

Одесская государственная академия
строительства и архитектуры

На правах рукописи

Белая
БЕЛЯЕВА Мария Михайловна

МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА МАЛОГО ПАРАМЕТРА
ДЛЯ ЗАДАЧ ИЗГИБА ПЛАСТИНОК,
ОСЛАБЛЕННЫХ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ
ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ОТВЕРСТИИ

Специальность 05.23.17 - строительная механика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Одесса - 1995



00751729 (V)

AB 32,01

Работа выполнена на кафедре теоретической механики
Одесской государственной академии строительства и
архитектуры.

Научный руководитель - доктор технических наук, профессор
М. Л. Бурьшин

Официальные оппоненты - доктор физ.-мат. наук, профессор
В. А. Шалдырван

- кандидат технических наук, доцент
В. П. Шупта

Ведущая организация - Научно-производственное объединение
"Краян" (г. Одесса)

Защита диссертации состоится 21^{го} Марта 1995 г. в
11 часов на заседании специализированного Ученого Совета
Д 068.41.01 в Одесской государственной академии
строительства и архитектуры по адресу: 270029, Украина,
Одесса-29, ул. Дидрихсона, 4, ауд. 210.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Одесской
государственной академии строительства и архитектуры по
адресу: 270029, Украина, Одесса-29,
ул. Дидрихсона, 4.

Автореферат разослан 20^{го} Февраля 1995 г.

Ученый секретарь
специализированного Совета

В. Т. И., доцент

Милашова Н. А. Малахова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Упругие изгибаемые пластинки занимают важное место среди наиболее распространенных моделей элементов строительных конструкций. Проблема распределения изгибающих моментов и перерезывающих сил в таких пластинках является одной из основных при анализе прочности и материалоемкости различных фрагментов зданий и сооружений.

Решение указанной проблемы серьезно осложняется наличием отверстий, трещин или включений, а также использованием композиционных материалов. В первом приближении можно считать, что указанные неоднородности имеют регулярную структуру. Этим объясняется серьезное внимание, которое уделяется специалистами по строительной механике статическим расчетам изгибаемых пластинок с периодической системой отверстий, трещин или включений.

Строительная механика располагает широким набором методов, ориентированных на исследование статического напряженного состояния упругих систем.

Уточненный анализ характеристик распределения напряжений (коэффициентов концентрации моментов вблизи отверстий или включений и коэффициентов интенсивности в вершинах трещин) предпочтительнее проводить на базе методов, предназначенных для исследования напряженно-деформированного состояния непрерывных сред с криволинейными границами. Здесь наибольшее развитие получили идеи, связанные с применением методов теории функции комплексного переменного. Эффективность

этих идей в первой половине века была ярко показана для односвязных областей в трудах Г. В. Колосова, Н. И. Мусхелишвили, Г. Н. Савина, Д. И. Шермана и др.

Однако методы Колосова-Мусхелишвили оказывались весьма громоздкими при высокой связности изучаемых объектов и тем более, при их бесконечной связности. Поэтому проблема эффективного расчета пластинок с регулярными системами отверстий, трещин или включений оставалась труднопреодолимой. Ее серьезное изучение началось в шестидесятых годах. Большой вклад в ее решение внесли ученые Украины А. Н. Гузь, А. С. Космодамианский, В. В. Панасюк, Г. Я. Попов, А. А. Фильштинский, В. А. Шалдырван и др. Серьезные исследования в указанном направлении проводились Н. Х. Арутюняном, И. И. Воровичем, Э. И. Григоляком и их многочисленными учениками.

Общие подходы к эффективному анализу несимметричного напряженно-деформированного состояния симметричных упругих тел разработаны в конце семидесятых и начале восьмидесятых годов М. Л. Бурькиным и Б. М. Нуллером. Тем не менее до настоящего времени эффекты распределения напряжений в изгибаемых пластинах с периодической системой отверстий, трещин или включений детально не изучались. Сказанное полностью относится к изгибу пластинок, ослабленных периодической системой эллиптических отверстий (в частности - трещин).

Таким образом, задача разработки эффективного метода анализа неперiodического напряженного состояния указанных пластинок является актуальной и своевременной.

