

КИЇВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

На правах рукопису

ОГЛОБЛЯ Олександр Іванович

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНІЙ СТАН І СТІЙКІСТЬ
ТРИШАРОВИХ КОНСТРУКЦІЙ З УРАХУВАННЯМ
РОЗШАРУВАНЬ

Спеціальність 05.23.17 - Будівельна механіка

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук



Київ 1995



Дисертація є рукопис.

Робота виконана на кафедрі будівельної механіки та у Науково-дослідному інституті будівельної механіки Київського державного технічного університету будівництва і архітектури.

Науковий консультант - доктор технічних наук, професор
Баженів Віктор Андрійович.

Офіційні опоненти:

1. Доктор фізико-математичних наук,
член-кореспондент НАН України,
професор Шульга Микола Олександрович.
2. Доктор технічних наук,
професор Сахаров Олександр Сергійович.
3. Доктор технічних наук,
професор Сіпетов Валерій Сократович.

Провідна організація - Інститут проблем міцності
НАН України,
м.Київ

Захист відбудеться "17" березня 1995 р. о 13 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 068.05.02 Київського державного технічного університету будівництва і архітектури за адресою: 252037 Київ-37, Повітрофлотський проспект, 31.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Київського державного технічного університету будівництва і архітектури за адресою: 252037 Київ-37, Повітрофлотський проспект, 31.

Автореферат розісланий "13" лютого 1995 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради
кандидат технічних наук,
старший науковий співробітник

Кобієв В.Г.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми і ступінь дослідженості тематики дисципліни. Підвищення ефективності сучасного будівництва нерозривно зв'язано з застосуванням конструкцій, які поєднують високу міцність, жорсткість і стійкість з відносно малою масою, хорошими тепло- і звукоізоляційними властивостями, витривалістю по відношенню до агресивних середовищ. Ці характеристики в повній мірі притаманні тришаровим конструкціям, які складаються з жорстких несучих шарів і м'якого шара - заповнювача. В будівництві вони використовуються як оболонки та плити покриття, стінові панелі, оболонки трубопроводів, емностей, підземних споруд, тощо.

Характерними особливостями роботи тришарових конструктивних елементів є висока поперечна деформативність і податливість поперечному асуву, а також залежність їх несучої здатності від різного типу міжшарових дефектів. Результати випробувань показують, що на руйнівальні навантаження істотний вплив можуть мати дефекти, які з'являються при виготовленні конструкцій у межах певних технічних умов і допусків. Типовими із таких дефектів є місцеві непростеї, непропаї або непростеї, які неминучі, наприклад, при виготовленні щільникового заповнювача і при з'єднанні його з обшивкою. Звичайно, що наявність вказаних дефектів приводить до зниження напружень, які є допустимими для ідеальних тришарових пластин і оболонок. Руйнівальними для конструкцій можуть бути також аусилля, при яких порушується сполучення несучих шарів з заповнювачем в процесі їх експлуатації, наприклад, в результаті втрати первісних властивостей сполучним матеріалом. Необхідність урахування дефектів типу розшарувань приводить до появи нових розрахункових моделей, в яких особлива увага приділяється всебічному аналізу роботи заповнювача, як найбільш слабкої ланки тришарової конструкції.

Традиційні методи розрахунку тришарових просторових конструкцій, як правило, не враховують дефектів типу розшарувань. Врахування вказаних дефектів гараз викликає значні ускладнення, оскільки відсутні обґрунтовані теорії таких розрахунків. В зв'язку з цим вдалось детально дослідити тільки найпростіші конструкції, в основному одномірні та

вісесиметричні. Практично не вивчені просторові конструкції з урахуванням ортотропії матеріалу шарів. Не розглянуті питання стійкості рівноваги таких конструкцій. Як правило, проведені дослідження не враховують геометричної нелінійності, необхідність врахування якої в реальних конструкціях різко ускладнює як постановку задачі, так і її реалізацію. Відсутні також алгоритми розрахунку, які б враховували зміну розмірів зон розшарувань в процесі деформування тришарових конструкцій.

Таким чином, розробка методів та алгоритмів розрахунку тришарових просторових конструкцій з урахуванням розшарувань, що покликані уточнити опис процесів їх деформування, є актуальною проблемою будівельної механіки, яка має важливе народногосподарське значення, бо служить основою для розробки раціональних проектних рішень для відповідальних будівельних споруд.

Мета і основні завдання наукового дослідження. Мета роботи полягає у розробці та реалізації ефективноі методики чисельного дослідження напружено-деформованого стану і стійкості тришарових конструкцій з урахуванням розшарувань на базі нових математичних моделей і алгоритмів, яка дозволить з високим рівнем автоматизації всіх етапів обчислювань на ПЕОМ розв'язувати широко поширені в різних галузях сучасної техніки складні задачі деформування пластинчатих і оболонкових елементів шаруватих конструкцій, що містять дефекти типу розшарувань, при різних видах статичного навантаження.

Досягнення зазначеної мети здійснюється послідовним розв'язанням таких основних задач:

- побудова уточненої математичної моделі для шара-завповнювача з урахуванням його високої поперечної деформативності, податливості поперечному асуду та неоднорідності структури;

- створення ефективних дискретних моделей для шарів конструкцій, які повністю виключають негативний вплив жорстких зміщень на точність скінченнорізницевої апроксимації;

- розробка розрахункової моделі для аналізу напружено-деформованого стану тришарових оболонкових конструкцій

загального виду з урахуванням дефектів типу розшарувань;

- розвиток алгоритмів чисельного дослідження нелінійного деформування і стійкості тришарових просторових конструкцій, що містять зони непроклеїв;

- реалізація методів та алгоритмів шляхом утворення розвинутого програмного забезпечення;

- розв'язання контрольних і тестових задач, обґрунтовуючих достовірність результатів та ефективність реалізації;

- дослідження впливу різних видів розшарувань, їх розмірів та місця розташування по товщині тришарового пакета на напружено-деформований стан, критичні параметри та форму втрати стійкості пластинчатих і оболонкових конструкцій.

Методи досліджень. В основу розробленої методики чисельного дослідження напружено-деформованого стану і стійкості тришарових просторових конструкцій з урахуванням розшарувань покладено дискретний підхід, який базується на використанні класичних та неklasичних моделей оболонок, ефективного варіанту методу скінченних різниць (методу криволінійних сіток), а також кроково-ітераційний алгоритм, що об'єднує концепції методу продовження розв'язку по параметру, методу Ньютона-Канторовича та ітераційного методу.

Особистий внесок дисертанта у розробку наукових результатів. На захист вноситься:

- нова методика дослідження тришарових пластинчатих і оболонкових конструкцій з урахуванням дефектів типу розшарувань;

- нова дискретна модель для шара-заповнювача, що враховує його високу поперечну деформативність і податливість поперечному асую, а також неоднорідність структури;

- алгоритми чисельного дослідження нелінійного деформування і стійкості тришарових просторових конструкцій, які містять зони непроклеїв;

- автоматизована система наукових досліджень, орієнтована на аналіз напружено-деформованого стану, нелінійного деформування та стійкості широкого класу просторових тришарових конструкцій;

- обґрунтування збіжності та достовірності розв'язків, а також ефективності методики та програмного забезпечення на прикладах чисельних розрахунків;

- розв'язки нових задач деформування тришарових конструкцій з урахуванням дефектів типу розшарувань, які дозволили дослідити вплив різних видів розшарувань, їх розмірів та місця розташування по товщині на напружено-деформований стан ізотропних і ортотропних елементів, в т.ч. щільникових і з композитними шарами, а також вплив зміни розмірів зон непроклеїв на критичні параметри і форму втрати стійкості тришарових пластин і оболонок.

Обґрунтування теоретичної і практичної цінності досліджень та їх наукової новизни. Наукова новизна і теоретичне значення результатів роботи полягають у розробці ефективного методу дослідження тришарових пластинчатих і оболонкових конструкцій з урахуванням дефектів типу розшарувань, що дозволяє з високою мірою точності описувати як їх загальний напружено-деформований стан, так і локальні ефекти в місцях сполучення шарів. Нова дискретна модель для шаро-заповнювача, що враховує його високу поперечну деформативність і податливість поперечному зсуву, дозволяє розглядати тришарові конструктивні елементи з наповнювачами різноманітної структури. На поєднанні методів продовження розв'язку по параметру і Ньютон-Канторовича розроблено ефективні алгоритми чисельного дослідження нелінійного деформування і стійкості тришарових просторових конструкцій, що містять зони непроклеїв, з аналізом особливих точок на траєкторії навантаження і трансформування твірних поверхень шарів в закритичному стані. Одержано розв'язки ряду нових задач механіки. При цьому було досліджено вплив різних видів розшарувань, їх розмірів та місця розташування по товщині тришарового пакета на напружено-деформований стан реальних конструкцій (стінових панелей, оболонок трубопроводів і блок-вагону, захисних конструкцій громадської будівлі, елемента панелі кіля літака), вивчено вплив зміни розмірів зон непроклеїв на критичні параметри і форму деформування пластинчатих та оболонкових елементів тришарових конструкцій.

Достовірність результатів проведених досліджень підтверджено вибором обґрунтованих методів чисельного аналізу, порівнянням з експериментальними та аналітичними даними і чисельними розрахунками, виконаними за іншими мето-

диками при граничних значеннях вивагачальних параметрів (відсутність дефектів типу розшарувань, повне розшарування). Збіжність чисельних розв'язків досліджувалась послідовним агущенням розрахункових сіток. Точність одержаних результатів забезпечується застосуванням загальних рівнянь некладасичної теорії оболонки, вільних від спрощуючих кінематичних і статичних гіпотез, вилученням помилки скінченнорішннцевої дискретизації функції жорстких зміщень, урахуванням квадратичного члену при побудові співвідношень для деформацій.

