

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

На правах рукописи

ВОНДАРЕНКО Николай Петрович

**СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ
САМОСOPЯЖЕННЫХ
ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ
ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-
ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ
ТИПА ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ
С ВЫРОЖДЕНИЕМ**

01.01.01 — математический анализ

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Киев • 1994



00778489 (0)

Робота виконана на кафедрі
ського державного університету

Научний керівник : доктор фізико-математических наук
професор ГОРБАЧУК М.Л.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математических наук
ВАЙНЕРМАН Л.И.

кандидат фізико-математических наук
ЛЕВЧУК В.В.

Ведущая організація : Львівський державний університет

Захиста состоится " 28 " феврала 1995 г. в 15⁰⁰ час
на засіданні спеціалізованого совета Д. 016.50.01 при
Інституті математики НАН України по адресу: 252601, Київ-4,
ІСП, ул. Терешенківська, 3.

С дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці інститута.

Автореферат розослан " 17 " Января 1995 г.

Учений секретарь
спеціалізованого совета

Гусак

ГУСАК В.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Настоящая работа посвящена спектральной теории граничных задач для дифференциально-операторного уравнения вида

$$-y''(t) + A^2 y(t) = \lambda \varphi(t) y(t), \quad t \in [0, \delta], \quad \delta < \infty, \quad /I/$$

где A — самосопряженный полуограниченный снизу оператор в сепарабельном гильбертовом пространстве H , $\varphi(t)$ — непрерывная положительная на $(0, \delta)$ функция. К уравнениям такого сорта приводят многие задачи спектральной теории обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений с частными производными, интегро-дифференциальных и других уравнений.

В случае, когда $\varphi(t) \equiv 1$ на $[0, \delta]$, спектральная теория граничных задач для уравнения /I/ была развита в работах многих математиков: А.Г.Костюченко и Б.М.Левитана, Ф.С.Рофе-Бекетова, В.Э.Лянце и О.Г.Сторожа, В.И.Горбачук и М.И.Горбачука, М.И.Горбачука, А.Н.Кочубея, Л.И.Вайнермана, В.М.Брука, В.А.Михайлеца, В.В.Левчука, Е.И.Кнюха, Г.Д.Оруджева, M. Sova и др.

В случае, когда $\varphi(t)$ на концах интервала вырождается или обращается в бесконечность, исследования до сих пор проводились главным образом в конечномерном H /см. И.Ц.Гохберг, М.Г.Крейн. "Теория вольтерровых операторов в гильбертовом пространстве и ее приложения". — М.: Наука, 1967 /. В случае бесконечномерного H исследований, вообще говоря, не было, хотя они представляют значительный интерес для уравнений математической физики, так как в силу неограниченности оператора A уравнение /I/ содержит в себе многие уравнения в частных производных.

Заметим, что вырождение $\varphi(t)$ на концах интервала, а также неограниченность оператора A приводят к появлению новых эффектов по сравнению с конечномерной ситуацией в случае вырождения $\varphi(t)$ и бесконечномерной ситуацией при отсутствии вырождения.

Цель данной работы — построение спектральной теории общих граничных задач для уравнения /I/, описание максимальных диссипативных /в том числе самосопряженных/ задач, исследование структу-

ры их спектра.

Методы исследования. В работе используются методы спектральной теории операторов, теории бинарных отношений в гильбертовом пространстве.

Научная новизна. В диссертационной работе получены следующие результаты:

1/ исследована структура областей определения минимального и максимального операторов, связанных с уравнением /1/;

2/ дано описание всех максимальных диссипативных, в частности, самосопряженных граничных задач для уравнения /1/;

3/ в случае, когда спектр оператора A , фигурирующего в уравнении /1/, является дискретным, описан класс максимальных диссипативных граничных задач, спектр которых дискретен.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на семинаре по дифференциальным уравнениям в частных производных Института математики НАН Украины, на международной математической конференции, посвященной памяти академика М.Ф.Кравчука /1992 г./.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах, список которых приведен в конце автореферата.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, двух глав, списка цитируемой литературы из 37 наименований и занимает 78 страниц машинописного текста.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В главе I описана структура областей определения максимального и минимального операторов, связанных с уравнением /1/, и дан общий вид граничных условий, порождающих максимальные диссипативные и аккумулятивные, в частности, самосопряженные расширения минимального оператора при условии, что $\int_0^b \rho(t) dt < \infty$.