Данная работа связана с госбюджетной темой "Разработка

и реализация новых методов статического и динамического расчета упругой плоскости периодической структуры" (госрегистрация 01940008094) и выполнена в рамках проекта "D-период", реализуемого Одесской государственной академией строительства и архитектуры и финансируемого Государственным комитетом Украины по вопросам науки и технологий.

Целью диссертации является разработка эффективного метода расчета статического напряженно-деформированного состояния изгибаемой пластинки с периодической системой отверстий, трещин или жестких включений и его реализация при практически важных непериодических нагрузках.

В соответствии с целью были поставлены следующие задачи.

- разработать метод статического расчета рассматриваемых пластинок;
- разработать модификацию метода малого параметра для решения соответствующих обобщенных периодических задач;
- построить инженерную методику подобных расчетов.

Метод исследования. Для решения поставленных задач используется аналитический подход к учету симметрии упругогеометрических свойств в линейных задачах механики и методы теории функций комплексного переменного.

На защиту выносятся:

- метод статического расчета изгибаемых пластинок с периодической системой эллиптических отверстий при непериодической нагрузке;
- модифицированный метод малого параметра для решения обоб-

щенных периодических задач изгиба перфорированных пластинок;

- инженерная методика статического расчета пластинок с рядом круговых отверстий при распространенных типах нагрузений;
- результаты численной оценки качественных эффектов распределения изгибающих моментов в перфорированных пластинках.

Научная новизна работы заключается в следующем:

- впервые построен эффективный метод статического расчета изгибаемых пластинок с периодической системой эллиптических отверстий (в частности, круговых отверстий или трещин) при неперiodической нагрузке, который реализует распад соответствующей задачи на ряд независимых обобщенных периодических задач;
- предложена новая модификация метода малого параметра для решения любых обобщенных периодических задач изгиба рассматриваемых перфорированных пластин;
- построена инженерная методика статического расчета пластинок с рядом круговых отверстий для распространенных типов нагружения, основывающаяся на специально разработанном табличном материале;
- впервые проведен детальный анализ концентрации изгибающих моментов в перфорированных пластинках периодической структуры, выявлены и численно оценены характерные качественные эффекты.

Достоверность научных результатов подтверждается:

- корректной математической постановкой задачи;
- строгостью используемого математического аппарата;
- численной проверкой процесса сходимости решений;

- совпадением аналитических и численных результатов, полученных другими авторами для эталонных задач и для периодических нагрузок.

Практическая ценность работы заключается в том, что предложенные методы и схемы существенно упрощают проведение исследования напряженного состояния изгибаемых пластинок регулярной структуры и позволяют более надежно и достоверно оценить прочностные характеристики.

Полученные результаты были использованы в НИИ "Шторм" (г. Одесса) для определения концентрации изгибающих моментов в перфорированных пластинках и изгибаемых элементах теплообменных аппаратов, выполненных из композиционных материалов регулярной структуры.

Апробация работы. Основное содержание проведенных исследований докладывалось на Первом международном симпозиуме украинских инженеров-механиков (г. Львов, май, 1993г.), Второй международной конференции по фундаментальным наукам (г. Москва, январь, 1994 г.), на международном семинаре "Структурообразование, прочность и разрушение композиционных строительных материалов и конструкций" (г. Одесса, ноябрь, 1994 г.). По ним были напечатаны тезисы.

Публикации. По теме диссертации опубликовано: одна брошюра (препринт Санкт-Петербургского физико-технического института им. А. Ф. Иоффе РАН) и две научных публикации.

Структура и объем диссертации. Работа состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка использованной литературы из 103 наименований и одного приложения. Полный

объем - 177 страниц машинописного текста, в том числе 140 таблиц на 70 стр., 23 рис.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы, формулируется задача исследования и основные положения, выносимые на защиту, выделяются элементы научной новизны, достоверность, практическая ценность полученных результатов.

В разделе 1 рассмотрены типы пластинок регулярной структуры и общий подход к их статическому расчету. В общем случае бесконечные пластинки ослаблены системой эллиптических отверстий или жестких включений, которые обладают группой симметрии G с одномерной подгруппой трансляции (рис. 1). Основные элементарные ячейки заштрихованы, выделены основные контуры Γ^0 . На рисунке показаны имеющиеся плоскости отражения, основной вектор \vec{a} и обозначены соответствующие группы симметрии.

