


КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

На правах рукописи



АЛЬ-НСУР АЙМАН  
(ИОРДАНИЯ)

УДК 681.324

**СТРУКТУРНАЯ И АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ  
МУЛЬТИТРАНСПЬЮТЕРНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ**

Специальность 05.13.08 — Вычислительные машины, системы  
и сети, элементы и устройства вычислительной техники  
и систем управления

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

КИЕВ-1994 г.

004



00343952 (Q)

Диссертацией является рукопись  
Работа выполнена в Киевском политехническом институте  
вычислительной техники

- Научный руководитель: — доктор технических наук,  
профессор Луцкий Георгий Михайлович
- Официальные оппоненты: — доктор технических наук,  
профессор Нагорный Леонид Яковлевич  
— кандидат технических наук,  
доцент Лукашевич Михаил Георгиевич
- Ведущая организация — Институт проблем регистрации  
информации НАН Украины

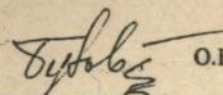
Защита состоится 20.02.1995 г. в 14<sup>00</sup> часов на заседании специализированного Совета Д 01.02.06 в Киевском политехническом институте (г. Киев, пр. По-беды, 37, корп. 18, ауд 306).

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью учреждения, просим направлять по адресу: 252056, г. Киев, пр. Победы, 37, Ученому секретарю КПИ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Киевского политехнического института

Автореферат разослан 19. Января 1995 г.

Ученый секретарь  
специализированного Совета,  
доктор технических наук,  
профессор

 О.В. Бузовский

ЛНБ ім. В. Стефаніка  
АН України

## АННОТАЦИЯ

Целью диссертационной работы является разработка и исследование вопросов организации межэлементных взаимодействий в крупномасштабных мультитранспьютерных системах в условиях существенных ограничений на количество встроенных последовательных каналов связи отдельных элементов системы и способов реализации в них типовых алгоритмов матричной арифметики.

Для достижения указанной цели в диссертации решаются следующие задачи:

1. Анализ тенденций развития параллельных средств вычислительной техники и выделение архитектурных особенностей построения вычислительных систем массового распараллеливания.

2. Исследование особенностей базовых топологических сетей с фиксированной топологией и выделение таких конфигураций, которые допускают практически произвольное расширение систем при заранее заданных ограничениях на количество встроенных каналов связи их элементов.

3. Развитие выделенных конфигураций в плане решения вопросов степени их расширения, минимизация диаметра топологических сетей, увеличения пропускной способности и повышения отказоустойчивости соответствующих систем, а также их реконфигурации.

4. Разработка способов реализации типовых алгоритмов матричной арифметики в вычислительных системах с предложенной топологией.

Автор защищает следующие положения и результаты:

1. Иерархические гиперкубические сетевые конфигурации с фиксированной системой связей, являющиеся развитием топологий вида кубическисвязанных колец.

2. Иерархические сетевые топологии с расширенной системой фиксированных связей.

3. Иерархические сетевые топологии, сочетающие в себе особенности сетевых топологий с фиксированными и реконфигурируемыми связями.

4. Способы реализации в системах с предложенными топологиями операций матричной арифметики.

5. Формульные отношения для вычисления диаметра и среднего диаметра типовых и предложенных топологий.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность темы.

Высокопроизводительные вычислительные системы приобретают все больший спрос в области структурного анализа, предсказания погоды, нефтяных исследований, искусственного интеллекта, экспертных системах, автома-

тизации промышленности, удаленного доступа, военной защиты, генетической инженерии, в экономике и в множестве других научных и технических применений. Без суперкомпьютеров многие из этих задач, связанных с развитием цивилизации, не могут быть решены за разумный период времени.

В настоящее время компьютерные архитектуры сконцентрированы вокруг концепции параллельной обработки. При этом обычно выделяют три вида организации параллельных вычислительных систем: конвейерную, матричную и мультипроцессорную. Однако каждая такая организация в классическом представлении обладает существенными ограничениями в плане наращивания вычислительной мощности. Кроме того супер-ЭВМ, разрабатываемые на основе таких организаций, предполагают большие затраты на конструирование сложного оборудования, ориентированного на относительно небольшую серию выпуска, высокую стоимость аппаратуры, для создания которой требуются новые технологии с целью обеспечения предельно возможных частотных характеристик, дорогостоящее программное обеспечение, разработка которого направлена на реализацию высокого быстродействия систем.

В этой связи в настоящее время большое внимание уделяется однородным вычислительным структурам, в основе которых лежит модель коллектива вычислителей с потенциально неограниченными возможностями с точки зрения наращивания производительности. В таких конструктивно однородных моделях программным способом может быть реализован любой из параллельных видов организации вычислений, причем в различные периоды времени, в зависимости от класса решаемых задач, может выбираться требуемый вид параллелизма или несколько видов одновременно.

Среди многочисленных видов однородных вычислительных структур наибольшее развитие получили универсальные однородные вычислительные структуры, многофункциональные регулярные вычислительные структуры, рекурсивные вычислительные структуры, однородные цифровые моделирующие структуры, однородные перестраиваемые структуры и др.

В середине 80-х годов начало развиваться новое направление однородных вычислительных структур с совершенно новой архитектурой, в основе которого лежит высокопроизводительный микропроцессор фирмы INMOS с четырьмя каналами связи, названный транспьютером.

