МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
РАДІОЕЛЕКТРОНІКИ

На правах рукопису

РОТІН ІГОР МИХАЙЛОВИЧ

УДК 681.3.016

ЛІНІЙНІ ТА БІЛІНІЙНІ ЛОГІЧНІ ОПЕРАТОРИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ В АВТОМАТИЗОВАНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ

05.25.05 — Інформаційні системи і процеси

Автореферат дисертації
на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Харків — 1994

...на на кафедрі програмного забезпечення ЕОМ Харківського державного технічного університету радіоелектроніки.

Науковий керівник: — заслужений діяч науки та техніки України;
— доктор технічних наук, професор Ю.П. Шабанов-Кушнаренко.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор О.О. Рось;
кандидат технічних наук, ст. наук. співр. М.М. Буслік,

Провідна організація: Харківський державний політехнічний університет.

Захист дисертації відбудеться 15 лютого 1995р. о 13 годині на засіданні спеціалізованої ради К 068.37.01 в Харківському державному університеті радіоелектроніки за адресою: 310726, м. Харков, пр. Леніна, 14. fax: (0572) 40-91-13.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці університету.

Автореферат розіслано "28" грудня 1994р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради
кандидат технічних наук,
професор Е.О. Дедіков

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність і ступінь досліджености тематики дисертації. Застосування комп'ютерної техніки, її швидкий розвиток обумовлює високі темпи розвитку методів побудови інтелектуальних систем з різним призначенням. В теперешній час вже розроблено методологічний і технічній підходи до розробки і використання інформаційних систем. Існуючі інтелектуальні інформаційні системи здібні виконувати функції, які раніше були виключно прерогативою людини: доводити математичні теореми, перекладати тексти з однієї мови на іншу, діагностувати хвороби і виконувати багато інших функцій. Однак в перспективі ідеальна обчислювальна машина повинна перевершувати здібності людини логічно мислити, виконувати аналіз інформації, що надходить, вирішувати складні задачі, взаємодіяти з навколишнім середовищем.

Одним з ефективних універсальних математичних засобів для опису інформації є алгебра предикатів та предикатних операцій. Мовою цих алгебр легко і зручно описувати різну інформацію, що формалізується, здійснювати запити до баз даних та моделювати діяльність людини. Дисертаційна робота присвячена розробці алгебри лінійних предикатних операцій, вивченню їхніх властивостей та способів завдання, а також методів їх застосування для опису лінгвістичних закономірностей і вирішенню кванторних предикатних рівнянь. Можливість застосування лінійних предикатних операцій для логічного виводу, для опису інформації, що формалізується, лінгвістичних закономірностей та розв'язанню задач розпізнавання та класифікації об'єктів визначає актуальність даної теми.

Мета та основні завдання наукового дослідження. Метою роботи є розробка теорії лінійних та білінійних логічних операторів для її подальшого використання в автоматизованих інформаційних системах.

Основні завдання наукового дослідження:

- аналіз формальних засобів інтелектуальних систем;
- аналіз методів алгебраїзації логіки;
- аналіз застосування лінійних операторів у лінгвістиці;
- розробка теорії логічних просторів;
- сінтез алгебраїчних залежностей у логічних просторах;
- розробка алгебр лінійних предикатних операцій;
- розробка теорії лінійних логічних операторів;
- розробка теорії білінійних логічних операторів.
- використання методів та алгоритмів, що були отримані, в інформаційних системах;

Теоретична і практична цінність дослідження та його наукова новина. Розроблені в дисертації методи, алгоритми та програмні засоби можна використовувати при розробці лінгвістичного забезпечення автоматизованих інформаційних систем, в інформаційно-пошукових системах, при розв'язанні задач логичного виводу в базах данних та експертних системах, а також при розв'язанні задач розпізнавання та класифікації об'єктів. Запропоновано новий підхід до дослідження лінійних та білінійних предикатних операцій, який надав змогу розробити методи вирішення кванторних предикатних рівнянь деяких окремих видів.

Рівень реалізації та впровадження наукових розробок. Дисертаційна робота виконана відповідно планам наступних науково-дослідних робіт університету: тема ГР 01900059650 "Розробка математичного та програмного забезпечення інформаційно-пошукової системи обробки даних", держбюджетні теми № 80051472 "Розробка теорії програмно-обчислювальних засобів та лінгвистичного забезпечення обчислювальної техніки нових поколінь", № 11021362 "Розробка теорії интелекту та побудова на її основі програмно-техничного забезпечення ЕОМ нових поколінь".

