НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

На правах рукопису

ЛУК'ЯНОВА Олена Олександрівна

УМОВИ σ-МОНОГЕННОСТІ І ПСЕВДОАНАЛІТИЧНОСТІ НЕПЕРЕРВНИХ ФУНКЦІЙ

01.01.01 — математичний аналіз

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ • 1995

Дисертацією є рукопис.

Роботу виконано у відділі топологічних методів аналізу Інституту математики НАН України.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук БОНДАР А.В.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор ТАМРАЗОВ П.М.

кандидат фізико-математичних наук ГОРЛЕНКО С.В.

Провідна установа: Донецький Інститут прикладної математики та механіки НАН України

Захист відбудеться "14" 03 1995р. о 15 годині на засіданні спеціалізованої ради Д 016.50.01 при Інституті математитки НАН України за адресою:

252601 Київ 4, МСП, вул Терещенківська, 3

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці Інституту.

Автореферат розіслано "13" 02 1995р.

Вчений секретар спеціалізованої ради
доктор фізико-математичних наук ГУСАК Д.В.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Питання, що пов'язані з вивченням взаємовідношень між умовами неперервності, моногенності та аналітичності функцій комплексної змінної відносяться до класичних питань теорії аналітичних функцій. В цьому напрямку добре відомі роботи Г.Бора [1], Д.Є.Меньшова [2,3], Лоомана та ін. В результаті впровадження у теорію функцій комплексної змінної апарату теорії функцій дійсної змінної стало можливим значне просування у дослідженні питань, які тут виникли. Важливі результати отримані Д.Є.Меньшовим, В.С.Федоровим [4], Г.П.Толстовим [5] та ін. У свій час інтерес до досліджень у цьому напрямку зріс під впливом поставлених М.М.Лузіним проблем, що стосуються моногенності функцій комплексної змінної. Розв'язанню цих питань присвячені роботи Д.А.Мишкіса і Г.В.Гіль [6], А.Д.Мишкіса [7], А.Д.Тайманова, Ю.Ю.Трохимчука [8].

Важливою проблемою є одержання можливо більш слабких умов, що забезпечують голоморфність досліджуваних функцій. Найбільш значні результати в цьому напрямку, які стали вже класичними, були отримані Д.Є.Меньшовим. Але у його дослідженнях суттєвим було припущення про однолистність неперервних відображень. Подолати ці досить сильні обмеження вдалося Ю.Ю.Трохимчуку на основі синтезу ідей теорії внутрішніх відображень та теорії множин моногенності.

Вивченню питань можливості перенесення цієї теорії на випадок відображень багатовимірних комплексних просторів присвячені роботи А.В.Бондаря [9,10]. Одержані тут результати відносяться до багатовимірної теорії множин моногенності та багатовимірної теорії локальних геометричних характеристик.

У результаті досліджень Г.Берса [11], І.М.Векуа [12], Г.М.Положого [13] та інших була побудована теорія узагальнених аналітичних (або псевдоаналітичних) функцій, які не є аналітичними, але зберігають їх основні властивості. Тому досить природною є задача побудови аналогів множин моногенності та встановлення і обгрунтування в деякому розумінні "мінімальних" умов псевдоаналітичності неперервних функцій із відповідних класів.

Мета роботи. Робота присвячена побудові математичного апарату, який узагальнює класичну теорію множин моногенності М.М.Лузіна, та дозволяє коректно сформулювати і довести умови σ-моногенності та критерії псевдоаналітичності у деяких класах неперервних функцій.

Методи дослідження. Дослідження грунтуються на використанні методів теорії функцій дійсної та комплексної змінної, теорії узагальнених аналітичних функцій, та методу категорій, пов'язаного з теоремою Бора.

Наукова новизна. У роботі запропоноване поширення відомої теорії множин моногенності на випадок псевдоаналітичних функцій. У результаті цього отримано аналог основної теореми про множини моногенності, який дозволяє дослідити структуру множин σ-моногенності у більшості точок області визначення досліджуваних функцій. Знайдено локальні геометричні умови, подібні до класичних умов Д.Є.Меньшова та Г.Бора у теорії голоморфності, що забезпечують $\mathfrak{S}$-моногенність $\mathbb{R}$-диференційованих функцій. На цій підставі у термінах постійності $\mathfrak{S}$-розтягу та $\mathfrak{S}$-консерватизму кутів коректно сформульовано та доведено критерії псевдоаналітичності в класі неперервних функцій.

