НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

На правах рукописи

УРУМБАЕВ Азиз Нагметович

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПРЯМЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ

01.01.01 — математический анализ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Киев • 1995

Диссертация есть рукопись.

Работа выполнена в отделе теории приближения Института математики НАН Украины.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук ПЕРЕВЕРЗЕВ С.В.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, ЗАДЕРЕЙ П.В.

кандидат физико-математических наук КАШПИРОВСКИЙ А.И.

Ведущая организация: Институт кибернетики им.В.М.Глушкова НАН Украины.

Защита состоится " 28 " марта 1995 г. в 15^{00} часов на заседании специализированного совета Д 016.50.01 при Институте математики НАН Украины по адресу :
252601, Киев-4, ГСП, улица Терещенковская, 3.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Автореферат разослан " 25 " февраля 1995 г.

Учёный секретарь
специализированного совета
доктор физико-математических наук Д.Гусак ГУСАК Д.В.

Общая характеристика работы

Актуальность темы. В последние десятилетия в связи с потребностями вычислительной математики особое внимание при изучении приближенных методов решения операторных уравнений стало уделяться их оптимизации. Основу исследований по оптимизации приближений составили работы А.Н.Колмогорова, С.М.Никольского, Н.С.Бахвалова, Н.П.Корнейчука, В.К.Дзядыка, В.М.Тихомирова, связанные с построением общих методов решения экстремальных задач теории аппроксимации. Этими авторами была разработана методология современной теории наилучших приближений. Элементы этой методологии были вскоре плодотворно использованы для построения, исследования и оптимизации приближенных методов решения операторных уравнений в работах В.В.Иванова, Г.М.Вайникко, Б.Г.Габдулхаева, С.В.Переверзева.

Интерес к оптимизации приближенных методов непрерывно возрастает, о чем свидетельствует ряд появившихся в последнее время публикаций, посвященных указанной тематике, из которых достаточно упомянуть хотя бы монографии Дж.Трауба, Х.Вожьняковского, Г.Васильковского, и А.Г.Сухарева. Отметим также, что исследования по оптимизации алгоритмов в настоящий момент широко развернуты в научных центрах Украины, России, США, Германии, Польши и Болгарии.

Один из наиболее используемых классов приближенных методов решения операторных уравнений составляют прямые методы, при которых нахождение приближенного решения сводится к системе линейных алгебраических уравнений. Именно в силу широкого применения этих методов они лучше исследованы с точки зрения оптимизации. Так, например, для уравнений Фредгольма второго рода глубокие результаты в указанном направлении получены в работах Б.Г.Габдулхаева, С.В.Переверзева, Ш.Хейнриха и Э.Шока. Вопрос об оценках погрешности оптимальных прямых методов для общих операторных уравнений в гильбертовом пространстве исследовался в работах С.В.Переверзева и С.Г.Солодкого.

Однако для ряда важных классов интегральных уравнений второго рода вопрос об оптимальном (по порядку) прямом методе оставался открытым. Это относится прежде всего к уравнениям Вольтерра и уравнениям Фредгольма с аналитическими и слабо сингулярными ядрами. Именно этим уравнениям и уделено основное внимание в диссертации.

Цель работы. Вычисление точных порядковых оценок оптимальной погрешности прямых методов решения упомянутых выше классов интегральных уравнений и предъявление метода, реализующего соответствующий порядок.

Методика исследований. Основные результаты диссертации получены с помощью методов современной теории наилучших приближений и функционального анализа. Систематически используются элементы общей теории приближенных методов Л.В.Канторовича.

Научная новизна и практическая ценность. Найдены точные порядки оптимальной погрешности прямых методов и предъявлен метод, реализующий указанный порядок:

- для классов интегральных уравнений Вольтерра второго рода с ядрами и свободными членами из классов дифференцируемых функций;
- для классов интегральных уравнений Фредгольма второго рода с аналитическими (гармоническими) ядрами и свободными членами;
- для класса слабосингулярных интегральных уравнений второго рода с ядрами, имеющими степенную и логарифмическую особенности.

Работа носит теоретический характер, при этом результаты, полученные в диссертации, могут быть использованы при решении прикладных задач, связанных с интегральными уравнениями.

Апробация работы и публикации. Полученные в диссертации результаты докладывались и обсуждались на семинарах отдела теории приближения Института математики НАН Украины, на международной конференции "Теория приближения и задачи вычислительной математики" (Днепропетровск, 1993), на научно-практической конференции "Дифференциальные уравнения и их приложения" (Ашгабат, 1993).