Результати дисертційної праці впроваджені у виробництво та учбовий процес, впровадження підтверджене відповідними документами

Апробація роботи. Основні результати дисертаційної роботи доповідались та обговорювалися на IX Всесоюзному симпозіумі "Ефективність, якість та надійність систем людина-техніка" (Воронеж, 1990), на Всесоюзній конференції "Проектування, оцінка та оптимізація функціонування систем людина-техніка" (Севастополь, 1990), на V Всесоюзній школі-семінарі "Біоніка інтелекту" з запрошенням зарубіжних учасників (Харків, 1991), на XVII Міжрегіональному семінарі "Ергономіка та ефективність систем людина-техніка" (Ігналіна, 1991), на V Всесоюзній конференції "Банки даних та знань " (Львів, 1991), на I Всеукраїнській конференції " Обробка сигналів і зображень та розпізнавання образів", (Київ, 1992), на міжнародній науково-технічній конференції

"Функціонально-орієнтовані обчислювальні системи ФООС" (Алушта, 1993), на міжнародному теоретично-практичному семінарі " Комп'ютерні технології : застосування до технічних, екологічних, комерційних, кадастрових, видавничих та навчальних проблем (Львів 1994) а також на ряді республіканських та зональних форумах.

Публікації. За матеріалами дисертації опубліковано 6 робіт, серед них одна монографія.

Структура та обсяг дисертаційної роботи. Дисертаційна робота складається зі вступу, п'яти розділів, висновків, списку літератури в 104 найменувань та додатків.

Особистий внесок у розробку наукових результатів, що виносяться на захист :

- дослідження логіко-алгебраїчних залежностей в логічних просторах.
- розробка алгебр лінійних логічних операторів;
- розробка алгебр білінійних логічних операторів;

Методологія та метод дослідження предмету. Використано методи математичної логіки, алгебри логіки, алгебри предикатів та логічного аналізу.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі наведено стислу характеристику стану теоретичних та практичних розробок у досліджуваній проблемній галузі, обгрунтовано актуальність проблеми, оформульовано мета та завдання роботи, наведено основні положення, що виносяться на захист, вказано наукову новину та практичну цінність отриманих результатів, зроблено коротка характеристика змісту розділів роботи.

У першому розділі розглянуто стан питання і оформульовано завдання дослідження. Проведено аналіз формальних засобів інтелектуальних систем. Розглянуто різноманітні способи подання знань і даних. Із проведеного аналізу можна вивести, що при розробці математичної мови подання знань важливе місце посідають алгебраїчні методи. При вживанні алгебраїчного підходу до опису інформації, що отримується на основі базисних даних, що знаходиться в інформаційній системі, вирізняється алгебраїчна система - алгебра запитів, в термінах якої інформація, що отримується, записується через базисну. Інформаційна система у даному випадку подається у вигляді певної математичної моделі. Мовою алгебри предикатів і предикатних операцій детерміновані і дискретні інформаційні процеси описуються за допомогою відповідних рівнянь, що з успіхом узгоджується з різними моделями представлення знань і цілком відповідає особливостям інтелектуальних процесів обробки даних

Інформацію в різних інформаційних системах зручно описувати формулами певної логічної мови числення висловлювань або числення предикатів різного порядку. У роботі проведено порівняльний аналіз виразних можливостей різних числень, що відповідають класичним і некласичним логікам.

На основі здійсненого аналізу можна вивести, що алгебра предикатів і предикатних операцій є універсальним формальним засобом для опису різного виду інформації, що використовується інтелектуальними системами. Проте у межах алгебри предикатних операцій не було розглянуто предикатні операції, що мають важливі властивості лінійності та однорідності, які відображають специфіку інформації, що формалізується. Звідки випливає основний напрямок дослідження : розробити алгебри з лінійними і білінійними предикатними операціями.

У другому розділі розглянуто питання синтезу алгебраїчних залежностей у просторі двоїчних кодів. Вивчено властивості просторів. Розроблено алгебри з предикатними та лінійними предикатними операціями. Обгрунтовується необхідність та доцільність розробки алгебри з лінійними предикатними операціями. При розробці теорії лінійних предикатних операторів виникає необхідність у використанні властивостей певного типу логічних просторів $E^n_\vee$ і $E^n_\wedge$ над логічним полем $E=\{0,1\}$. Доведено, що множина E^n, що є n-им декартовим ступенем множини E із введеними на ній операціями диз'юнкції довільних елементів $X, Y \in E^n$ за правилом:

$$X \vee Y = (x_1 \vee y_1, \dots, x_n \vee y_n),$$

і кон'юнкції довільних елементів $\lambda \in E$ и $X \in E^n$ за правилом:

$$\lambda \wedge X = (\lambda \wedge x_1, \dots, \lambda \wedge x_n),$$

є логічним простором, що позначається $E^n_\vee$.