Изучаются также полосы и полуполосы с такими граничными условиями, которые позволяют продолжить их напряженно-деформированное состояние на одну из указанных бесконечных пластинок.

Вводится понятие функций $f_{(a\nu)\rho}$ ($\rho=1,2,\dots,m_\alpha$) с обобщенными периодическими свойствами, т.е. функций, удовлетворяющих условиям

$$f_{(a\nu)\mu}(gz) = \sum_{\rho=1}^{m_\alpha} \tau_{(a\nu)\mu\rho}(g) f_{(a\nu)\rho}(z) \quad \forall g \in G \quad (1)$$

$(\mu=1,2,\dots,m_\alpha)$

Некоторые типы рассматриваемых пластинок

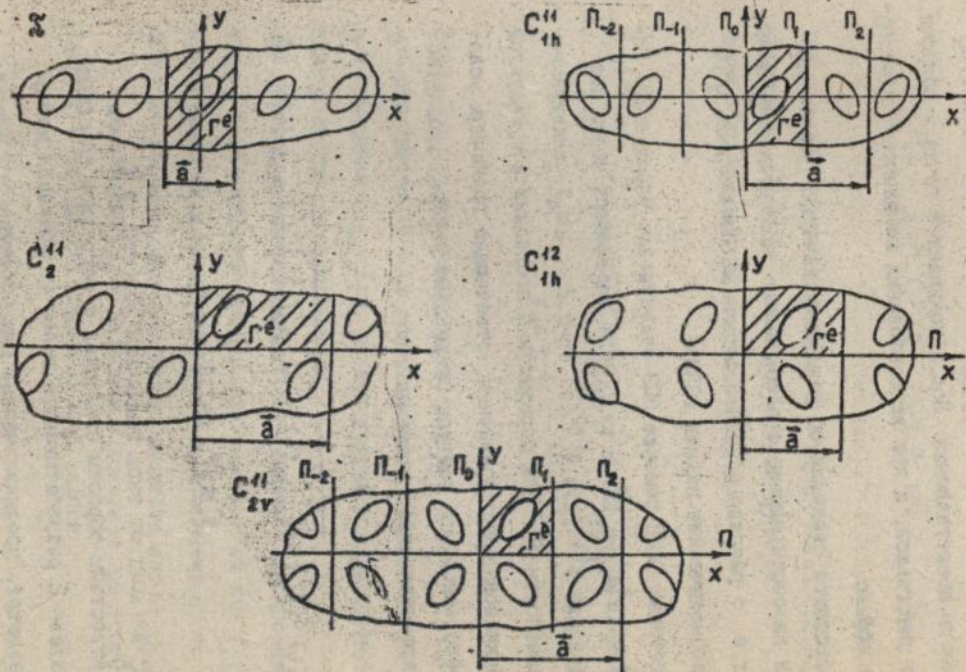


Рис. 1

где g - преобразование симметрии, $\tau_{(\alpha\nu)}(g)$ - матрицы α -го представления группы G , $\tau_{(\alpha\nu)\mu\rho}(g)$ - их μ, ρ -й элемент, m_α - размерность представления. Под z понимается точка в области, занятой пластинкой, а при использовании комплексной плоскости - ее аффикс.

Приводятся сведения об известном аппарате разложения нагрузки на составляющие с обобщенными периодическими свойствами, т.е. о распаде исходной задачи на независимые обобщенные периодические задачи (ОПЗ).

