

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ УКРАИНЫ
СУМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Лысенко Александр Владимирович

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА УСРЕДНЕННОГО КИНЕТИЧЕСКОГО
УРАВНЕНИЯ В НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ
ЛАЗЕРОВ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

Специальность 01.04.04. - Физическая электроника

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

СУМЫ-1994



Диссертация является рукописью.

Работа выполнена на кафедре теоретической физики Сумского государственного университета.

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ доктор физико-математических наук,
профессор В. В. Кулиш

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ доктор технических наук, профессор
И. С. Савченко

доктор физико-математических наук,
профессор А. И. Цык

ВЕДУЩАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ Сумский государственный педагогический институт им. А. С. Макаренко

Защита состоится "26" января 1995 г. в 15-00 час.

на заседании специализированного ученого совета К 22.01.01
при Сумском государственном университете,

244007 г. Сумы, ул. Римского-Корсакова, 2,
СумГУ, корпус ЭТ, ауд. 216.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Сумского государственного университета.

Автореферат разослан "26" января 1994 г.

Ученый секретарь

Специализированного ученого совета,

кандидат физико-математических наук

ЛНБ ім. В. Стефаніка
АН України

А. Я. Флат

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы.

В настоящее время лазеры на свободных электронах (ЛСЭ) являются одними из наиболее мощных источников когерентного электромагнитного излучения в миллиметровом-ультрафиолетовом диапазоне. Эти приборы, как правило весьма дороги, требуют при создании и использовании уникальных технологий. Эксперименты с ЛСЭ проводят сравнительно редко и тщательно готовят в расчетном отношении. В связи с этим большую роль приобретает степень развития нелинейной теории, лежащей в основе расчетов такого типа приборов.

Среди различных вариантов нелинейной теории ЛСЭ следует выделить метод усредненного кинетического уравнения. Этот метод является одним из наиболее эффективных из известных. Кроме того, он отличается полнотой математической обоснованности. Однако техника его применения на практике до начала работы соискателя в этом направлении не была разработана и содержала ряд нетривиальных моментов. К ним, в частности, следует отнести реализацию процедуры установления связи между усредненной и неусредненной функциями распределения электронов, сопряжение данного метода с одним из асимптотических методов решения уравнений Максвелла, (например, методом медленно меняющихся амплитуд) и т. д. Таким образом, возникает необходимость в развитии методики применения рассматриваемого метода, что и определяет актуальность темы диссертации.

Цель работы является:

- а) разработка техники применения метода усредненного

кинетического уравнения в нелинейных задачах релятивистской электроники;

б) построение на базе развитой методики нелинейной самосогласованной теории параметрических и двухпотоковых супергетеродинных ЛСЭ, обладающей более широкими рамками применимости, чем ранее известные.

Научная новизна.

В диссертационной работе впервые:

1. Разработана методика применения метода усредненного кинетического уравнения для решения задач нелинейной теории устройств класса "Лазер на свободных электронах" (ЛСЭ).

2. На базе разработанной методики построена кубически нелинейная теория двухпотоковых Н-убитронных ЛСЭ-усилителей.

3. Теоретически предсказана возможность реализации нового нелинейного явления - индуцированного излучения электронов, осциллирующих в бакетах.

Научные положения, выносимые на защиту.

1. Разработана общая методика применения метода усредненного кинетического уравнения и сопряжения его с методом медленно меняющихся амплитуд в задачах нелинейной теории электронных приборов с длительным взаимодействием.

2. Показана возможность реализации в ЛСЭ и построена нелинейная теория различных механизмов эффекта нелинейной генерации дополнительного Н-убитронного поля в плазме двухскоростного релятивистского электронного пучка.

3. Установлена возможность реализации в трехволновых параметрических системах типа ЛСЭ и построена теория эффекта индуцированного излучения электронов, осциллирующих в

бакетах.

Практическая ценность.

Разработанная в диссертационной работе техника применения метода усредненного кинетического уравнения и сопряжения его с методом медленно меняющихся амплитуд, может служить основой для создания расчетных методик широкого круга релятивистских электронных приборов. Это продемонстрировано на примере анализа ряда изделий типа АСЭ, которые ранее не исследовались в силу их сложности и трудоемкости. В частности, предложено экспериментальное применение эффекта индуцированного излучения электронов, осциллирующих в бакетах, для целей "горячей" нелинейной диагностики электронных пучков в изохронных лазерах на свободных электронах.