Доведено твердження про існування у логічному просторі $E^n_\vee$ базисної системи векторів і повноту цього простору. Спираючись на доведені твердження, одержано формулу для однозначного розкладу довільного вектора X по фіксованому базису логічного простору.

$$X = \bigvee_{i=1}^{n} (\zeta_i \wedge e_i),$$

де $\{e_i\}_{i=1}^n$ базисна система у просторі $E^n_\vee$, а $\zeta_i \in E$.

Уведено логічний простір $E^n_\wedge$, що є двоїчним до простору $E^n_\vee$. Вивчено метричні властивості логічних просторів.

При описі об'єктів і відношень мовою алгебри скінченних предикатів виникає необхідність у запису різних умов, що їм задовольняють предикати, вживані у цій алгебрі. З цією метою Ю.П. Шабановим-Кушнаренко була уведена алгебра предикатів. Природним розвитком цієї алгебри є кванторна алгебра предикатних операцій, що розробляється в дисертаційній роботі.

Нехай U універсальна множина предметів, а множина M є універсумом предикатів. Множину M^n назвемо предикатним простором, а елементи простору - предикатними векторами. Довільну функцію $F(X_1, \ldots, X_n) = Z$, що діє із множини M^n в множину M, назвемо предикатною операцією. Множину усіх предикатних операцій, що відображають множину M^n в M, позначимо буквою G.

Під кванторною предикатною операцією будемо розуміти операцію, що діє із множини G в G за наступним правилом:

$$\exists x_i \in A\, P(x_1, \ldots, x_n) = Q(x_1, \ldots, x_n),$$

де A непуста підмножина множини U.

Кванторною алгеброю предикатних операцій назвемо таку алгебру предикатних операцій над G, у якій базисними операціями є операції, що мають вигляд :

$$\exists x_i \in A\, P(x_1, \ldots, x_n)$$

і операції заперечення і кон'юнкції, а базисними елементами є предикати рівності $D(x_1, x_i)$ ($i \in 1,\ldots,n$) та змінні предикати X_i.

У роботі доведено твердження про повноту кванторної алгебри. Встановлено, що довільну предикатну операцію із множини предикатних операцій G можна виразити засобами кванторної алгебри, грунтуючись на тому, що усі базисні елементи і базисні операції диз'юнктивно-кон'юнктивної алгебри можуть бути виражені через базисні елементи і базисні операції кванторної алгебри.

Із множини усіх предикатних операцій у роботі виділено і вивчено клас лінійних предикатних операцій.

Лінійною відносно диз'юнкції предикатною операцією F_L назвемо перетворення множини M у себе, яке задовольняє наступним умовам:

1. $F_L(P \vee Q) = F_L(P) \vee F_L(Q)$;

2. $F_L(0) = 0$, де 0 нульовий предикат.

Множину усіх лінійних предикатних операцій, що визначені на множині M, назвемо лінійним відносно операції диз'юнкції класом і позначимо через L. У роботі розглянуто основні властивості виділеного класу.

Доведено, що клас предикатних операцій L є замкнутий відносно операцій диз'юнкції і суперпозиції. Показано, що такий клас є замкнутим відносно операції кон'юнкції тоді, коли для будь-яких предикатних операцій $F_1 \in L$ и $F_2 \in L$ має місце імплікація

$$(F_1(Q) \wedge F_2(P)) \vee (F_1(P) \wedge (F_2)(Q) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (F_1 \wedge F_2)(Q) \vee (F_1 \wedge F_2)(P).$$

Проте одержаний вираз не є тотожністю для усіх лінійних предикатних операцій із L. Отже, клас лінійних предикатних операцій не є замкнутим відносно операції кон'юнкції.

Встановлено, що клас лінійних операцій містить 2^{n^2}

різних елементів. Таким чином, число елементів класу L росте експоненціально із збільшенням n, що означає більшу спільність властивості лінійності предикатної операції. Кодуючи довільні предикати у вигляді двоїчних векторів логічного простору, операції над предикатами можна ототожнити з перетворенням логічного простору відповідної розмірності.