Практична цінність роботи полягає у тому, що використання розробленої методики і програм при дослідженні складних тришарових конструкцій дозволяє уникнути дорогих експериментів або істотно скоротити їх обсяг, вдосконалити конструктивні рішення за рахунок більш раціонального розподілу матеріалу, обгрунтувати інженерну безпеку відповідальних будівельних споруд.

Рівень реалізації, впровадження наукових розробок. Запропоновані методи та алгоритми реалізовано у автоматизованій системі наукових досліджень. Система має дружній інтерфейс користувача, який включає препроцесор з можливостями візуального контролю та постпроцесор з можливостями графічної інтерпретації одержаних рішень. Отримані у роботі результати та розроблені програми були використані у КиївЗНДІЕП, Інституті електрозварювання імені Патона та АНТК імені Антонова для розрахунку елементів шаруватих конструкцій. Позитивний досвід експлуатації системи дозволяє рекомендувати її для подальшого використання у провідних науково-дослідних та проєктно-конструкторських інститутах будівельної галузі.

Апробація роботи. Викладені у роботі результати доповідались на V Всесоюзній конференції з статички і динаміки просторових конструкцій (Київ, 1985), на II Всесоюзній нараді-семінару молодих вчених "Актуальні проблеми механіки оболонки" (Кагань, 1985), на Всесоюзній конференції молодих вчених "Удосконалення методів розрахунку, проєктування та монтажу будівельних конструкцій" (Свердловськ, 1986), на Всесоюзній конференції з нелінійної теорії пружності (Сиктивкар, 1989), на Всесоюзній конференції "Міцність, жорсткість та технологічність виробів із композиційних ма-

теріалів" (Запоріжжя, 1989), на Міжреспубліканській науково-технічній конференції "Чисельні методи розв'язку задач будівельної механіки, теорії пружності та пластичності" (Волгоград, 1990), на III науково-технічній конференції "Удосконалення експлуатації і ремонту корпусів суден" (Калінінград, 1984), на III Республіканській науково-технічній конференції "Очислювальна математика в сучасному науково-технічному прогресі" (Київ, 1982), на Республіканській науково-технічній конференції "Ефективні чисельні методи розв'язку крайових задач механіки" (Харків, 1989), на науково-технічних конференціях Київського державного технічного університету будівництва і архітектури (Київ, 1986-1994). Дисертаційна робота в цілому обговорювалась на спеціалізованому семінарі з будівельної механіки при Київському державному технічному університеті будівництва і архітектури (Київ, 1994).

Публікації. Основний зміст дисертації викладено у 25 публікаціях.

Структура і обсяг роботи. Дисертація складається з вступу, п'яти глав, висновків і містить 191 сторінку машинописного тексту, 50 малюнків, 24 таблиці та бібліографічний список з 241 найменування.

Автор виражає вдячність науковому консультанту професору В.А.Баженову за увагу та змістовні поради, які були висловлені їм в процесі виконання роботи.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

Розглядається проблема дослідження напружено-деформованого стану, нелінійного деформування та стійкості тришарових просторових конструкцій, що містять дефекти типу розшарувань, при дії статичного навантаження. Досліджуються два типи розшарувань. Перший тип розшарувань характеризується прослизанням ділянок зовнішніх шарів по заповнювачу без відриву від нього, а другий - повним відривом ділянок від заповнювача. При цьому припускається, що розміри ділянок з розшаруваннями значно менші критичних розмірів дефектів, при яких можливе їх зростання. Кожен з шарів конструкції має різні фізико-механічні параметри і являє собою певну компо-

зицію із довільно вибраних оболонкових фрагментів, які мають вирізи та отвори і підкріплені ребрами. Лінії сполучення фрагментів складової оболонки-шара, а також контури вирізів та отворів вважаються співпадаючими з координатними лініями на поверхні шара. Стик може бути гладким або мати алом по верхні по лінії сполучення фрагментів. По структурі шари є суцільними ізотропними або ортотропними, а також можуть бути композитними, які утворюються в результаті поєднання поперечної або перехресно-спіральної намотки стрічки. В цих випадках шари розглядаються як анізотропні і жорсткі. Крім того, можливе використання щільникового заповнювача з регулярно-повторювальними шестигранними чашечками, який забезпечує високі показники міцності та стійкості для тришарових конструкцій. На кожний шар з характерними для нього граничними умовами діє статичне навантаження довільного вигляду.

Розв'язок сформульованої задачі базується на досягненнях в створенні методів розрахунку бездефектних шаруватих конструкцій, які розроблялись в працях М.О.Алфутова, С.А.Амбарцум'яна, О.М.Андреева та Ю.В.Неміровського, В.А.Баженова, О.С.Сахарова, О.В.Гондляха та С.Л.Мельникова, В.В.Болотіна та Ю.М.Новічкова, Е.І.Григолюка та Г.М.Кулика, Я.М.Григоренко, А.Т.Василенко та Г.П.Голуба, С.Г.Лехницького, В.Л.Пелеха та В.О.Лазько, В.Г.Піскунова, В.Є.Веригенко, В.К.Присяжнюка, В.С.Сіпетова та В.С.Карпіловського, О.О.Раскаєва, І.Н.Соколовської та М.О.Шульги, О.О.Рябова, К.Штама та Х.Віте та ін. Їх аналіз показує, що в розвитку методів розрахунку шаруватих конструкцій існують три основних підходи. Перший із них базується на використанні різних алгоритмів осереднення з введенням загальних гіпотез відносно деформування всього шаруватого пакета в цілому. Такий підхід дозволяє при використанні гіпотез, які враховують неоднорідність розподілу деформацій поперечного асуву по товщині бездефектних конструкцій, досить точно досліджувати їх загальний напружено-деформований стан. В основі другого підходу - побудування точних розв'язків для рівнянь теорії пружності без будь яких допущень про характер деформування шарів. Цей підхід викликає значний інтерес, тому що дозволяє проконтролювати точність введення допущень і одержати точні оцінки придатності наближених методик. Але у зв'язку з складністю ре-

аліації він застосовується тільки для розгляду найпростіших конструкцій. Проміжне місце між теорією, основою на гіпотезах для шаруватого пакету в цілому, і точними розв'язками займає третій підхід, при якому вводять які небудь передумови відносно деформування окремого шару. Найбільш розповсюджена теорія, яка базується на застосуванні для шару гіпотези прямої лінії, що дозволяє досліджувати загальний напружено-деформований стан тонких ізотропних і слабо анізотропних пластин та оболонок з жорсткістю шарів одного порядку.

Методи розрахунку, які орієнтовані на певні класи тришарових бездефектних конструкцій, були розвинуті в роботах багатьох вітчизняних та зарубіжних вчених і досить докладно висвітлені в літературі. Значний внесок в їх розробку був зроблений Л.Е.Брюккером, К.В.Галімовим, Е.І.Григолюком, М.О.Колтуновим, Л.М.Куршиним, А.Л.Прусаковим, А.В.Саченковим, П.Л.Чулковим та ін. Однією з найбільш вигнаних теорій, що дозволяє досліджувати напружено-деформований стан і стійкість тришарових конструкцій як з м'яким, так і з жорстким ізотропним або ортотропним заповнювачем, є теорія, в основу якої покладено гіпотезу ламаної лінії. Використання цієї гіпотези дає добре наближення при розв'язку великого класу задач, враховуючи при цьому деформації поперечного зсуву заповнювача, його роботу на подовжні сили та моменти, а також згинальну жорсткість тонких несучих шарів. Але припущення про лінійну зміну поперечних зсувів по товщині заповнювача та неврахування його обтіску не дозволяють розглядати конструкції, у яких жорсткість шарів відрізняється на два порядки і більше, а також конструкції з заповнювачами середньої товщини і товстостінними. Існуючі методи розрахунку тришарових конструкцій з композитними шарами, а також з заповнювачами шільникової структури базуються на припущенні, в відповідності з яким шари розглядаються як однорідні по об'єму ортотропні тіла з приведеними пружними параметрами.

Аналізу деформування і стійкості тришарових конструкцій з урахуванням дефектів типу розшарувань присвячена невелика кількість публікацій. До них можна віднести, наприклад, роботи Л.В.Андресва, Д.В.Бабича, В.А.Баженова, В.В.Еолотіна, Н.В.Балішвілі, Р.М.Джонса, Б.Я.Кантора, С.Кулькарні та Д.Фредеріка, В.А.Лазько, В.І.Мосаковського, Ю.М.Новічкова,

Н.І.Ободан, В.П.Трошина, Г.Дж.Чена та З.Сімітсеса. Ці роботи орієнтовані на розгляд плоских та вісесиметричних конструкцій і детальну розробку алгоритмів, які придатні для розв'язку задач окремого типу. Побудова розрахункових моделей для вказаних конструкцій, як правило, базується на використанні геометрично лінійних теорій.