Транспьютер — это близкий к идеальному компонент для разработки параллельных вычислительных структур применительно к сверх высокопроизводительным системам, системам реального времени, а также встроенных применений специального назначения. Транспьютер особенно хорошо подходит для построения широкомасштабных параллельных вычислительных структур, так как они хорошо сбалансированы по вычислительным и коммуникационным

возможностям, а также по пропускной способности и задержкам памяти. Несмотря на высокую скорость, транспьютеры отличаются низким потреблением мощности и высокими показателями живучести. Таким образом, с появлением транспьютера проблему выбора элемента однородных вычислительных структур можно было считать решенной.

Однако с переходом на широкомасштабные параллельные вычислительные структуры, т. е. при ориентации на массовое распараллеливание вычислительных процессов особое значение приобрели вопросы, связанные со структурой связи между элементами с учетом дисциплины соединений и их топологии. Возникло новое направление исследований в области топологического синтеза структур, под которым понимают определение числа вершин и состава связей между вершинами графа. Именно эти задачи и легли в основу данной диссертационной работы

Методы исследований базируются на использовании основных положений теории множеств, теории графов, теории построения параллельных вычислительных систем, теории параллельного программирования, теории алгоритмов.

Научная новизна проведенных исследований заключается в разработке и обосновании топологий мультитранспьютерных систем с фиксированной и комбинированной системой связей в условиях существенных ограничений на количество встроенных каналов связи их элементов, а также в разработке способов реализации задач матричной арифметики в системах с заданной топологией.

Практическая ценность результатов диссертационной работы определяется тем, что на основе предложенной топологии вычислительных структур, алгоритмов и способов реализации алгоритмов расширяется область применения и эффективность как мультитранспьютерных и мультипроцессорных систем, так и систем параллельной обработки в целом.

Достоверность теоретических результатов подтверждается доказательствами основных положений, выводов и рекомендаций, их экспериментальной проверкой, а также результатами внедрения.

Реализация работы. Основные результаты диссертационной работы использованы при выполнении Государственной научно-технической программы 6.3.1: «Высокопроизводительные профессиональные ЭВМ и проблемно-ориентированные комплексы широкого назначения». Заказчик — Государственный комитет по науке и технике, а также в учебном процессе на кафедре вычислительной техники в дисциплинах «Вычислительные системы, комплексы, системы и сети».

Публикации. По теме диссертации опубликовано 9 печатных работ.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введе-

ния, пяти глав и заключения, изложенных на 147 страницах машинописного текста, содержит 59 рисунков, список литературы из 51 наименований.

Во введении обосновывается актуальность темы диссертационной работы, формулируется цель и задачи исследований, основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе рассмотрены тенденции развития вычислительной техники, определена необходимость разработки вычислительных систем массового распараллеливания задач и показано, что одним из наиболее эффективных средств для реализации такого распараллеливания являются мультитранспьютерные системы, рассмотрены основные вычислительные системы на транспьютерах и на транспьютероподобных элементах.

Во второй главе приведены основные топологические характеристики параллельных вычислительных систем, исследованы вопросы их оптимизации, рассмотрены типовые топологии вычислительных систем с фиксированной структурой связей и определены формулы для вычисления их диаметра и среднего диаметра, показано, что наиболее конструктивным классом сетевых топологий с фиксированной системой связей являются гиперкубические сетевые топологии.

В третьей главе рассмотрены топологии, основанные на кубически связанных кольцах, показаны пути их развития и предложен ряд иерархических гиперкубических сетевых топологий с фиксированной системой связей, допускающих построение крупномасштабных вычислительных систем с заданными ограничениями на количество встроенных каналов связи их элементов

В четвертой главе рассмотрены особенности и показаны способы построения реконфигурируемых сетевых топологий в плане развития параллелизма, определено место мультитранспьютерных систем, предложены и исследованы способы построения сетевых топологий, сочетающих в себе особенности сетевых топологий с фиксированными и реконфигурируемыми связями.

В пятой главе рассмотрены вопросы расширения средств взаимодействия между элементами системы, разработаны способы реализации в системах с расширенной топологией типовых задач матричной арифметики.

В заключении приведены основные результаты работы.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ.

Одной из важнейших особенностей структуры системы является ее топология, которая представляется совокупностью элементов и связей структуры без учета каких-либо свойств структуры, кроме свойств существования и связности.

Топология вычислительных систем обычно изображается неориентированным графом. При этом вершины (узлы) графа соответствуют ЭВМ, процессорам, а в данном случае транспьютерам. Тогда ребра графа соответ-

ствуют межтранспьютерным связям или линиям связи. Учитывая иерархический характер структурной организации вычислительных систем с каждой вершиной графа может отождествляться свой граф, а любой граф может являться компонентом других графов.