Для більш повного застосування виразних можливостей мови кванторної алгебри предикатних операцій при описі логічних умов, що їм задовольняють предикати, потрібно вивчити властивості базисних операцій і базисних елементів цієї алгебри. У роботі доведено, що кванторні предикатні операції, які є базисними операціями у кванторній алгебрі, являють собою окремий випадок лінійних предикатних операцій. Оскільки вираз

$$\exists x\ (\ P(x) \wedge K(\ x,\ y\ )\ )$$

є кванторним записом лінійного логічного оператора, предикати $P(\ x\ )$ і $K(\ x,\ y\ )$ є відповідно унарними і бінарними довільними предикатами, що задані на універсумі U.

<u>У третьому розділі</u> розроблено алгебри лінійних логічних операторів. Предикатний простір M із визначеним на ньому класом лінійних предикатних операцій $\{\ F_L\ \}$ називаєтьсялінійним предикатним простором і позначається символом $\mathfrak{Z}_L$.

Лінійний логічний простір L і лінійний предикатний простір $\mathfrak{Z}_L$ називаются ізоморфними, якщо між їх елементами можна встановити взаємно однозначну відповідність ϕ таку, що якщо

$$\phi : X \longrightarrow X^*, \ \phi : Y \longrightarrow Y^*,$$

$$X, Y \in L, \ X^*, Y^* \in \mathfrak{Z}_L,$$

то

$$\phi : X \vee Y \longrightarrow X^* \vee Y^*,$$

$$\phi : \lambda \wedge X \longrightarrow \lambda^* \wedge X^*.$$

У роботі доведено, що лінійний предикатний простір $\mathfrak{Z}_L$ изоморфний лінійному логічному простору $E^n_\vee$ при відповідному виборі n. Лінійними операціями на логічних просторах оперувати вручніше, ніж довільними предикатними операціями. Це дозволяє застосовувати різноманітний математичний апарат для дослідження властивостей цих операцій, аналогічний математичному апарату лінійної алгебри. У роботі лінійна предикатна операція розглядається як лінійний логічний оператор D, що діє із логічного простору $E^n_\vee$ в себе, і задовольняє наступним умовам :

1. $D(X \vee Y) = D(X) \vee D(Y)$ для будь-яких $X, Y \in E^n_\vee$;

2. $D(\lambda \wedge X) = \lambda \wedge D(X)$ для будь-яких $X \in E^n_\vee$ і $\lambda \in E$.

Доведено твердження про загальний вигляд лінійного логічного оператору. Встановлено, що якщо D є лінійний логічний оператор, який діє з простору $E^n_\vee$ в себе, то оператор D однозначно визначається матрицею коефіцієнтів (d_{ij}) разміру $n \times n$. Доведено, що вплив оператора D на вектор визначається формулою, записаною в матричному вигляді:

$$D(X) = Y \leftrightarrow \begin{vmatrix} d_{11} & \dots & d_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ d_{n1} & \dots & d_{nn} \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} x_1 \\ \\ x_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y_1 \\ \\ y_n \end{vmatrix}.$$

Встановлено взаємно однозначну відповідність між матрицями разміру $n \times n$ з елементами із E і лінійними логичними операторами. Розв'язано задачу ідентифікації лінійного логічного оператора. Доведено, що стовпці матриці лінійного логічного оператора точно співпадають з векторами, що являють собою результати впливу оператора на базисні вектори, причому перший стовпець матриці оператора співпадає з вектором, в який переводиться базисний вектор, у якого перша координата дорівнює одиниці, другий стовбець співпадає з вектором, в який переводиться базисний вектор, у якого друга координата дорівнює одиниці. Таким чином визначаються усі n стовпців матриці оператора.

У роботі досліджено клас регулярних лінійних логічних операторів. Доведено, що оператор D^{-1}, обернений до лінійного логічного оператора D, також лінійний, причому матриця оберненого оператора D^{-1} співпадає з транспонованою матрицею оператора D. Отримано критерій регулярності оператора D. Доведено, що лінійний логічний оператор D є регулярним в тому і тільки тому випадку, коли в кожному рядку і стовпці матриці такого оператора знаходиться один і тільки один елемент рівний одиниці. Показано, що лінійний логічний оператор, який переводить базис простору $E_{\vee}^{n}$ в себе є регулярним, причому всього існує n! різних регулярних операторів, що діють з простору $E_{\vee}^{n}$ в себе. Доведено, що суперпозицією двох лінійних логічних операторів з матрицями

$\mathfrak{A}$ і $\mathfrak{B}$ є лінійний оператор з матрицею оператора $\mathfrak{C} = \mathfrak{A} * \mathfrak{B}$, причому, якщо елементи a_{ik}, b_{kj} и c_{ij} належать відповідно матрицям $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$ и $\mathfrak{C}$ то $c_{ij} = \bigvee_{k=1}^{n} (a_{ik} \wedge b_{kj})$ $(i,j = 1,\ldots,n)$.