В основу запропонованої в дисертації методики розрахунку тришарових просторових конструкцій з урахуванням дефектів типу розшарувань покладено дискретний підхід, який включає три основні етапи розв'язку. На першому етапі для зовнішніх шарів з позицій класичної теорії оболонки, а для заповнювача - неklasичної теорії формуються повні системи лінійних або геометрично нелінійних диференціальних співвідношень, а потім з використанням методу криволінійних сіток будуються системи скінченнорозмірних рівнянь в вузлах (i, j) сіткової області з урахуванням граничних умов, зовнішніх діянь, наявності ребер, отворів та вирізів. На другому етапі з використанням статичних і кінематичних умов сполучення шарів в вузлах (i, j) будується система розв'язуючих рівнянь для шаруватого пакету в цілому з урахуванням дефектів типу розшарувань. Порядок системи рівнянь залежить від умов сполучення шарів. Третій етап відповідає розв'язку одержаної таким чином системи лінійних або нелінійних рівнянь, знаходженню значень компонент напружено-деформованого стану в вузлах (i, j) шарів, критичних параметрів навантаження та форм втрати стійкості. Такий підхід дозволяє з високою мірою точності описувати як загальний напружено-деформований стан тришарових пластинчатих і оболонкових конструкцій, так і локальні ефекти в місцях сполучення шарів. При цьому об'єктами дослідження можуть бути конструкції з окремими зонами недосконалого контакту шарів, а також конструкції, у яких шари зв'язані між собою тільки на кінцях. Задавати зони неідеального сполучення можна в межах сіткової області з точністю до розміру чарунки. Важливою особливістю підходу є можливість використання для його реалізації на ЕОМ всього спектру методів та програм розрахунку оболонки-шару після відносно простої модифікації.

На основі запропонованого підходу в дисертаційній роботі розроблено методи і алгоритми для розв'язку широкого

класу задач деформування і стійкості тришарових пластинчатих та оболонкових конструкцій з урахуванням дефектів типу розшарувань. Були розглянуті задачі деформування ізотропних елементів тришарових конструкцій, задачі аналізу напружено-деформованого стану тришарових пластин і оболонок з урахуванням ортотропії матеріалу шарів, в т.ч. щільникових конструкцій і конструкцій з композитними шарами, а також задачі нелінійного деформування та стійкості елементів тришарових конструкцій, що містять зони розшарувань.

При побудові розрахункової моделі для тришарових ізотропних конструкцій вважається, що зовнішні шари є тонкими (по прийнятій в класичній теорії оболонок класифікації), а заповнювач - оболонкою середньої товщини. Для опису деформування зовнішніх шарів застосовуються співвідношення класичної теорії оболонок в векторному вигляді. Рівняння рівноваги для зовнішніх шарів формулюються відносно загальних криволінійних систем координат x^i, x^j , які розміщені довільно по їх товщинам, і визначаються співвідношеннями

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\sqrt{V} \bar{T}^s)}{\partial x^s} + \sqrt{V} \bar{q} &= 0, \\ \frac{\partial(\sqrt{V} \bar{M}^s)}{\partial x^s} + [\bar{T}^s \times \bar{e}_s] \cdot \sqrt{V} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

а внутрішні зусилля та моменти відповідно формулами

$$\begin{aligned} T^{ij} &= \frac{Eh}{1-\nu^2} \epsilon_{\alpha\beta} [\nu a^{ij} a^{\alpha\beta} + (1-\nu) a^{i\alpha} a^{j\beta}] + \\ &+ \frac{E \cdot c \cdot h}{1-\nu^2} \mu_{\alpha\beta} [\nu a^{ij} a^{\alpha\beta} + (1-\nu) a^{i\alpha} a^{j\beta}], \\ M^{ij} &= \frac{E \cdot c \cdot h}{1-\nu^2} \epsilon_{\alpha\beta} [\nu a^{ij} a^{\alpha\beta} + (1-\nu) a^{i\alpha} a^{j\beta}] + \\ &+ \frac{E(h^3/12 + h \cdot c^2)}{1-\nu^2} \mu_{\alpha\beta} [\nu a^{ij} a^{\alpha\beta} + (1-\nu) a^{i\alpha} a^{j\beta}], \end{aligned} \quad (2)$$

в яких E та ν є модуль пружності і коефіцієнт Пуасона, h характеризує товщину шару, а параметр c - зміщення координатної поверхні. В формулах (1), (2) і надалі грецькі індекси приймають значення 1, 2, 3, а латинські - 1, 2.

Диференційні співвідношення для заповнювача одержані з використанням проєкційного методу зведення тривимірних рівнянь теорії пружності до двовимірних без залучення спрощуючих кінематичної та статичної гіпотез. В застосуванні до рівняння

$$\frac{\partial(\sqrt{\alpha} \bar{B}^i)}{\partial x^i} + \frac{\sqrt{\alpha} \partial \bar{B}^3}{\partial x^3} - b_i^i \sqrt{\alpha} \bar{B}^3 + \sqrt{\alpha} F^3 = 0, \quad (3)$$

де $\bar{B}^\alpha(x^1, x^2, x^3)$ - шукана вектор-функція, наближений розв'язок має вигляд

$$\bar{B}^\alpha(x^1, x^2, x^3) = \sum_{n=0}^N \bar{B}^\alpha(x^1, x^2) P_n(x^3/h). \quad (4)$$

Функції \bar{B}^α є коефіцієнти розкладання компонент вектора напружень, яких мають моментами відповідних величин, а номери коефіцієнтів - порядки цих величин; $P_n(x^3/h)$ - поліноми Лежандра, які є ортогональними на відрізку $[-h, h]$. При побудові наближеного розв'язку для рівняння (3) обмежувались утриманням в (4) перших чотирьох поліномів Лежандра. В результаті було одержано систему рівнянь

$$\frac{\partial(\sqrt{\alpha} \bar{B}^{(0)i})}{\partial x^i} - b_i^i \sqrt{\alpha} \bar{B}^{(0)3} + 0.5 \cdot h^{-1} \sqrt{\alpha} (\bar{B}_{(r)}^{(0)3} - \bar{B}_{(-r)}^{(0)3}) = 0,$$

$$\frac{\partial(\sqrt{\alpha} \bar{B}^{(1)i})}{\partial x^i} - b_i^i \sqrt{\alpha} \bar{B}^{(1)3} - 3 \sqrt{\alpha} h^{-1} \bar{B}^{(1)3} + 1.5 h^{-1} \sqrt{\alpha} (\bar{B}_{(r)}^{(1)3} + \bar{B}_{(-r)}^{(1)3}) = 0,$$

$$\frac{\partial(\sqrt{\alpha} \bar{B}^{(2)i})}{\partial x^i} - b_i^i \sqrt{\alpha} \bar{B}^{(2)3} - 5 \sqrt{\alpha} h^{-1} \bar{B}^{(2)3} + 2.5 h^{-1} \sqrt{\alpha} (\bar{B}_{(r)}^{(2)3} - \bar{B}_{(-r)}^{(2)3}) = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\sqrt{\alpha} \bar{B}^{(3)i})}{\partial x^i} - b_i^i \sqrt{\alpha} \bar{B}^{(3)3} - 7 \sqrt{\alpha} h^{-1} (\bar{B}^{(3)3} + \bar{B}^{(2)3}) + 3.5 h^{-1} \sqrt{\alpha} (\bar{B}_{(r)}^{(3)3} + \bar{B}_{(-r)}^{(3)3}) = 0,$$

точність яких по координаті x^3 визначається порядком врахованих поліномів в розкладанні (4).

Моменти компонент тензора напружень, що входять в (5), виражаються залежностями

$$\begin{aligned} G^{ij} &= (\lambda \delta^{ij} \epsilon^{tk} + 2\mu \delta^{ti} \delta^{kj}) \bar{\epsilon}_{tk}^{(n)} + \lambda \delta^{ij} \bar{\epsilon}_{33}^{(n)}, \\ G^{i3} &= 2\mu \delta^{ti} \bar{\epsilon}_{t3}^{(n)}, \quad G^{33} = \lambda \delta^{tk} \bar{\epsilon}_{tk}^{(n)} + (\lambda + 2\mu) \bar{\epsilon}_{33}^{(n)}, \\ & \quad (n=0, 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (6)$$

Компоненти тензора напружень підраховуються по формулі

$$\bar{\sigma}^{\alpha\beta} = \sum_{n=0}^3 \bar{\sigma}^{\alpha\beta, n} P_n(x^3/h). \quad (7)$$

Складність обрисів досліджуваних тришарових конструкцій спричиняє значні математичні труднощі, подолання яких можливе лише за допомогою чисельних методів. Ріаноманітним проблемам їх розвитку, комп'ютерної реалізації та застосування до розрахунку просторових конструкцій присвячені роботи Д.Аргіріса, П.П.Ворошко, Я.М.Григоренко, О.С.Городецького, О.І.Гуляра, В.Я.Кантора, Ю.І.Немчінова, О.С.Сахарова, Н.Хуана, К.Форсберга та ін. Їх аналіз показує, що для алгебраїзації диференціальних співвідношень використовують, як правило, такі сіткові методи, як метод скінчених границь та метод скінчених елементів. Але обом цим методам в їх класичній трактовці притаманна погана збіжність чисельних розв'язків при наяві деформацій, які зв'язані з жорсткими зміщеннями елементів оболонки. Такі деформації спостерігаються в оболонках з малою жорсткістю або слабкими граничними умовами, а також в оболонках, які втрачають стійкість з перевагою гинної трансформації форми. Тому особливий інтерес викликають моментна схема скінчених елементів і метод криволінійних сіток, що направлені на зниження негативного впливу жорстких зміщень на точність відповідно скінченноелементної і скінченноріницевої апроксимації. Вони дозволяють істотно збільшити крок сітки по просторовим координатам при збереженні високої точності результатів.

Використання методу криволінійних сіток дозволяє перейти від диференціальних співвідношень, які описують математичні моделі шарів, до розгляду скінченноріницевих. Алгебраїзація диференціальних співвідношень (1) - (6) виконується за допомогою представлення в ріаницях по схемі

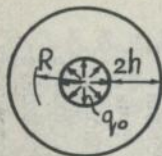
$$(\nabla_3 u_\alpha)_i = \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x^3} \cdot \bar{e}_\alpha \right)_i \approx \frac{1}{2\Delta x^3} (\bar{u}_{i+1} - \bar{u}_{i-1}) \bar{e}_{\alpha i} \quad (8)$$

похідних відповідних вектор-функцій і наступного проектування їх на вектори локального базису.