Всі основні результати роботи є новими.

Практична та теоретична цінність. Одержані результати можуть бути використані в теорії аналітичних функцій, а також у суміжних галузях теорії функцій.

Апробація роботи. Результати дисертаційної роботи доповідались та обговорювались на семінарах відділу топологічних методів аналізу Інституту математики НАН України (керівник - А.В.Бондар), на Всесоюзній математичній школі "Комплексний аналіз" (Кацивелі,1990р.), на Міжнародній математичній школі з комплексного аналізу та теорії потенціалу (Кацивелі,1993р).

Публікації. Основні результати опубліковані в роботах [1-6], список яких наведено наприкінці автореферату.

В роботах:"О структуре множеств $\mathfrak{S}$-моногенности непрерывных функций" (Укр.мат.журн.- 1993 - 45, N2.- С.226-232), "О псевдоаналитичности непрерывных функций с постоянным $\mathfrak{S}$-растяжением" (Укр.мат.журн.- 1993 - 45, N4.- С.459-466), "О псевдоаналитичности непрерывных функций, обладающих $\mathfrak{S}$-консерватизмом углов" (Укр.мат.журн.- 1993. - 45, N8.- С.1051-1057), "Множества $\mathfrak{S}$-моногенности и критерии псевдоаналитичности непрерывных функций" (Препр./ АН Украины. Ин-т математики, 92.7 Киев,1992.- 28с.) постановка задач належить А.В.Бондарю. Результати цих робіт отримані в процесі спільного пошуку, обговорення та праці, що включила доведення різних частин одних і тих самих тверджень, при рівному вкладі співавторів і в рівній мірі належать обом співавторам.

Об'єм роботи. Дисертація складається зі вступу, попередніх відомостей, трьох розділів та списку цитованої літератури, що містить 74 найменування. Робота викладена на 96 сторінках машинописного тексту.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі подано короткий огляд досліджень по темі дисертації та сформульовано основні результати,що виносяться на захист.

У попередніх відомостях наводяться традиційні для геометричної теорії функцій визначення та умовні позначення, які застосовуються у дисертації, а також наведені необхідні дані про псевдоаналітичні функції та сформульовані теореми, що використовуються у роботі.

Перший розділ присвячений розробці методики дослідження умов псевдоаналітичності. Для цього у роботі визначаються нові множини - множини σ-моногенності, які виконують для (p,q)-аналітичних функцій ту ж саму роль, що і множини моногенності М.М.Лузіна для аналітичних функцій. Розділ складається з двох параграфів

В § I.I. дається ключове для всієї роботи поняття

Це поняття σ-аналітичної або (p,q)-аналітичної функції:

нехай $\mathfrak{D}$ -область комплексної площини $\mathbb{C}$, p, q - дійсні неперервні в $\mathfrak{D}$ функції, причому $p(z)>0$ $\forall z\in\mathfrak{D}$, та $\sigma=p-iq$. Функція $f:\mathfrak{D}\to\mathbb{C}$, $f=u+iv$, називається (p,q)-аналітичною або σ-аналітичною в області $\mathfrak{D}$, якщо її дійсна та уявна частини мають неперервні частинні похідні, що відповідають системі рівнянь

$$p\frac{\partial u}{\partial x}+q\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial y}=0,$$

$$-q\frac{\partial u}{\partial x}+p\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}=0,$$

що рівносильне наступному рівнянню:

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}}+\lambda\frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{z}}=0, \tag{I}$$

де $\lambda(z)=\dfrac{\sigma(z)-1}{\sigma(z)+1}$, $z\in\mathfrak{D}$.

Наводяться основні необхідні факти з теорії (p,q)-аналітичних функцій Г.М.Положого.

Вводяться базові для всієї роботи поняття σ-похідних чисел, множини σ-моногенності та σ-похідної.

