МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ УКРАИНЫ
ОДЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. И. И. МЕЧНИКОВА

На правах рукописи

Тапас Бандиопадхьяй

ИТЕРАТИВНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ОБОБЩЕННЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ГЕЛЬДЕРА

01.01.02 - Дифференциальные уравнения

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико - математических наук

Одесса - 1995

Диссертация является рукописью.

Работа выполнена на кафедре вычислительной математики Одесского государственного университета им. И.И.Мечникова.

Научный руководитель: кандидат физико - математических наук, доцент Тихоненко Н.Я.

Официальные оппоненты:

1. Доктор физико-математических наук, профессор Черский Ю.И.
2. Кандидат физико-математических наук, доцент Светной А.П.

Ведущая организация - Молдавский государственный университет г.Кишинев.

Защита состоится "21" апреля 1995г. в "15^{00}" часов на заседании специализированного совета К 05.01.05 по физико - математическим наукам (математика) при Одесском государственном университете им. И.И.Мечникова по адресу: 270100, г. Одесса, ул.Петра Великого, 2.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Одесского государственного университета им. И.И.Мечникова по адресу: г. Одесса ул.Советской Армии, 24.

Автореферат разослан "20" марта 1995г.

Ученый секретарь специализированного совета — А.И.Третьяк

Актуальность темы. Широкий круг задач науки и техники приводится к нахождению решений линейных или нелинейных сингулярных интегральных уравнений (СИУ) и их систем с ядром Коши на единичной окружности. Как известно, построение решений СИУ в замкнутом виде возможно лишь в весьма редких частных случаях и даже в этих случаях доведение результата до числа наталкивается на большие трудности.

Указанные обстоятельства обусловили то большое внимание, которое в настоящее время уделяется вопросам разработки и обоснованию методов приближенного решения различных классов СИУ и их систем. Начало научным исследованиям в этом направлении положили работы М. А. Лаврентьева, С. Б. Михлина, Х. Мультоппа, которые затем были продолжены С. М. Белоцерковским, Г. М. Вайникко, Б. Г. Габдулхаевым, Б. Зильберманом, В. А. Золотаревским, В. В. Ивановым, И. К. Лифановым, А. Ю. Лучкой, З. Пресдорфом, Д. Г. Саникидзе, Ю. В. Ганделем, В. Д. Диденко, А. Ф. Матвеевым, Б. И. Мусаевым, Н. Я. Тихоненко, М. А. Шешко и их последователями и учениками.

Обоснованию методов приближенного решения различных классов СИУ посвящено значительное число работ.[*] В этих работах при

---

[*] Достаточно полную библиографию по этим вопросам можно найти в следующих изданиях:

1. Белоцерковский С. М., Лифанов И. К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях. - М.: Наука, 1985. - 256 с.
2. Габдулхаев Б. Г. Оптимальные апроксимации решений линейных задач. - Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1980. - 232 с.
3. Гусейнов А. И., Мухтаров Х. Ш. Введение в теорию нелинейных сингулярных интегральных уравнений. - М.: Наука, 1980. - 414 с.
4. Золотаревский В. А. Конечномерные методы решения сингулярных интегральных уравнений на замкнутых контурах интегрирования. - Кишинев: Штиинца, 1991. - 134 с.
5. Иванов В. В. Теория приближенных методов и ее применение к численному решению сингулярных интегральных уравнений. - Киев: Наукова думка, 1968. - 237 с.
6. Лучка А. Ю. Проекционно-итеративные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. - Киев: Наукова думка, 1980. - 262 с.
7. Пресдорф З. Некоторые классы сингулярных уравнений. М.: Мир, 1979. - 496 с.

различных предположениях относительно коэффициентов, регулярных ядер и правых частей СИУ и контуров интегрирования были обоснованы различные численно-аналитические, проекционные и итеративные методы приближенного решения различных классов СИУ и их систем. Благодаря работам В.В.Иванова, Б.Г.Габдулхаева, И.К.Лифанова, Б.Зильбермана, З.Прёсдорфа, В.А.Золотаревского и др. теория проекционных методов приближенного решения линейных СИУ и их систем на ограниченных контурах интегрирования достаточно полно разработана. Проекционные методы, как правило, имеют простую вычислительную схему, однако они обладают существенным недостатком. Они наделены неудобным в вычислительной практике свойством - свойством насыщения, состоящим в том, что при нахождении приближенных решений СИУ с заданной высокой точностью проекционные методы приводят к необходимости находить решения систем линейных алгебраических уравнений, матрицы которых при больших порядках становятся плохо обусловленными, что не дает возможности эффективно применять проекционные методы к нахождению с высокой точностью приближенных решений СИУ, так как в этом случае ошибки округления при решении соответствующих систем линейных алгебраических уравнений приводят к большим ошибкам в окончательном результате.