Апробация работы.

Основные результаты диссертации опубликованы в 16-ти печатных работах, докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах: Всесоюзная школа-семинар "Физика и применение микроволн" (Москва, май 1991г.); VII Всесоюзный семинар по высокочастотной релятивистской электронике (Томск, ноябрь 1991г.); Международная рабочая группа "Турбулентность и нелинейные процессы в плазме" (Киев, апрель 1992г.); 17-я Международная конференция по инфракрасным и миллиметровым волнам (США, Pasadena, декабрь 1992г.); 2-я Всероссийская школа-семинар "Физика и применение микроволн. Миллиметровые и субмиллиметровые волны" (Москва, май 1993г.); Международная конференция "Физика на Украине" (Киев, июнь

1993г.); 18-я Международная конференция по инфракрасным и миллиметровым волнам (Англия, Essex, сентябрь 1993г.),

Структура и объем работы.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и двух приложений. Объем диссертации составляет 131 страниц, включая 14 рисунков. Библиография содержит 164 наименований. Два приложения занимают 6 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель исследования, научная новизна работы и положения, выносимые на защиту. Дано краткое изложение содержания работы.

В первой главе произведен краткий обзор основных методов теоретического описания нелинейных процессов в лазерах на свободных электронах.

Произведен обзор литературы по лазерам на свободных электронах, как объекту исследования. Выяснены достоинства и недостатки таких приборов, роль теории в их изучении. Проведено описание различных режимов работы лазеров на свободных электронах. Отмечено, что как в прикладном, так и в физическом плане супергетеродинные ЛСЭ являются одними из наиболее интересных объектов исследования в релятивистской электронике.

Дан анализ основных теоретических методов исследования, применяемых в теории ЛСЭ. В том числе обсуждаются следующие из них: метод нелинейных одночастичных токов, крупных частиц, квазиблоховских уравнений, нелинейного

дисперсионного уравнения, использование в теории ЛСЭ результатов классической СВЧ электродинамики, метод, основанный на представлении функции распределения через одноэлектронные траектории, метод многомасштабных возмущений, метод усредненного кинетического уравнения и др. Проанализированы их достоинства и недостатки. Выяснено, в частности, что метод усредненного кинетического уравнения обладает наиболее широкими потенциальными возможностями как в смысле области применения, так и полноты математической обоснованности. Выяснено, что применение его на практике содержит ряд нетривиальных моментов. В том числе таких, как установление связи между усредненной и неусредненной функциями распределения, сопряжение его с одним из методов решения уравнения Максвелла. Обоснована необходимость решения таких проблем и использование метода усредненного кинетического уравнения в нелинейной теории ЛСЭ для решения ряда задач. Подробно изложена общая идея метода усредненного кинетического уравнения.

Вторая глава посвящена изложению разработанной соискателем схемы применения метода усредненного уравнения и сопряжения его с модернизированным методом медленно меняющихся амплитуд для асимптотического интегрирования системы уравнений Максвелла-Больцмана. В этой же главе произведена модернизация самого метода медленно меняющихся амплитуд, учитывающая специфику физической ситуации, имеющей место в нелинейной теории параметрических и супергетеродинных ЛСЭ.

Произведена постановка задачи о сопряжении метода усредненного кинетического уравнения с методом медленно

меняющихся амплитуд. Показано, что система уравнений Максвелла описываемая нелинейные процессы в ЛСЭ, в которой плотности тока и заряда выражены через функцию распределения электронов может быть сведена к стандартной системе для метода медленно меняющихся амплитуд. Получено, что при сопряженном применении методов усредненного кинетического уравнения и медленно меняющихся амплитуд волн проблема разложения функций плотностей токов и плотностей зарядов в виде ряда по малому параметру может быть сравнительно легко решена. Обоснована необходимость модернизации метода медленно меняющихся амплитуд в части учета специфики моделей параметрических и супергетеродийных ЛСЭ. А именно, для применения его в задачах анализа квазистационарных полей, учета зависимости соответствующих коэффициентов стандартной системы от частот и волновых векторов электромагнитных полей, и для описания вырожденных и невырожденных случаев.

