Київський Університет імені Тараса Шевченка

На правах рукопису

ВЕЛИКОІВАНЕНКО Вел
Галина Іванівна

УДК 519.21

АНАЛІТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ БАНАХОВОЗНАЧНИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ З ПРОСТОРІВ ОРЛИЧА

01.01.05 —

теорія ймовірностей та математична статистика

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук

Київ — 1995

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі теорії ймовірностей та математичної статистики Київського університету ім. Тараса Шевченка.

Науковий керівник - доктор фізико-математичних наук, професор Козаченко Юрій Васильович

Офіційні опоненти - доктор фізико-математичних наук, професор Мішура Юлія Степанівна

кандидат фізико-математичних наук, Пашко Анатолій Олексійович

Провідна організація - інститут кібернетики НАН України

Захист дисертації відбудеться "22" травня 1995р. о 14 год. на засіданні спеціалізованої вченої ради К 01.01.21 по присудженню вченого ступеня кандидата фізико-математичних наук у Київському університеті ім. Тараса Шевченка за адресою: 252127, м. Київ - 127, просп. академіка Глушкова, 6, механіко-математичний факультет, ауд. 42.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Київського університету ім. Тараса Шевченка, м.Київ, вул.Володимирська, 58.

Автореферат розіслано "20" квітня 1995р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради О.О.Курченко

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Дисертація присвячена дослідженню аналітичних властивостей банаховозначних випадкових процесів з просторів Орлича, знаходженню оцінок для розподілу їх норм та умов інтегровності цих норм в певному сенсі.

Вивчення аналітичних властивостей випадкових процесів таких, наприклад, як неперервність або обмеженість з ймовірністю одиниця їх траекторій, розпочате Колмогоровим А.М., привело до створення самостійного напрямку в теорії випадкових процесів. До цього напрямку можна віднести дослідження локальних властивостей випадкових процесів, таких як супремум, варіації і т.д., вивчення слабкої збіжності послідовностей випадкових процесів в функціональних просторах.

Дослідження в цьому напрямі найбільш інтенсивно розвивались останнім часом. Найбільше розповсюдження отримав ентропійний метод, що був розроблений в роботах Дадлі, Ферніка та Судакова. Цей метод ефективно використовувався для дослідження гауссових процесів. Наприклад, використавши поняття метричної ентропії, Дадлі отримав свою відому ентропійну умову неперервності гауссових випадкових процесів. А пізніше Фернік довів необхідність ентропійних умов Дадлі для вибіркової неперервності гауссових стаціонарних процесів.

Методами близькими до тих, якими досліджуються локальні властивості випадкових процесів, можна отримувати умови обмеженості та умови інтегровності в певному розумінні норм випадкових процесів. Першою роботою в цьому напрямі була робота Скорохода А.В., який встановив експоненціальну інтегровність рівномірної норми гауссових неперервних процесів. Вивченню розподілу рівномірної норми гауссових процесів присвячені роботи Бєляєва Ю.К., Пітербарга В.І. та Вермана С.

В кінці 60-х років з'явились роботи, що вивчали аналітичні властивості класів випадкових процесів більш широких ніж гауссові. Використавши поняття субгауссової випадкової величини, яку ввів Кахан Ж., Козаченко Ю.В. ввів поняття субгауссових випадкових процесів та вивчив умови неперервності та деякі інші властивості цих процесів.

В роботах Булдигіна В.В. та Козаченка Ю.В. було введено передгауссові процеси та вивчено їх властивості. В роботах Козаченка Ю.В. та Островського Є.Й. було введено клас $\mathrm{sub}\,\varphi(\Omega)$ випадкових величин та процесів.

Далі властивості субгауссових та передгауссових випадкових процесів вивчались в роботах Булдигіна В.В., Дмитровського В.А., Джейна Н. та Маркуса М.В роботах Козаченка Ю.В. були досліджені аналітичні властивості та розподіли супремумів випадкових процесів з просторів Орлича.

Останнім часом з'явились роботи, в яких почали вивчатись субгауссівські випадкові елементи з значеннями в банахових просторах. Це роботи Талаграна, Хейнкеля та Фукуди. В цих роботах знайдено умови експоненціальної інтегровності норм субгауссових елементів.

Природньо постала задача отримати подібні результати для випадкових елементів з більш широкого класу, а саме для $\mathrm{sub}\,\varphi(\Omega)$ та орличевих, а також дослідити аналітичні властивості таких банаховозначних випадкових процесів.

Розв'язку цієї задачі і присвячена дисертаційна робота.

Мета роботи полягає в тому, щоб ввести поняття банаховoзначних випадкових елементів з просторів $\mathrm{sub}\,\varphi(\Omega)$ та деяких експоненціальних просторів Орлича, вивчити умови існування експоненціальних моментів норм цих елементів в деяких конкретних банахових просторах, вивчити аналітичні властивості випадкових банаховозначних процесів $X(t)$, $t \in T$, де $X(t)$ - випадковий банаховозначний елемент.