Основные результаты выполненных исследований представлены в публикациях [1-5].

Структура и объём работы. Диссертация объёмом 88 страниц машинописного текста состоит из введения, 9 параграфов и списка цитированной литературы из 50 наименований.

Основное содержание работы

В §1 дается определение прямых методов, указываются основные их типы, примеры, а также приводятся различные постановки задачи оптимизации по точности прямых методов приближенного решения операторных уравнений второго рода.

Пусть X- нормированное пространство, а $\Phi \subset X$. Кроме того, пусть $\mathcal{H}$ - некоторый класс линейных непрерывных операторов, действующих из X в X и таких, что операторное уравнение второго рода

$$z = Hz + f \tag{1}$$

однозначно разрешимо при любых $H \in \mathcal{H}$ и $f \in \Phi$. Класс таких уравнений будем обозначать $[\mathcal{H}, \Phi, X]$.

Под прямым методом приближенного решения уравнений из класса $[\mathcal{H}, \Phi, X]$ будем понимать правило D, по которому каждому оператору H ставится в соответствие координатная система элементов $\{\varphi_k = \varphi_k(H, D), k=\overline{1,N}\}$, а каждой паре (H, f)- набор коэффициентов $\{c_k = c_k(H, f, D), k=\overline{1,N}\}$. А приближенное решение уравнения (1) задается в виде

$$z_N(D) = \sum_{k=1}^{N} c_k \cdot \varphi_k + f . \tag{2}$$

При фиксированном N множество всевозможных таких прямых методов будем обозначать $\mathcal{D}_N$.

Как правило, наиболее известные прямые методы из $\mathcal{D}_N$ строятся по следующему принципу: по определённому правилу выбирается координатная система $\{\varphi_k\}$, а нахождение коэффициентов $\{c_k\}$ сводится к решению некоторой системы линейных алгебраических уравнений размерности $\leqslant N$.

Обозначим через $\mathcal{D}_{P_N}$ совокупность прямых методов $D \in \mathcal{D}_N$, сопоставляющих всем операторам $H \in \mathcal{H}$ одну и ту же координатную систему $\{\varphi_k = \varphi_k(D), k=\overline{1,N}\}$, линейная оболочка которой образует конечномерное подпространство $P_N \subset X$. Иными словами при прямых методах из $\mathcal{D}_{P_N}$ координатная система фиксирована заранее и не зависит от оператора конкретного уравнения (1). Такие прямые методы будем называть неадаптивными. К их числу, например, относятся метод коллокации, метод наименьших квадратов и т.д.

Адаптивным прямым методом будем называть такой прямой метод, при котором координатная система $\{\varphi_k, k=\overline{1,N}\}$ выбирается в строгой зависимости от оператора H конкретного уравнения (1).

К адаптивным прямым методам решения, например, интегральных уравнений Фредгольма, относятся метод механических квадратур, метод Бетмена и ряд других методов типа метода вырожденного ядра.

Под погрешностью прямого метода D на классе уравнений $[\mathcal{H},\Phi,X]$, как обычно, будем понимать величину

$$e_N([\mathcal{H},\Phi,X],D) = \sup_{\substack{z=Hz+f\\ H\in\mathcal{H},\, f\in\Phi}} \|z-z_N(D)\|_X .$$

В работах В.Г.Габдулхаева и его учеников исследовалась задача оптимизации прямых методов в смысле величины

$$V_N([\mathcal{H},\Phi,X]) = \inf_{\substack{F_N\subset X\\ \dim F_N\leqslant N}} \ \inf_{D\in\mathcal{D}_{F_N}} e_N([\mathcal{H},\Phi,X],D).$$

В рамках общего подхода к оптимизации приближённых методов более естественно оптимизировать прямые методы в смысле величины

$$\theta_N([\mathcal{H},\Phi,X]) = \inf_{D\in\mathcal{D}_N} e_N([\mathcal{H},\Phi,X],D).$$

В этом случае оптимизация осуществляется на всём множестве прямых методов, включая и адаптивные.

Прямой метод $D\in\mathcal{D}_N$ называется оптимальным по порядку в смысле величины θ_N на классе $[\mathcal{H},\Phi,X]$, если выполняется соотношение

$$e_N([\mathcal{H},\Phi,X],D) \asymp \theta_N([\mathcal{H},\Phi,X]).$$

Аналогичным образом определяется неадаптивный прямой метод, оптимальный по порядку в смысле величины V_N.

