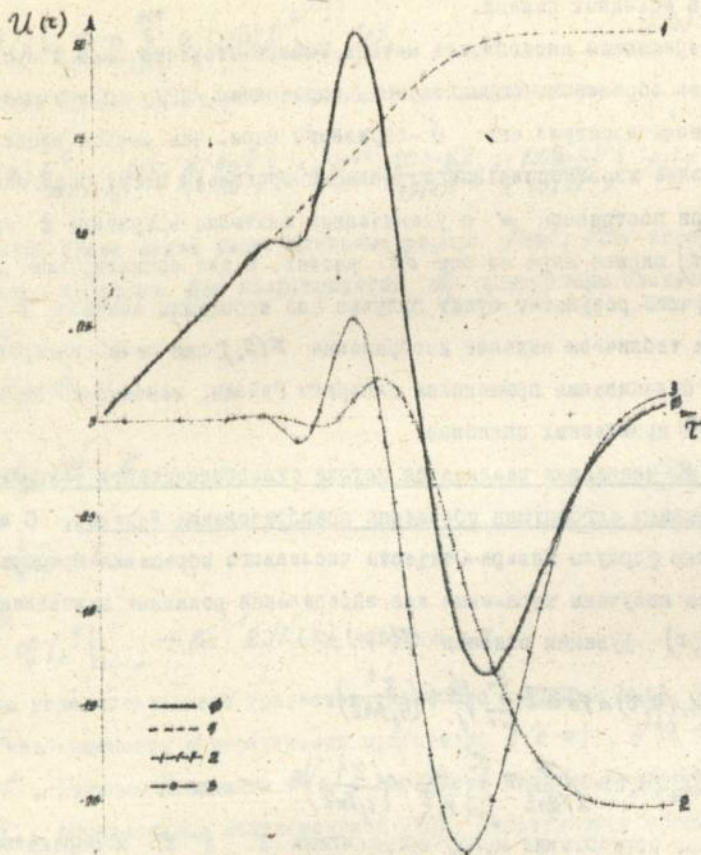


Рис. 2. Электрограмма  $U_2(t)$  функции  $\partial \mathcal{E}_2(t)/\partial t$ , вычисленная с применением алгоритма Гавера-Стафеста; 0 - общий вид, 1, 2, 3 - соответственно первое, второе и третье слагаемые.  $\mathcal{N} = 12$ . Одноориентное проводящее полупространство.

таблицы для функции  $U_1(z)$ . Очевидно, вычисленные значения этой функции (при  $z = \text{const}$ ) хорошо согласуются с теоретически полученными результатами обращения для данной модели в главе I. Положение разрыва на оси  $oz$  определяется абсциссой минимума суммарной кривой - электрограммы  $U_2(z)$ , который образуется при численной аппроксимации  $\delta$ -функции, сосредоточенной в точке  $z = a$  и стоящей в [13], [14] со знаком минус. Теоретически не должно существовать различия между результатами вычисления электрограмм  $U_1(z)$  и  $U_2(z)$ , если под результатом понимается определение положения разрыва, - оно одинаково для обеих функций. Однако в случае численной реализации абсцисса минимума функции  $U_1(z)$  несколько смещена влево относительно абсциссы минимума функции  $U_2(z)$ , в то время как последняя практически точно фиксирует теоретически определенное положение разрыва своим минимумом. Это смещение обусловлено влиянием третьей компоненты функции  $V(t)$  - первой производной  $\delta$ -функции, точнее, ее численной аппроксимации. Факт смещения абсциссы минимума функции  $U_1(z)$  влево относительно истинного значения следует учитывать при расчете электрограмм моделей однородного полупространства и горизонтально-слоистой среды.

В главе приводятся примеры расчета электрограмм двуслойных и трехслойных моделей, для которых функция отклика  $V(z, t) = \partial \theta_2(t) / \partial t$  вычислена и задана в виде таблиц. По аналогии с проводящим полупространством положения разрывов функций  $U_{1,2}(z)$  также идентифицируются с минимумами электрограмм. Функции  $U_{1,2}(z)$  для моделей горизонтально-слоистой толщи многорекстремальны, что указывает на наличие множества разрывов в гиперболической области. Так, при расчетах трехслойных моделей с параметрами  $\mu = \rho_2 / \rho_1$ ,  $\nu = k_2 / k_1$ ,  $\tau = R / h_1$  разрывы функций  $U_{1,2}(z)$  будут обусловлены следующими компонентами отклика: а/ компонента, распространяющаяся вдоль проводящего слоя / "прямая волна":