При анализе систем используется целый ряд топологических характеристик, которые уже на ранней стадии проектирования позволяют в определенной мере оценить качество структуры системы. К основным из них необходимо отнести следующие: сложность, иерархичность, диаметр структуры, степень вершин (узлов), переменность топологии, адаптируемость, надежность, живучесть, параллельность, наращиваемость, стоимость сети  $[n, m]$ , где  $n$  — число вершин, а  $m$  — число ребер, обычно представляется следующим образом:  $C[n, m] = C_1 n + C_2 m$ , где  $C_1$  — стоимость узла, а  $C_2$  — стоимость ребра. При этом значении  $C_2$  в значительной мере зависит от способов достижения переменности топологии, а в этой связи и от величины  $m$ . В случае использования реконфигурируемых сетей  $C_2$  зависит от сложности коммутирующих сетей, т. е. от возможностей коммутатора в плане различных подстановок, разрешения конфликтных ситуаций, числа входов и выходов. Решение этих задач для реализации крупномасштабных вычислительных структур представляет весьма сложную задачу, при которой может оказаться, что  $C_2 \gg C_1$ . Поэтому в данной работе основное внимание будет уделено сетям с фиксированной структурой, где вопросы переменности топологии будут решаться на уровне вершины. И поскольку для транспьютерных структур функции обработки и функции связи заключены в собственно транспьютер, то для сетей с фиксированной топологией стоимость сети может быть представлена следующим образом:  $C[n, m] = C_1 n$ . При этом стоимость вершин в значительной мере зависит от ее степени, поскольку стоимость СБИС определяется не столько количеством вентилях в ней, сколько количеством выводов. Поэтому можно записать, что  $C[n, m] = kSn$ , где  $k$  — некоторый коэффициент пропорциональности. Отсюда следует одно из важнейших требований к топологии сетей, которое заключается в минимизации степени ее вершин. И этот момент является основным предметом исследования данной работы.

Однако, уменьшение степени вершин предполагает увеличение диаметра сети, а следовательно к уменьшению общей пропускной способности сети, т. е. к уменьшению максимального потока информации в сети, который может быть организован между ее узлами. При одинаковой пропускной способности узлов и ребер пропускная способность сети обратнопропорциональна среднему диаметру между ее узлами, где среднее расстояние для рассматриваемых унимодальных сетей равно  $\bar{D} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i = \bar{D}_i$ , а среднее расстояние  $D_i$  в узле  $i$  сети

равно  $\bar{D}_l = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{D_l} j \mu_j^l$ , где  $\mu_j^l$  — мода узлов. Следовательно, пропускная способность  $E$  сети  $E \approx k_1 / \bar{D}_l$ .

Таким образом, при выборе топологии сети необходимо решать задачу построения такой топологии, которая при заданных значениях степени вершин допускает минимальные значения диаметра.

В рассматриваемом случае речь идет о массовом распараллеливании вычислительных процессов, т. е. о крупномасштабных системах с большим количеством вершин. Именно эта массовость и вносит ряд существенных особенностей в топологию соответствующих систем. К ним в первую очередь следует отнести возрастающую с расширением системы роль диаметра топологии и степень ее вершин. Обычно сетевые топологии классифицируют по числу измерений в пространстве. При этом различают одномерные, двумерные, трехмерные и гиперкубические топологии.

Типовым вариантом одномерной топологии является линейная цепь, которая часто связывается с конвейерной организацией. Диаметр таких цепей

$$D_n = n-1, \text{ степень } S_n = 2, \bar{D}_n = \frac{n+1}{3}.$$

В существующих параллельных организациях наибольшее распространение получили двумерные сетевые топологии, к которым следует отнести кольцевые, звездообразные, матричные, систолические и древовидные сети. При этом сразу же следует исключить из рассмотрения звездообразные топологии в чистом виде, поскольку они предполагают большую степень узлов и отличаются весьма низкими показателями в плане отказоустойчивости.

Кольцевые сети следует рассматривать как развитие линейных цепей, в которых последний элемент цепи замыкается с ее первым элементом. При этом диаметр таких сетей  $D_k = \left[ \frac{n}{2} \right]$ ,  $\bar{D}_k = \frac{n+1}{4}$ ,  $S_k = 2$ , а следовательно

$$\bar{D}_k / D_k \approx 1/2; \quad \bar{D}_k / \bar{D}_n \approx 3/4.$$

Наибольшее распространение в существующих системах параллельной обработки нашли решетчатые структуры. Диаметр таких топологий равен  $D_p = 2(\sqrt{n} - 1)$ ,  $\bar{D}_p = \frac{2\sqrt{n}}{3}$ ,  $\frac{\bar{D}_p}{D_p} \approx \frac{1}{3}$ , а  $\frac{\bar{D}_p}{D_n} \approx \frac{2}{\sqrt{n}}$ ;  $\frac{D_p}{D_n} \approx \frac{\bar{D}_p}{D_n}$ .

Следовательно, пропускная способность решетчатых топологий в  $\sqrt{n}/2$  выше, чем пропускная способность линейных топологий. Однако данный коэффициент повышения пропускной способности недостаточен для решения задач массового распараллеливания и поэтому использование решетчатых структур для этих целей не может найти широкого применения.

При расширении решетчатых структур дополнительными связями с целью уменьшения величины диаметра соответственно будет расти степень узлов и стоимость сети в целом. Примером такого расширения являются топологии систолического характера. Систолические топологии становятся эффективными в том случае, когда распространение информации осуществляется в одном направлении, т. е. когда речь идет о конвейерной организации вычислений или точнее о ее развитой форме систолической организации вычислений. Однако однонаправленный характер передачи информации приводит к специализации топологических структур, что опять таки ограничивает возможности таких структур для расширения поставленных задач. Тем не менее выделение систолических организационных структур в качестве частных вариантов более общих организаций может привести к существенному повышению эффективности вычислений.

Весьма важным видом топологических структур является древовидные топологические структуры. однако для них  $D_g = 2(\log_2 n - 1)$ .

Это обстоятельство существенно ограничивает возможности применения древовидных структур вообще и, особенно, для решения задач массового распараллеливания. Однако структуры, ориентированные на решение поставленных задач, должны допускать широкую возможность выделения в них древовидных подструктур.