Изложена техника сопряжения модернизированного метода медленно меняющихся амплитуд с методом усредненного кинетического уравнения для одномерного случая. Сформулирована общая схема конструирования системы укороченных уравнений, описывающих нелинейную генерацию и динамику поведения квазистационарных полей. Разработан подход к конструированию укороченных уравнений для комплексных амплитуд волн первого и второго приближений, причем, как для собственных, так и для несобственных полей. В полученных укороченных уравнениях произведен учет зависимости обобщенных коэффициентов стандартной системы от частот и волновых векторов электромагнитных полей. Кроме

того, создан алгоритм построения укороченных уравнений учитывающие специфику вырожденными и невырожденными ситуациями, слабую зависимость параметров системы от времени и продольной координаты.

Изложена техника сопряжения метода медленно меняющихся амплитуд с методом усредненного кинетического уравнения в поперечно неоднородных моделях. При этом получены укороченные уравнения для комплексных амплитуд волн как в умеренных, так и в сильно поперечно неоднородных моделях.

В третьей главе на примере конкретных задач теории ЛСЭ продемонстрирована эффективность применения развитой общей теории.

Анализировалась модель сильноточного ЛСЭ: релятивистский электронный поток, движущийся в поле двух поперечных электромагнитных волн сигнала и накачки и одной продольной волны пространственного заряда. Описан новый алгоритм асимптотического интегрирования кинетического уравнения Власова, базирующийся на методе усредненного кинетического уравнения. Получена система квазиблужевских уравнений для амплитуд усредненной функции распределения, которая может быть решена численным либо приближенным методами. Для нахождения неусредненной функции распределения построена специальная процедура обратного перехода (от усредненной к неусредненной функции распределения). Последняя позволяет определять плотность заряда и плотность тока релятивистского электронного пучка в ЛСЭ, то есть решить задачу о движении РЭП в заданных электромагнитных полях в самом общем виде. Здесь также продемонстрирован простейший способ решения системы квазиблужевских уравнений

с помощью метода последовательных приближений.

Далее на примере H -убитронной модели ЛСЭ-усилителя показана работоспособность расчетной схемы асимптотического интегрирования уравнений Максвелла-Больцмана, основанной на сопряженном применении метода усредненного кинетического уравнения и модернизированного метода медленно меняющихся амплитуд. Получены укороченные уравнения для комплексных амплитуд волн с учетом эффекта нелинейной генерации дополнительного магнитного поля и диамагнитного эффекта в плазме пучка, движущегося в поле H -убитронной накачки. Проведено сравнение полученных результатов с ранее известными. В связи с тем, что в ряде работ необоснованно пренебрегалось слагаемыми пропорциональными второй производной от амплитуд волн, было проведено исследование о его влиянии на нелинейные процессы в H -убитронном ЛСЭ-усилителе. В итоге получен критерий, показывающий когда учет такого типа слагаемых должен проводиться в обязательном порядке.

С помощью разработанной схемы асимптотического интегрирования уравнений Максвелла-Больцмана получена кубически нелинейная система уравнений для супергетеродинного ЛСЭ с H -убитронной накачкой, в которой учтено влияние эффекта генерации дополнительного магнитного поля и диамагнитного эффекта. Произведено сравнение результатов полученной теории с ранее известными. Построена детальная теория эффекта нелинейной генерации дополнительного магнитного поля и диамагнитного эффекта в двухпоточковой супергетеродинной системе. Проведен сопоставительный анализ рассматриваемых эффектов в

однопоточковых и двухпоточковых ЛСЭ. Показано, что эффект нелинейной генерации дополнительного магнитного поля оказывает гораздо более значительное воздействие на нелинейные процессы в супергетеродинных ЛСЭ, чем в однопоточковых. Более того, установлено, что этот эффект проявляется в супергетеродинных системах противоположным образом. Если в однопоточковых системах учет его приводит, в основном, к незначительному увеличению амплитуды результирующего магнитного поля, то в двухпоточковых системах учет эффекта нелинейной генерации приводит к ее уменьшению. Это в свою очередь проявляется в существенном снижении коэффициента усиления волны сигнала (см.

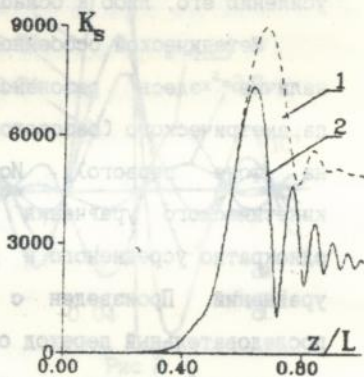


рис.1: кривая 1 без учета

Рис. 1

рассматриваемого эффекта, кривая 2 - с его учетом).