Среди методов приближенного решения различных классов СИУ и их систем особое место занимают итерационные методы. В этом направлении выполнено значительно число работ. Так, в цикле работ Гусейнова А.И. и его учеников обоснованы метод простой итерации и метод Ньютона-Канторовича приближенного решения нелинейных СИУ с ядром Коши на единичной окружности в обобщенных пространствах Гельдера. Однако эти методы, вообще говоря, имеют ограниченную область применимости, поскольку при их реализации возникает необходимость в точном вычислении сложных квадратур, в связи с чем входные данные исследуемых уравнений подчиняются жестким условиям.

В связи с этим обстоятельством современные итеративные методы приближенного решения СИУ преследуют две задачи: расширение области применимости метода и ускорение его сходимости. Так в цикле работ А.Ю.Лучки и его учеников предложен и обоснован очень эффективный с вычислительной точки зрения проекционно-итеративный метод приближенного решения скалярных линейных и нелинейных СИУ с ядром Коши и с ядром Гильберта в пространствах функций, суммируемых с квадратом, и в пространствах функций, удовлетворяющих условию Гельдера. В цикле работ Б.Г.Габдулахаева и его учеников предложены и исследованы стационарный итерационный и аппроксимативно-итерационный методы приближенного решения нормального случая линейных и нелинейных СИУ с ядром Коши и с ядром Гельберта в пространствах функций, удовлетворяющих условию Гельдера, и в пространствах функций суммируемых с p-й, $1 < p < \infty$, степенью. В цикле работ Б.Т.Габдулахаева и В.А.Золотаревского и их учеников были предложены и обоснованы различные вычислительные схемы квадратурно-итерационного метода приближенного решения нормального случая нелинейных СИУ с ядром Гельберта или с ядром Коши на различных гладких контурах в пространствах функций, суммируемых с квадратом, и в пространствах функций, удовлетворяющих условию Гельдера.

Что же касается обоснования вычислительных схем различных модификаций итерационных методов приближенного решения нормального и исключительного случая СИУ и их систем с ядром Коши на единичной окружности в обобщенных пространствах Гельдера, то в этом направлении оказалось много не решенных задач. Этот пробел в некоторой мере восполняет представленая диссертационная работа.

Целью работы является обоснование вычислительных схем различных итерационных методов приближенного решения нормального и исключительного случаев СИУ и их систем с ядром Коши на единичной окружности в обобщенных пространствах Гельдера. При этом, следуя Л.В.Канторовичу, под обоснованием метода будем понимать:

- установление осуществимости и сходимости алгоритма;
- исследование быстроты сходимости;
- эффективная оценка погрешности.

Методика исследования. При выводе и обосновании полученных в диссертации результатов существенным образом используются различные сведения и утверждения из функционального анализа, конструктивной теории функций, теории функции комплексного переменного, интегральных уравнений и общей теории приближенных методов.

Научная новизна и основные результаты, выносимые на защиту. Все результаты, полученные в диссертации, являются новыми, строго доказанными, получены лично автором и следующие из них выносятся на защиту:

1. Обоснованы две схемы проекционно-итеративного метода приближенного решения нормального случая линейных СИУ с ядром Коши и их систем, которые затем применены к приближенному решению нормального случая СИУ со сдвигом и СИУ, содержащих комплексно сопряженные значения неизвестной функции.

2. Обоснованы две модификации стационарного итерационного и две модификации аппроксимационно-итерационного методов приближенного решения нормального и исключительного случая СИУ и их систем с ядром Коши.

3. Обоснованы стационарный итеративный и квадратурно-итеративный методы приближенного решения нормального случая нелинейных СИУ и их систем.