Нехай X і Y - довільні вектори з простору $E^n_\vee$. Тоді імплікація $X \Rightarrow Y$ ($X \Leftarrow Y$) є істиною, якщо істинні імпликації відповідних координат. Доведено, що оператор D, який задовольняє рівнянню $D(X) \Rightarrow X$ для усіх $X \in E^n_\vee$, має матрицю виду:

$$\begin{vmatrix} * & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & * & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & * \end{vmatrix},$$

де замість зірочок можуть стояти довільні значення. Із загального вигляду матриці безпосередньо випливає, що всього існує 2^n операторів, які зберігають імплікацію ' $\Rightarrow$ ' для будь-яких векторів. У роботі доведено, що оператор D, який задовольняє рівнянню $D(X) \Leftarrow X$ для усіх $X \in E^n_\vee$, має матрицю виду:

$$\begin{vmatrix} 1 & * & \ldots & * \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ * & \ldots & * & 1 \end{vmatrix}.$$

Із загального вигляду матриці оператору D випливає, що всього існує 2^{n^2-n} операторів, які зберігають імплікацію ' $\Leftarrow$ ' для будь-яких $X \in E^n_\vee$.

Нехай A і B лінійні логічні оператори, визначені на просторі $E^n_\vee$. Диз'юнкцією (кон'юнкцією) цих операторів називається оператор C, що отримується у результаті відповідних поелементних диз'юнкцій (кон'юнкцій) матриць операторів A і B. У роботі доведено, що рівняння

$$(A \vee B)(X) = A(X) \vee B(X),$$

є тотожністю для усіх $X \in E^n_\vee$. Проте для того, щоб лінійні логічні оператори A і B задовольняли рівності

$$(A \wedge B)(X) = A(X) \wedge B(X),$$

необхідно і достатньо, щоб коефіцієнти матриць цих операторів задовольняли рівності

$$\bigvee_{\substack{j,k=1 \\ j \neq k}}^{n} (a_{ij} \wedge b_{ik}) = 0,$$

для всех $i = 1, \ldots, n$.

Важливою видається задача визначення лінійного логічного оператора, що задовольняє рівності

$$A (X \wedge Y) = A(X) \wedge A(Y),$$

де $X, Y \in E^n_\vee$. У роботі доведено, що такий лінійний логічний оператор A має матрицю оператора, в кожному рядку якої знаходиться не більш, ніж один елемент, що дорівнює одиниці, причому наведена умова є необхідною і достатньою. На просторі $E^n_\vee$ можна визначити $(n + 1)^n$ операторів, що задовольняють цій властивості. Очевидно, що усі регулярні оператори задовольняють такій властивості, яка випливає із твердження про загальний вигляд регулярного оператора.

<u>У четвертому розділі</u> розроблено алгебри білінійних предикатних операцій. Білінійною відносно диз'юнкції предикатною операцією F_{L^2} називається перетворення предикатного простору M^2 в M, яке має такі властивості.

1. Для довільних пар предикатів $(P, Q_1) \in M^2$ і $(P, Q_2) \in M^2$ вірна рівність

$$F_{L^2}(P_1, Q_1 \vee Q_2) = F_{L^2}(P, Q_1) \vee F_{L^2}(P, Q_2).$$

2. Для довільних пар предикатів $(P_1, Q) \in M^2$ і $(P_2, Q) \in M^2$ має місце рівність

$$F_{L^2}(P_1 \vee P_2, Q) = F_{L^2}(P_1, Q) \vee F_{L^2}(P_2, Q).$$

3. $F_{L^2}(0, Q) = 0$.

4. $F_{L^2}(P, 0) = 0$.

Доведено, що клас білінійних предикатних операцій містить 2^{n^3} різних елементи. У роботі досліджено клас білінійних предикатних операцій. Доведено, що клас білінійних предикатних операцій замкнений відносно операції диз'юнкції і не замкнений відносно операції кон'юнкції.

Предикатний простір M^2 з визначеним на ньому класом білінійних предикатних операцій (F_{L^2}) називається білінійним предикатним простором і позначається символом $\mathfrak{F}_{L^2}$.