В методах ТФКП решение ОПЗ существенно упрощается. Искомые функции $\phi_{(\alpha\nu)\mu}(z)$ и $\psi_{(\alpha\nu)\mu}(z)$ выражаются через несколько функций $\Phi^{(\eta)}(z)$ и $\Psi^{(\eta)}(z)$ ($\eta=1, 2, \dots, m_\alpha$), аналитических на внешности Γ^* . Для определения последних используются только функциональные уравнения, отвечающие граничным условиям одного основного контура (остальные условия удовлетворяются автоматически), а именно:

$$K_1 \phi_{(\alpha\nu)\rho}(t) - K_2 \left[\overline{\psi_{(\alpha\nu)\rho}(t)} + \psi_{(\alpha\nu)\rho}(t) \right] = f_{(\alpha\nu)\rho}(t), \quad (2)$$

$$t \in \Gamma^*, \quad \rho=1, 2, \dots, m_\alpha$$

где K_1 и K_2 зависят от типа граничных условий, а $f_{(\alpha\nu)\rho}$ - функция известным образом связанная с нагрузкой пластинки

В разделе 2 разрабатывается новая модификация метода малого параметра, предназначенная для эффективного решения ОПЗ, т.е. для определения искомых функций $\Phi^{(\eta)}(z)$ и $\Psi^{(\eta)}(z)$.

Они записываются в виде

$$X^{(\eta)}(\zeta) = \sum_{s=0}^{\infty} \varepsilon^s X_s^{(\eta)}(\zeta) \quad (X=\Phi, \Psi; \eta=1, 2, \dots, m_\alpha) \quad (3)$$

где $\varepsilon = 1/a$ - малый параметр, ζ - точка внешности единичной окружности, $X_s^{(\eta)}(\zeta)$ - s -е приближение функции $X^{(\eta)}$, определяемое из бесконечной системы уравнений

$$K_{1, \Phi}^{(\rho)}(\sigma) - K_a \left[\frac{R}{R} \frac{1}{\sigma} \frac{\sigma^2 + c}{1 - c\sigma^2} \overline{\Phi_s^{(\rho)'(\sigma)} + \Psi_s^{(\rho)}(\sigma)} \right] = f_{\rho}^{(s)}(\sigma) \quad (4)$$

$$(s = 0, 1, \dots; \rho = 1, 2, \dots)$$

Здесь R и c - константы формы эллипса, $\sigma = e^{i\theta}$ - точка единичной окружности, θ - ее полярный угол. Правые части $f_{\rho}^{(s)}(\sigma)$ при $s=0$ равны $f_{(a\nu)\rho}(\sigma)$, а для других s алгебраически связаны с другими приближениями.

Основная теоретическая часть диссертации посвящена построению эффективной модификации метода. Так как $f_{(a\nu)\rho}(\sigma)$ представляется в виде ряда Фурье по степеням σ , то соответствующее исследование достаточно провести для $f_{(a\nu)\rho}(\sigma) = A_{\rho} \sigma^M$

Для положительных значений M доказаны три теоремы.

Теорема 1 определяет первые M приближений:

$$\Phi_0^{(\rho)}(\zeta) = \Phi_s^{(\rho)}(\zeta) = \Psi_s^{(\rho)}(\zeta) = 0 \quad (s=1, 2, \dots, M), \quad \Psi_s^{(\rho)}(\zeta) = -\bar{A}_{\rho} \zeta^{-M} \quad (5)$$

Теорема 2 описывает структуру последующих приближений:

$$\Phi_{M+q}^{(\rho)}(\zeta) = \sum_{r=1}^q A_{M+q,r}^{(\rho)} \zeta^{-r}. \quad (6)$$

$$\Psi_{M+q}^{(\rho)}(\zeta) = \sum_{r=1}^q \zeta^{-r} \left[B_{M+q,r}^{(\rho)} + \frac{1+c\zeta^2}{\zeta^2-c} \frac{\bar{R}}{R} r A_{M+q,r}^{(\rho)} \right].$$

где $A_{q,r}^{(\rho)}$ и $B_{q,r}^{(\rho)}$ - неизвестные пока скалярные коэффициенты. Теорема 3 устанавливает рекуррентные алгебраические соотношения для указанных коэффициентов.

Аналогичные теоремы доказаны и для случая $M < 0$.

Сходимость вычислительного процесса, опирающегося на теоремы 1-3, иллюстрируется табл. 1, содержащей значения M_r и M_θ на Γ^n при $\theta=0$. Контуры круговых отверстий загружены моментами $M_r=1$. Данные отвечают трем значениям ширины d перемычки между отверстиями. Содержание таблицы свидетельствует о приемлемой сходимости и совпадении с данными А.С. Комодьянского.