В четвертой главе с помощью метода усредненного кинетического уравнения построена теория нового эффекта - эффекта индуцированного излучения электронов, осциллирующих в оакетах.

Исследуемый эффект рассматривается на примере простейшей изохронной модели лазера на свободных электронах - поперечно-неограниченный релятивистский электронный пучок, коллимированно оси которого распространяются электромагнитные волны накачки и сигнала. На эту систему под углом падает возмущающая электромагнитная волна. Суть эффекта состоит в

следующем. Под действием полей накачки и сигнала электроны наряду с высокочастотными колебаниями совершают "медленные" движения. Эти "медленные" колебательные движения связаны с пространственной неоднородностью суперпозиции двух высокочастотных полей и являются неизохронными. В такой системе происходит группировка электронов в сгустки под действием возмущающего поля. Поле излучения сгустков, накладываясь на возмущающее поле может приводить либо к усилению его, либо к ослаблению.

Методической особенностью исследуемой ситуации является наличие здесь резонансов двух уровней иерархии - параметрического (базового) и обсуждаемого (развивающегося на фоне первого). Использование метода усредненного кинетического уравнения свелось к отысканию решений однократно усредненного и дважды усредненного кинетических уравнений. Произведен с помощью разработанной процедур последовательный переход от дважды усредненной к однократно усредненной, а затем и к неусредненной функции распределения.

Путем использования найденной функции распределения, получено выражение для эффективной комплексной проводимости плазмы релятивистского электронного потока, которая характеризует процесс индуцированного излучения. Эффективная комплексная проводимость вычислена как для лабораторной системы отсчета, так и для системы, связанной с бакетом. Показана возможность реализации двух механизмов рассматриваемого эффекта - пролетного и захваченного.

В системе отсчета, связанной с бакетами проведен анализ двух модификаций эффекта индуцированного излучения электронов, осциллирующих в бакетах. Показаны существенные

различия в физической сущности двух механизмов изучаемого эффекта. На рис. 2, в частности, для случая моноэнергетического электронного потока представлены зависимости активной составляющей эффективной проводимости $\text{Re}(\hat{\sigma}_1)$ от величины частотной расстройки $\omega_1(d\theta/dt)_1$ при различных начальных энергиях электронов ($-x^2$; $x^2 < 1$ - захваченные движения, $x^2 > 1$ - пролетные). Из рис. 2 следует, что для пролетных движений максимум мощности излучения имеет место при отрицательных частотных расстройках $\omega_1(d\theta/dt)_1 = (-2)$, тогда как в случае захваченных движений - при положительных частотных расстройках $\omega_1(d\theta/dt)_1 = 2+4$.

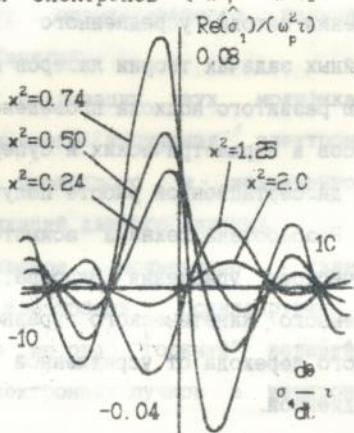


Рис. 2

С увеличением энергии электронов для захваченных движений мощность индуцированного процесса увеличивается, тогда как для пролетных движений - уменьшается. Зависимость частоты индуцированного излучения от энергии электронного пучка ($-x^2$) для захваченных и пролетных движений также различна. В случае захваченных движений с ростом энергии частота уменьшается, для пролетных - увеличивается (рис. 3).

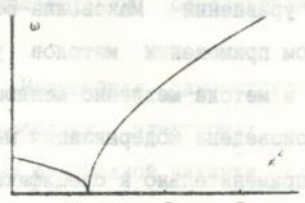


Рис. 3

На основе специфических различий спектральных

характеристик пролетного и захваченного механизмов индуцированного излучения электронов предложена идея нового метода "горячей" нелинейной диагностики релятивистских электронных пучков в ЛСЭ.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Таким образом, в настоящей работе разработана техника применения метода усредненного кинетического уравнения в нелинейных задачах теории лазеров на свободных электронах. С помощью развитого подхода проведено исследование нелинейных процессов в параметрических и супергетеродинных ЛСЭ.