Означення I.I.I. Нехай σ -функція класу C^1 в області $\mathfrak{D}\subset\mathbb{C}$, а f - довільна неперервна в $\mathfrak{D}$ функція. Комплексне число $\lambda\in\overline{\mathbb{C}}$ називається σ-похідним числом функції f в точці $a\in\mathfrak{D}$, якщо існує така послідовність $\{z_n\}_{n=1}^{\infty}\subset\mathfrak{D}$, що збігається до точки a, для якої існує границя

$$\lim_{n\to\infty} t(a)\,\frac{\Delta_\sigma f(a,\Delta z_n)}{\Delta z} = \lambda ,$$

де $\Delta z_n = z_n - a \qquad \forall n = 1,2,\ldots ,$

$$\Delta_\sigma f(a,\Delta z_n) = \sigma(a)\left[\mathcal{U}(a+\Delta z) - \mathcal{U}(a)\right] + \\ + i\left[\mathcal{V}(a+\Delta z) - \mathcal{V}(a)\right] ,$$

$a \in \mathfrak{D}$, $a+\Delta z \in \mathfrak{D}$, а функція $z \to t(z)$ визначена в теорії псевдоаналітичних функцій.

Означення І.І.3. Множина всіх σ-похідних чисел функції f у точці $a \in \mathfrak{D}$ називається множиною σ-моногенності функції f у точці a та позначається $\mathfrak{M}_a^\sigma(f)$.

Означення І.І.2. Якщо у точці $a \in \mathfrak{D}$ існує границя

$$\lim_{\Delta z\to 0} t(a)\,\frac{\Delta_\sigma f(a,\Delta z)}{\Delta z} ,$$

то ця границя називається σ-похідною функції f в точці a та позначається $\partial_\sigma f(a)$. Коли в точці $a \in \mathfrak{D}$ функція f має σ-похідну, то вона називається σ-моногенною у цій точці.

Теорема І.І.І. Для довільної неперервної функції f її множина σ-моногенності у точці $a \in \mathfrak{D}$ є компактною зв'язною підмножиною розширеної комплексної площини $\overline{\mathbb{C}}$ та вірна рівність

$$\mathfrak{M}_a^\sigma(f) = \bigcap_{\varepsilon>0} \mathfrak{M}_a^\sigma(f,\varepsilon),$$

де $\mathfrak{M}_a^\sigma(f,\varepsilon)=\left\{t(a)\ \dfrac{\Delta_\sigma f(a,\Delta z)}{\Delta z} : 0<|\Delta z|\le\varepsilon\right\}$.

На прикладах показується, що множина σ-моногенності неперервної функції може бути повною площиною. Крім цього, має місце

Теорема I.I.2. Нехай K -довільний локально зв'язний континуум комплексної площини $\mathbb{C}$. Тоді для довільної функції $\sigma=p-iq$ класу C^1, визначеної в околі $\mathcal{U}$ нуля в $\mathbb{C}$, існує така неперервна в $\mathcal{U}$ комплекснозначна функція f, що $\mathfrak{M}_0^\sigma(f)=K$.

В §I.2 доводиться наступна лема.

Лема I.2.I. Якщо функція f $\mathbb{R}$-диференційовна у точці $a\in\mathfrak{D}$, то множина σ-моногенності $\mathfrak{M}_a^\sigma(f)$ є коло з центром у точці $f_z^\sigma(a)$ та радіусом $r=|f_{\bar z}^\sigma(a)|$. При цьому параметричний запис цього кола має вигляд

$$\lambda_\alpha=f_z^\sigma(a)+f_{\bar z}^\sigma(a)e^{-2i\alpha},$$

де λ_α - σ-похідне число функції f вздовж променя ℓ_α, який виходить з точки a під кутом α до дійсної осі Ox,

$$f_z^\sigma(a)=t_\sigma(a)\left[\sigma(a)\ \frac{\partial u}{\partial z}(a)+i\ \frac{\partial v}{\partial z}(a)\right],$$

$$f_{\bar z}^\sigma(a)=t_\sigma(a)\left[\sigma(a)\ \frac{\partial u}{\partial \bar z}(a)+i\ \frac{\partial v}{\partial \bar z}(a)\right].$$

Зокрема, коли $r=|f_{\bar z}^\sigma(a)|=0$, то $\mathfrak{M}_a^\sigma(f)$ - точка та f σ-моногенна у точці a.

Головним результатом першого розділу є основна теорема про множини σ-моногенності, яка розв'язує проблему про структуру множин σ-моногенності у більшості точок області визначення досліджуваних функцій.

Теорема I.2.I (Основна теорема про множини σ-моногенності).