На множестве \mathcal{D}_0 элементов вида $y(t) = \sum_{k=1}^m y_k(t) f_k$, где m - любое натуральное число, $f_k \in \mathcal{D}(A^2) / \mathcal{D}(\cdot)$ - область определения оператора A , $y_k(t) \in C_0^\infty(0, b) / C_0^\infty(0, b)$ - множество функций бесконечно дифференцируемых на $(0, b)$ функций, определяющих оператор $L_0 : L_0 y = \ell[y]$, где

$$\ell[y](t) = \bar{g}'(t) [-y''(t) + A^2 y(t)]. \quad /2/$$

Как это следует из формулы интегрирования по частям, оператор L_0 эрмитов. Замыкание L_0 оператора L_0 в пространстве $L_2(H, (0, \delta), \varrho(t))$ называется минимальным оператором, порожденным выражением /2/. Сопряженный к L_0 в $L_2(H, (0, \delta), \varrho(t))$ оператор L_0^* называется максимальным.

Пусть $G(\lambda)$ — скалярная непрерывная на $[0, \infty)$ функция такая, что $0 < c < G(\lambda)$, где $c = \text{const}$ и $\lim_{\lambda \rightarrow \infty} G(\lambda) = \infty$. Область определения $\mathcal{D}(G(A))$ самосопряженного оператора $G(A) = \int_0^\infty G(\lambda) dE_\lambda$, где E_λ — разложение единицы оператора A , образует гильбертово пространство H_G относительно скалярного произведения

$$(\ell, g)_{H_G} = (G(A)\ell, G(A)g), \quad \ell, g \in \mathcal{D}(G(A))$$

(\cdot, \cdot) — скалярное произведение в H , являющееся пространством с положительной нормой в смысле Ю.М. Барезанского. Пространство с отрицательной нормой, сопряженное к H_G относительно (\cdot, \cdot) , обозначим H'_G . Таким образом, имеем цепочку плотно и непрерывно вложенных друг в друга пространств

$$H_G \subset H \subset H'_G.$$

Пространство H_G , построенное по функции $G(\lambda) = e^\lambda$, обозначим H_e , сопряженное к нему — H'_e . Пусть \hat{A} — замыкание в H'_e сужения оператора A на $\mathcal{D}(e^\lambda)$. Тогда $A \subset \hat{A}$, \hat{A} — самосопряженный положительный оператор в H'_e . Наряду с выражением /2/ рассматривается также выражение

$$\hat{\ell}[y](t) = \bar{g}'(t) [-y''(t) + \hat{A}^2 y(t)]. \quad /3/$$

Положим

$$G_0(\lambda) = \left(\int_0^\delta \varrho(t) e^{-2\lambda t} dt \right)^{-1/2}, \quad G_\delta(\lambda) = \left(\int_0^\delta \varrho(t) e^{-2\lambda(\delta-t)} dt \right)^{-1/2}. \quad /4/$$

По этим функциям строим соответственно пространства H_{G_0} , H'_{G_0} и H_{G_δ} , H'_{G_δ} . В дальнейшем через H_{G+q} и H'_{G+q} будем обозначать пространства, отвечающие функциям вида $\lambda^q G(\lambda)$, $q \in \mathbb{R}$.

Лемма I.4. Область определения $\mathcal{D}(L_0^*)$ максимального оператора L_0^* , порожденного выражением /2/ в $L_2(H, (0, \delta), \varrho(t))$,

состоит из тех и только тех вектор-функций $y(t) \in L_2(H, (0, \delta), \rho(t))$, которые имеют вид

$$y(t) = e^{-\hat{A}t} f_1 + e^{-\hat{A}(\delta-t)} f_2 + \frac{1}{2} \int_0^\delta e^{-\hat{A}|t-s|} \hat{A}^{-1} \rho(s) h(s) ds, \quad /5/$$

где $f_1 \in H_{G_0}$, $f_2 \in H_{G_\delta}$, $h(t) \in L_2(H, (0, \delta), \rho(t))$, $h = L_0^* y$.