Розв'язуючі скінченнорізницькі співвідношення для зовнішніх шарів, що підкріплені ребрами, співпадаючими з напрямками координатних ліній, будуються з урахуванням в дискретних виразах для внутрішніх зусиль та моментів складових, які визначаються жорсткістю ребер. На торцевих поверхнях шарів реалізовано граничні умови вільного краю, рухомого та нерухомого шарнірного опирання, ковзаючого та жорсткого закріплення, симетрії та косої симетрії поля переміщень. Ці умови в кожному окремому випадку в залежності від способу прикладення навантаження або закріплення торців для несучих шарів записуються в зусиллях, переміщеннях або в змішаному виді, для заповнювача - в напруженнях, переміщеннях або в змішаному виді.

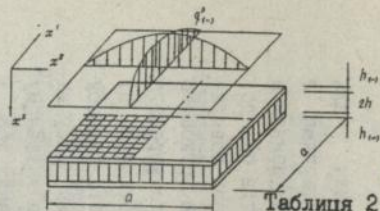
З метою оцінки точності та абижності скінченнорізницьких співвідношень заповнювача виконано чисельний аналіз напружено-деформованого стану одношарових пластин та оболонок і проведено порівняння одержаних даних з результатами відомих тривимірних та аналітичних розв'язків. Дослідження рівня похибки, яка спричинена обмеженням розмірності координатного базису при прийнятій апроксимації шуканих функцій по товщині заповнювача, дозволило зробити висновок, що достатня точність їх обчислення забезпечується при співвідношеннях геометричних параметрів $a/(2h) \gg 3$. Розв'язок задачі Ляме про розподіл переміщень та напружень по товщині в довгій циліндричній трубі також показав достатню точність розв'язуючих рівнянь (табл. 1). При цьому було встановлено, що похибка дискретизації скінченнорізницьких співвідношень, як і для рівнянь класичної теорії оболонок, підпорядковується квадратичній залежності, що дозволяє використовувати формулу Річардсона для уточнення чисельних розв'язків.

Статичні і кінематичні умови, які характеризують взаємодію шарів в тришаровому пакеті, сформульовані для вузлів сіткової області, що дозволяє в межах поверхні контакту описувати ділянки з різними видами сполучення з точністю до розміра чарунки сітки. Статичні умови в'язі записуються як залежності між напруженнями $q_{(\pm)}^{ka}$ і $G_{(\pm)}^{k3a}$ на



Таблиця I

$\frac{2h}{R}$	x^3 $2h$	$U_3 E / (2h \cdot q_0)$, по даним			δ^{22} / q_0 , по даним		
		Ляме	запропон. методики	Δ %	Ляме	запропон. методики	Δ %
I/I	-0,5 0,5	0,375 0,775	0,520 1,097	39 42	0,250 1,250	0,324 2,005	29 60
I/2	-0,5 0,5	2,813 3,638	2,993 3,908	6,4 7,4	1,125 2,125	1,165 2,368	3,6 12
I/3	-0,5 0,5	7,292 8,453	7,480 8,707	2,6 2,9	2,083 3,083	2,100 3,238	0,8 5,0
I/4	-0,5 0,5	13,782 15,269	13,969 15,500	1,4 1,5	3,063 4,063	3,064 4,181	0,3 2,9
I/5	-0,5 0,5	22,375 24,075	22,458 24,292	0,8 0,9	4,050 5,050	4,040 5,148	0,2 2,0
I/6	-0,5 0,5	32,771 34,879	32,940 35,076	0,5 0,6	5,042 6,042	5,022 6,126	0,4 1,4
I/8	-0,5 0,5	59,766 62,485	59,920 62,658	0,3 0,3	7,031 8,031	7,001 8,100	0,4 0,9
I/10	-0,5 0,5	94,762 98,088	94,888 98,226	0,1 0,1	9,025 10,025	8,986 10,083	0,4 0,6



Таблиця 2

α $2h$	$\frac{2h}{h(z)}$	при порівнюванні	
		$E(z)/E$ прогинів	$E(z)/E$ напружень
3	5	I - 100	I - 1500
	10	I - 550	I - 10 ⁴
	20	I - 4000	I - 10 ⁵
	40	I - 4 · 10 ⁴	I - 9 · 10 ⁵
5	3	I - 60	I - 4500
	5	I - 200	I - 10 ⁴
	10	I - 1500	I - 9 · 10 ⁴
	20	I - 9000	I - 5 · 10 ⁵
10	2	I - 100	I - 10 ⁴
	5	I - 800	I - 5 · 10 ⁴
	10	I - 5000	I - 10 ⁵
15	20	I - 10 ⁴	I - 7 · 10 ⁵
	1	I - 50	I - 10 ⁴
	2	I - 350	I - 10 ⁴
	5	I - 2000	I - 6 · 10 ⁴
20	10	I - 10 ⁴	I - 10 ⁵
	1	I - 60	I - 10 ⁴
	2	I - 500	I - 3 · 10 ⁴
	5	I - 3000	I - 9 · 10 ⁴
	10	I - 10 ⁴	I - 7 · 10 ⁵
20	I - 2 · 10 ⁴	I - 3 · 10 ⁶	

поверхні контакту суміжних шарів, а кінематичні - як залежності між переміщеннями $U_{\alpha}(z)$ і U'_{α} . В разі жорсткої в'язі між шарами для вузла (i; j) виконуються умови

$$Q_{(-)}^{K\alpha} = G_{(-)}^{K3\alpha} \frac{\sqrt{O_{\alpha\alpha}}}{\sqrt{O_{\alpha\alpha}(-)}}, \quad Q_{(+)}^{K\alpha} = -G_{(+)}^{K3\alpha} \frac{\sqrt{O_{\alpha\alpha}}}{\sqrt{O_{\alpha\alpha}(+)}};$$

$$U_{\alpha}^{(1)} = 0.5 \left(\frac{U_{\alpha(+)} \cdot \sqrt{O_{\alpha\alpha}^{(+)}}}{\sqrt{O_{\alpha\alpha}^{(+)}}} - \frac{U_{\alpha(-)} \sqrt{O_{\alpha\alpha}^{(-)}}}{\sqrt{O_{\alpha\alpha}^{(-)}}} \right) - U_{\alpha}^{(3)}, \quad (9)$$

$$U_{\alpha}^{(2)} = 0.5 \left(\frac{U_{\alpha(+)} \sqrt{O_{\alpha\alpha}^{(+)}}}{\sqrt{O_{\alpha\alpha}^{(+)}}} + \frac{U_{\alpha(-)} \sqrt{O_{\alpha\alpha}^{(-)}}}{\sqrt{O_{\alpha\alpha}^{(-)}}} \right) - U_{\alpha}^{(0)}.$$

Для сполучення, яке допускає прослизання ділянок верхнього шару без відриву від заповнювача, умови в'язі мають вигляд

$$Q_{(+)}^{K\alpha} = -G_{(+)}^{K3\alpha} \frac{\sqrt{O_{\alpha\alpha}}}{\sqrt{O_{\alpha\alpha}(+)}} , \quad Q_{(-)}^{K3} = G_{(-)}^{K33} ,$$

$$Q_{(-)}^{Kt} = G_{(-)}^{K3t} = 0;$$

$$U_t^{(2)} = \frac{U_t^{(+)} \sqrt{O_{tt}^{(+)}}}{\sqrt{O_{tt}^{(+)}}} - U_t^{(0)} - U_t^{(1)} - U_t^{(3)}, \quad (10)$$

$$U_3^{(1)} = 0.5(U_3^{(+)} - U_3^{(-)}) - U_3^{(1)},$$

$$U_3^{(2)} = 0.5(U_3^{(+)} + U_3^{(-)}) - U_3^{(0)}.$$

Умови в'язі (9), (10) враховують зміну метричних властивостей координатних поверхнь шарів по товщині конструкції. Аналогічні залежності сформульовані для випадків повного відриву ділянок верхнього шару від заповнювача, прослизання без відриву або з відривом ділянок нижнього шару від заповнювача, а також для випадків сумісного прослизання ділянок зовнішніх шарів без відриву або з відривом від заповнювача. В залежності від виду сполучення шарів конструкції для кожного вузла сіткової області будується одна із систем рівнянь рівноваги. В результаті разом з граничними умовами одержуємо повну систему розв'язуючих рівнянь рівноваги для дискретної моделі тришарової конструкції з урахуванням різних умов сполучення шарів в вузлах, що моделюють дефекти типу розшарувань. Для розв'язку системи алгебраїчних рівнянь використовується блоковий метод Гауса.