В диссертационной работе получено:

1. Разработана техника асимптотического интегрирования кинетического уравнения Власова, базирующаяся на методе усредненного кинетического уравнения. Построена методика обратного перехода от усредненной функции распределения к неусредненной.

2. Разработан алгоритм асимптотического интегрирования системы уравнений Максвелла-Больцмана, основанный на сопряженном применении методов усредненного кинетического уравнения и метода медленно-меняющихся амплитуд.

3. Произведена модернизация метода медленно-меняющихся амплитуд применительно к специфике задач нелинейной теории параметрических и супергетеродинных ЛСЭ.

4. Показана возможность реализации и построены нелинейная теория эффекта нелинейной генерации дополнительного N -убитронного поля и диамагнитного эффекта в плазме двухскоростного релятивистского электронного пучка.

5. Установлено, что динамика генерируемого нелинейно-резонансным образом магнитного поля в супергетеродинных

лазерах на свободных электронах - существенным образом отличается от аналогичного эффекта в однопотоковых системах. В этом числе, тем, что здесь влияние генерируемого поля может приводить к значительному уменьшению коэффициента усиления волны сигнала.

6. Установлена возможность реализации в изохронных параметрических ЛСЭ эффекта индуцированного излучения электронов, осциллирующих в бакетах.

7. Выяснена возможность реализации двух модификаций механизма эффекта индуцированного излучения электронов, осциллирующих в бакетах - пролежлого и захваченного. Построена теория обеих модификаций данного явления.

8. Предложено практическое применение явления индуцированного излучения электронов, осциллирующих в бакетах, как основы нового метода "горячей" нелинейной диагностики релятивистских электронных пучков в изохронных ЛСЭ.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Кулиш В. В., Лысенко А. В. Нелинейная самосогласованная теория лазеров на свободных электронах. Случай монохроматической поперечно однородной накачки. // Укр. физ. журн. - 1991. - т. 36, № 10. - С. 1485-1492.
2. Кулиш В. В., Лысенко А. В. Нелинейная самосогласованная теория лазеров на свободных электронах. Индуцированное излучение электронов, осциллирующих в бакетах. // Укр. физ. журн. - т. 37, № 5. - 1992. - С. 651-659.
3. Кулиш В. В., Лысенко А. В. Метод усредненного кинетического уравнения и его применение в нелинейных

задачах электродинамики плазмы. // Физика плазмы. - 1993, - т. 19, №2. - С. 216- 227.

4. Кулиш В. В., Кулешов С. А., Лысенко А. В. Применение метода усредненного кинетического уравнения в задачах теории трехволнового параметрического резонанса в плазме релятивистских электронных пучков. // Физика плазмы. - 1993. - т. 19, №2. - с. 199-216.
5. Kulish V. V., Kuleshov S. A., Lysenko A. V. Nonlinear self-consistent theory of superheterodyne and parametric free electron lasers. // The international journal of infrared and millimeter waves. - 1993. - v. 14, N3.
6. Kulish V. V., Kuleshov S. A., Lysenko A. V. Nonlinear self-consistent theory of two-stream superheterodyne free electron lasers. // The international journal of infrared and millimeter waves. - 1994. - v. 15, N1.
7. Кулиш В. В., Лысенко А. В. Теория индуцированных радиационных процессов в плазме ограниченных релятивистских электронных потоков. // В кн.: Современные проблемы прикладной физики (сборник научных трудов СФТИ). - Киев, УМ КВУ, 1992. - С. 6-38.
8. Кулиш В. В., Лысенко А. В. Вынужденное излучение электронов осциллирующих в баковке. В кн.: Современные проблемы прикладной физики (сборник научных трудов СФТИ). - Киев, УМ КВУ, 1992. - С. 38-60.
9. Кулиш В. В., Лысенко А. В. Индуцированное излучение электронов при "медленных" движениях в поле двух электромагнитных волн. - Сумы, 1990. 76с. Деп. в УкрНИИТИ 24.08.90. №1438-Укр90.
10. Кулиш В. В., Лысенко А. В. Вынужденные радиационные

процессы при движении релятивистского электронного пучка в периодически реверсивных электромагнитных полях.