Нехай $\mathfrak{D}$ - область комплексної площини $\mathbb{C}$, $\sigma = p - iq$, $p(z)>0 \ \forall z \in \mathfrak{D}$, - функція класу C^1, f - довільна неперервна в $\mathfrak{D}$ функція та M - множина всіх точок $a \in \mathfrak{D}$, в яких $\mathfrak{M}_a^\sigma(f)$ не збігається з усією розширеною комплексною площиною $\overline{\mathbb{C}}$. Тоді:

а)при будь-яких $n, m = 1,2,\ldots$ існують такі компакти M_{nm} та комплексні числа b_{nm}, що $M_n = \bigcup\limits_{m=1}^{\infty} M_{nm}$, та для будь-яких точок $a \in M_{nm}$ та $z \in \mathfrak{D}$ таких, що $|a-z| < 1/m$, виконується нерівність

$$\left| f(a) - f(z) + b_{nm}(f_0(a) - f_0(z)) \right| \geqslant \delta_{nm} |z-a| ,$$

де f_0 - основний гомеоморфізм рівняння (I);

б)функція $f_{nm}(z) = f(z) + b_{nm} f_0(z)$ $\mathbb{R}$-диференційовна майже у кожній точці множини M_{nm};

в)майже в кожній точці множини M функція f $\mathbb{R}$-диференційовна, та множина σ-моногенності $\mathfrak{M}_a^\sigma(f)$ є точкою, або колом.

Другий розділ присвячено узагальненню на випадок псевдоаналітичних функцій відомих результатів Т.Бора, Т.Радемахера, Д.Є.Меньшова, Ю.Ю.Трохимчука про аналітичність функцій з постійним розтягом. На основі цього вивчаються псевдоаналітичні властивості гельдерових функцій, що визначені в області $\mathcal{D} \subset \mathbb{C}$ і відповідають умові K''_σ ,яка є узагальненням умови K'' Д.Є.Меньшова.

Розділ складається з двох параграфів.

Означення 2.I.2. Вважатимемо, що функція $f = \mathcal{U} + i\mathcal{V}$ задовольняє у точці $a \in \mathcal{D}$ умову K''_σ ,якщо з точки a виходять три промені $t_1(a)$, $t_2(a)$, $t_3(a)$, які лежать на різних прямих, та вздовж цих променів існує однакова границя

$$R(a) = \lim_{z \to a} \left| \frac{\sigma(a)\left[\mathcal{U}(z) - \mathcal{U}(a)\right] + i\left[\mathcal{V}(z) - \mathcal{V}(a)\right]}{z - a} \right| ,$$

$$z \in t_\nu(a) \quad (\nu = 1, 2, 3).$$

Геометрично це означає, що вздовж трьох променів t_ν ($\nu = 1$, $2, 3$) що виходять з точки $a \in \mathcal{D}$ та належать різним прямим, σ-розтяг $R(a)$ однаковий.

Лема 2.I.I. Якщо функція f у точці $a \in \mathcal{D}$ $\mathbb{R}$-диференційовна, відповідає умові K''_σ та є прямою, то вона σ-моногенна у цій точці.

Далі у §2.I доводиться ряд лем, необхідних для подальшого.

Лема 2.I.2. Нехай $\mathcal{D}$ - область в $\mathbb{C}$, F - досконала підмножина з $\mathcal{D}$ та f - неперервна функція; яка відповідає умові K''_σ на деякій підмножині $Q \subset F$ не першої категорії на F . Тоді знайдуться непуста порція $P = F \cap B$, де B - круг, та постійна L такі, що

$$|f(z')-f(z'')|<L|z'-z''|$$

для будь-яких точок $z', z'' \in P$.

Лема 2.1.3. Нехай $Q=[a,b;c,d]$ – прямокутник на площині $\mathbb{C}=\mathbb{R}^2$ діаметра меншого одиниці, $\sigma=p-iq$, $p(z)>0$ $\forall z\in Q$, класу $C^1_\alpha(Q)$, $0<\alpha<1$, та f – неперервна на Q функція, яка абсолютно неперервна майже на кожному горизонтальному та вертикальному відрізках

$$I_y=\{(x,y): a\leq x\leq b\},\ y\in[c,d],$$

$$I_x=\{(x,y): c\leq y\leq d\},\ x\in[a,b].$$

Якщо частинні похідні функцій u та v сумовні на Q та задовольняють майже у кожній точці Q рівняння (I), то функція f σ-аналітична всередині Q та її частинні похідні належать до класу $C_\gamma(Q)$, $0<\gamma<1$.