Теоретическая и практическая ценность. Диссертация носит в основном теоретический характер. Полученные в ней результаты могут быть использованы при дальнейшем развитии методов приближенного решения различных классов СИУ. Кроме того, они могут быть использованы при решении конкретных прикладных задач, сводящихся к нахождению решений различных классов СИУ и их обобщении.

Аппробация работы и публикации. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на: V Всесоюзном симпозиуме "Метод дискретных особенностей в задачах математической физики" (Одесса - 1991 г.), Республиканской научно-методической конференции, посвященной 200-летию со дня рождения Н.И.Лобачевского (Одесса - 1992 г.), международной научной конференции "Теория приближения и задачи вычислительной математики" (Днепропетровск - 1993 г.), научной конференции "Гаховские чтения" (Одесса - 1989 г.), заседаниях научного семинара "Общая теория приближенных методов" при Одесском университете, научный руководитель доц. Тихоненко Н.Я. (1989-1993 г.г.), Одесском городском научном семинаре по теории функции, научный руководитель проф. Стороженко Э.А. (1994 г.), ежегодных научных конференциях профессорско-преподавательского состава Одесского госуниверситета (1989-1994 г.г.).

Основные результаты опубликованы в 5 научных публикациях, выполненных лично автором.

Структура диссертации и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, разбитых на 11 параграфов, списка литературы, включающего 80 наименований, и содержится на 159 страницах машинописного текста.

Основное содержание работы. Во введении обоснована актуальность темы диссертации, дан анализ состояния проблемы, кратко изложено содержание диссертации и сформулированы основные результаты, выносимые на защиту.

Первая глава состоит из пяти параграфов: §§ 1–5 и посвящена обоснованию проекционно-итеративного метода прибдиженного решения нормального случая СИУ и их систем с ядром Коши на единичной окружности в обобщенных пространствах Гельдера, а также СИУ со сдвигом Карлемана и СИУ, содержащих комплексно-сопряженные значения неизвестной функции. В частности, в первом параграфе, который носит в основном вспомогательный характер, изложена известная схема проекционно-итеративного метода приближеного решения операторных уравнений и, кроме того, установлены новые достаточные условия его сходимости. § 2 посвящен обоснованию вычислительных схем проекционно-итеративного метода приближенного решения нормального случая СИУ

$$(K\varphi)(t) \equiv a(t)\varphi(t) + \frac{b(t)}{\pi i}\int_{\Gamma}\frac{\varphi(\tau)}{\tau-t}\,d\tau + \int_{\Gamma}k(t,\tau)\varphi(\tau)\,d\tau = f(t),\ t \in \Gamma, \tag{1}$$

на единичной окружности $\Gamma = \left\{t \in \mathbb{C}:\ |t|=1\right\}$, где $a(t)$, $b(t)$, $k(t,\tau), f(t)$ – известные функции, принадлежащие пространству $H^{(\lambda)}_{\omega^{(1)}}$, $\lambda\geq 0$. Начальное приближение $\varphi_0(t)$ является приближенным решением, определяемым по методу редукции или коллокаций, уравнения (1) и имеет вид

$$\varphi_0(t) = \sum_{\nu=-n}^{n} \varphi_\nu t^\nu, \tag{2}$$

где φ_ν – неизвестные постоянные, которые в случае метода коллокаций определяются из системы уравнений

$$\sum_{\nu=-n}^{n} \varphi_\nu\left[a(t_j)t_j^\nu + \operatorname{Sgn}\nu\, b(t_j)t_j^\nu + \int_{\Gamma}k(t_j,\tau)\tau^\nu d\tau\right] = f(t_j),\ j=\overline{-n,n} \tag{3}$$

где $\operatorname{Sgn}\nu = 1$ при $\nu \geq 0$, $\operatorname{Sgn}\nu = -1$ при $\nu < 0$, а

$$t_j = \exp \frac{2\pi i}{2n+1} j\ , \quad j=\overline{-n,n} \tag{4}$$

В случае метода редукции неизвестные φ_ν определяем из системы уравнений

$$\sum_{\nu=-n}^{n} \varphi_\nu \left[a_{j-\nu} + \operatorname{Sgn}\nu\ b_{j-\nu} + D_{j\nu} \right] = f_j, \quad j=\overline{-n,n} \tag{5}$$

где a_j, b_j, $D_{j\nu}$, f_j – коэффициенты Фурье соответственно функций $a(t)$, $b(t)$, $\int_\Gamma k(t,\tau)t^\nu d\tau$, $f(t)$.