Одним из простейших случаев трехмерной топологии является расширение решетчатых структур путем приведения их торообразному виду. Это та же операция замыкания линейной цепи с тем лишь отличием, что здесь замыкание осуществляется для многих линейных цепей, выделяемых по горизонтали и вертикали. Они характеризуются одинаковыми модами в узлах и имеют следующие ха-

рактеристики:  $D_T = \sqrt{n} - 1$ ,  $\bar{D}_T = \frac{\sqrt{n}}{2}$ ,  $\bar{D}_T = \frac{\sqrt{n}}{2(\sqrt{n}-1)} \approx \frac{1}{2}$ ,  $\frac{D_T}{D_K} = \frac{2(\sqrt{n}-1)}{n} \approx \frac{2}{\sqrt{n}}$ ,  
 $\frac{\bar{D}_T}{D_K} = \frac{2\sqrt{n}}{n+1} \approx \frac{2}{\sqrt{n}}$ ,  $\bar{D}_T = \frac{3}{4} \bar{D}_P$ .

Тем не менее диаметр таких сетей довольно быстро возрастает с ростом числа элементов. Так, например, для  $n = 1024$   $D = 31$ , для  $n = 2^{14}$   $D = 127$ . Все это приводит к значительным задержкам, связанных с обменом данными. В этой связи необходим поиск иных решений в плане выбора требуемой сетевой топологии. Один из наиболее конструктивных вариантов топологий связывается с гиперкубическими организациями сетей связи. В основе таких сетей лежит трехмерный куб. Вершины куба связываются с процессорными элементами, а ребра играют роль локальных связей между процессорами. Таким образом, каждый процессор соединен с тремя ближайшими соседями, т. е. с ближайшими вершинами куба.

Если далее представить себе аналогичную организацию соединений, но в пространстве  $k$  измерений с  $2^k$  вершинами, где каждый процессор соединяется вдоль ребер куба с  $k$  смежными вершинами, то получим гиперкуб или двоичный  $k$ -куб. При этом в дальнейшем будем полагать, что  $k \geq 1$ . Тогда точка представляет собой гиперкуб порядка 0, отрезок — гиперкуб порядка 1, квадрат — гиперкуб порядка 2, куб — гиперкуб порядка 3 и т. д.

Номер (адрес) каждой вершины  $k$ -куба представляется  $k$ -разрядным двоичным кодом и две смежные вершины отличаются значением одного бита. При этом в горизонтальном направлении номера вершин отличаются значениями битов с минимальными весами, в вертикальном направлении — значениями битов с максимальными весами, а с обоих концов по диагоналям кубов — коды имеют инверсные значения. Таким образом  $k$ -куб характеризуется следующими параметрами: диаметр  $D_c = k$ , степень вершин  $S = k$ , количество вершин  $n = 2^k$ , средний диаметр  $\bar{D}_c = \frac{k \cdot 2^{k-1}}{2^k - 1}$ ,  $\frac{k}{2} = \frac{\log_2 n}{2}$ ;  $\frac{D_c^k}{D_p} = \frac{\log_2 n}{2(\sqrt{n} - 1)}$ ,  $\frac{\bar{D}_c^k}{D_p} = \frac{3 \log_2 n}{4\sqrt{n}}$ .

Из данных соотношений легко видеть преимущества  $k$ -кубов, причем с ростом  $n$  эти преимущества быстро возрастают.

Таким образом  $k$ -кубы выгодно отличаются от ранее рассмотренных топологических структур, поскольку обладают относительно небольшим диаметром и степенью вершин. Кроме того в  $k$ -кубах наиболее просто решаются вопросы маршрутизации, которые сводятся на каждом шаге к изменению одного бита информации таким образом, чтобы приблизить текущий код к коду приемника сообщений. Простота маршрутизации и значительное число избыточных путей позволяет сделать вывод о высокой отказоустойчивости  $k$ -кубов. Все это выводит  $k$ -кубы на ведущие позиции в плане построения эффективных топологий.

Тем не менее диаметр и степень в таких топологиях с ростом  $n$  возрастают в логарифмической зависимости, что при больших значениях  $n$  может оказаться неприемлемым для реализации. Особенно это касается степени вершин, поскольку именно количество выводов в СБИС определяет его стоимость и технологичность.

В этом плане особого внимания заслуживают топологии, основанные на кубически связанных кольцах (cube connected cycle (CCC)). Примером такой топологии является 3-кубически-связанные кольца. По сравнению с 3-кубом количество вершин здесь увеличено в 3 раза, а степень вершин осталось равно трем. При этом, однако, диаметр возрос в 2 раза и стал равен 6.

Любой иерархический гиперкуб будем представлять с помощью пары  $(u, v)$ , где  $u$  — размерность  $u$ -куба, а  $v$  — степень иерархии иерархического гиперкуба, т. е. размерность встраиваемой вместо вершины топологической сети. Тогда все

топологии вида  $\langle u, 0 \rangle$ , где  $u \in \{2, 3, \dots, u, \dots, w\}$  — это обычные гиперкубы или  $u$ -кубы, а топологии вида  $(u, v)$ , где  $v \in \{1, 2, 3, \dots, v, \dots, y\}$  — это иерархические топологии.