В диссертации рассматриваются следующие прямые методы.

Пусть $\{l_k\}$ - некоторый базис в X, а $P_N : X \to F_N$ - проектор на подпространство $F_N = \mathrm{span}\{l_k,\ k=\overline{1,N}\}$.

Неадаптивный метод Галёркина D_N^G. Координатной системой при этом методе являются первые N элементов базиса $\{l_k\}$. Коэффициенты же c_k в представлении приближённого решения (2) определяются из условия

$$z_N^G = P_N H z_N^G + f.$$

Адаптивный метод Слоана D_N^S. Координатной системой при этом методе являются элементы $\{Hl_k,\ k=\overline{1,N}\}$. Коэффициенты же c_k в представлении приближённого решения (2) должны выбираться из условия

$$z_N^S = HP_N z_N^S + f.$$

Адаптивный метод Курпеля-Переверзева $D_{2N}^{KP} \in D_{2N}$. Координатная система при этом методе имеет вид

$$\varphi_k(D_{2N}^{KP}) = \begin{cases} l_k, & k = \overline{1,N} \\ Hl_k, & k = \overline{N+1,2N} \end{cases},$$

а коэффициенты c_k в (2) должны выбираться из условия

$$z_{2N}^{KP} = \tilde{H}_N z_{2N}^{KP} + f,$$

где

$$\tilde{H}_N = P_N H + HP_N - P_N HP_N.$$

В §2 вводятся классы операторных уравнений и оцениваются погрешности указанных прямых методов на этих классах.

Пусть $Y \subset X$ и для любого $\varphi \in Y$ выполнено $\|\varphi\|_X \leqslant \|\varphi\|_Y$. Через $\mathcal{L}(X,Y)$ обозначим пространство линейных непрерывных операторов H, действующих из X в Y с обычной нормой $\|H\|_{X\to Y}$.

Положим

$$\mathcal{H}(X,Y) = \{ H: H\in\mathcal{L}(X,Y),\ \|H\|_{X\to Y} \leqslant \alpha_1,\ \|(I-H)^{-1}\|_{X\to X} \leqslant \alpha_2 \},$$

$$Y_\gamma = \{f: f\in Y,\ \|f\|_Y \leqslant \gamma\}.$$

Кроме того, когда X - гильбертово пространство с обычной нормой, введённой при помощи скалярного произведения, то положим

$$\mathcal{H}^*(X,Y) = \{ H: H\in\mathcal{H}(X,Y),\ H^*\in\mathcal{L}(X,Y),\ \|H^*\|_{X\to Y} \leqslant \alpha_3 \},$$

где I- тождественный оператор в X; $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\gamma$ - заданные положительные константы, причём $\alpha_2>1$, а H^* - оператор, сопряжённый к H, то есть, для любых $\varphi, g\in X$ выполняется $(\varphi, Hg) = (H^*\varphi, g)$.

Обозначим через Ψ класс операторных уравнений вида (1) с операторами H из $\mathcal{H}(X,Y)$ и f из Y_γ, то есть $\Psi = [\mathcal{H}(X,Y), Y_\gamma, X]$. Аналогично определим класс $\Psi^* = [\mathcal{H}^*(X,Y), Y_\gamma, X]$. Очевидно, что $\Psi^* \subset \Psi$. На основании оценок погрешностей методов D_N^G, D_N^S на этих классах уравнений делается вывод: - на классе уравнений Ψ применение метода Слоана не дает возможности получить приближенное решение с точностью, порядок которой выше порядка точности, гарантируемого методом Галеркина. С другой стороны, для класса Ψ^* метод Слоана предпочтительнее метода Галеркина, поскольку при одинаковой размерности решаемой системы линейных алгебраических уравнений метод Слоана обеспечивает двукратное увеличение порядка точности.

В §3 приводятся сведения из теории приближения и функционального анализа, необходимые в диссертации.