Элементы поправок ищем в виде

$$\omega_k(t) = \sum_{\nu=-n}^{n} C_\nu^{(k)} t^\nu, \tag{6}$$

а последующие приближения определяем следующим образом

$$\varphi_k(t) = \varphi_{k-1}(t) + \omega_k(t) + \left(R\left[f - K(\varphi_{k-1} + \omega_k) \right] \right)(t), \quad k=1,2\ldots, \tag{7}$$

где K – оператор, определенный формулой (1), а R – его регуляризатор вида

$$(R\psi)(t) \equiv \frac{a(t)}{a^2(t)-b^2(t)} \psi(t) - \frac{b(t)}{a^2(t)-b^2(t)} \frac{1}{\pi i} \int_\Gamma \frac{\psi(\tau)}{\tau - t} d\tau. \tag{8}$$

При этом постоянные $C_\nu^{(k)}$, определяющие поправки $\omega_k(t)$, определяем в случае метода коллокации из системы уравнений

$$\sum_{\nu=-n}^{n} C_\nu^{(k)} \left[a(t_j)t_j^\nu + \operatorname{Sgn}\nu\ b(t_j)t_j^\nu + \int_\Gamma k(t_j,\tau)\tau^\nu d\tau \right] =$$

$$= f(t_j) - (K\varphi_{k-1})(t_j), \quad j=\overline{-n,n} \tag{9}$$

где t_j – узлы (4). В случае метода редукции постоянные $C_\nu^{(k)}$ определяем из системы уравнений

$$\sum_{\nu=-n}^{n} C_\nu^{(k)}\left[a_{j-\nu} + \mathrm{Sgn}\,\nu\, b_{j-\nu} + D_{j\nu}\right] = f_j - \lambda_j, \quad j=\overline{-n,n}, \qquad (10)$$

где λ_j _ коэффициенты Фурье функции $(K\varphi_{k-1})(t)$.

Если постоянные φ_ν, $C_\nu^{(k)}$ определяются согласно методу коллокаций, то справедлива

Теорема 1. Пусть функции $a(t)$, $b(t)$, $k(t,\tau)$, $f(t)$ $\in H^{(\lambda)}_{\omega^{(1)}}$, $\lambda\geq 0$, по всем переменным, $a^2(t)-b^2(t)\neq 0$, $\varkappa = \mathrm{ind}\,\dfrac{a(t)-b(t)}{a(t)+b(t)} = 0$, уравнение (1) имеет единственное решение и функция $\delta^\lambda F(\delta)\,|\ln\delta|\to 0$ при $\delta\to+0$, где $F(\delta)=\omega^{(1)}(\delta)/\omega^{(2)}(\delta)$, то при достаточно больших n итерационный процесс (2)-(4),(6)-(9) реализуем, а приближенные решения $\varphi_k(t)$ уравнения (1) сходится в пространстве $H_{\omega^{(2)}}$ к его точному решению $\varphi_*(t)$ со скоростью

$$\left\|\varphi_*(t)-\varphi_k(t)\right\|_{H_{\omega^{(2)}}} = O\left(\left[n^{-\lambda}F\left(\frac{1}{n}\right)\ln n\right]^{k-1}\right), \quad k = 1,2,\ldots,$$

где $\omega^{(1)}(\delta)$, $\omega^{(2)}(\delta)$ - модули непрерывности, удовлетворяющие условиям Зигмунда-Бари-Стечкина.

Если постоянные φ_ν, $C_\nu^{(k)}$ *определяются согласно методу* редукции, то для итерационного процесса (2),(5) - (8), (10) справедливо утверждение, аналогичное теореме 1. В третьем параграфе производится обоснование проекционно-итеративного метода, основанного на методах коллокации, приближенного решения нормального случая систем СИУ

$$A(t)\varphi(t)+\frac{B(t)}{\pi i}\int_\Gamma \frac{\varphi(\tau)}{\tau-t}\,d\tau + \int_\Gamma K(t,\tau)\varphi(\tau)\,d\tau = f(t), \quad t\in\Gamma, \qquad (11)$$