Наукова новизна. В дисертації:

- знайдено умови експоненціальної інтегровності норм банаховозначних випадкових елементів з просторів $\mathrm{sub}\,\varphi(\Omega)_B$, $\mathrm{Pred}\,(\Omega)_B$, $L_\Psi(\Omega)_B$, $\Psi(x)=\exp\{|x|^\alpha\}-1$, $0<\alpha<1$, $|x|>x_0>0$, у випадках $B=L_p(T,\mathcal{B},\mu)$ та $B=L_U(T,\mathcal{B},\mu)$;

-доведено загальну теорему про обмеженість норм з ймовірністю одиниця банаховозначних випадкових процесів з просторів Орлича $L_U(\Omega)_B$ у випадку, коли функція $U(x)$ належить класу E, знайдено оцінки для розподілу супремуму норм таких банаховозначних випадкових процесів;

- знайдено умови обмеженості норм з ймовірністю одиниця банаховозначних випадкових процесів з просторів $\mathrm{sub}\,\varphi(\Omega)_B$, $\mathrm{Pred}\,(\Omega)_B$ та $L_\Psi(\Omega)_B$, $\Psi(x)=\exp\{|x|^\alpha\}-1$, $0<\alpha<1$, $|x|>x_0>0$, знайдено оцінки для розподілу супремуму норм таких процесів;

- доведено загальну теорему про вибіркову неперервність з ймовірністю одиниця банаховозначних випадкових процесів з просторів Орлича $L_U(\Omega)_B$, коли функція $U(x)$ належить класу E;

- знайдено умови вибіркової неперервності з ймовірністю одиниця банаховозначних випадкових процесів з просторів $\mathrm{sub}\,\varphi(\Omega)_B$, $\mathrm{Pred}(\Omega)_B$ та $L_\Psi(\Omega)_B$, $\Psi(x)=\exp\{|x|^\alpha\}-1$, $0<\alpha<1$, $|x|>x_0>0$.

Теоретична та практична цінність. Одержані в дисертації результати можуть бути використані в різних розділах теорії випадкових процесів, наприклад, при дослідженні розподілів числа виходів випадкових процесів та полів за фіксований рівень, в статистиці випадкових процесів, в теорії статистичних випробувань, в теорії стохастичних диференціальних рівнянь. Крім того, ці результати використовуються в сучасній квантовій теорії поля, статистичній радіофізиці, метеорології і т.інш.

Апробація та публікації. Матеріали дисертації повідомлялись на Міжнародній конференції пам'яті М.П.Кравчука (Київ, 1993), на науковому семінарі з теорії ймовірностей КПІ (1994), на Всеукраїнській конференції молодих вчених (Київ, 1994).

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається з шести параграфів. Загальний об'єм роботи 98 ст. машинописного тексту. Бібліографія містить 58 найменувань.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі дисертації обгрунтована актуальність теми дисертації, сформульована мета роботи, міститься огляд літератури щодо теми дисертації, коротко викладено зміст дисертації.

У §1 наведені необхідні відомості з теорії просторів Орлича та просторів випадкових величин субгауссівського типу. Сформульовані означення S-функцій та N-функцій Орлича та деякі властивості цих функцій; означення простору Орлича випадкових величин $L_U(\Omega)$; означення простору випадкових величин субгауссівського типу $\mathrm{sub}\,\varphi(\Omega)$; означення простору передгауссових випадкових величин Pred (Ω); наведені необхідні далі властивості просторів $L_U(\Omega)$, $sub_\varphi(\Omega)$ та Pred (Ω).

У §2 вводяться простори $L_U(\Omega)_B$, $sub_\varphi(\Omega)_B$, Pred $(\Omega)_B$ банаховозначних випадкових елементів.

Нехай $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$ стандартний ймовірнісний простір, $B = (B, \|\cdot\|)$ дійсний сепарабельний банахів простір, $B^* = (B^*, \|\cdot\|^*)$ спряжений простір до B, $\langle\cdot,\cdot\rangle$ канонічна білінійна форма на $B^* \times B$.

Означення 2.1. Нехай $U(x)$ деяка S-функція. Будемо казати, що B-значний випадковий елемент X належить простору $L_U(\Omega)_B$, якщо для будь-якого $y \in B^*$ існує константа $r_y > 0$ така, що

$$E\left[U\left(\frac{\langle y, X\rangle}{r_y}\right)\right] < \infty$$

Означення 2.2. Нехай функція $\varphi(x)$ - N-функція Орлича. Будемо казати, що B-значний випадковий елемент X належить простору $sub_\varphi(\Omega)_B$, якщо $E[\langle y, X\rangle] = 0$, для будь-якого $y \in B^*$, та існує константа $c > 0$ така, що

$$E\left[\exp\{\langle y, X\rangle\}\right] \leq \exp\left\{\varphi\left(c\left(E\left[\langle y, X\rangle^2\right]\right)^{1/2}\right)\right\} < \infty$$

для будь-якого $y \in B^*$.