Теорема I.1. Вектор-функция $y(t) \in L_2(H, (0, \delta), \rho(t))$ принадлежит $\mathcal{D}(L_0^*)$ тогда и только тогда, когда:

а/ $y'(t)$ существует и является абсолютно непрерывной функцией в пространстве $H_{G_0 + \frac{\lambda}{2}}$ на $[0, \delta]$ и в пространстве $H_{G_\delta + \frac{\lambda}{2}}$ на $(0, \delta]$;

б/ $\ell[y] \in L_2(H, (0, \delta), \rho(t))$.

На $\mathcal{D}(L_0^*)$ оператор L_0^* действует как $L_0^* y = \hat{\ell}[y]$.

Обозначим через \mathcal{D}' множество вектор-функций $y(t) : [0, \delta] \rightarrow H$ таких, что:

а/ $y(t)$ — дважды непрерывно дифференцируема в H на $[0, \delta]$;

б/ $y(t) \in \mathcal{D}(A^2) \quad \forall t \in [0, \delta]$;

в/ $\ell[y] \in L_2(H, (0, \delta), \rho(t))$.

Из формулы интегрирования по частям следует, что $\mathcal{D}' \subset \mathcal{D}(L_0^*)$ и $L_0^* y = \hat{\ell}[y]$ на множестве \mathcal{D}' . Пусть L' — сужение оператора L_0^* на \mathcal{D}' .

Теорема I.2. Оператор L_0^* совпадает с замыканием оператора L' в пространстве $L_2(H, (0, \delta), \rho(t))$.

Из представления /5/ вытекает, что вектор-функция $y(t) \in \mathcal{D}(L_0^*)$ является непрерывно дифференцируемой на $(0, \delta)$ в пространстве H , вектор-функция $\hat{A}y(t) + y'(t)$ непрерывна в H_{G_0} на $[0, \delta]$, а вектор-функция $\hat{A}y(t) - y'(t)$ непрерывна в пространстве H_{G_δ} на $(0, \delta]$.

Положим

$$y_0 = y(0) \in H_{G_0}, \quad y_\delta = y(\delta) \in H_{G_\delta},$$

$$y'_0 = \lim_{t \rightarrow 0} [y'(t) + \hat{A}y(t)] = y'(0) + \hat{A}y(0) \in H_{G_0},$$

$$y'_\delta = \lim_{t \rightarrow \delta} [y'(t) - \hat{A}y(t)] = y'(\delta) - \hat{A}y(\delta) \in H_{G_\delta};$$

$$y = \{ -G_0^{-1}(\hat{A})y_0, G_0^{-1}(\hat{A})y_0 \} \in H \oplus H,$$

$$y' = \{ G_0(A)y_0', G_0(A)y_0' \} \in H \oplus H. \quad /7/$$

Теорема 1.3. Для произвольных вектор-функций $y(t)$, $z(t) \in \mathcal{D}(L_0^*)$ имеет место формула Грина

$$\begin{aligned} (L_0^* y, z)_{L_2(N, (0, \delta), \rho(t))} - (y, L_0^* z)_{L_2(N, (0, \delta), \rho(t))} = \\ = [(y_t, z_t') - (y_t', z_t)] \Big|_0^\delta = (y, z')_{H \oplus H} - (y', z)_{H \oplus H}. \quad /8/ \end{aligned}$$

Отправляясь от теоремы 1.1 о структуре области определения максимального оператора и используя формулу Грина, приходим к следующему утверждению.

Теорема 1.4. Область определения $\mathcal{D}(L_0)$ минимального оператора L_0 , порожденного выражением /2/, состоит из тех и только тех вектор-функций $y(t) \in \mathcal{D}(L_0^*)$, для которых $y(0) = y'(0) = y(\delta) = y'(\delta) = 0$.