В §4 вводится класс $\mathcal{H}_v^r = \mathcal{H}_v^r(\rho)$, $r=1,2,\ldots$, интегральных операторов Вольтерра, действующих в $L_2 = L_2(0,1)$

$$H\varphi(t) = \int_0^t h(t,\tau)\cdot\varphi(\tau)d\tau \;,\; \varphi(t)\in L_2, \tag{3}$$

ядра $h(t,\tau)$ которых имеют непрерывные на $Q = [0,1] \times [0,1]$ частные производные

$$h^{(i,j)} = \frac{\partial^{i+j}}{\partial t^i \partial\tau^j} h(t,\tau), \qquad 0 \leq i+j < r,$$

и суммируемые в квадрате на Q частные производные $h^{(i,j)}$, $i + j = r$. Кроме того,

$$\sum_{0\leq i+j<r} \max_{0\leq t,\tau\leq 1} \left|h^{(i,j)}\right| + \sum_{i+j=r} \left[\iint_Q \left[h^{(i,j)}\right]^2 dtd\tau\right]^{1/2} \leq \rho,$$

где ρ - некоторая заданная постоянная.

Вводится также класс $\mathcal{H}_v^{r,s} = \mathcal{H}_v^{r,s}(\rho)$, $(r,s = 1,2,\ldots,r \leq s)$ интегральных операторов (3) с ядрами, имеющими непрерывные на Q частные производные $h^{(i,j)}$, $i=\overline{0,r-1}$, $j=\overline{0,s-1}$, и суммируемые в квадрате на Q частные производные $h^{(r,j)}$, $h^{(i,s)}$, $i=\overline{0,r}$, $j=\overline{0,s}$. И, кроме того,

$$\sum_{i=0}^{r-1}\sum_{j=0}^{s-1} \max_{0\leq t,\tau\leq 1} \left|h^{(i,j)}\right| + \sum_{i=0}^{r} \left[\iint_Q \left[h^{(i,s)}\right]^2 dtd\tau\right]^{1/2} +$$

$$+ \sum_{j=0}^{s} \left[\iint_Q \left[h^{(r,j)}\right]^2 dtd\tau\right]^{1/2} \leq \rho.$$

Рассматриваются классы $\Psi^r_\upsilon = \Psi^r_\upsilon(\rho)$, $\Psi^{r,s}_\upsilon = \Psi^{r,s}_\upsilon(\rho)$ уравнений (1) с операторами, соответственно из классов $\mathcal{H}^r_\upsilon$ и $\mathcal{H}^{r,s}_\upsilon$ и свободными членами $f(t)$ из $L^r_{2,\gamma} = L^r_{2,\gamma}(0,1)$.

Теорема 4.I. *Справедливо соотношение*

$$\theta_N(\Psi^r_\upsilon) \asymp \theta_N(\Psi^{r,s}_\upsilon) \asymp N^{-r-1}.$$

Оптимальный порядок на классах Ψ^r_υ и $\Psi^{r,s}_\upsilon$ реализует метод Слоана D^S_N, построенный на базе ортопроектора P_N на подпространство алгебраических многочленов степени не выше $N-1$.

В §5 на тех же классах $\Psi^{r,s}_\upsilon$, Ψ^r_υ рассматривается задача об оптимизации неадаптивных прямых методов и доказана

Теорема 5.I. *Справедливы соотношения*

$$V_N(\Psi^r_\upsilon) \geqslant V_N(\Psi^{r,s}_\upsilon) \succ N^{-r}.$$

Надо отметить, что оптимизация прямых методов приближенного решения интегральных уравнений Вольтерра ранее не исследовалась ни в смысле величины V_N, ни в смысле θ_N.

Результаты §4, §5 опубликованы в работе [1].

В §6 в качестве пространства X берется $L_2 = L_2(0,2\pi)$. В качестве пространства Y – пространство $\mathcal{A}^l_2$, элементами которого являются 2π - периодические функции $f(t)$, допускающие аналитическое продолжение в полосу $\{ w = t + i\cdot u,\ -l<u<l \}$ комплексной плоскости.

Пусть $\mathcal{H}^l$ – множество интегральных операторов H, вида

$$Hz(t) = \int_0^{2\pi} h(t,\tau)\cdot z(\tau)d\tau \qquad (4)$$

принадлежащих классу $\mathcal{H}^*(L_2,\mathcal{A}^l_2)$.

Рассматривается класс Ψ^l – уравнений (1) с операторами $H \in \mathcal{H}^l$ и свободными членами $f(t) \in \mathcal{A}^l_{2,\gamma}$.