$$\tau_2 = 2\sqrt{b_0\mu_0} \quad /34/$$

б/ компонента электромагнитного возмущения, распространяющаяся по воздуху до точки наблюдения, отвечающая вниз подобно плоской волне, отражающаяся от непроводящего основания, а также компоненты, распространяющаяся вниз до непроводящего основания и ответвляющаяся подобно плоской волне вверх:

$$\tau_m = 4 + 4\sqrt{1/\mu} \quad /35/$$

в/ компонента электромагнитного отклика, распространяющаяся по воздуху до точки наблюдения, отвечающая вниз и отражающаяся от границы  $h_1$  :

$$\tau_{\mu_1} = 2h_1\sqrt{b_1\mu_0} \quad /36/$$

Показано, что все вышеуказанные особенности моделей, определяемые параметрами  $\mu, \nu, z$  отражаются в их электрограммах с достаточной степенью точности, но при условии, что удаленность значений абсцисс разрывов друг от друга не меньше ширины минимума на оси  $OT$ , т.е. величины его носителя. Этот показатель определяет разрешающую способность данного алгоритма вычисления волновых эквивалентов функции отклика.

С точки зрения обнаружения и стратиграфической привязки особенностей разреза, в частности его локальных неоднородностей, представляют интерес т.н. разностные электрограммы, определяемые равенствами

$$u_1^a(\tau) = \frac{|u_1^0(\tau) - u_1^{\nu}(\tau)|}{|u_{1\min}^0(\tau)|} \quad /37/$$

$$u_2^a(\tau) = \frac{|u_2^0(\tau) - u_2^{\nu}(\tau)|}{|u_{2\min}^0(\tau)|} \quad /38/$$

где индексом "0" отмечена "нормальная" теоретическая электрограмма над слоистой орудой /нормальным разрезом/, а индексом "А" - электрограмма исследуемой зоны. Для электрограмм  $U_1^0(z)$  и  $U_2^0(z)$  необходимо условие  $\rho = const$ . При сопоставлении "аномальных" и "базовых" электрограмм даже небольшие изменения параметров модели отражаются на графиках  $U_{1,2}^A(z)$ .

Расчеты электрограмм для модели проводящего шара в изоляторе показали, что они дают возможность достаточно точно определять индукционный параметр  $\alpha$ .

Анализируется алгоритм Друскина В.Л. и др. трансформации диффузионного электромагнитного поля в волновое, основанный на методе Видлера обращения преобразования Лапласа. Для реализации этого алгоритма, предложенного его авторами для вычисления электрограмм  $U_2(z)$ , требуется информация о временных производных диффузионного поля.

Нами получены расчетные формулы для вычисления электрограмм  $U_1(z)$  с использованием предложенной Друскиным В.Л. и др. методики и расчетных электрограмм  $U_{1,2}(z)$  для  $n = 3$ . Совершенно очевидно, что метод гиперболического уравнения в реализации по формулам обращения Гавера-Стефеста предпочтительнее алгоритма трансформации диффузионного поля в волновое по формуле Видлера, как с точки зрения точности результата, так и с точки зрения простоты реализации алгоритма на ЭЭМ.

В работе приводятся результаты расчетов электрограмм  $U_1(z)$  для экспериментально полученных данных - результатов ДВЗ-ДВП на профиле I /Руденковско-Новогригорьевская площадь, ДДВ/. В целом можно сказать, что с учетом погрешности определения положения разрывов функции  $U_1(z)$  минимумы электрограммы коррелируют с положениями геоэлектрических горизонтов разреза, а также позволяют определить более глубокие границы, не отраженные в каротажных диаграммах, однако данный пример является пока единственным опытом перевода экспериментальных данных в гиперболическую область.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены проблемы численной реализации метода гиперболического уравнения интерпретации электромагнитных зондирования с контролируемыми источниками посредством применения алгоритма обращения преобразования Лапласа. На основании результатов сводится к следующему:

1. Дан анализ методов численного обращения преобразования Лапласа с единичной погрешностью, на основе чего выбран в качестве оптимального метод Гавера-Стафеста / алгоритм 368 /.
2. Исследованы свойства коэффициентов формулы обращения Гавера-Стафеста и особенности обращения по данному алгоритму преобразования Лапласа, имеющих место при переводе в гиперболическую область электромагнитных откликов для различных моделей среды.
3. Получены вычислительные формулы и создан алгоритм численной реализации метода гиперболического уравнения на основе формул обращения Гавера-Стафеста для аналитической заданной и экспериментально определенной функции отклика.
4. Предложен новый способ визуализации электромагнитных полей в гиперболической области, основанный на построении разностных электрограмм.
5. Созданный алгоритм численной реализации метода гиперболического уравнения опробован на ряде характерных модельных примеров / в профильном варианте / - однородное проводящее полупространство, горизонтально-слоистая проводящая толща, подстилаемая изолятором и проводящая сфера в изолирующей среде.
6. Получены вычислительные формулы и создан алгоритм вычисления теоретических электрограмм  $U, (\tau)$  с использованием метода Вилдера численного обращения преобразования Лапласа и сплайн-аппроксимации функции отклика.

7. Расчитаны электрограммы по экспериментальным данным ДЭЗ - ДЭН на профиле I Руденковско-Новогригорьевской площади /ДЭВ/ с целью опробования алгоритма и для восстановления границ геoeлектрического разреза.

Проведенные исследования открывают новые возможности использования дельта-метода Гавера-Стефаста численного обращения преобразования Лапласа для устойчивой инверсии экспериментальных данных и оценки точности полученного результата. Применение этого алгоритма обращения при реализации метода гиперболического уравнения позволяет повысить разрешающую способность этого метода и расширить класс решаемых задач при визуализации неустановившихся электромагнитных полей.

Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах:

1. О численной трансформации квазистационарного неустановившегося электромагнитного поля в гиперболическую область // Геофизич. журнал. - 1994. - I. -С.9-22 /соавторы Шуман В.Н., Гусак Т.М./.
2. Теоретические электрограммы в методах становления поля // Геофизич. журнал. - 1994. -С.39-50 /соавтор Шуман В.Н. /.
3. Эквивалентна хвильова область в електромагнітних методах з імпульсним збудженням поля. - Тезиси доповіді на Міжнародній геофізическій конференції "Анізотропія. Фрактали. Проблеми практичного застосування", г.Київ, вересень 1994г.

Руководитель работы доктор физико-математических наук Шуман Владимир Николаевич.

Тимбал Т.І. Еквівалентна хвильова область у задачах інтерпретації даних електромагнітних зондувань.

Дисертація на здобуття вченого ступеня кандидата фізико-математичних наук по спеціальності 04.00.22. - геофізика. Інститут геофізики ім. С.І.Субботіна НАН України, Київ, 1994.

Захищається 3 наукових праці, в яких знайшли відображення результати теоретичних досліджень, експериментальної та практичної роботи по створенню алгоритма чисельної реалізації методу гіперболічного рівняння (інтерпретації) даних електромагнітних зондувань з контрольованими джерелами поля. Алгоритм створено на основі методу Гауєра-Стефеста обернення перетворення Лапласа. Показано перевагу створеного алгоритму порівняно з аналогічним алгоритмом, створеним на основі методу Відлера. Проаналізовано питання стійкості створеного алгоритму до похибок задання вихідних даних. Можливості алгоритму випробувані на ряді тестових моделей.

Ключові слова: електромагнітне зондування, квазістаціонарне наближення, перехідний процес, перетворення, обернення, дельта-функція, розрив, трансформація, алгоритм, модель, оплайн, апроксимація.

Тимбал Т.І. Equivalent wave area in the problems of data interpretation of electromagnetic soundings.

The Physics and Mathematics Master of Sciences' thesis on speciality 04.00.22. - geophysics. Institute of Geophysics of National Academy of Sciences of the Ukraine, Kiev, 1994.

Three research papers dealing with the results of theoretical investigations, experimental and practical work on building up the algorithm of numerical realization of the method of hyperbolic equation in data interpretation of electromagnetic soundings with controlled field excitation are being defended. Algorithm was based on the method of Gaver-Stehfest of the inversion of the Laplace transform. Superiority of this algorithm in comparison with the analogue algorithm, based on Widder method has been shown. The problems of the stability of the method to the initial data pre-setting error are analyzed. The abilities of the algorithm are tested on several models.

*Тимбал Т.І.*

---

Подп. в печ. 21.12.94. Формат 60x84/16. Бумага тип. Офс. печать.  
Усл. печ. л. 1,39. Усл. кр.-отт. 1,39. Уч.-изд. л. 1,2  
Тираж 100 экз. Зак. 302 Бесплатно.

---

Отпечатано в Институте математики АН Украины  
252601 Киев, 4, ГСП, ул. Терещенковская, 3

456363

AB 31.651