В §2.2. наводяться допоміжні відомості, необхідні для переходу до основного результату другого розділу.

Теорема 2.2.I (Критерій псевдоаналітичності неперервної функції з постійним σ-розтягом).

Нехай $\mathcal{D}$ – область в $\mathbb{C}$, $\sigma=p-iq$ – функція класу $C^1_\alpha(\mathcal{D})$ та f – неперервна в $\mathcal{D}$ функція, яка відповідає умові K''_σ у кожній точці $a\in\mathcal{D}$, за винятком не більш ніж зліченного їх числа S. Якщо функція f є прямою майже в кожній точці $a\in\mathcal{D}$, то вона σ-аналітична в $\mathcal{D}$ та має другі частинні похідні, які належать до класу $C_\gamma(\mathcal{D})$ з показником γ, як завгодно близьким до α. Крім цього, а) якщо $\sigma \in C^k_\alpha(\mathcal{D})$, $k \geq 1$, то $f \in C^{k+1}_\gamma(\mathcal{D})$, де γ як завгодно близьке до α ;

б) якщо $\sigma \in C^\infty(\mathcal{D})$, то $f \in C^\infty(\mathcal{D})$;

в) якщо σ - аналітична функція від x та y , то f - аналітична функція від x та y .

В третьому розділі вивчаються неперервні відображення, що відповідають умові σ-консерватизму кутів (K'_σ), яка є узагальненням умови консерватизму кутів (K') Д.Є.Меньшова, що використовується при дослідженні умови аналітичності.

В §3.I розв'язується задача визначення та вивчення умови σ-консерватизму кутів.

Означення 3.I.I. Нехай $\sigma = p - iq$ та $f = u + iv$ - неперервні функції, визначені в області $\mathcal{D} \subset \mathbb{C}$. Будемо говорити, що функція f задовольняє умову K'_σ у точці $a \in \mathcal{D}$, якщо існують три промені $\ell_1(a)$, $\ell_2(a)$, $\ell_3(a)$, що виходять з точки a та лежать на різних прямих, і вздовж цих променів існують границі

$$\lim_{\substack{\Delta z \to 0 \\ \Delta z \in E_\nu(a)}} \arg\left[\frac{\Delta_\sigma f(a, \Delta z)}{\Delta z}\right] = \varphi_\nu(a), \quad \nu = 1, 2, 3, \qquad (2)$$

що збігаються по $\bmod 2\pi$: $\varphi_1(a) = \varphi_2(a) \pmod{2\pi}$,

$$\varphi_2(a) = \varphi_3(a) \pmod{2\pi},$$

де

$$E_\nu(a) = \left\{\Delta z \in \mathbb{C} : \Delta z \neq 0, a + \Delta z \in \ell_\nu(a) \cap \mathcal{D}, \Delta_\sigma f(a, \Delta z) \neq 0\right\}.$$

Лема 3.I.I. Якщо функція f у точці $a \in \mathcal{D}$ $\mathbb{R}$-диференційована та відповідає умові K'_σ, то вона σ-моногенна у цій точці.

Наступна лема необхідна для доведення основного результату третього розділу.

Лема 3.1.2. Нехай f - неперервна в області $\mathcal{D}\subset\mathbb{C}$ функція, та $F\subset\mathcal{D}$ - досконала підмножина. Припустимо, що f задовольняє умову K_ε^{1} у всіх точках множини $Q\subset F$ не першої категорії на F. Тоді знайдуться непуста порція $P=F\cap B$, де B - круг, числа $\varepsilon=\varepsilon(p)>0$, $\delta=\delta(p)>0$, $\varepsilon_1=\varepsilon_1(p)>0$ такі, що з кожної точки $a\in P$ виходять три промені $t_\nu(a)$, $\nu=1,2,3$, які задовольняють умови:

а) $4\varepsilon\leq[\widehat{t_\nu(a),t_\mu(a)}]\leq\pi-4\varepsilon$ при $\nu\neq\mu$, $\mu,\nu=1,2,3$, $a\in P$;