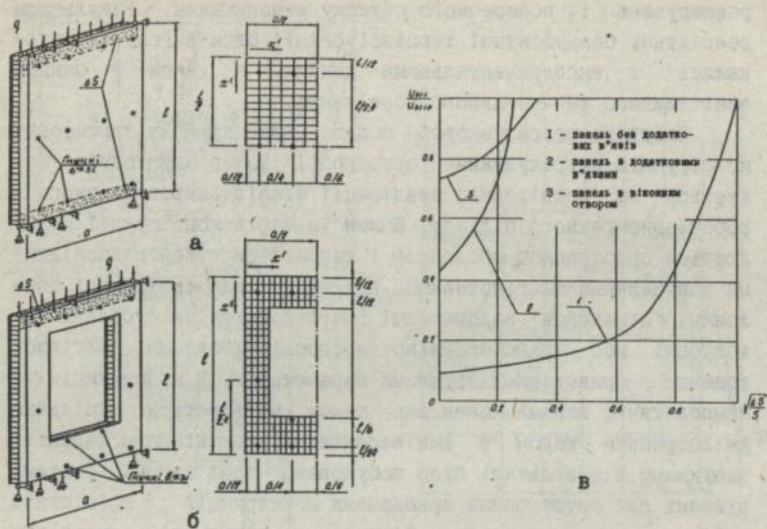
Дослідження вигину тришарових бездефектних шарнірно опертих пластин під дією поперечного синусоїдального навантаження і порівняння одержаних даних з аналітичним роз'яском Л.Е.Брижера показало (табл. 2), що угоджені результати можна одержувати для конструкцій з параметрами $\sigma/(2h) \gg 3$ при відмінності в модулях пружності шарів $E_{(1)}/E_{(2)}$ до 10^6 .

Можливості розробленої методики демонструються при розрахунку реальних конструкцій - оболонки підземного трубопроводу, стінових панелей та оболонки універсального блок-вагону.

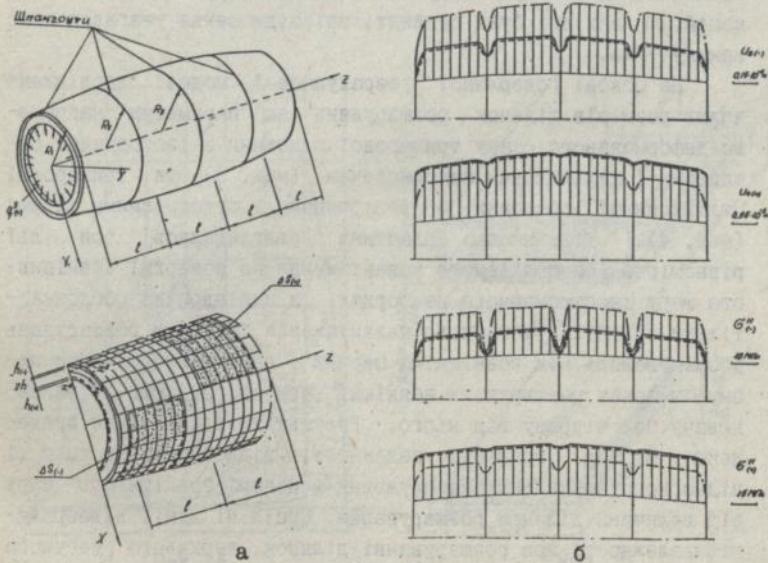
Аналіз деформування тришарової циліндричної оболонки підземного трубопроводу під дією поперечного еліпсоїдального навантаження виконано для трьох видів розшарувань: прослізання ділянок обшивки по заповнювачу, прослізання ділянок несучого шару та спільного прослізання. Урахування розшарувань несучого шару привело до зміни параметрів напружено-деформованого стану на 20 - 40% в залежності від розміру ділянки дефекту.

Тришарові стінові панелі розглядалися без жорстких в'язів між зовнішніми шарами, з жорсткими в'язами між ними (мал. 1,а) та з віконним отвором (мал. 1,б). Панелі зазнавали стиснення від рівномірно розподіленого по верхньому краю навантаження, що діяло в площині внутрішньої поверхні несучого шару. Прямокутні ділянки розшарувань знаходилися між несучим шаром і заповнювачем. Виявлено, що для всіх типів панелей реалізується прослізання шарів в межах ділянок розшарувань без відриву від заповнювача. Істотне збільшення прогину (мал. 1,в) та нормальних напружень (до 50%) спостерігається при ділянках розшарувань, які досягають 25% площі шару панелі. Зростання розмірів розшарувань приводить також до зміни характеру розподілу нормальних напружень в поперечних перерізах несучого шару.

Основні результати розрахунку блок-вагону наведені на мал. 2. Його оболонка утворена з чотирьох тришарових відсіків, що мають форму зрізаних конусів і в місцях їх з'єднання підкріплені шпангоутами. На ділянках розшарувань несучі шари прослізають по заповнювачу без відриву і тертя. Суцільними лініями на мал. 2,б зображені епюри прогинів та напружень, які характеризують стан оболонки з урахуванням



Мал. 1

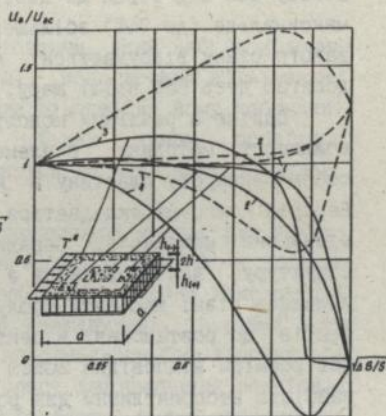
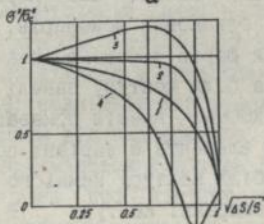
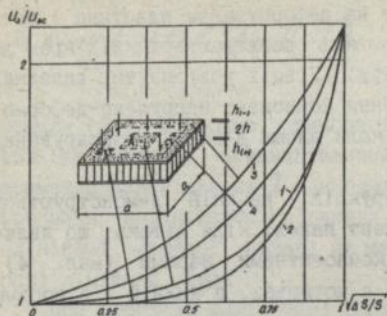


Мал. 2

розшарувань і поперечного обтиску заповнювача. Результати розрахунку бездефектної торцевої секції блок-вагону порівнювались з експериментальними даними, а також з даними аналітичного та чисельного розв'язків.

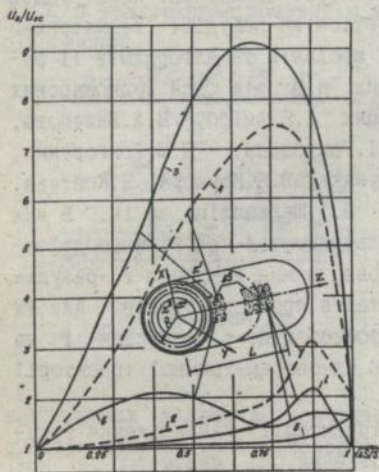
Побудова розрахункової моделі для пружних тришарових конструкцій з урахуванням ортотропії матеріалу шарів баується на послідовній реалізації етапів запропонованого в роботі дискретного підходу. Кожен із шарів конструкції моделюється ортотропною оболонкою і характеризується відповідними допущеннями та гіпотезами, прийнятими для ізотропної оболонки. Щільникові заповнювачі розглядаються як суцільні ортотропні або трансверсально-ізотропні оболонки постійної товщини з приведеними пружними параметрами. В конструкціях з композитними шарами кожен шар також моделюється суцільним анізотропним шаром з еквівалентними механічними характеристиками. В результаті було побудовано розв'язуючі системи рівнянь для ортотропних тришарових конструкцій, що містять дефекти типу розшарувань. Врахування ортотропії матеріалу шарів здійснювалось на рівні встановлення залежності між компонентами тензора напружень і компонентами тензора деформацій. Як вихідні були прийняті співвідношення узагальненого закону Гука.

На основі одержаної розрахункової моделі досліджено вплив розмірів ділянок розшарувань на параметри напружено-деформованого стану тришарової пластини з ізотропними обшивками і щільниковим заповнювачем (мал. 3) та тришарової циліндричної оболонки з ізотропними і ортотропними шарами (мал. 4). Щільникова пластинка розглядалась при дії рівномірно розподіленого навантаження по поверхні зовнішнього шару та стискаючого на торцях, а циліндрична оболонка - тільки при дії стискаючого навантаження. Ділянки розшарувань розміщувались між зовнішніми шарами і заповнювачем. При цьому в зонах розшарувань зовнішні шари прослігають по заповнювачу без відриву від нього. Результати дослідження приведено в виді графіків залежності відносного прогину і відносного нормального напруження в центрі зовнішнього шару від величини ділянки розшарування. Суцільні лінії відображають залежності при розшаруванні ділянок верхнього несучого шару, пунктирні - ділянок нижнього шару. Виявлено, що

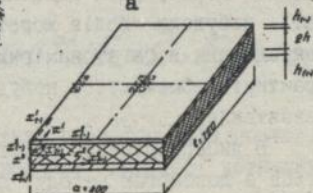
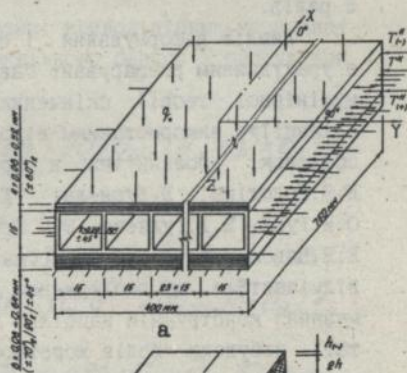


б

Мал. 3



Мал. 4



б Мал. 5

найбільш несприятливий вплив на деформування пластини і оболонки чинять розшарування, які розвиваються від краю до центру або від торця до центру. У всіх розглянутих випадках максимальне (до 70%) збільшення компонент напружено-деформованого стану відбувається, коли площа ділянки розшарування досягає десь 65% площі шару.