Теорема 6.1. *Справедливо соотношение*

$$\theta_N(\Psi^l) \asymp e^{-Nl}$$

Оптимальный порядок на классе Ψ^l *реализует метод Слоана* D_N^S, *построенный на базе ортопроектора* S_n *на подпространство* T_n *- тригонометрических полиномов, степени не выше* $n = \left[N/2\right]$ *(* $\left[\beta\right]$*-целая часть числа* β*).*

Отметим, что уравнения из класса Ψ^l естественно возникают в методе граничных интегральных уравнений при решении задачи Дирихле для уравнения Лапласа в областях, ограниченных замкнутыми аналитическими кривыми . Заметим ещё, что класс Ψ^l содержит уравнения, ядра которых обладают бесконечной гладкостью по соответствующим переменным. Так, например, для принадлежности оператора H классу $\mathcal{H}^l$ достаточно чтобы ядро $h(t,\tau)$ в (4) по каждой переменной являлось периодической аналитической функцией, продолжимой в полосу шириной $2l$.

В §7 в качестве пространства Y берется пространство Γ_2^ρ, элементами которого являются 2π-периодические функции $f(t)$, представимые в виде $f(t)= u(\rho,t)$, $0<\rho<1$, где функция $u(r,t):\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ гармонична в круге радиуса 1 (r,t- полярные координаты точки на плоскости).

Пусть $\mathcal{H}^\rho$ - множество интегральных операторов H вида (4), принадлежащих классу $\mathcal{H}^*(L_2,\Gamma_2^\rho)$.

Рассматривается класс Ψ^ρ - уравнений (1) с операторами $H \in \mathcal{H}^\rho$ и свободными членами $f(t)\in \Gamma_{2,\gamma}^\rho$.

Теорема 7.1. *Справедливо соотношение*

$$\theta_N(\Psi^\rho) \asymp \rho^N.$$

Оптимальный порядок на классе Ψ^ρ *реализует метод Слоана* D_N^S, *построенный на базе ортопроектора* S_n *на подпространство* T_n, $n = \left[N/2\right]$.

Из результатов работ Б.Г.Габдулхаева следует, что для оптимальной погрешности неадаптивных прямых методов на классах Ψ^l и Ψ^ρ будут справедливы соотношения

$$V_N(\Psi^l) \asymp e^{-Nl/2}, \quad V_N(\Psi^\rho) \asymp \rho^{N/2}.$$

Из общих оценок, полученных в диссертационной работе С.Г.Солодкого, следует, что метод Курпеля-Переверзева на классах Ψ^l и Ψ^ρ дает в два раза менее высокую точность погрешности, чем метод Слоана. Результаты §6, §7 опубликованы в работе [2].

В §8 в качестве X берется M - пространство ограниченных на отрезке $[0,1]$ функций $f(t)$ с обычной нормой. Обозначим через C^ω пространство непрерывных функций $f(t) \in M$, удовлетворяющих условию $w(f,\delta) \leqslant c\cdot\omega(\delta)$, где $w(f,\delta)$ - модуль непрерывности функции $f(t)$, $\omega(\delta)$ - некоторый заданный модуль непрерывности на $[0,1]$, а c - константа, не зависящая от δ. Рассматривается класс Ψ^ω интегральных уравнений

$$z(t) = Hz(t) + f(t) \equiv \int_0^1 h(t,\tau)\cdot z(\tau)d\tau + f(t),$$

где $H \in \mathcal{H}(M,C^\omega)$, и $f \in C^\omega_\gamma$.

Теорема 8.1. *Справедливо соотношение*

$$\theta_N(\Psi^\omega) \asymp \omega^2(1/N).$$

Оптимальный порядок погрешности на классе Ψ^ω реализует адаптивный прямой метод Курпеля-Переверзева D^{KP}_{2n}, построенный на базе проектора S^χ_n, сопоставляющего каждой функции $f \in M$ частичную n-ю сумму ее ряда Фурье по ортонормированной системе функций Хаара.

Кроме того, указывается конкретный модуль непрерывности $\omega_0(\delta) = w(t^\nu\cdot ln^q t,\delta)$ и, как следствие из теоремы 8.1, приводится

Теорема 8.3. *Пусть Ψ^{ω_0}- класс интегральных уравнений вида*

$$z(t) = Hz(t) + f(t) \equiv \int_0^1 h_1(t,\tau)\cdot ln^q(|t-\tau|)\cdot|t-\tau|^{\nu-1}\cdot z(\tau)d\tau + f(t),$$

где $0 \leqslant \nu \leqslant 1$, $q \in \mathbb{N}$, а ядра $h_1(t,\tau)$ таковы, что $H \in \mathcal{H}(M,C^{\omega_0})$ и свободные члены $f(t) \in C^{\omega_0}_\gamma$. Тогда оптимальная погрешность прямых мето-

дов из D_N на классе Ψ^{ω_0} удовлетворяет соотношению

$$\theta_N(\Psi^{\omega_0}) \asymp \ln^{2q}N \cdot N^{-2\nu}.$$

Отметим, что если функция $h_1(t,\tau)$ имеет абсолютно непрерывную ограниченную частную производную по переменной t, то этого условия достаточно для того, чтобы оператор H действовал из M в C^{ω_0}.