б) $[\widehat{t_\nu(a'),t_\nu(a'')}]\leq\varepsilon$, $\forall a',a''\in P$;

в) відстань від множини P до межі області $\mathcal{D}$ не менша 2δ;

г) існує у площині w фіксований промінь T з початковою точкою $w=0$, такий, що замкнений кут Ω_ε розхилу 2ε з вершиною $w=0$ та бісектрисою T містить значення відношення

$$\frac{\Delta_\sigma f(a,\Delta z)}{\Delta z}=\frac{\sigma(a)[u(z)-u(a)]+i[v(z)-v(a)]}{z-a}$$

для $a\in P$ при $a+\Delta z\in t_\nu(a)$, $\nu=1,2,3$, для будь-яких Δz, таких, що $0<|\Delta z|\leq\delta$;

д) знайдуться такі постійні ψ, $0<|\psi|<2\pi$, $c>0$, що при будь-якому $\alpha>0$ функція $g(z)=f(z)+\alpha\cdot e^{i\psi}\cdot f_0(z)$, де f_0 - глобальний гомеоморфізм ($f(z)\sim z$ при $z\to\infty$) рівняння (I), відповідає нерівності

$$|g(z)-g(a)|\geq c\alpha|z-a|$$

при $a \in P$, $z \in t_\nu(a)$, $\nu = 1,2,3$, $|z-a| \leqslant \delta$;

е)якщо P' - образ множини P при відображенні g, то з кожної точки $b \in P'$ як з вершини виходять три кути $\Omega_\nu(b)$, $\nu = 1,2,3$, розхилу ε_1 кожний, що отримані паралельним перенесенням фіксованої трійки кутів Ω_ν з загальною вершиною та таких, що образ $L_\nu(b)$ (при відображенні g) відрізка променя $t_\nu(a)$, який має довжину δ, $L_\nu(b) \subset \Omega_\nu(b)$, і виконується нерівність

$$8\varepsilon_1 < \widehat{[\Omega_\nu , \Omega_\mu]} < \pi 8\varepsilon_1$$

при $\nu \neq \mu$, $\nu, \mu = 1,2,3$, де $\widehat{[\Omega_\nu , \Omega_\mu]}$ - величина кута між бісектрисами кутів Ω_ν, Ω_μ;

ж)функція g однолиста на порції P.

Умова K'_σ, як і умова K''_σ, є мінімальною характеристикою для σ-моногенності, як показує твердження 3.1.1.

У §3.2 повністю розв'язується задача доведення критерія псевдоаналітичності неперервних функцій, що відповідають умові K'_σ.

Теорема 3.2.1 (Критерій псевдоаналітичності функції, яка задовольняє умову σ-консерватизму кутів).

Нехай $\mathfrak{D}$ -область в $\mathbb{C}$, $\sigma = p - iq$ - функція класу $C^1_\alpha(\mathfrak{D})$ та f - неперервна в $\mathfrak{D}$ функція, яка відповідає умові K'_σ у кожній точці $a \in \mathfrak{D}$, за можливим винятком не більш ніж зліченного їх числа S. Тоді функція f σ-аналітична у $\mathfrak{D}$ і має другі частинні похідні, які належать до класу $C_\gamma(\mathfrak{D})$ з показником γ, як завгодно близьким до α. Крім цього:

а) якщо $\sigma \in C_{\alpha}^{k}(\mathcal{D})$, $k \geq 1$, то $f \in C_{\gamma}^{k+1}(\mathcal{D})$, де γ як завгодно близьке до α;

б) якщо $\sigma \in C^{\infty}(\mathcal{D})$, то $f \in C^{\infty}(\mathcal{D})$;

в) якщо σ є аналітичною функцією від x та y, то цю ж умову задовольняє функція f.

Автор висловлює щиру подяку науковому керівникові Анатолію Васильовичу Бондарю.

Список цитованої літератури

I.Bohr H. Veber streckentreue und conforme Abbidung, Math. Ztschr.- 1918.- NI.P.3-19.

2.Menchoff D. Sur une generation d'un theoreme de H.Bohr// Матем.сб.- 1937,- 44,N2.- С.339-356.

3.Меньшов Д.Об асимптотической моногенности//Мат. сб.-1936, I,С.189-210.