Однією з реальних конструкцій, на якій демонструються можливості методики, є елемент панелі кіля літака, що являє собою тришарову пластину з композитними шарами (мал. 4). Верхній композит складається з чотирьох, а нижній - з восьми однакових моношарів. Середній шар панелі має коробчасту структуру, яка сформована з двох однакових моношарів. Розглядалися різні варіанти сполучення шарів панелі в межах дефектів, що розташовані в центрі та біля контуру панелі і мають розміри відповідно 30x60 і 15x60мм. Аналіз показав, що найбільш несприятливим для роботи елемента є варіант повного відриву ділянки, яка розташована біля контуру нижнього шару, від заповнювача при шарнірному опиранні контуру. В цьому випадку значення прогинів в зоні розшарування збільшуються на порядок, а значення нормальних напружень - в середньому в 5 разів.

Аналіз деформування і стійкості тришарових конструкцій з урахуванням розшарувань базується на побудові геометрично нелінійної теорії скінченних прогинів та алгоритмів її реалізації з використанням відомих підходів для одношарових оболонок, розвинутих в працях І.Я.Аміро, В.А.Баженова, В.В.Болотіна, Д.Бушнела, Е.І.Григоліка, Я.М.Григоренко, О.М.Гуая, В.І.Гуляєва, Є.О.Гоцуляка, Б.Я.Кантора, В.Койтера, В.В.Новожилова, О.С.Сахарова, В.І.Шалашіліна та ін. В них відмічається, що дослідження властивостей нелінійного деформування конструкцій найбільш повно можна виконати в результаті побудови полів жорсткостей в просторі станів. Але їх знаходження в багатовимірних просторах не є можливим і на практиці обмежуються побудовою однопараметричної траєкторії навантаження.

В дисертаційній роботі траєкторії навантаження будуть з допомогою методу продовження по параметру з коррекцією розв'язку на кожному кроці по методу Ньютона

$$X_{(n+1)} = X_{(n)} + [F'(X_{(n)})]^{-1} [\lambda_{(n+1)} b - F(X_{(n)})]. \quad (II)$$

Формула (11) дозволяє, використовуючи який-небудь відомий стан (як правило, ненавантажений), послідовним збільшенням параметра навантаження λ знаходити відповідні йому наближені розв'язки нелінійного рівняння. Таким чином розв'язок нелінійної крайової задачі зводиться до розв'язку послідовності лінійних задач.

При побудові нелінійної розрахункової моделі для тришарових конструкцій припускали, що кожен із шарів є тонкою ізотропною або ортотропною оболонкою. Між шарами конструкції присутні ділянки з дефектами типу розшарувань, в межах яких поверхні зовнішніх шарів можуть прослизувати без відриву або з відривом від заповнювача. Для опису деформування зовнішніх шарів приймається гіпотеза Кірхгофа-Лява, а для заповнювача - гіпотеза про лінійну аміну переміщень по його товщині. Лінійному розподілу переміщень відповідає нерівномірний розподіл деформацій поперечного асуву і рівномірний розподіл деформації поперечного обтиску.

Рівновага заповнювача в системі криволінійних координат x^1, x^2 з урахуванням поворотів локального базиса описується рівняннями

$$\begin{aligned} & \frac{\partial [\sqrt{\sigma} \sigma^{(0)ik} (\bar{e}_\alpha + \bar{\mathcal{P}}_k \bar{e}_\alpha)]}{\partial x^i} + 0.5 h^{-1} \sqrt{\sigma} [\sigma_{(r)}^{3\alpha} (\bar{e}_\alpha + \bar{\mathcal{P}}_k \bar{e}_\alpha) - \\ & - \sigma_{(-)}^{3\alpha} (\bar{e}_\alpha + \bar{\mathcal{P}}_k \bar{e}_\alpha)] = 0, \\ & \frac{\partial [\sqrt{\sigma} \sigma^{(0)ik} (\bar{e}_\alpha + \bar{\mathcal{P}}_k \bar{e}_\alpha)]}{\partial x^i} - 3 h^{-1} \sqrt{\sigma} \sigma^{(0)3\alpha} (\bar{e}_\alpha + \bar{\mathcal{P}}_k \bar{e}_\alpha) + \\ & + 1.5 \cdot h^{-1} \sqrt{\sigma} [\sigma_{(r)}^{3\alpha} (\bar{e}_\alpha + \bar{\mathcal{P}}_k \bar{e}_\alpha) + \sigma_{(-)}^{3\alpha} (\bar{e}_\alpha + \bar{\mathcal{P}}_k \bar{e}_\alpha)] = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

а в виразах моментів компонент тензора деформацій враховується добуток кутів повороту нормалі навколо дотичних векторів базиса

$$e_{tk}^{(0)} = 0.5 \left(\frac{\partial \bar{u}^{(0)}}{\partial x^t} \cdot \bar{e}_k + \frac{\partial \bar{u}^{(0)}}{\partial x^k} \cdot \bar{e}_t + \bar{v}_t^{(0)} \bar{v}_k^{(0)} + \frac{1}{3} \bar{v}_t^{(1)} \bar{v}_k^{(1)} \right),$$

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_{t3}^{(0)} &= 0.5 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x^t} \cdot \bar{e}_3 + h^{-1} \bar{u} \cdot \bar{e}_t - h^{-1} \bar{v}_t^{(0)} \bar{e}_3 \cdot \bar{u} \right), \\ \bar{\epsilon}_{33}^{(0)} &= h^{-1} \bar{u} \cdot \bar{e}_3 + 0.5 h^{-2} (\bar{u})^2, \\ \bar{\epsilon}_{t\kappa}^{(1)} &= 0.5 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x^t} \cdot \bar{e}_\kappa + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x^\kappa} \bar{e}_t + \bar{v}_t^{(0)} \bar{v}_\kappa^{(1)} + \bar{v}_t^{(1)} \cdot \bar{v}_\kappa^{(0)} \right), \\ \bar{\epsilon}_{t3}^{(1)} &= 0.5 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x^t} \cdot \bar{e}_3 - h^{-1} \bar{u} \bar{v}_t^{(1)} \cdot \bar{e}_3 \right), \quad \bar{\epsilon}_{33}^{(1)} = 0. \end{aligned} \tag{13}$$

Рівняння рівноваги для зовнішніх шарів також формулювались з урахуванням поворотів локального базису, а співвідношення для тангенціальних деформацій - з урахуванням добутку кутів повороту. Таким чином були одержані системи диференціальних рівнянь, які є нелінійними відносно шуканих переміщень. Інтегрування диференціальних рівнянь методом криволінійних сіток привело до розгляду скінченнорізницевої системи для вузлів дискретних моделей шарів з урахуванням відповідних граничних умов на їх торцях.

Побудова розв'язуючих рівнянь для тришарових конструкцій базується на використанні дискретних співвідношень шарів і відповідних умов в'язі між ними. Умови в'язі формулюються з урахуванням зміни метрики координатних поверхнь шарів по товщині тришарового пакету. Оцінка придатності систем рівнянь при згині тришарових бездефектних пластин показала, що використання гіпотези ламаної лінії з поєднанням допущення про рівномірний обтиск заповнювача дозволяє досліджувати конструкції з геометричними параметрами $0/(2h) \gg 10$ при співвідношенні модулів пружності $1 \ll E_{(2)}/E \ll 10^4$.

Алгоритм розв'язку нелінійних задач включає в себе уточнення меж ділянок з контактом по нормалі на кожному кроці навантаження і аналіз напружено-деформованого стану та стійкості конструкцій. При цьому процесі розв'язок вихідних нелінійних рівнянь в відповідності з (11) зводиться до послідовності розв'язку лінеаризованих рівнянь. Критерієм втрати стійкості шаруватої оболонки є виродження лінеаризованого оператора лівої частини розв'язуючих рівнянь рівнова-

ги. В разі скінченноріаницевої дискретизації вихідних рівнянь з частинними похідними це еквівалентно оберненню в нуль визначника лівої частини системи лінеаризованих рівнянь. Для уточнення області контакту на кожному кроці алгоритма (11) проводиться аналіз кінематичних умов типу

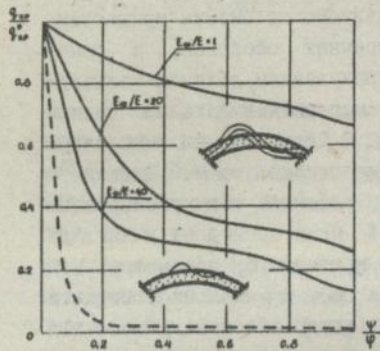
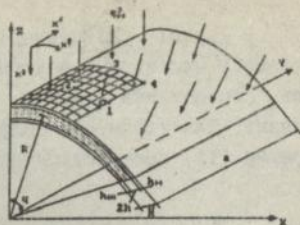
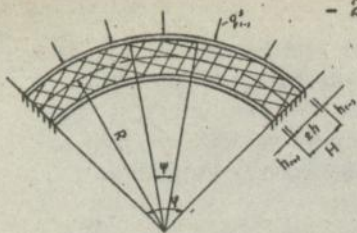
$$U_3(x) - U_3 > 0, \quad (14)$$

які виключають можливість взаємного проникнення шарів на межі їх взаємодії.

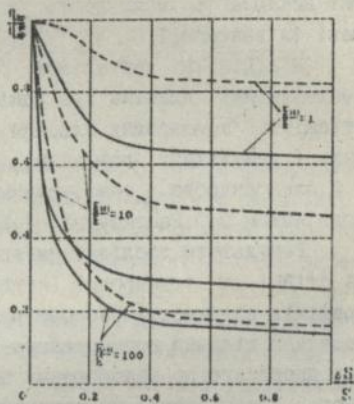
В лінійній постановці досліджено стійкість тришарових бездефектних пластин та циліндричних оболонок, а також стійкість тришарових пластин з урахуванням ділянок розшарувань і результати порівняні з експериментальними даними О.Я.Александрова, аналітичними О.С.Вольміра та чисельним розв'язком О.О.Расскаєва, І.Н.Соколовської та М.О.Шульги.