Из представления /5/ для вектор-функции $y(t) \in \mathcal{D}(L_0^*)$ следует, что $y(0) \in H_{G_0}$, $y'(0) \in H_{G_0+1}$, $y(\delta) \in H_{G_\delta}$, $y'(\delta) \in H_{G_\delta+1}$. На вопрос, верно ли обратное утверждение, положительный ответ дает

Лемма 1.5. Пусть $\tilde{f}_1 \in H_{G_0}$, $\tilde{f}_2 \in H_{G_0+1}$, $\tilde{g}_1 \in H_{G_\delta}$, $\tilde{g}_2 \in H_{G_\delta+1}$. Вектор-функции $y(t), z(t) \in \mathcal{D}(L_0^*)$, удовлетворяющие условиям

$$y(0) = \tilde{f}_1, \quad y'(0) = \tilde{f}_2, \quad z(\delta) = \tilde{g}_1, \quad z'(\delta) = \tilde{g}_2,$$

существуют тогда и только тогда, когда

$$\hat{A}\tilde{f}_1 + \tilde{f}_2 \in H_{G_0}, \quad \hat{A}\tilde{g}_1 - \tilde{g}_2 \in H_{G_\delta}.$$

Оказывается, что для любой пары $F, F' \in H \oplus H$ существует вектор-функция $y(t) \in \mathcal{D}(L_0^*)$ такая, что $F = y$, $F' = y'$; здесь y и y' строятся по $y(t)$ по формулам /7/. Этот факт и формула Грина /8/ дают возможность установить, что тройка $(H \oplus H, \Gamma_1, \Gamma_2)$, где $\Gamma_1 y = y$, $\Gamma_2 y = y'$ - операторы из $\mathcal{D}(L_0^*)$ в $H \oplus H$, y и y' определяются по $y(t) \in \mathcal{D}(L_0^*)$ с помощью /7/, является пространством граничных значений /п.г.з./ в смысле А.Н.Кочубея-

В.М. Брука. Для того чтобы получить описание различных классов расширений минимального оператора L_0 , являющихся сужениями L_0^* , напомним некоторые сведения из теории расширений абстрактных симметрических операторов.

Линейный оператор B с областью определения $\mathcal{D}(B)$, плотной в гильбертовом пространстве \mathcal{H} , называется диссипативным /аккумулятивным/, если $\operatorname{Im}(Bf, f) \geq 0$ / $\operatorname{Im}(Bf, f) \leq 0$ / для всех $f \in \mathcal{D}(B)$. Диссипативный /аккумулятивный/ оператор называется максимальным диссипативным /максимальным аккумулятивным/, если он не имеет нетривиальных, т.е. отличных от самого B , диссипативных /аккумулятивных/ расширений. Поскольку аккумулятивные операторы получаются из диссипативных умножением на -1 , все результаты, полученные относительно диссипативных операторов, автоматически переносятся на аккумулятивные.

Диссипативный оператор всегда допускает замыкание. Замыкание диссипативного оператора — диссипативный оператор, максимальный диссипативный оператор всегда замкнут.

Всякий диссипативный оператор допускает расширение до максимального диссипативного. Симметрический оператор является одновременно диссипативным и аккумулятивным. Оператор является одновременно неограниченным диссипативным и максимальным аккумулятивным тогда и только тогда, когда он самосопряжен.

В случае, когда $\int_0^\infty \rho(t) dt < \infty$ и $0 < \delta < \infty$, оператор L_0 является симметрическим с бесконечными дефектными числами, а потому допускает бесконечное множество максимальных диссипативных, в том числе и самосопряженных расширений, которые в терминах граничных условий описываются следующей теоремой.