Проводится сравнение теоремы 8.3 с результатами Б.Г.Габдулхаева, из которого можно сделать вывод, что неадаптивные прямые методы не обеспечивают для класса Ψ^{ω_0} оптимальный порядок погрешности, а метод Курпеля-Переверзева является оптимальным по порядку на этом классе и дает в 2 раза более высокий порядок точности погрешности, чем неадаптивные методы.

Результаты §8 опубликованы в работах [3-5].

§9, в отличие от остальных, посвящен проблеме конечномерной аппроксимации решений некорректных задач, а именно, интегральным уравнениям первого рода. Приводится модификация прямого метода, предложенного в монографии В.К.Иванова, В.В.Васина, В.П.Танана. Показано, что на довольно широком классе интегральных уравнений первого рода, этот модифицированный метод экономичен в смысле размерности возникающей системы уравнений, и в смысле числа операций, требуемых для вычисления приближенного решения.

Автор благодарит своего научного руководителя доктора физико-математических наук С.В.Переверзева за внимание и постоянную помощь в работе.

Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Переверзев С.В.,Урумбаев А.Н. Об оптимальных прямых методах решения уравнений Вольтерра в гильбертовом пространстве// Мат.заметки.- 1992. - 52, №4. - С. 74 - 84.

2. Урумбаев А.Н. Об оптимизации прямых методов решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода с ядрами бесконечной гладкости// Укр.мат.журн.- 1993. - 45, № 12. - С. 1695 - 1701.

3. Переверзев С.В.,Урумбаев А.Н. Оптимизация прямых методов решения слабосингулярных интегральных уравнений Фредгольма второго рода// Труды научно-практической конференции "Дифференциальные уравнения и их приложения", Ашгабат, 11-14 мая 1993 г. Ч.3. - С. 137 - 140.

4. Урумбаев А.Н. Оптимизация прямых методов приближенного решения слабо сингулярных интегральных уравнений второго рода// Междунар. конф. "Теория приближения и задачи вычислительной математики", Днепропетровск, 26-28 мая 1993 г.: Тез.докл.- Изд-во ДГУ.- С.190.

5. Урумбаев А.Н. Оптимизация прямых методов приближенного решения слабо сингулярных интегральных уравнений // Укр.мат.журн.- 1994. - 46, № 9. - С. 1246 - 1254.

Урумбаев А.Н.

Экстремальные задачи для прямых методов решения операторных уравнений. Рукопись. Диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - Математический анализ. Институт математики НАН Украины. Киев. 1995.

Диссертация посвящена оптимизации прямых методов решения операторных, и в частности, интегральных уравнений. Для некоторых классов интегральных уравнений найден точный порядок оптимальной погрешности прямых методов и указан метод реализующий этот порядок.

Urumbaev A.N.

Extremal problems for direct methods for the solution of operator equations. Manuscript. Thesis for a degree of Candidate of Science (Ph.D.) in Physics and Mathematics, speciality 01.01.01 - Mathematical analysis. Institute of Mathematics of National Academy of Sciences of Ukraine. Kiev. 1995.

The thesis are devoted to optimization of direct methods for the solution of operator, and in particular, integral equations. For some classes of integral equations, the optimal order of the error of direct methods is found and the method that realizes this order is indicated.

Ключевые слова : операторное уравнение, оптимизация приближенных методов решения, адаптивные прямые методы, точность по порядку.

Подп. в печ. 10.02.95. Формат 60×84/16. Бумага тип. Офс. печать. Усл. печ. л. 0,93. Усл. кр.-отт. 0,93. Уч. - изд.л. 0,6. Тираж 100 экз. Зак.2/Бесплатно.

Подготовлено и отпечатано в Институте математики НАН Украины

252601 Киев 4, ГСП, ул. Терещенковская, 3