Таблица 1

Контурные моменты для значений $\nu=0$, $\mu=1$, $\theta=0$

a	1		0.5		0.2	
	M_r	M_θ	M_r	M_θ	M_r	M_θ
0	1.45	-1.45	1.74	-1.74	2.07	-2.07
4	1.02	-2.13	1.04	-3.12	0.97	-4.48
8	0.99	-2.29	0.98	-3.37	0.83	-6.35
16	0.99	-2.33	0.99	-4.12	0.93	-8.40
24	0.99	-2.33	0.99	-4.16	0.96	-9.28

Разработанная модификация метода малого параметра реализована на ЭЭМ в виде вычислительного комплекса. С его помощью можно исследовать любую непериодическую задачу изгиба пластинки с периодической системой отверстий, трещин или жестких включений. Так как решение рассматриваемых задач является достаточно громоздким и трудоемким, то в работе исследованы упрощения выкладок.

В разделе 3 излагается инженерный метод расчета напряженного состояния рассматриваемых пластинок, основанный на системе таблиц, числовые данные которых определялись с помощью изложенных ранее результатов. Метод сводится к использованию формулы

$$M_{\mu}(\sigma) = \sum_{\alpha \in A} \sum_{\rho=1}^{m_{\alpha}} \sum_{\gamma=-\infty}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} \epsilon^s a_{(\alpha)\rho\gamma} M_{(\alpha)\mu}^{\rho\gamma s}(\sigma), \quad (7)$$

где $M_{\mu}(\sigma)$ - искомые моменты M_{μ}^0 в точке σ основного контура, $a_{(\alpha)\rho\gamma}$ - коэффициенты при степенях σ^{γ} в правых частях $f_{(\alpha)\rho}$, $M_{(\alpha)\mu}^{\rho\gamma s}(\sigma)$ - табулированные значения.

Раздел 4 посвящен исследованию цилиндрического изгиба свободно опертой полосы с поперечным рядом из n круговых отверстий (рис. 2). Рассматриваются четыре варианта загрузки полосы (рис. 3). Так как нагрузка не изменяется по оси y , то она полностью характеризуется эпурой моментов M_x^0 в основном напряженном состоянии. Численный анализ распределения моментов показывает, что существует класс нагрузок, для которых концентрация моментов на всех внутренних контурах практиче-



Рис. 2

Варианты загрузки

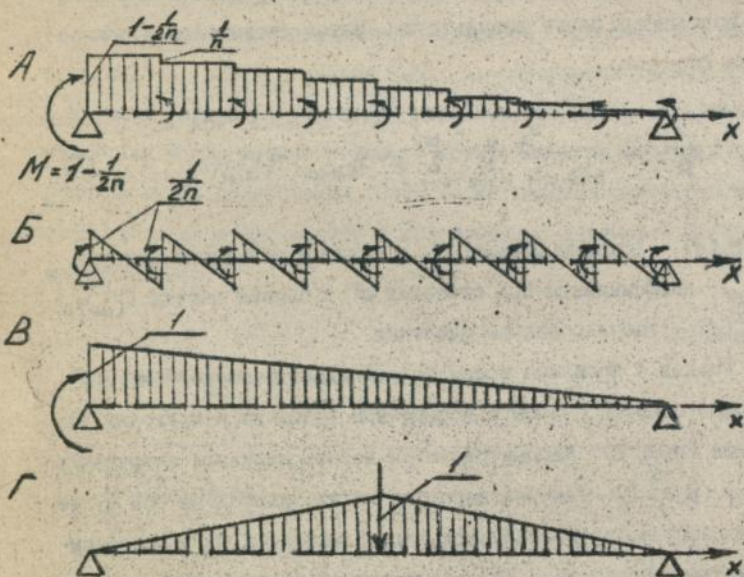


Рис. 3

ки одинакова. Такие нагрузки названы медленно меняющимися (по отношению к периоду геометрии). Они удовлетворяют условию $V > 0.1$, в котором V - критерий быстроты изменения нагрузки - определяется равенством

$$V = \frac{\max_{0 < x < \pi a/2} M_x^c(x + a/2) - M_x^c(x)}{M_x^c \max} \quad (8)$$

Медленно меняющиеся нагрузки широко распространены на практике. При $n > 16$ к ним относятся варианты А и В, собственный вес и т.п. Вариант Б характеризует высокая скорость изменения; а Г - примыкает к медленно меняющимся нагрузкам при $n = 16$ и входит в их число при $n \geq 24$.