Теорема 1.5. Каково бы ни было сжатие K в $\mathcal{H} \oplus \mathcal{H}$, сужение оператора L_0^* на множество векторов $y(t) \in \mathcal{D}(L_0^*)$, удовлетворяющих условию

$$(K - E)Y + i(K + E)Y' = 0 \quad /9/$$

$$((K - E)Y - i(K + E)Y' = 0) \quad /10/$$

представляет собой максимальное диссипативное /максимальное аккумулятивное/ расширение L_K оператора L_0 . Обратно, всякое максимальное диссипативное /максимальное аккумулятивное/ расширение

оператора L_0 является сужением оператора L_0^* на множество векторов $y \in \mathcal{D}(L_0^*)$, удовлетворяющих /9/ //10//, причем сжатие K определяется расширением однозначно.

Максимальные симметрические расширения оператора L_0 в пространстве $L_2(H, (0, \delta), \rho(t))$ описываются условиями /9//10//, в которых K - изометрический оператор. Эти условия задают самосопряженное расширение L_C тогда и только тогда, когда K унитарен. В последнем случае /9/ и /10/ эквивалентны условию

$$(\cos C)Y' - (\sin C)Y = 0, \quad //11//$$

где C - самосопряженный оператор в $H \oplus H$, $K = e^{-2iC}$, а Y, Y' определяются по $y(t) \in \mathcal{D}(L_0^*)$ соотношениями /8/.

В частности, если в //11/ положить $C = \pi E/2$, E - единичный оператор в $H \oplus H$, то получим самосопряженное расширение, задаваемое граничными условиями $y(0) = y(\delta) = 0$ /задача Дирихле/. Такое расширение обозначим L_D . Если в //11/ положить

$$C = \begin{pmatrix} -\arctg AG_0^2(A) & 0 \\ 0 & -\arctg AG_0^2(A) \end{pmatrix},$$

то получим самосопряженное расширение L_N , задаваемое условиями $y'(0) = 0$, $y'(\delta) = 0$ /задача Неймана/.

Глава II посвящена изучению структуры спектра самосопряженных расширений минимального оператора L_0 .

Будем обозначать через \mathcal{S}_∞ класс вполне непрерывных операторов в гильбертовом пространстве, для $p: 0 < p < \infty$ $\mathcal{S}_p = \{B: B \in \mathcal{S}_\infty, \sum_{j=1}^{\infty} s_j^p(B) < \infty\}$, где $s_j(B)$ - s -числа оператора B , т.е. $s_j(B) = \lambda_j(\sqrt{B^*B})$ / $\lambda_j(\cdot)$ - собственные числа оператора/. Множество \mathcal{S}_p образует двусторонний идеал в кольце всех линейных ограниченных операторов в рассматриваемом гильбертовом пространстве, который сам является банаховым пространством относительно нормы $\|B\|_p = \left(\sum_{j=1}^{\infty} s_j^p(B)\right)^{1/p}$. Операторы из класса \mathcal{S}_1 называются ядерными, а из класса \mathcal{S}_2 - операторами Гильберта-Шмицта.

Говорят, что спектр оператора L дискретный, если для некоторого комплексного λ оператор $(L - \lambda E)^{-1}$ определен на всем про-

странстве и вполне непрерывен. В случае конечномерного H спектр любого самосопряженного расширения в $L_2(H, (0, \delta), \varrho(t))$ $/0 < \delta < \infty$, $\int_0^\delta \varrho(t) dt < \infty$ / минимального оператора L_0 , порожденного выражением /2/, дискретный, причем собственные числа всех расширений имеют одинаковую асимптотику на бесконечности. Если же H бесконечномерно и в выражении /2/ $A = 0$, то можно показать, что у L_0 не существует самосопряженных расширений с дискретным спектром. Такая же картина имеет место, когда в выражении /2/ спектр неограниченного оператора A не является дискретным. Точнее, в этом случае спектр всякого самосопряженного расширения оператора A не является дискретным.

Собый интерес представляет тот случай, когда спектр оператора A в выражении /2/ дискретный, ибо тогда существуют самосопряженные расширения минимального оператора как с дискретным, так и с непрерывным спектром. Описание максимальных диссипативных, в частности, самосопряженных расширений с дискретным спектром содержится в следующей теореме.

Т е о р е м а 2.2. Если спектр оператора A дискретный, то спектр максимального диссипативного /максимального аккумулятивного/ расширения L_K минимального оператора L_0 является дискретным тогда и только тогда, когда оператор $K + E$ вполне непрерывный.