где $A(t)$, $B(t)$, $K(t,\tau)$ - известные матрицы-функции, $f(t)$ - известная вектор-функция размерности m с элементами из пространства $H^{(\lambda)}_{\omega^{(1)}}$, $\lambda\geq 0$, а $\varphi(t)$ - неизвестная вектор-функция размерности m. Установлена осуществимость метода и определены оценки скорости его сходимости. На основе сведения к системе СИУ с ядром Коши в § 4 производится обоснование проекционно-итеративного метода приближенного решения нормального случая СИУ со сдвигом

$$a(t)\rho(t)+ b(t)\rho\left[\alpha(t)\right] + \frac{C(t)}{\pi i}\int\limits_{\Gamma}\frac{\rho(\tau)}{\tau-t}\,d\tau + \frac{d(t)}{\pi i}\int\limits_{\Gamma}\frac{\rho(\tau)}{\tau-\alpha(t)}\,d\tau +$$

$$+\int\limits_{\Gamma}K(t,\tau)\varphi(\tau)\,d\tau = h(t),\ t\in\Gamma, \qquad (12)$$

где $\alpha(t)$ - сдвиг, удовлетворяющий условию Карлемана или обобщенному условию Карлемана, а в § 5 - нормального случая СИУ с комплексно-сопряженными значениями неизвестной функции

$$a(t)\varphi(t)+ b(t)\overline{\varphi(t)} + \frac{C(t)}{\pi i}\int\limits_{\Gamma}\frac{\varphi(\tau)}{\tau-t}\,d\tau + d(t)\,\overline{\frac{1}{\pi i}\int\limits_{\Gamma}\frac{\varphi(\tau)}{\tau-t}\,d\tau} +$$

$$+\int\limits_{\Gamma}K_1(t,\tau)\varphi(\tau)\,d\tau + \overline{\int\limits_{\Gamma}K_2(t,\tau)\varphi(\tau)\,d\tau} = h(t).$$

Вторая глава состоит из четырех параграфов: §§ 6-9 и посвящена обоснованию двух модификаций стационарного итеративного и аппрксимационно-итеративного методов приближенного решения нормального и исключительного случаев СИУ и их систем с ядром Коши на единичной окружности в обобщенных пространствах Гельдера. В § 6 строится итерационный процесс

$$\varphi_{k+1}(t) = \varphi_k(t) + \tau H\left[f(t)-(K\varphi_k)(t)\right],\ k=0,1,2,\dots, \qquad (13)$$

приближенного решения уравнения (1), где оператор H выбирается из требования простоты реализации итерационного процесса (13), а параметр τ - из требования обеспечения его максимальной скорости сходимости. Итерационный процесс (13) исследован, если H=R - регуляризатор (8) оператора K или H=I - единичный оператор. Указаны границы изменения итерационного параметра τ, при значениях которого итерационный процесс (13) сходится. В частности, если H=I, то имеет место

Теорема 2. Пусть функции $a(t)$, $b(t)$, $k(t,\tau)$ $f(t)\in H_\omega$ по всем переменным, $a^2(t)-b^2(t)\neq0$, $\varkappa=0$ и уравнение (1) имеет единственное решение. Тогда итерационный процесс (13) сходится к точному решению $\varphi_*(t)$ уравнения (1) со скоростью

$$\|\varphi_*(t)-\varphi_k(t)\|_{H_\omega} \le \frac{\tau q^k}{1-q}\|f(t)-(K\varphi_k)(t)\|_{H_\omega}, \quad k=0,1,2,\dots,$$

где $\varphi_0(t)\in H_\omega$ - начальное приближение, если итерационный параметр τ выбран в соответствии с оценкой

$$\frac{1}{\max\limits_{+,-}\|a(t)\pm b(t)\|_{H_\omega}+2\pi\|k(t,\tau)\|_{H_\omega}} \le \tau$$

так, чтобы величина $q=\|I-\tau K\|$ была бы меньше единицы. Здесь $\omega(\delta)$ - модуль непрерывности, удовлетворяющий условиям Зигмунда-Бари-Стечкина.