Принцип построения  $(u, v)$ -топологий можно рассмотреть на основе построения ССС-куба. На первом этапе формируется грань ССС-куба. Исходной топологической сетью для этого является  $(2, 0)$ -топология, т. е. квадрат. Путем отождествления с вершинами квадрата отрезков формируется  $(2, 1)$ -топология с  $n = 8$ ,  $D_k = 4$ ,  $S = 2$ . При отождествлении с вершиной треугольника формируется  $(2, 2)$ -топология с  $n = 12$ ,  $D_k = 5$ ,  $S \leq 3$ . Иными словами, в такой сети есть 4 вершины, для которых  $S < 3$  и именно они могут служить в качестве элементов расширения этой сети до топологии вида  $(3, 2)$ . Таким образом, получаем топологию с  $n = 24$ ,  $D_k = 6$  и  $S = 3$ . Дальнейшее расширение такой топологии предполагает увеличение значения  $S$ . Однако если вместо треугольника встроить четырехугольник, то получим новые степени свободы для расширения топологической сети.

Пусть  $n = 2^k$ . Тогда можно записать, что  $n \leq 2^{2^p+p}$ . Для рассматриваемого случая  $p = 2$ , а это означает, что при  $S = 3$  максимальное количество вершин равно  $n = 64$ ,  $D_n^2 = 8$ .

Следующий этап расширения данных топологических сетей связан с использованием в вершинах исходного куба не квадратов, а кубов. Тогда при  $p = 3$ ,  $n = 2^{2^3+3} = 2^{11}$ ,  $D_n^2 = k + 4$ . Очередной этап расширения таких топологий связан с отождествлением с вершиной куба 4-куба. Тем самым сеть расширяется до  $n = 2^{12}$  с  $S \leq 5$  и  $p = 4$ . При данном значении  $S$  сеть может быть расширена до значения  $n = 2^{2^4+4} = 2^{20}$ , что достаточно для различных приложений.

Поскольку, в случае использования в одной вершине 2-х транспьютеров, для мультитранспьютерных систем допустимо значение  $S = 6$ . Следовательно при данном подходе при  $S = 6$  можно строить сети, для которых  $n$  может достигать значений  $n = 2^{37}$ .

В общем случае:  $D_n^2 = k + 2^{p-1}$ ,  $\frac{D_n^2}{D_k} = 1 + \frac{2^{p-1}}{k}$ ,  $\frac{D_n^2}{D_k} = 1,5 - \frac{p}{2k} \approx 1,5$ .

Таким образом, эффективность таких топологий является достаточно высокой. Однако, при крупномасштабном распараллеливании использование двух транспьютеров в одной вершине связано со значительным повышением стоимости таких систем. Поэтому возможен вариант использования в вершинах исходного куба не четырехугольных колец, а восьмиугольных. В этом случае при  $S = 3$  и  $p = 3$  получаем, что  $n^3 = 2^{2^3+3} = 2^{11}$ , а при  $S = 4$  и  $p = 4$  получаем, что  $n^4 = 2^{2^4+4} = 2^{20}$ .

Тем самым такая топология полностью подходит для мультитранс-

пьютерных систем с точки зрения степени вершин и не требует дублирования транспьютеров в одной вершине, поскольку величина  $n = 2^{2p}$  приемлема для любых проектов. Диаметр  $D^3$  таких топологических сетей равен  $D_n^3 = k + 2^p + 1$ .

Поскольку  $2^p = k - p$ , то отношение  $\frac{D_n^3}{D_k} = 2 - \frac{p-1}{k} \approx 2$ .

В рассмотренных топологиях каждые два кольца непосредственно связываются между собой только с помощью одного ребра. Все остальные взаимодействия вершин колец предполагают использование некоторого множества промежуточных колец, как правило не менее двух. Тем самым выход из строя одного из элементов системы приводит к существенному понижению ее суммарной производительности. В этой связи необходимо исследовать возможность расширения системы связей между кольцами ССС-топологий, т. е. предусмотреть как минимум два ребра между взаимодействующими кольцами. При этом очевидно полученные результаты как минимум не должны быть ухудшены.

Рассматривая под таким углом ранее приведенные конфигурации, прежде всего, необходимо модифицировать ССС-топологии с четырехугольными кольцами. Вопросы определения максимального количества вершин в такой топологической сети при заданном значении  $S$  могут решаться на основе формулы  $n = 2^{2^{p-1}+p}$ .

Таким образом, для ССС-структур с четырехугольными кольцами при  $S = 3$   $n = 2^{2^2+3} = 128$ ,  $D_n^2 = k + 2^{p-1} - 1$ .

Дальнейшее расширение данной топологии связано с использованием в качестве элементов, отождествляемых с вершинами исходного куба, 4-кубов и 5-кубов. В первом случае максимальное число вершин будет равно  $2^{12}$ , а во втором  $2^{21}$ .

Таким образом, данный вариант отличается от аналогичного предыдущего варианта предыдущего параграфа тем, что степень его вершин для достижения требуемых значений количества вершин больше на единицу. Что касается остальных параметров топологических сетей, то они практически одинаковы, за исключением вопросов отказоустойчивости системы, которая здесь существенно выше, чем в предыдущем варианте топологии.

Таким образом, увеличение размерности на единицу в таких топологиях предполагает использование двух вершин каждого кольца. Если размерность кольца  $p$ , то каждое кольцо будет определять  $2^{p-1}$  измерений, где с каждой подсистемой будет связываться  $2^p$  вершин.