-Сумы, 1991. -Деп. в УкрНИИТИ 11.07.91, №1017-Ук91.

11. Кулиш В.В., Лысенко А.В. Индуцированные радиационные процессы при движении релятивистских электронных пучков

в периодически реверсивных электромагнитных полях. Часть

1. Сумы, 1992. 49с. Деп. в УкрИНТЭИ 27.02.92, №246 - Ук-92.

12. Кулиш В.В., Лысенко А.В. Индуцированное излучение электронов, захваченных в бакеты. // В кн.: Физика и

применение микроволн. Труды Всесоюзной школы-семинара

(22-27 мая 1991г.). - Часть 1. - М.: Изд-во МГУ, 1991. -

С.152-155.

13. Kulish V.V., Lysenko A.V. Stimulated radiation of electrons oscillating in buckets at a three-wave parametric resonance in plasma of relativistic electron beam. // In book: Contributed papers. Workshop on

turbulence and non-linear processes in plasma. Kiev,

Ukraine, April 13-29, 1992. - P.80-83.

14. Kulish V.V., Kuleshov S.A., Lysenko A.V. Nonlinear self-consistent theory of superheterodyne and parametric free electron lasers. // In book: The digest of

technical papers of the 17th international conference on

infrared and millimeter waves. (December, 1992,

Pasadena, USA).

15. Kulish V.V., Kuleshov S.A., Lysenko A.V. Nonlinear self-consistent theory of superheterodyne amplification of electromagnetic waves in relativistic double-stream electron system. // In book: The

ЛІВ М. В. Стефаніка
АН України

proceeding of the Physics in Ukraine International Conference (Kiev, 22-27 June, 1993). Plasma Physics. - P. 152 - 155

16. Kulish V.V., Kuleshov S.A., Lysenko A.V. Nonlinear theory of two-stream superheterodyne free electron lasers. // In book: The technical digest of the 18-th international conference on infrared and millimeter waves. (September, 1993, Essex, England).

АННОТАЦИЯ

Лысенко А.В. Применение метода усредненного кинетического уравнения в нелинейных задачах теории лазеров на свободных электронах.

Диссертация (рукопись) на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.04. - физическая электроника, Сумский государственный университет Сумы, 1994 г.

Защищается 16 научных работ, в которых разработана техника применения метода усредненного кинетического уравнения и решен ряд задач нелинейной теории лазеров на свободных электронах. На базе разработанной методики построена кубически-нелинейная теория двухпоточковых ЛСЭ-усилителей, с учетом различных механизмов эффекта генерации дополнительного Н-убитронного поля. Построена теория нового эффекта - эффекта индуцированного излучения электронов, осциллирующих в бакетах.

Произведена апробация результатов разработанной теории на Международных конференциях и семинарах.

Ключевые слова:

метод усредненного кинетического уравнения. самоузгоджена
нелинейная теория. параметричні та супергетеродинні лазери на
вільних електронах.

АБСТРАКТ

A. V. Lysenko The application of the averaged kinetic equation method in the nonlinear problems of the free electron laser theory

The dissertation (manuscript) for the obtaining of the scientific degree of the candidate of science in the mathematics and physics corresponding to the speciality 01.04.04 - physical electronics, Syum State University, Syum, 1994.

16 scientific works are defended. The technique of application of the averaged kinetic equation method is constructed and series of the problems of the nonlinear theory of free electron laser is solved in these articles. The cubic-nonlinear theory of two-stream FEL-amplifiers is built up on a base of developed approach taking into account the various mechanisms of the generation effect of the additional H-ubitron field. The theory of the new effect - the effect of the stimulated radiation of electrons oscillating in buckets is constructed.

The results of the built theory has been presented in the international conferences and seminars.

Ав 31.653

Лысенко Александр Владимирович

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА УСРЕДНЕННОГО КИНЕТИЧЕСКОГО
УРАВНЕНИЯ В НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ
ЛАЗЕРОВ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

Ответственный за выпуск

Кулиш Виктор Васильевич

Подписано к печати 26.12.94

Формат бумаги 60×90 1/16

Усл. печ. л. 0,75

Тираж 110 экз.

СумГУ. 244007, Сумы, ул. Римского-Корсакова, 2

Типография ПО "Электрон".

244007, Сумы, ул. Римского-Корсакова, 2