Седьмой параграф посвящен обоснованию аппроксимативно-итерационного метода приближенного решения нормального случая уравнения (1). Этот метод состоит в том, что функции $a(t)$, $b(t)$, $k(t,\tau)$, $f(t)$ приближаются соответственно функциями $a_n(t)$, $b_n(t)$, $k_n(t,\tau)$, $f_n(t)$ - отрезки рядов Фурье или многочлены Лагранжа по узлам (4), а приближенное решение уравнения (1) строится посредством реализации итерационного процесса

$$\varphi^{j+1}(t)=\varphi^j(t)+\tau H_n\Big[f_n(t)-a_n(t)\varphi^j(t)-\frac{b_n(t)}{\pi i}\int\limits_\Gamma\frac{\varphi^j(\tau)}{\tau-t}d\tau-$$

$$-\int\limits_\Gamma k_n(t,\tau)\varphi^j(\tau)d\tau\Big],\quad j=0,1,\dots \qquad (14)$$

где τ - итерационный параметр, а оператор $H_n=I$ - единичный оператор или имеет вид

$$(H_n\psi)(t)\equiv\frac{a_n(t)}{a_n^2(t)-b_n^2(t)}\psi(t)-\frac{b_n(t)}{a_n^2(t)-b_n^2(t)}\frac{1}{\pi i}\int\limits_\Gamma\frac{\psi(\tau)}{\tau-t}d\tau, \quad (15).$$

Установлены границы изменения итерационного параметра τ, при значениях которого итерационный процесс (14) сходится, а также определена скорость сходимости приближенных решений уравнения (1) к его точному решению. В частности, если $H_n=I$, то имеет место

Теорема 3. Пусть функции $a(t)$, $b(t)$, $k(t,\tau)$, $f(t)\in H^{(\lambda)}_{\omega^{(\lambda)}}$, $\lambda\ge0$, по всем переменным, переменным, $a^2(t)-b^2(t)\ne0$, $\varkappa=0$ и уравнение (1) имеет единственное решение, а $F(\delta)\,|\ln \delta| \to 0$ при $\delta\to+0$. Тогда при достаточно больших n итерационный процесс (14) сходится в пространстве $H_{\omega(2)}$ со скоростью

$$\|\varphi_*(t)-\varphi^j(t)\|_{H_{\omega(2)}}= O\left[n^{-\lambda}F(\tfrac{1}{n})\ln n\right] + O(q_0^j),$$

где итерационный параметр τ определяется в соответствии с оценкой

$$\frac{1}{\max\limits_{+,-} \|a_n(t)\pm b_n(t)\|_{H_{\omega(2)}}+2\pi\|k_n(t,\tau)\|_{H_{\omega(2)}}} \le \tau$$

так, чтобы величина $q_0= \|I-\tau K_n\|$ была бы меньше единицы. Здесь оператор K_n имеет следующий вид

$$(K_n\varphi)(t)\equiv a_n(t)\varphi(t) + \frac{b_n(t)}{\pi i}\int\limits_\Gamma\frac{\varphi(\tau)}{\tau-t}\, d\tau+\int\limits_\Gamma k_n(t,\tau)\varphi(\tau)\,d\tau.$$

В восьмом параграфе производится обоснование стационарных итерационного и аппрксимативно-итерационного методов приближенного решения исключительного случая уравнения (1), т.е., случая, когда $a(t)-b(t)$ и $a(t)+b(t)$ имеют нули на Γ целых порядков в конечном числе точек. Девятый параграф посвящен обоснованию стационарных итерационного и аппроксимативно-итерационного методов приближенного решения нормального и исключительного случаев систем СИУ вида (11).

Третья глава состоит из двух параграфов: §§ 10, 11 и посвящена обоснованию итерационных методов приближенного решения нелинейных СИУ и их систем с ядром Коши. Так в §10 производится обоснование стационарного итеративного метода решения нелинейного СИУ

$$(A\varphi)(t)\equiv F\left[t,\varphi(\tau),\ \frac{1}{\pi i}\int\limits_\Gamma \frac{k(t,\tau,\ \varphi(\tau))}{\tau-t}\, d\tau\right] = f(t). \qquad (16)$$