Поскольку в рассмотренном случае при  $S = 4$   $p = 3$ , то максимальное количество вершин не может превысить величину  $2^7$ . Если же использовать кольцо с  $n = 8$ , то  $p$  будет равно 3 для  $S = 3$ , а максимальное количество вершин при всех прочих равных условиях может достигать той же величины  $2^7$ , что

и в предыдущем случае. При  $S = 4$  в данном случае  $n = 16$ , т. е.  $p = 4$ , а следовательно  $n = 2^{12}$ . Таким образом, в рамках требований мультитранспьютерных систем количество вершин в данном случае не должно превышать число 2048.

При этом средний диаметр для завершенных конфигураций  $\bar{D}_n < \frac{D}{2}$ , а

$$\frac{D_H}{D_k} = 2 - \frac{p+1}{k}.$$

Таким образом, рассмотренные конфигурации по своим параметрам при приблизительно равных  $n$  аналогичны тем, которые исследованы в предыдущем варианте. Однако, размерность вершин для получения требуемых значений  $n$  здесь должна быть на единицу выше. Тем не менее  $n = 2^{12}$  достаточно высокая цифра и поэтому данные конфигурации могут найти широкое применение, поскольку их отказоустойчивость существенно выше по сравнению с ранее рассмотренными вариантами.

Существенным недостатком отождествления с вершинами исходного куба колец является то, что каждая вершина кольца уже имеет степень  $S = 2$ . Поэтому для рассматриваемого случая с точки зрения вопросов иерархического расширения сети остается только две степени, что существенно ограничивает возможности такого расширения. В этом плане привлекательным вариантом являются звездообразные конфигурации, концевые вершины которых обладают  $S = 1$ . Однако, исследование звездообразных конфигураций в чистом виде не представляется возможным для гиперкубических сетей, так как с каждой вершиной исходного куба может быть связано не более четырех лучей, два или более из которых используются для формирования 2-куба или  $k$ -куба. Однако, сочетание кольцевых конфигураций со звездообразными может привести к требуемому эффекту.

При этом, прежде всего, рассмотрим звездообразную конфигурацию, в основе которой лежит четырехугольник (рис. 1). На основе такой базовой организации построим иерархическую организацию рассмотренным выше способом. На рис. 3 показан незавершенный вариант такой конфигурации с  $n = 64$ . При этом для  $n = 8$   $D = 3$ , для  $n = 16$   $D = 6$ , для  $n = 32$   $D = 8$ , для  $n = 64$   $D = 9$ . Таким образом, по мере увеличения  $n$  скорость повышения диаметра уменьшается. В общем случае значение диаметра  $D \leq n + 2^{p-1} - 1$ , т. е. значение диаметра по сравнению с предыдущими вариантами практически не меняется. Кроме того, как для аналогичного восьмиугольного варианта в предыдущем случае при  $S = 3$  максимальное число вершин равно  $2^7$ . При  $S = 4$  количество вершин может достигать величины  $2^{10}$ .

Если же звездообразная конфигурация формируется на основе восьмиугольного кольца, то при  $S = 3$  количество вершин в сети может достигать величины  $2^{12}$ , а при  $S = 4$  —  $2^{21}$ . При этом диаметр таких конфигураций, по

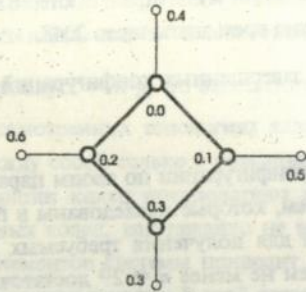


Рис. 1

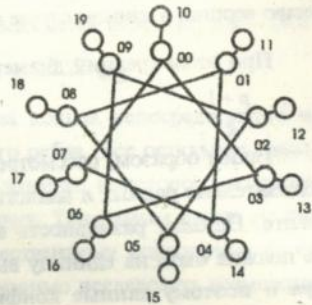


Рис. 2

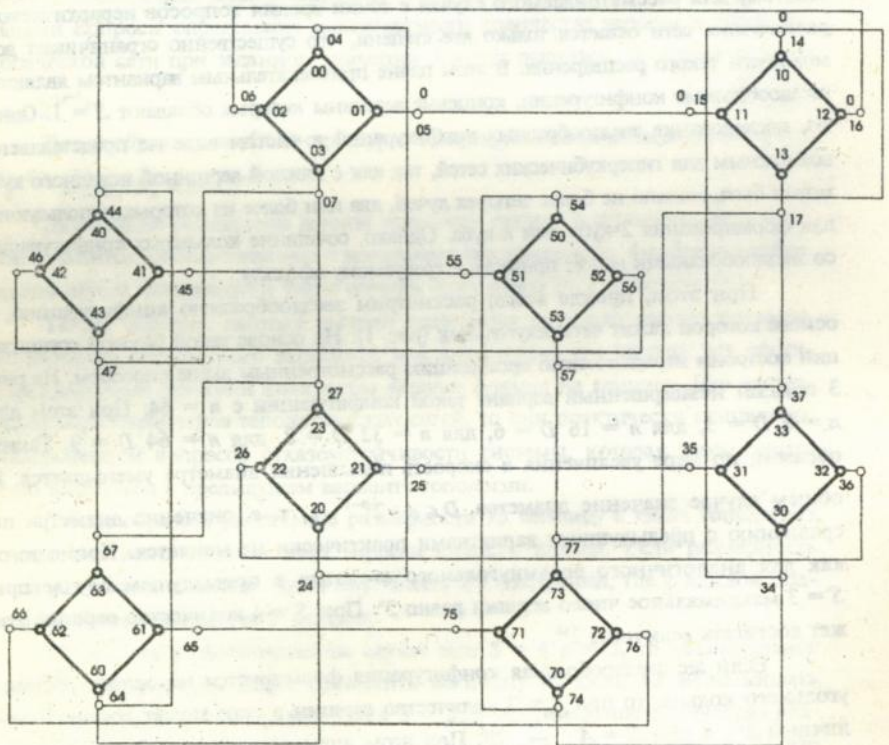


Рис. 3

сравнению с ранее рассмотренными конфигурациями, увеличивается незначительно. Таким образом такая базовая конфигурация может найти широкое применение для построения крупномасштабных мультитранспьютерных систем.