Расчет контурных моментов при медленно меняющемся нагружении оказывается простым. Соответствующие им эпюры концентрации моментов не зависят от вида нагрузки, от числа отверстий в полосе, от номера внутреннего отверстия. Их эталонные эпюры приведены на рис. 4 в зависимости от параметра d . Для вычисления момента M_θ в какой-то точке контура с центром x_θ предлагается равенство

$$M_\theta = N_\theta M_x^c(x_\theta), \quad (9)$$

где N_θ - множитель эталонной эпюры в искомой точке, $M_x^c(x_\theta)$ - значение момента M_x^c в точке x_θ при заданной нагрузке

Эталонная эпюра концентрации моментов M_{θ} для медленно меняющихся нагрузок

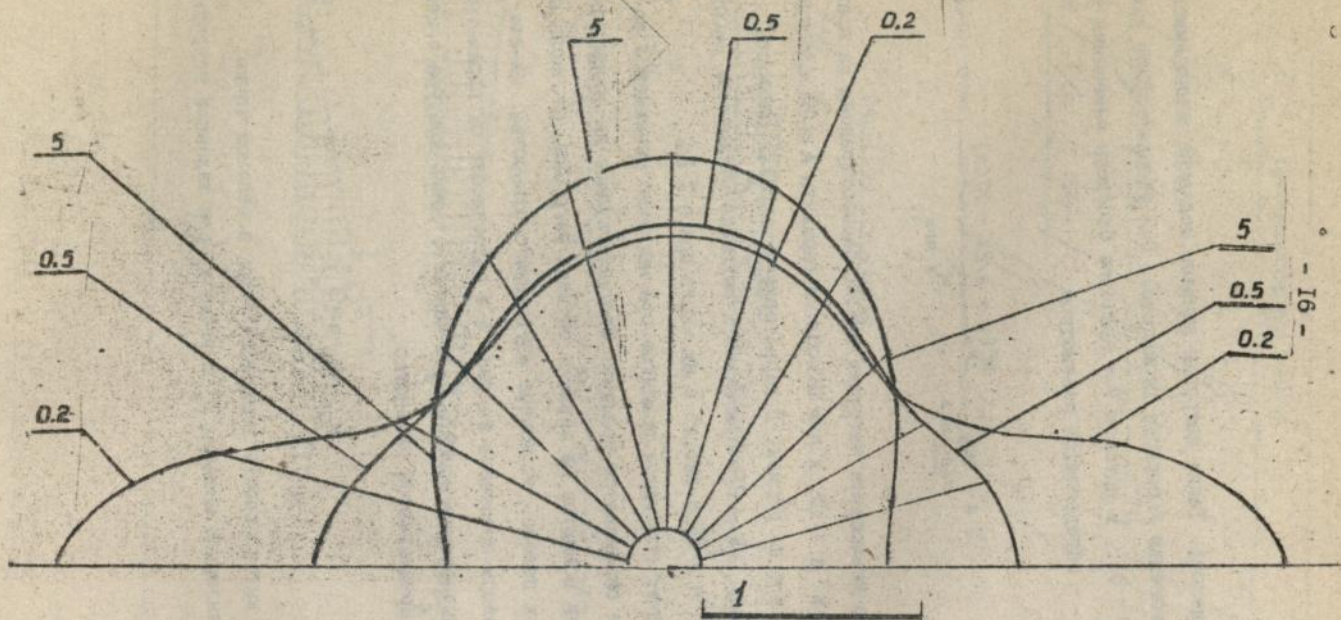


Рис. 4

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. Разработан эффективный подход к статическому расчету изгибаемых пластинок с периодической системой эллиптических отверстий или жестких включений при непериодической нагрузке. Изучение эллиптических отверстий в общей форме позволяет рассматривать, в частности, круговые отверстия и трещины. Непериодические нагружения дают возможность учесть влияние таких распространенных нагрузок, как собственный вес, распределенные моменты и силы на краю пластинки и т. п.