Выяснены условия дифференцируемости по Фреше оператора A, а также установлены сходимость итерационного процесса

$$\varphi_{k+1}(t)= \varphi_k(t)+\tau\left[f(t) - F\left[t,\varphi_k(t),\frac{1}{\pi i}\int\limits_\Gamma \frac{k(t,\tau,\ \varphi_k(\tau))}{\tau-t}\, d\tau\right]\right] \qquad (17)$$

$$k = 0,\ 1,\dots .$$

приближенного решения уравнения (16) и определены границы изменения итерационного параметра τ, при значениях которого итерационный процесс (17) является сходящимся. Аналогичный результат получен и для систем нелинейных СИУ. § 11 посвящен обоснованию квадратурно-итеративного метода, основанного на методах коллокации и механических квадратур, приближенного решения СИУ (16), приближенное решение которого, например, в случае метода коллокаций ищется из итерационного процесса

$$\varphi_n^{j+1}(t)=\varphi_n^j(t)+\tau P_n\left[f(t)-F\left[t,\varphi_n^j(t),\frac{1}{\pi i}\int\limits_\Gamma\frac{k(t,\tau,\varphi_n^j(\tau))}{\tau-t}\,d\tau\right]\right]$$

$$j=0,\ 1,\ 2,\ \ldots\ ,$$

где $\varphi_n^0(t)$ - начальное приближение, которое имеет вид (2), а P_n - оператор Лагранжа по узлам интерполяции (4). Аналогичный результат получен и для систем нелинейных СИУ.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Тапас Бандиопадхьяй. Проекционно-итеративный метод решения сингулярных интегральных уравнений в пространствах непрерывных функций / Тезисы докладов V Всесоюзного симпозиума "Метод дискретных особенностей в задачах математической физики". - Одесса, 15-19 сентября 1991 г. - Одесса, 1991. - часть II. - С.53.

2. Тапас Бандиопадхьяй. Решение проекционно-итеративным методом нормального случая сингулярных интегральных уравнений в пространствах непрерывных функций, определяемых модулями непрерывности / Одесск. ун-т. - Одесса, 1991. - 15 с. - Деп. в УкрНИИНТИ 15.11.1991, N 1796. - Ук 91.

3. Тапас Бандиопадхьяй. Метод уточняющих итераций решения сингулярных интегральных уравнений в пространствах непрерывных функций, определяемых модулями непрерывности / Тезисы докладов Республиканской научно-методической конференции, посвященной 200-летию со дня рождения Н.И.Лобачевского. - Одесса, 3-8 сентября 1992 г. - Одесса, 1992. - Часть 2. - С.96.

4. Тапас Бандиопадхьяй. Приближенное решение вырожденного случая сингулярных интегральных уравнений проекционно-итеративным методом / Тезисы докладов Международной конференции " Теория приближения и задачи вычислительной математики." - Днепропетровск, 26-28 мая

1993 г. - Днепропетровск, 1993. - С.175.
5. Тапас Бандиопадхьяй. Стационарные итерационные методы решения линейных сингулярных интегральных уравнений в обобщенных пространствах Гельдера. / Одесск. ун-т. - Одесса, 1994. - 28 с. - Деп. в ГНТБ 06.04.1994, N 649. - Ук 94.

Тапас Бандиопадхьяй. Итеративные методы решения сингулярных интегральных уравнений в обобщенных пространствах Гельдера. Рукопись. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения. Одесский государственный университет. Одесса 1995.

Диссертация посвящена обоснованию вычислительных схем и установлению оценок скорости сходимости итеративных методов приближенного решения нормального и исключительного случаев линейных и нелинейных сингулярных интегральных уравнений и их систем с ядром Коши и их обобщений на единичной окружности в обобщенных пространствах Гельдера.

Tapas Bandyopadhyay. Iterative methods of solution of singular integral equations on generalised Holder's spase. Manuscript. Dissertation to obtain the scientific degree of Doctor of Philosophy in Mathematics in the speciality 01.01.02 - differential equations. Odessa State University. Odessa 1995. Dissertation is devoted to the foundation of calculating plan and the establishment of the estimation of speed of convergence of the iterative methods of annpoximate solution in normal and exceptional cases of the linears and non-linears singular integral equations and their systems with Cauchy core and their generalisations on the unit circle in generalised Holder's spase.

Ключові слова: ітераційний метод, сингулярне інтегральне рівняння, оцінка швидкості збіжності.

Подписано к печати 09.03.95. Формат 60х84/16. Бумага газетная.
Печать офсетная. 0,87 усл.печ.л. 0,94 уч.-изд.л.
Тираж 100 экз. Заказ № 74

Одесский государственный политехнический университет
270044, Одесса, пр.Шевченко, 1.