Білінійний логічний простір L^2 і білінійний предикатний простір $\mathfrak{F}_{L^2}$ називаються ізоморфними, якщо між їх елементами можна встановити взаємно однозначну відповідність φ таку, що якщо

$$\varphi : X \longrightarrow X^*, \ \varphi : Y \longrightarrow Y^*,$$

$$X, Y \in L^2, \ X^*, Y^* \in \mathfrak{F}_{L^2},$$

то

$$\varphi : X \vee Y \longrightarrow X^* \vee Y^*,$$

$$\varphi : \lambda \wedge X \longrightarrow \lambda^* \wedge X^*.$$

У роботі доведено твердження про ізоморфізм просторів

$\mathfrak{J}_{L^2}$ и $E^n_\vee \times E^n_\vee$. при відповідному виборі n.

Із ізоморфізму, що був доведений, випливає визначення білінійного логічного оператора. Оператор B(X,Y), що діє в простору $E^n_\vee \times E^n_\vee$ в $E^n_\vee$, називається білінійним логічним оператором, якщо він задовольняє таким умовам :

1. Для всіх (X, Y_1), $(X, Y_2) \in E^n_\vee \times E^n_\vee$ має місце рівність

$$B(X, Y_1 \vee Y_2) = B(X, Y_1) \vee B(X, Y_2).$$

2. Для всіх $(X, Y) \in E^n_\vee \times E^n_\vee$ і будь-якого $\lambda \in E$ має місце рівність

$$B(X, \lambda \wedge Y) = \lambda \wedge B(X, Y).$$

3. Для всіх (X_1, Y), $(X_2, Y) \in E^n_\vee \times E^n_\vee$ має місце рівність

$$B(X_1 \vee X_2, Y_2) = B(X_1, Y) \vee B(X_2, Y).$$

4. Для всіх $(X, Y) \in E^n_\vee \times E^n_\vee$ и любого $\lambda \in E$ має місце рівність

$$B(\lambda \wedge X, Y) = \lambda \wedge B(X, Y).$$

У роботі доведено, що якщо B(X, Y) білінійний логічний оператор, то він взаємно однозначно визначається матрицею коефіцієнтів $b_k^{ij} \in E$, (i, j, $k \in 1,\dots,n$) і впливає на пару (X, Y) за формулою:

$$z_k = \bigvee_{i,j=1}^{n} (x_i \wedge y_j \wedge b_k^{ij}).$$

Білінійний логічний оператор B(X, Y) назвемо симетричним, якщо B(X, Y) = B(Y, X). Доведено, що для того, щоб білінійний логічний оператор був симетричним, необхідно і достатньо, щоб кожна матриця розміру n × n, що отримується з матриці оператору при фіксованому $k \in 1,\dots,n$, була симетричною, тобто $b_k^{ij} = b_k^{ji}$ для $k \in 1,\dots,n$.

Розв'язана задача ідентифікації білінійного оператора. Для того, щоб відновити матрицю оператора за векторами, на які оператор впливає, та векторами, що отримуються в результаті впливу оператора, достатньо знати, як він діє на пари базисних векторів. Лінійні оператори $B_A(Y)$ і $B_A(X)$ співпадають, якщо білінійний оператор $B(X, Y)$ симетричний. Дійсно, оператор $B(X, Y)$ симетричний, звідки

$$\bigvee_{i=1}^{n} (a_i \wedge B_k^{ij}) = \bigvee_{j=1}^{n} (a_j \wedge B_k^{ij}).$$

Оскільки $B_k^{ij} = B_k^{ji}$, то матриці лінійних логічних операторів $B_A(X)$ і $B_A(Y)$ співпадають.

Актуальною є зворотна задача: чи можна, знаючи лінійні оператори $B_A(X)$ і $B_A(Y)$, відновити білінійний оператор $B(X, Y)$?. У роботі знайдені окремі рішення поставленої задачі, показано, що у загальному випадку ця задача невирішувана. Доведено, що якщо $P(x)$ $Q(y)$ - лінійні регулярні оператори, то за парою $\{ P(x), Q(y) \}$ можна визначити оператор $B(x, y)$, причому за парами $\{ P(x), Q(y) \}$ і $\{ Q(y), P(x) \}$ відновлюються різні білінійні оператори, якщо оператори $P(x)$ і $Q(y)$ співпадають, то відповідний білінійний оператор є симетричним.

Подання елементів матриці $\{b_{ij}\}_{i,j=1}^{n}$ лінійного логічного оператора у вигляді $b^{ij} = a^i \wedge c^j$ для усіх $i,j \in 1,\dots,n$, де a^i і c^j елементи множин $\{ a^i \}_{i=1}^{n}$ и $\{ c^j \}_{j=1}^{n}$ відповідно, називається кон'юнктивним поданням матриці лінійного оператора.