В основе доказательства этой теоремы лежат два факта:

1/ если спектр оператора A в выражении /2/ дискретный, то спектр самосопряженного расширения L_D , соответствующего задаче Дирихле, также дискретен;

2/ условие резольвентной сравнимости, состоящее в том, что если K, K_0 - сжатия в $H \oplus H$, $\varrho(\cdot)$ - резольвентное множество оператора, L_K, L_{K_0} - расширения минимального оператора L_0 , соответствующие по формулам /9/, /10/ этим сжатиям, $R_\mu(L_K) = (L_K - \mu E)^{-1}$ - резольвента оператора L_K , $\mu \in \varrho(L_K) \cap \varrho(L_{K_0})$, то имеет место соотношение эквивалентности

$$R_\mu(L_K) - R_\mu(L_{K_0}) \in \mathcal{S}_p, \quad 1 \leq p \leq \infty \Leftrightarrow K - K_0 \in \mathcal{S}_p.$$

Из теоремы 2.2 получаем, что необходимым и достаточным условием для дискретности спектра самосопряженного расширения L_C минимального оператора L_0 в предположении $A' \in \mathcal{S}_\infty$ является вполне непрерывность оператора $\cos C$.

При условии, что спектр оператора A дискретный, далее исследуется вопрос о принадлежности $R_{\mu}(L_K)$ к классу ядерных операторов. Доказывается, что $L_D \in \mathcal{G}_1$ тогда и только тогда, когда A^{-1} - ядерный оператор. Условие принадлежности $R_{\mu}(L_K)$ к классу ядерных операторов дается в следующей теореме.

Теорема 2.5. Пусть $A^{-1} \in \mathcal{G}_1$ в пространстве H . Для того чтобы $R_{\mu}(L_K) \in \mathcal{G}_1$ / $\sum \mu_j < 0$ / в пространстве $L_2(H, (0, \delta), g(t))$, где L_K - максимальное диссипативное расширение минимального оператора, соответствующего граничному условию /9/, необходимо и достаточно, чтобы $K + E \in \mathcal{G}_1$ в $H \oplus H$.

Условие принадлежности $R_{\mu}(L_K)$ к классу \mathcal{G}_2 дается в теореме 2.5.

Теорема 2.5. Пусть $A^{-1} \in \mathcal{G}_2$ в пространстве H . Для того чтобы $R_{\mu}(L_K) \in \mathcal{G}_2$ / $\sum \mu_j < 0$ / в $L_2(H, (0, \delta), g(t))$, где L_K - максимальное диссипативное расширение оператора L_0 , соответствующее граничному условию /9/, необходимо и достаточно, чтобы $K + E \in \mathcal{G}_2$ в пространстве $H \oplus H$.

Назовем максимальное диссипативное расширение L_K минимального оператора гладким, если вектор-функции из его области определения непрерывны на $[0, \delta]$ в пространстве H , и максимально гладким - если они непрерывны в пространстве H_{G_+} /для простоты считаем, что функция $g(t)$ ведет себя одинаково на концах промежутка $[0, \delta]$, а потому функции $G_0(\lambda)$ и $G_{\delta}(\lambda)$ эквивалентны; $G(\lambda)$ - их общее обозначение/. В работе установлено необходимое и достаточное условие гладкости и максимальной гладкости оператора L_K , а именно, имеет место

Теорема 2.6. Для того чтобы максимальное диссипативное расширение L_K оператора L_0 было гладким, необходимо и достаточно, чтобы оператор $G(\hat{A})(E+K)$ был непрерывным в пространстве $H \oplus H$. Для максимальной гладкости L_K необходимо и достаточно, чтобы оператор $A G(\hat{A})(E+K)$ был непрерывным в пространстве $H \oplus H$; здесь

$$A = \begin{pmatrix} \hat{A} & 0 \\ 0 & \hat{A} \end{pmatrix}, \quad G(\hat{A}) = \begin{pmatrix} G(\hat{A}) & 0 \\ 0 & G(\hat{A}) \end{pmatrix}.$$

Из этой теоремы получаем как следствие, что если спектр оператора A в /2/ дискретный, то всякое гладкое максимальное диссипативное расширение L_K /подавно и максимально гладкое/ яв-

ляется расширением с дискретным спектром.