Результати дослідження впливу дефектів типу розшарувань на стійкість тришарової кругової арки приведені в вигляді графіків залежності безрозмірного критичного параметру від величини ділянки розшарування (мал. 6); в межах якої верхній шар прослизає по заповнювачу без відриву або з відривом від нього. Встановлено, що пониження жорсткості заповнювача веде до збільшення розбіжності між значеннями критичного тиску для бездефектної арки і арки з розшаруванням і при співвідношенні $E_{(x)}/E = 40$ досягає 90% в випадку повного розшарування шару.

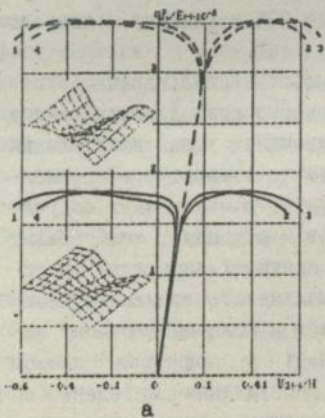
При дослідженні стійкості тришарової циліндричної панелі, що знаходилась під дією рівномірно розподіленого тиску (мал. 7), розглядалися два види граничних умов закріплення торців несучих шарів: шарнірне опирання і жорстке закріплення. Для панелей з ділянками розшарувань, в межах яких несучий шар прослизає по заповнювачу без відриву, побудовані траєкторії навантаження, знайдено критичні параметри та симетричні форми втрати стійкості. Можливість існування несиметричних форм рівноваги перевірялась в кожному окремому випадку шляхом дослідження повної панелі з подвоєним числом ріаницевих відріків. Результати дослідження наведені на мал. 7, де пунктирні лінії характеризують залежність критичного параметру від величини ділянки розшарування для



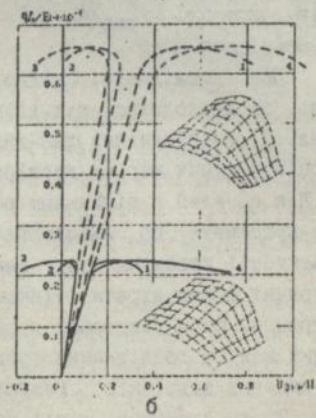
Мал. 6



Мал. 7

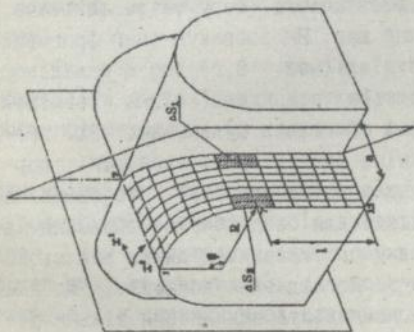


а



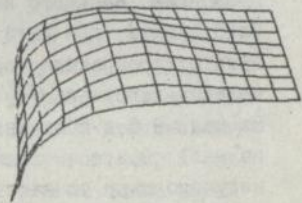
б

Мал. 8



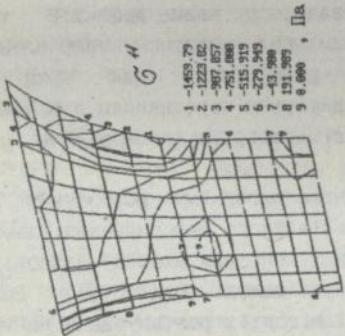
а

г



МВА. 9 Д

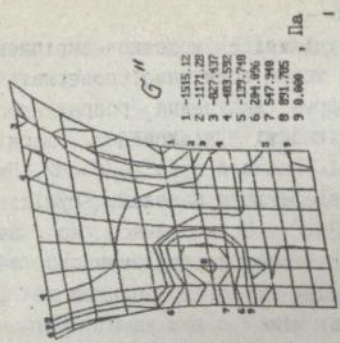
б



σ

Па

в

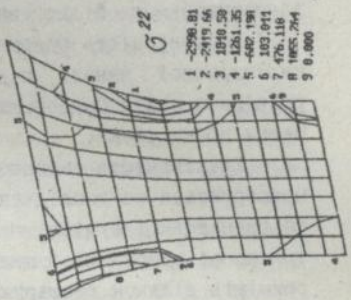


σ

Па

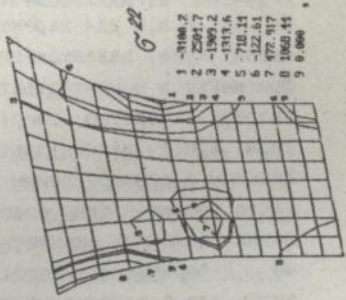
в

е



σ

Па



σ

Па

шарнірно опертої панелі, а суцільні - жорстко закріпленої. На мал. 8,а,б для характерних точок зовнішньої поверхні показані криві навантаження і форми випучення розрахункового фрагменту в момент втрати стійкості відповідно шарнірно опертої і жорстко закріпленої панелей при $E_{(2)}/E = 10$. Пунктирні лінії відповідають бездефектним панелям, суцільні - панелям з розшаруванням $\Delta S = 0,3 S$. Встановлено, що наявність дефектів типу розшарувань приводить до значного зменшення величини критичного тиску та якісно впливає на форми деформування. Розбіжність між величинами критичного тиску для бездефектних панелей і панелей з розшаруванням $\Delta S = 0,2 S$ досягає в середньому 70%. Аналіз граничних умов закріплення торців показав, що вплив дефектів типу розшарувань є більш значимим при жорсткому закріпленні.

Достовірність одержаних результатів для арки та циліндричної панелі підтверджується порівнянням з відомими розв'язками для бездефектних елементів, а також шляхом сгушення кроку сітки.

Ефективність запропонованого алгоритму розрахунку демонструється на дослідженні нелінійного деформування елемента громадської будівлі, стіни і покрівля якої є відповідно тришарові пластини і циліндричні панелі (мал. 9,а). Вплив розмірів ділянок розшарувань і місця їх розташування по товщині на деформування будівлі досліджується при зовнішньому діянні вітрового і снігового навантаження, а також власної ваги надбудови - купола, зовнішнього шару та заповнювача, яка діє на внутрішній несучий шар. Як розрахунковий фрагмент розглядається 1/8 частина будівлі (мал. 9,г), що є складеною оболонкою. На нього накладається різнцева сітка розміром 9×13 вуалів, при якій похибка обчислень була менше 3%. Результати розрахунку приведені в вигляді карт ізоліній нормальних напружень σ^{11} і σ^{22} на верхній поверхні заповнювача. На мал. 9,б,д показані ізолінії для бездефектної оболонки, а на мал. 9,в,е - для випадку прослизання ділянки верхнього несучого шару по заповнювачу. Дослідження показало, що для розглянутої конструкції є можливість виникнення тільки дефектів, що характеризують прослизання ділянок несучих шарів по заповнювачу без відриву від нього. В цьому випадку в межах дефектів буде спостерігатись концентрація напружень на

лицьових поверхнях заповнювача з збільшенням їх значень в середньому в 3 рази.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ І ВИСНОВКИ

1. Розроблено нову методику чисельного дослідження напружено-деформованого стану, нелінійного деформування та стійкості тришарових просторових конструкцій з урахуванням дефектів типу розшарувань при статичному навантаженні:

- на основі дискретного підходу створено нову розрахункову модель для аналізу напружено-деформованого стану тришарових конструкцій з урахуванням дефектів типу розшарувань;

- запропоновано уточнену математичну модель для шару-заповнювача з урахуванням його високої поперечної деформативності, податливості поперечному асуву та неоднорідності структури;

- побудовано ефективні дискретні моделі для шарів конструкцій, які повністю виключають негативний вплив жорстких зміщень на точність скінченноріаницевої апроксимації;

- на поєднанні методів продовження розв'язку по параметру і Ньютона-Канторовича розроблено ефективний алгоритм чисельного дослідження нелінійного деформування і стійкості тришарових просторових конструкцій, що містять вони непрості, з аналізом особливих точок на траєкторії навантаження і трансформування твірних поверхнь шарів в критичному стані.

2. Розв'язані контрольні і тестові задачі, які дали можливість обґрунтувати достовірність та ефективність розробленої методики, що полягає в наступному:

- використання дискретного підходу дозволило побудувати для тришарових конструкцій розрахункову модель, що з великою мірою точності описує як їх загальний напружено-деформований стан, так і локальні ефекти в місцях сполучення шарів (дефекти типу розшарувань), при моделюванні різних видів навантаження і граничних умов для кожного шару окремо;

- розроблені дискретні моделі для шарів забезпечили можливість розгляду тришарових ізотропних та ортотропних пластинчатих і оболонкових елементів, в т.ч. і складених, з

урахуванням отворів, вирізів та ребер, а також щільникових конструкцій та конструкцій з композитними шарами;

- урахування нелінійної зміни функцій переміщень і напружень по товщині заповнювача дозволило одержувати результати, узгоджені з експериментальними і аналітичними даними, для оболонок середньої товщини і навіть товстостінних;

- запропонований алгоритм чисельного дослідження нелінійного деформування тришарових конструкцій дозволяє будувати траєкторії їх навантаження з урахуванням зміни розмірів розшарувань в процесі навантаження, ідентифікації на траєкторіях особливих точок та аналізу критичного стану.

3. Одержані розв'язки ряду нових задач деформування тришарових конструкцій, які дозволили дослідити вплив різних видів розшарувань, їх розмірів та місця розташування по товщині на напружено-деформований стан ізотропних і ортотропних елементів, в т.ч. щільникових і з композитними шарами, а також вплив зміни розмірів зон напружень на критичні параметри і форму втрати стійкості тришарових пластин і оболонок.