Для довільного лінійного оператора не існує його кон'юнктивного подання. Дійсно, не для будь-якої множини коефіцієнтів $(b_{ij})_{i,j=1}^{n}$ існують дві множини $\{ a^i \}_{i=1}^{n}$ і $\{ c^j \}_{j=1}^{n}$, такі, що $b^{ij} = a^i \wedge c^j$. У роботі доведено, що можливість кон'юнктивного подання матриці лінійного логічного оператора еквівалентна вирішуємості наступної системи

$$\begin{cases} \bigwedge\limits_{i \in I_1,\ j \in I_2} (a_i \wedge c_j) = 1, \\ \bigvee\limits_{(i,j) \in M_1 \times M_2} (a_i \wedge c_j) = 0. \end{cases}$$

Зазначений критерій легко застосувати для матриць довільної розмірності. Показано, що довільну матрицю разміру $n \times n$ можна подати у вигляді диз'юнкції не більш ніж n матриць, що кон'юнктивно розкладені.

Подання білінійного логічного оператору у вигляді кон'юнкції декількох лінійних операторів називається кон'юнктивним поданням. Доведено твердження, що якщо $B(X, Y)$ білінійний, а $A(X)$ и $C(Y)$ лінійні логічні оператори, то вірно наступне кон'юнктивне подання:

$$B(X, Y) = A(X) \wedge C(Y)$$

в тому і тільки в тому випадку, якщо $b_k^{ij} = a_k^i \wedge c_k^j$.

Встановлено, що довільний білінійний оператор не може бути поданим у вигляді кон'юнкції двох лінійних логічних операторів. Показано, що для довільного білінійного логічного оператора існує таке подання :

$$B(X, Y) = \bigvee_{i=1}^{n} B_i(X, y) = \bigvee_{i=1}^{n} (A_i(X) \wedge C_i(Y)),$$

де $A_i(X)$ і $C_i(Y)$ - лінійні логічні оператори.

У роботі розглянуто основні властивості білінійного логічного оператора. Встановлено, що рівність

$$(B_1 \vee \ldots \vee B_n)(x, y) = B_1(x, y) \vee \ldots \vee B_n(x, y),$$

є тотожністю при будь-яких $(X, Y) \in E_{\vee}^{n} \times E_{\vee}^{n}$.

Доведено, що рівність :

$$(B \wedge C)(X, Y) = B(X, Y) \wedge C(X, Y),$$

виконується в тому випадку, коли коефіцієнти матриць цих операторів задовільняють рівності

$$\bigvee_{\substack{i,l,j,m=1 \\ i \neq l \\ j \neq m}}^{n} (B_k^{ij} \wedge C_k^{lm}) = 0$$

для всіх k.

<u>У п'ятому розділі</u> розглянуто практичні застосування результатів дослідження. На основі теорії лінійних логічних операторів розроблено і програмно реалізовано алгоритм рішення кванторного предикатного рівняння виду:

$$Q(y) = \exists x \, (P(x) \wedge K(y, x)).$$

Розроблений алгоритм дозволяє знаходити невідомий предикат $P(x)$ за бінарним предикатом $K(y, x)$, і унарним предикатом $Q(y)$, що задані, виключаючи частково чи повністю повний перебір.

При розв'язанні багатьох задач в галузі обробки і зберігання інформації виникає необхідність аналізу можливості виводу нової інформації в даних, які є в базі знань інформаційних систем, а також безпосереднього визначення алгоритму виводу.

Довільний елемент X в $E_{\vee\wedge}^{n} \setminus S$ виводиться з множини S, якщо його можна отримати в результаті застосування кінцевого числа операцій диз'юнкції або кон'юнкції до елементів множини S. Розв'язано задачу: для довільних S і X визначити, чи виводиться X з S, і якщо так, то якою конкретно послідовністю операцій. Будемо позначати кількість одиниць в елементі X через $X^{(1)}$, а кількість нулів через $X^{(0)}$. Доведено, що для того, щоб X можна було вивести з S необхідно і достатньо, щоб X можна було подати у вигляді :

$$X = \bigvee_{i=1}^{l} C_i(S),\ l \le X^{(1)} ,$$

де C_i(S) є кон'юнкція елементів, що складають підмножину із S. На основі твердження, що було доведене, побудовано і програмно реалізовано алгоритм виводу. Вказані галузі застосування отриманих методів і алгоритмів.