При построении иерархических гиперкубических топологий могут достаточно эффективно использоваться конфигурации, использующие системы счисления со смешанным основанием.

Наибольший интерес в этом плане представляют такие исходные графы, которые допускают формирование симметрических сетевых топологий. При этом исходный граф сам по себе должен обладать соответствующими свойствами и, прежде всего, сильной симметрией. К такого рода графам относятся  $n$ -транзитивная или  $n$ -регулярные графы. Среди них особое место занимают графы, называемые клетками. Кубический граф с обхватом  $l$  и наименее возможным числом вершин, называется клеткой. К наиболее известным клеткам относятся граф Петерсона, граф Хивуда, граф Мак-Джи и граф Леви. Применительно к рассматриваемым вопросам рассмотрим последний из упомянутых графов — граф Леви, который представляет собой 8-клетку (рис. 2). Несмотря на это, возможности данной клетки позволяют строить эффективные топологические сети с диаметром, который сравним с диаметрами ранее рассмотренных вариантов.

Особого внимания заслуживает этот граф с точки зрения возможности наращивания значения  $n$  при весьма ограниченных значениях  $S$ . Так при  $S = 2$  для концевых вершин клетки значение  $n$  может достигать значения 640, а при  $S = 3$  — значения 20480, что, вообще говоря, достаточно для большинства крупномасштабных задач, а при  $S = 4$   $n$  может достигать значения 1310720.

К основным средствам расширения возможностей взаимодействия элементов системы следует отнести коммутаторы C004, которые могут решать задачи коммутации начиная с элементов отдельных колец и кончая многовершинными кластерами. Использование коммутаторов для объединения вершин отдельных колец приобретает смысл тогда, когда количество этих вершин больше или равно 16. В этом случае диаметр самих колец  $D \geq 8$  и введение коммутатора может существенно уменьшить общий диаметр системы. Кроме того, такого рода коммутация позволяет формировать любые конфигурации внутри кольца, которые наилучшим образом учитывают структуру решаемой задачи. Межкольцевая коммутация создает возможности для параллельного обмена информации между кольцами, что часто оказывается более важным, чем внутренняя коммутация колец. Наибольший эффект могла бы принести динамическая реконфигурация, однако вопросы динамики в данном случае решаются с большими временными задержками. Причем с увеличением размеров систем временные издержки возрастают. В этой связи динамически рекон-

фигурируемые системы используются весьма редко. Следует также сказать, что полностью реконфигурируемые крупномасштабные системы реализовать технически весьма сложно. Поэтому наиболее целесообразно сочетать особенности фиксированных структур с реконфигурируемыми.

Так, если к коммутатору подключается по одному каналу каждого транспьютера, то два канала из оставшихся трех соединяют транспьютер с соседними слева и справа транспьютерами, образуя при этом цепочку или кольцо. Оставшийся не задействованным четвертый канал при этом может использоваться для расширения числа транспьютеров в системе до необходимой величины. Так, для системы, состоящий из 64 транспьютеров, где с каждым коммутатором С004 связано по 32 транспьютера, которые объединены в кольцевую схему, то максимальное количество вершин будет равно  $n = 2^5 \cdot 2^{16} = 2^{21}$ . Если же требуемое значение  $n \leq 2^{13}$ , то кольца могут объединяться с помощью четырех линков, что очевидно уменьшит диаметр и средний диаметр системы, а соответственно и увеличит ее общую пропускную способность.

Такая система отличается от систем с фиксированной структурой тем, что взаимодействие элементов каждого кольца может осуществляться на основе различных конфигураций. Тем самым передача данных через кольца может осуществляться с минимальными задержками, что позволяет получать значения диаметра в рассмотренных системах меньше, чем в соответствующих гиперкубических структурах. Это обстоятельство определяет целесообразность перехода от восьми- и шестнадцати- точечных кольцевых конфигураций к 32- точечным.

Таким образом, в рассмотренной конфигурации системы при минимальных значениях  $S = 4$  можно достигать таких результатов в плане величины их диаметра, которые не уступают соответствующим показателям гиперкубических структур. При меньших диаметрах кольцевых конфигураций с каждым коммутатором С004 могут быть связаны несколько фрагментов. В этом случае через коммутатор могут решаться как внутренние, так и внешние взаимодействия между элементами системы.

Работа завершается разработкой способов реализации в вычислительных системах с иерархической гиперкубической структурой типовых операций матричной арифметики, а именно, операции умножения матриц; умножения полиномов, вычисления дискретного и быстрого преобразований Фурье.