4.Федоров В.С. Труды Н.Н.Лузина по теории функций комплексного переменного//Успехи мат.наук.- 1952.- 7,N2.- С.7-16.

5.Толстов Г.П. О криволинейном и повторном интеграле.// Тр. матем. ин-та АН СССР.- 1950. - 35. - 101 с.

6.Мышкис А.Д. и Гиль Г.В. Об одной задаче Н.Н.Лузина//Успехи мат.наук.- 1955.- 10, NI.- С.143-145.

7.Мышкис А.Д. Еще раз о задаче Н.Н.Лузина//Успехи мат.наук. - 1957.- 12, N2.- С.155-157.

8.Трохимчук Ю.Ю. Непрерывные отображения и условия моногенности .- М.: Физматгиз, 1963.- 211с.

9.Бондарь А.В. Множества моногенности и критерии голоморфности для функций многих комплексных переменных// Десятая мат.школа.- Киев:Ин-т математики АН УССР,1974.-С.361-384.

10.Бондарь А.В. Локальные геометрические характеристики голоморфных отображений .- Киев: Наук. думка,1982.- 220с.

11.Bers L. Theory of pseudo-analytic functions. Lecture notes (mimeographed) New York University, 1953.

12.Векуа И.М. Обобщенные аналитические функции.- М:Физматгиз 1959.- 628с.

13.Положий Г.Н. Обобщение теории аналитических функций комплексного переменного.-Киев: Киев.гос.ун-т,1965.- 441с.

Основні положення дисертації опубліковані в наступних роботах:

I. Бондарь А.В., Лукьянова Е.А. О структуре множеств σ-моногенности непрерывных функций //Укр.мат.журн.- 1993.- 45, N2.- С.226-232.

2. Бондарь А.В., Лукьянова Е.А. О псевдоаналитичности непрерывных функций с постоянным σ-растяжением //Укр.мат.журн. - 1993.- 45, N4.- С.459-465.

3. Бондарь А.В., Лукьянова Е.А. О псевдоаналитичности непрерывных функций, обладающих σ-консерватизмом углов //Укр.мат.журн.- 1993.- 45, N8.- С.1051-1057.

4. Бондарь А.В., Лукьянова Е.А. Множества σ-моногенности и критерий псевдоаналитичности непрерывных функций.- Киев, 1992.- 28с.- (Препр./ АН Украины.Ин-т математики; 92.7).

5. Лукьянова Е.А. О множествах σ-моногенности непрерывных функций.- Киев,1994.- 12с.- (Препр./ НАН Украины. Ин-т математики; 94.19).

6. Лукьянова Е.А. О некоторых условиях псевдоаналитичности непрерывных функций.- Киев, 1994.- 9с.- (Препр./ НАН Украины. Ин-т математики; 94.21.).

Лукьянова Е.А. Условия σ-моногенности и псевдоаналитичности непрерывных функций.

Диссертация на соисканае ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности OI.OI.OI. - математический анализ, Ин-т математики НАН Украины, Киев, 1994.

Определяются и исследуются множества σ-моногенности непрерывных функций. Доказана теорема о структуре этих множеств. Получены критерии псевдоаналитичности непрерывных функций в терминах постоянства σ-растяжений и σ-консерватизма углов.

Lukjanova E.A. Conditions of σ-monogenate and pseudo-analytic of continuous functions.

Dissertition presented for obtaining the degree of Kandidat of Sciences in Pfisics and Mathematics on subject OI.OI.OI - mathematical analysis, Institute of Mathematics Ukrainian National Academy of Sciences, Kiev, 1994.

σ-monogenate sets of continuons functions are defined and investigated. Impotant theorem of structure this sets is proved. Pseudo-analytic of continuous functions criterions are obtained in terminology of a constancy of the σ-stretchings and σ-conservatism of angles.

Ключові слова: псевдоаналітичні функції, множина σ-моногенності, σ-розтяг, σ-консерватизм кутів.

Підп до друку 01.02.95. Формат 60х84/16. Папір друк. Офс. друк.
Ум. друк. арк. 1,16. Ум. фарбо-відб. 1,16. Обл.-вид. арк. 0,9.
Тираж 100 пр. Зам 18. Безкоштовно.

Віддруковано в Інституті математики НАН України
252601 Київ 4, МСП, вул. Терещенківська, 3