В додатках наведено копії про впровадження та використання результатів дисертаційної роботи, а також розпечатка програм, які реалізують розроблені методи.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

1. Досліджено метричні властивості логічних просторів, їх повноту та замкненість.

2. Розроблено кванторні алгебри з лінійними предикатними операціями. Доведено ізоморфність лінійних предикатних та логічних просторів..

3. Отримано загальний вигляд лінійного логічного оператора. Розв'язано задачу ідентифікації таких операторів.

4. Вивчено імпликативні властивості лінійних логічних операторів. Виділено і вивчено клас лінійних регулярних операторів.

5. Розроблено алгебру білінійних логічних операторів. Отримано загальний вигляд білінійного оператора.

6. Розроблено метод подання білінійного логічного оператора у вигляді диз'юнкції лінійних логічних операторів. Досліджено диз'юнктивні і кон'юнктивні властивості білінійних логічних операторів.

7. Розроблено і програмно реалізовано алгоритм розв'язання кванторних предикатних рівнянь деяких окремих видів.

8. Побудовано і програмно реалізовано алгоритми розв'язання задачі виводу в алгебрі двоїчних кодів.

<u>Основний зміст дисертації опубліковано у таких роботах:</u>

1. Ротин И.М. Шабанов-Кушнаренко Ю.П. Линейные логические операторы и их применение в информационных системах. - Харьков: Деп. в ГНТБ Украины 17.10.94 N 2020 - Ук 94. 117 с.

2. Ротин И.М. О билинейных логических операторах. - Харьков: Деп. в ГНТБ Украины 17.10.94 N 2019 - Ук 94. 11 с.

3. Ротин И.М., Ситников Д.Э. О дизъюнктивно-конъюнктивных зависимостях. - Харьков: Деп. в ГНТБ Украины 10.04.93. N 1441. - Ук 93. 11 с.

4. Ротин И.М., Ситников Д.Э., Шабанов -Кушнаренко Ю.П. О дизъюнктивно-конъюнктивных зависимостях в алгебре двоичных кодов. Сообщение 1. - Харьков: Деп. в ГНТБ Украины 13.09.93. N 1396 - Ук 93. 18 с.

5. Ротин И.М., Ситников Д.Э. О дизъюнктивно-конъюнктивных зависимостях в алгебре двоичных кодов. Сообщение 2. - Харьков: Деп. в ГНТБ Украины 15.05.93. N 1395 - Ук 93. 14 с.

6. Ротин И.М., Рублинецкий В.И. Задача вывода в алгебре

двоичных кодов. - Харьков: Деп. в ГНТБ Украины 10.05.93. N 1462 - Ук 93, с 7.

Анотації.

Ротин И.М. Линейные и билинейные логические операторы и их применение в автоматизированных информационных системах. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.25.05 - информационные системы и процессы, Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники, Харьков, 1994. Установлено, что предложенная в работе кванторная алгебра предикатных операций является полной. Показано, что кванторную операцию, являющуюся базисной в кванторной алгебре, можно представить в виде линейного и билинейного логического оператора. Разработан метод идентификации таких операторов и решения соответствующих кванторных предикатных уравнений. Осуществлено внедрение предложенных методов формализации и идентификации информации.

Rotin I.M. Linear and bilinear logical operators and their application in automated informational systems. A Thesis for the scientific degree of Candidate of Sciences Technology, speciality code 05.25.05 - informational systems and processes. Kharkov State Technical University of Radioelectronics, Kharkov, 1994. The quantifier algebra of predicate operations suggested in the Thesis is shown to be complete It is proved that the quantifier operation which is a basis one in the quantifier algebra can be represented as a linear or bilenear operator. A method is developed for identifying such operators and solving appropriate quantifier predicate equations. The suggested method of

formalizing and identifying information is applied in practical problems.

Ключові слова.

Логічний оператор, кванторна алгебра, ідентифікація.

ПІдписано до друку 5.І2.94р.
Об'єм І,5 д.а. Ум. -друк.а. І,25
Безплатно Тираж ІОО пр. Формат паперу 60х84 Зам. 2/ІІ29
Друкарня ХВУ, вул. Сумська, 77/79

formalizing and identifying information in solving of practical problems.

Typical tests.

Keywords: computer, ... identification.

Підписано до друку 6.12.94.
Обсяг 1,0 д.а. Уч.-друк.а. 1,25
Безкоштовно. Тираж 100 пр. ... Зам. ...
Друкарня ...