2. Предложен модифицированный метод малого параметра для решения обобщенных периодических задач, возникающих при использовании указанного подхода. Важной особенностью этой модификации является построение рекуррентных соотношений для определения последовательных приближений решения.

3. Численно показана хорошая сходимость метода. Проверена тождественность полученных результатов с данными, опубликованными в работах других авторов, для отдельных частных случаев.

4. Предложена инженерная методика статического расчета пластинок с рядом круговых отверстий для широкого класса действующих нагрузок. Центральной частью методики является использование специально составленной системы таблиц.

5. Проведен детальный численный анализ напряженного состояния цилиндрически изогнутой пластинки с поперечным рядом круговых отверстий. Рассмотренные варианты непериодического нагружения позволили установить ряд новых качественных эффектов распределения изгибающих моментов вблизи отверстия.

6. Исследовано действие на пластинку медленно меняющихся нагрузок. В соответствии с критерием, введенным в работе, к таким нагрузкам относятся наиболее характерные для практики неперiodические воздействия. Установлено, что концентрация контурных моментов при медленно меняющихся нагрузках по сути одинакова для всех внутренних отверстий и может считаться независимой от конкретного вида нагрузки.

7. Установлено, что максимальные изгибающие моменты при любых медленно меняющихся нагрузках возникают в точках контуров, отвечающих углам $\theta=0$ и $\theta=\pi/2$. При сближении отверстий значения этих моментов быстро растут. Для $d > 0.5R$ наибольшая концентрация моментов имеет место в точках $\theta=\pi/2$, а для $d > 0.5R$ - в точках $\theta=0$.

Основное содержание диссертации опубликовано в работах:

1. БЕЛЯЕВА М. М., БУРИШКИН М. Л., ЗЛАТИНА И. Н., ГАЛАКТИОНОВ Е. В. Метод малого параметра в обобщенных периодических задачах изгиба перфорированных пластин / Препринт №1613 С. -Петербург: ФТИ им. А. Ф. Иоффе РАН, 1993. - 60 с.
2. БЕЛЯЕВА М. М. Численное решение задачи об изгибе пластинки с рядом круговых отверстий. Киев: деп. в ГНТБ Украины, № 2433 - Ук 93,15.12.1993
3. БЕЛЯЕВА М. М., БУРИШКИН М. Л. Эффективный алгоритм метода малого параметра у проблемі згину густоперфорованих пластинок // Теж. докл. I Міжнародного симпозіуму українських інженерів-механіків. Львів, 18-20 травня, 1993.

БЕЛЯЕВА М.М. Модификация метода малого параметра для задачи изгиба пластинок, ослабленных периодической системой эллиптических отверстий (рукопись).

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.23.17 - строительная механика. Одесская государственная академия строительства и архитектуры. Одесса, 1995.

Заключаются результаты теоретических исследований, связанных с построением эффективной методики анализа неперiodического напряженного состояния изгибаемой пластинки, ослабленной периодической системой эллиптических отверстий.

Используется новая модификация метода малого параметра. Численные эксперименты подтверждают эффективность разрабатываемой методики.

с

Beijaeva M.M. Modification of small Parameter Method for problems of bent perforated plates weakened with periodic systems of elliptic holes.

Dissertation allows seeking a scientific grade of candidat of technical science on speciality 05.23.17 - the building mechanics. Odessa state academy of building and architecture, Odessa, 1995.

3 scientific works, which contain theoretic research complex of problems connected with construction of effective procedures for the analysis of nonperiodic strained state

448061

of bent plate weakened with periodic systems of elliptic holes are defended.

A new modification of small parameter method is used. Numerical experiments confirm a high efficiency of the method developed.

Ключові слова: пластинка, отвір, напружено-деформований стан

Подписано к печати 16.02.95. Формат 60x84/16. Бумага газетная. Печать офсетная. 1,16 усл.печ.л. 1,25 уч.-изд.л. Тираж 100 экз. Заказ № 40

Одесский государственный политехнический университет
270044, Одесса, пр.Шевченко,1