Основные результаты работы формулируются следующим образом:

1. Исследованы типовые формы топологии вычислительных систем с фиксированной системой связей, выведены формулы для вычисления их диаметра и среднего диаметра, позволяющие определять их возможности с точки зрения качества функционирования и пропускной способности вычислительных систем показано, что наиболее конструктивным классом сетевых

топологий с фиксированной системой связей для построения крупномасштабных вычислительных средств являются гиперкубические сетевые топологии.

2. Рассмотрены топологии с фиксированной системой связей, основанные на кубически связанных кольцах, показаны пути их развития, предложены и исследованы различные виды иерархических гиперкубических сетевых топологий, ориентированных на широкомасштабное распараллеливание.

3. Исследованы способы построения реконфигурируемых сетевых топологий, предложены способы построения сетевых топологий, сочетающих в себе особенности сетевых топологий с фиксированной и реконфигурируемой системой связей.

4. Рассмотрены вопросы расширения средств взаимодействия элементов систем и разработаны способы реализации в предложенных топологиях типовых задач матричной арифметики.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Луцкий Г. М., Аль-Нсур Айман, Аль-Шалаби Хасан, Ордынский В. В. Структурные и алгоритмические особенности организации умножения матриц в транспьютерной системе с иерархической гиперкубической топологией: Киев, 1994. — 13 с. Деп. в ГНТБ Украины. № 2465 — Ук. 94.

2. Луцкий Г. М., Аль-Нсур Айман, Аль-Шалаби Хасан, Ордынский В. В. Структурные и алгоритмические особенности организации преобразований Фурье в транспьютерной системе с иерархической гиперкубической топологией. Киев, 1994. — 8 с. — Деп. в ГНТБ Украины. № 2465 — Ук. 94.

3. Луцкий Г. М., Аль-Нсур Айман, Аль-Шалаби Хасан, Ордынский В. В. Особенности структурной организации крупномасштабных мультитранспьютерных топологий: Киев, 1994. — 14 с. Деп. в ГНТБ Украины. № 2465 — Ук. 94.

4. Луцкий Г. М., Аль-Нсур Айман, Аль-Шалаби Хасан, Ордынский В. В. Особенности топологической и структурной организации реконфигурируемых мультитранспьютерных систем: Киев, 1994. — 13 с. Деп. в ГНТБ Украины. № 2465 — Ук. 94

5. Луцкий Г. М., Аль-Нсур Айман, Аль-Шалаби Хасан, Ордынский В. В. Организация систолических вычислений в мультитранспьютерных системах. Киев, 1994. — 16 с. — Деп. в ГНТБ Украины, № 2118-Ук. 94.

6. Луцкий Г. М., Аль-Нсур Айман, Аль-Шалаби Хасан, Ордынский В. В. Структурные особенности крупномасштабных транспьютерных сетей на основе симметрических графов. Киев, 1994. — 6 с. — Деп. в ГНТБ Украины, № 2117-Ук. 94.

7. Луцкий Г. М., Аль-Нсур Айман, Аль-Шалаби Хасан, Ордынский В. В. Организация полиномиальных и матричных вычислений в транспьютерных системах. Киев, 1994. — 13 с. — Деп. в ГНТБ Украины, № 2116-Ук. 94.

8. Lutsky G.M., Al-Shalabi H., Al-Nsour A. Prallel continuous system simulation using the Transputer. Jordan, Mu'tah 1:1-Buhooth Wa Al-Dirasat, № 3 [2]-1993 p. 73-81.

9. Lutsky G.M., Al-Nsour A., Al-Shalabi H. Transputer arrays for solving partitioned systems of linear equations. Jordan, Natural and Applied Sciences Series published by University № 20 [5]-1993 p.35-46.

Аль-Нсур Айман

Структурная и алгоритмическая организация мультитранспьютерных вычислительных систем.

Работой является рукопись на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.08 — Вычислительные машины, системы и сети, элементы и устройства вычислительной техники и систем управления.

г. Киев, 1994 г.

Целью диссертации является разработка и исследование вопросов организации межэлементных взаимодействий в крупномасштабных мультитранспьютерных системах в условиях существенных ограничений на количество встроенных последовательных каналов связи отдельных элементов системы и способов реализации в них типовых алгоритмов матричной арифметики.

Al-Nsour Ayman

Structural and algorithmic organization of multitransputer computing systems.

This scientific work is a manuscript to submit one's thesis for candidate's sciences in speciality 05.13.08 — Computers, systems and networks, elements and unites of computer technique and control systems.

The aim of the thesis is to working up and research the organization of corporated elements in larg scal multitransputer systems under condition the essential limit in fitted serial communication chanals for separated systems elements and there organization manners for agreement arithmetic matrix algorithms.

Ключові слова: мультитранспьютерні системи, паралельні обчислювання, топологія, гіперкуб, великомасштабні задачі, ієрархія, реконфігурація, граф, вершина, діаметр, ступінь.

ЛНБ ім. В. Стефаника  
АН України

АЛЬ-НСУР АЙМАН  
/ИОРДАНИЯ/

СТРУКТУРНАЯ И АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ  
МУЛЬТИТРАНСПЬОТЕРНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Подп. в печать 18.01.95. Формат 60 x84/16. Бум. типогр.  
Офс. печ. Усл.печ. л. 1,05. Усл.кр.-оттиск.1,10.  
Уч.-изд.л. 1,00. Тираж 100экз. Зак.12.

---

РИО КТЭУ Участок оперативной печати  
253156, Киев-156, ул. Киото, 19

AB 31.753