На реальних прикладах показано, що врахування розшарувань приводить до зміни напружень, які є допустимими для ідеальних тришарових пластин і оболонок, на 30 - 60%. Виявлено, що дефекти типу розшарувань мають більший вплив на напружено-деформований стан ізотропних конструкцій в порівнянні з ортотропними.

Врахування розшарувань при дослідженні стійкості тришарових пластинчатих і оболонкових конструкцій приводить до появи якісно нових форм рівноваги і зниження параметрів критичного навантаження на 40 - 70%.

4. На основі виконаних досліджень створено автоматизований обчислювальний комплекс для ПЕОМ типу IBM PC по розрахунку пластинчатих і оболонкових елементів тришарових конструкцій з урахуванням дефектів типу розшарувань.

Результати досліджень використані зацікавленими організаціями при проектуванні об'єктів, що мають велике народногосподарське значення.

Основний зміст дисертації викладено у таких публікаціях:

МОНОГРАФІЇ

1. Баженов В.А., Гоцуляк Е.А., Кондаков Г.С., Оглобля А.И. Устойчивость и колебания деформируемых систем с односторонними связями.- К.: Вища школа. Головное изд-во, 1989.- 399 с.
2. Баженов В.А., Гоцуляк Е.А., Оглобля А.И., Динкевич Ю.Л., Геращенко О.В. Расчет композитных конструкций с учётом расслоений.- К.: Будівельник, 1992.- 136 с.

БРОШУРИ

3. Баженов В.А., Гуляев В.И., Гоцуляк Е.А., Ермишев В.Н., Мельниченко Г.И., Оглобля А.И. Расчет на устойчивость оболочек сложной формы.- К.: КИСИ, 1987. - 134 с.
4. Баженов В.А., Гуляев В.И., Гоцуляк Е.А., Ермишев В.Н., Мельниченко Г.И., Оглобля А.И. Расчет и испытания на прочность. Метод и программы расчета на ЭВМ устойчивости оболочек сложной формы/ Рекомендации Р 50-54-59-88.- М.: ВНИИМАШ Госстандарта СССР, 1988.- 142 с.

СТАТТІ У НАУКОВИХ ВИДАННЯХ

5. Баженов В.А., Оглобля А.И. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости оболочек подаемых трубопроводов//Строительная механика и расчет сооружений. - 1984. - N4. - С. 30-33.
6. Аронсон А.Я., Баженов В.А., Гоцуляк Е.А., Гуляев В.И., Оглобля А.И. Нелинейное деформирование оболочек спиральных камер гидротурбин в упругой среде//Проблемы прочности. -1985. -N4. - С. 97-102.
7. Баженов В.А., Оглобля А.И. Нелинейное деформирование приопорного участка подаемого трубопровода//Вестник ЛПИ. Резервы прогресса в архитектуре и строительстве. - 1985. - N193. - С. 6-13.
8. Оглобля А.И. Построение траекторий нагружения нелинейных оболочечных систем с односторонними связями//Сопроотивление материалов и теория сооружений. - 1985. - Вып. 47. -С. 80-83.
9. Баженов В.А., Гуляев В.И., Оглобля А.И. Упругое деформирование ребристых оболочек подаемых сооружений//Строит-

тельная механика и расчет сооружений. - 1986. - №5. - С. 11-15.

10. Баженов В.А., Оглобля А.И. Анализ напряженно-деформированного состояния подкрепленного шпангоутом цилиндрического участка подаемого трубопровода//Теоретическая и прикладная механика. - 1987. - Вып. 18. - С. 25-28.

11. Оглобля А.И. Анализ устойчивости круговой цилиндрической оболочки силоса//Сопротивление материалов и теория сооружений. - 1988. - Вып. 52. - С. 35-39.

12. Оглобля А.И. Расчет упругого горизонтального цилиндрического сосуда-хранилища//Сопротивление материалов и теория сооружений. - 1988. - Вып. 53. - С. 58-62.

13. Баженов В.А., Оглобля А.И., Геращенко О.В. Комплекс программ "ТОСОР" по исследованию НДС и устойчивости трехслойных композитных оболочечных конструкций сложной формы с учетом расслоений. - В кн.: Научно-технические достижения. Каталог. - К.: НИИАСС Госстроя УССР, 1990. - Вып. 12. - С. 91-92.

14. Баженов В.А., Оглобля А.И., Геращенко О.В. Расчет трехслойных композитных оболочек сложной формы//Сопротивление материалов и теория сооружений. - 1990. - Вып. 57. - С. 3-10.

15. Баженов В.А., Оглобля А.И., Геращенко О.В. Нелинейное деформирование трехслойных оболочек с учетом расслоений//Изв. вузов. Строительство и архитектура. - 1991. - №7. - С. 37-43.

16. Баженов В.А., Оглобля А.И., Геращенко О.В. Расчет трехслойных композитных оболочек сложной формы с расслоениями//Сопротивление материалов и теория сооружений. - 1991. - Вып. 58. - С. 27-34.

17. Баженов В.А., Оглобля А.И., Геращенко О.В. Влияние дефектов типа расслоений на несущую способность трехслойной композитной пластины//Сопротивление материалов и теория сооружений. - 1991. - Вып. 59. - С. 33-37.

18. Баженов В.А., Оглобля А.И., Геращенко О.В. Анализ деформирования трехслойных стеновых панелей при внецентренном сжатии с учетом расслоений//Изв. вузов. Строительство и архитектура. - 1992. - №4. - С. 3-7.

19. Баженов В.А., Оглобля А.И., Геращенко О.В. Расчет

составной трехслойной оболочки блок-вагона с учетом дефектов типа расслоений // Сопротивление материалов и теория сооружений. - 1992. - Вып. 60. - С. 34-39.

20. Важенев В.А., Оглобля А.И., Геращенко Л.В. Устойчивость слоистых оболочек, содержащих расслоения // Сопротивление материалов и теория сооружений. - 1994. - Вып. 62. - С. 36-46.

21. Важенев В.А., Оглобля А.И., Ковалевская О.Г. Расчет трехслойных оболочек сложной формы с сотовым наполнителем // Сопротивление материалов и теория сооружений. - 1994. - Вып. 62. - С. 68-76.

ДЕПОНОВАНИ СТАТТІ

22. Гоцуляк Е.А., Ермишев В.Н., Оглобля А.И., Мельниченко Г.И. Комплекс программ по расчету напряженно-деформированного состояния и устойчивости оболочек сложной формы / Киев. инж.-строит. ин-т. - К., 1986. - 410 с. - Деп. в ГосФАП СССР 21.11.86 г., N50870000846.

23. Важенев В.А., Оглобля А.И., Геращенко О.В. Деформирование трехслойных композитных конструкций с учетом дефектов типа расслоений / Киевский инж.-строит. ин-т. - Киев, 1990. - 38 с. - Деп. в УкрНИИТИ 13.12.90, N2049-90.

24. Важенев В.А., Оглобля А.И., Ковалевская О.Г. Расчет трехслойных сотовых конструкций с учетом дефектов типа расслоений / Киев. гос. техн. ун-т строительства и архитектуры. - Киев, 1993. - 48 с. - Деп. в ГНТЕ Украины 09.02.93 г., N134-УК93.

25. Важенев В.А., Оглобля А.И., Ковалевская О.Г. Расчет трехслойных пластин и оболочек с учетом расслоений на основе уточненной теории / Киев. гос. техн. ун-т строительства и архитектуры. - Киев, 1994. - 54 с. - Деп. в ГНТЕ Украины 10.01.94 г., N59-УК 94.

Ogloblya A.I. Strained-deformation State and Stability of Three-layered Structures with Laminations. A Thesis in manuscript form to search for academic degree of doctor of engineering science on profession 05.23.17 - Structural Mechanics. Kiev State Technical University of Construction and Architecture, Kiev, 1995.

Procedure, software realization and results of numeric computations of wide variety of three-layered structures containing defects of the kind of lamination are defended. Discrete model for three-layered spatial constructions with such defects is proposed. This model considers high cross deformationness, pliability to transverse shearing and heterogeneity of filler-layer structure, uses methods and algorithms of non-linear deformation research and stability of mentioned constructions. The fundamental principles of three-layered plate and shell constructions deformation regarding defects of the type of laminations are established.

Оглобля А.И. Напряженно-деформированное состояние и устойчивость трехслойных конструкций с учетом расслоений. Диссертация в виде рукописи на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.23.17 - строительная механика. Киевский государственный технический университет строительства и архитектуры, Киев, 1995.

Защищается методика, программная реализация и результаты расчета широкого класса трехслойных конструкций, содержащих дефекты типа расслоений. Предложена дискретная модель для трехслойных пространственных конструкций с дефектами типа расслоений, учитывающая высокую поперечную деформативность, податливость поперечному сдвигу и неоднородность структуры слоя-заполнителя, а также методы и алгоритмы исследования нелинейного деформирования и устойчивости указанных конструкций. Установлены закономерности деформирования трехслойных пластинчатых и оболочечных конструкций с учетом дефектов типа расслоений.

Ключові слова: тришарові конструкції, напружено-деформований стан, нелінійне деформування, стійкість, ортотропія, розшарування, неоднорідність шара, метод криволінійних сіток.

Подп. к печ. *ал. ал. 95*. Формат 60×84¹/₁₆.
Бумага тип. № 3. Способ печати офсетный. Услови. печ. л. 186.
Услови. кр.-отт. 1,92. Уч.-изд. л. 20.
Тираж 100. Зак. № 5-612.

Фирма «ВИПОЛ»
252151, г. Киев, ул. Волинская, 60.

456304

AB 31.935

AB 31.935