До сих пор рассматривался случай, когда $\int_0^b \varphi(t) dt < \infty$. В этом случае минимальный оператор является симметрическим и имеет бесконечные дефектные числа. Если же $\varphi(t)$ на концах интервала такова, что $\int_0^\varepsilon \varphi(t) dt = \infty$ и $\int_{b-\varepsilon}^b \varphi(t) dt = \infty$, $0 < \varepsilon < b/2$, то оказывается, что в этом случае он самосопряжен.

Теорема 2.7. Пусть $\int_0^\varepsilon \varphi(t) dt = \infty$ и $\int_{b-\varepsilon}^b \varphi(t) dt = \infty$, $0 < \varepsilon < b/2$. Тогда минимальный оператор L_0 , порожденный выражением /2/ в пространстве $L_2(H, (a, b), \varphi(t))$, самосопряжен.

Пользуясь случаем, приношу глубокую благодарность своему научному руководителю Мирославу Львовичу Горбачуку за помощь в работе.

Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Бондаренко Н.П. Самосопряженные расширения минимального оператора, порожденного вырождающимся дифференциально-операторным уравнением Штурма-Лиувилля // Докл. АН УССР. Сер. А. - 1987. - № 8. - С. 3 - 6.
2. Бондаренко Н.П. Самосопряженные граничные задачи с дискретным спектром для некоторых дифференциально-операторных уравнений // Граничные задачи для дифференциально-операторных уравнений. - Киев: Ин-т математики АН УССР, 1991. - С. 4 - 6.
3. Бондаренко Н.П. Условие самосопряженности минимального оператора, порожденного некоторым дифференциально-операторным выражением в гильбертовом пространстве // Тези доповідей конференції, присвяченої пам'яті академіка М.П.Кравчука, Київ, Луцьк, 22-28 верес. 1992 р. - Київ: Ін-т математики АН України, 1992. - С. 23.

Бондаренко Н.П. "Спектральная теория самосопряженных граничных задач для дифференциально-операторных уравнений типа Штурма-Лиувилля с вырождением".

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - математический анализ, Институт математики НАН Украины, Киев, 1994.

Валируется диссертация, в которой построена спектральная теория самосопряженных граничных задач для дифференциально-операторных уравнений типа Штурма-Лиувилля с вырождением. Дано описание в терминах граничных условий всех самосопряженных расширений минимального оператора, порожденного дифференциально-операторным уравнением типа Штурма-Лиувилля с вырождением. Установлены признаки дискретности спектра таких граничных задач

Bondarenko N.P. "Spectral theory of self-adjoint boundary-value problems for differential-operator equations Sturm-Liouville type with degeneration.

This dissertation is for finding of scientist position of the candidate of physics-mathematics sciences on specialization 01.01.01-mathematical analysis, Institute for mathematics of NAS of Ukraine, Kyiv, 1994.

Dissertation, in which spectral theory of self-adjoint boundary-value problems for differential-operator equations Sturm-Liouville type with degeneration is built, is defending. Description in terms of boundary-value conditions of all self-adjoint existences of minimal operator, which are born by differential-operator equation Sturm-Liouville type with degeneration, is given. The signs of discrete spectr of the same boundary-value problems are obtained.

Ключевые слова: спектр, дискретный оператор, расширение.

ЛНБ ім. В. Стефаніка
АН України

Полп. в печ. 15.10.94. формат 60x84/16. Бумага тип. Офс. печать.
Усл. печ. л. 0,93. Усл. кр. -отт. 0,93. Уч. -изд. л. 0,56.
Тираж 100 экз. Зак. 282 Бесплатно.

Отпечатано в Институте математики НАН Украины
252601 Киев 4, ГСП, ул. Терещенковская, 3

456298

AB 31.764