Означення 2.3. Будемо казати, що B-значний випадковий елемент X належить простору Pred $(\Omega)_B$ (є передгауссовим), якщо $E[\langle y, X\rangle] = 0$, для будь-якого $y \in B^*$, та існують константи $c > 0$ та $\Delta > 0$ такі, що

$$E\left[\exp\{\langle y, X\rangle\}\right] \leq \exp\left\{\frac{c^2}{2} E\left[\langle y, X\rangle^2\right]\right\} < \infty$$

для кожного $y \in B^*$ такого, що $\|y\|^* < \Delta$.

I, аналогічно означенню 2.1, дається визначення простору $L_\Psi(\Omega)_B$ B-значних випадкових елементів у випадку, коли функція $\Psi(x)=\exp\{|x|^\alpha\}-1$, $0<\alpha<1, |x|>x_0>0$. (Далі під функцією $\Psi(x)$ будемо завжди розуміти $\Psi(x)=\exp\{|x|^\alpha\}-1$, $0<\alpha<1, |x|>x_0>0$.)

Далі для банаховозначних випадкових елементів з просторів $\mathrm{sub}\,\varphi(\Omega)_B$, $\mathrm{Pred}\,(\Omega)_B$, $L_\Psi(\Omega)_B$ вводяться поняття експоненціальної інтегровності та моментні норми $\tilde{\tau}(X)$, $\theta(X)$ та $\sigma(X)$, де

$$\tilde{\tau}(X)=\sup_{n\geq 1}\left(E\left[\|X\|^n\right]\right)^{1/n}\frac{\varphi^{(-1)}(n)}{n},$$

$$\theta(X)=\sup_{n\geq 1}\left(E\left[\|X\|^n\right]\right)^{1/n}\frac{1}{n},$$

$$\sigma(X)=\sup_{n\geq 1}\left(E\left[\|X\|^n\right]\right)^{1/n}\cdot n^{-1/\alpha}.$$

В лемах 2.2 та 2.3 доведені властивості норм $\tilde{\tau}(X)$, $\theta(X)$, $\sigma(X)$, які необхідні для подальших досліджень.

У §3 доведено експоненціальну інтегровність банаховозначних випадкових елементів з просторів $\mathrm{sub}\,\varphi(\Omega)_B$, $\mathrm{Pred}(\Omega)_B$ та $L_\Psi(\Omega)_B$, у випадках $B=L_p(T,\mathcal{B},\mu)$ та $B=L_U(T,\mathcal{B},\mu)$, коли функція Орлича $U(x)$ задовольняє певним умовам.

Теорема 3.1. Нехай $(T,\mathcal{B},\mu)$ - σ - скінченний простір із злічено породженою σ-алгеброю $\mathcal{B}$, X - $L_p(T,\mathcal{B},\mu)$-значний випадковий елемент ($1\leq p<\infty$) такий, що $E[\langle y,X\rangle]=0$, для будь-якого $y\in B^*$, та існує константа $c>0$ така, що

$$E\left[\exp\{\langle y,X\rangle\}\right]\leq\exp\left\{\varphi\left(c\left(E\left[\langle y,X\rangle^2\right]\right)^2\right)\right\}<\infty$$

для будь-якого $y\in B^*$. Тоді для деякого $\varepsilon>0$

$$E\left[\exp\left\{\varphi^*(\varepsilon\|X\|)\right\}\right]<\infty.$$

Теорема 3.2. Нехай $(T,\mathcal{B},\mu)$, $\mu(T)<\infty$, простір із зліченно породженою σ-алгеброю $\mathcal{B}$, функція Орлича $U(x)$ задовольняє Δ_2-умові та умові: існує $n_0>0$ таке, що $(U^{(-1)}(x))^n$ - опукла функція для будь-якого $n\geqslant n_0$, X - $L_U(T,\mathcal{B},\mu)$-значний випадковий елемент такий, що $E[\langle y,X\rangle]=0$, для будь-якого $y\in B^*$, та існує константа $c>0$ така, що

$$E\left[\exp\{\langle y,X\rangle\}\right]\leqslant\exp\left\{\varphi\left(c\left(E[\langle y,X\rangle^2]\right)^{1/2}\right)\right\}<\infty$$

для будь-якого $y\in B^*$. Тоді для деякого $\varepsilon>0$

$$E\left[\exp\{\varphi^*(\varepsilon\|X\|)\}\right]<\infty.$$

У теоремах 3.3 та 3.4 отримано результати аналогічні теоремам 3.1 та 3.2 відповідно для просторів $\mathrm{Pred}(\Omega)_{L_p}$ та $\mathrm{Pred}(\Omega)_{L_U}$. У теоремах 3.5 та 3.6 аналогічні результати доведені для просторів $L_\Psi(\Omega)_{L_p}$ та $L_\Psi(\Omega)_{L_U}$.

У §4 досліджуються аналітичні властивості банаховозначних випадкових процесів $X(t)$ з просторів Орлича $L_U(\Omega)_B$ банаховозначних випадкових елементів, коли функція Орлича $U(x)$ належить класу E.

В теоремі 4.1 отримано умови, при яких

$$\sup_{t\in T}\|X(t)\|\in L_U(\Omega),$$

отримано оцінку для $\langle\langle\sup_{t\in T}\|X(t)\|_B\rangle\rangle_{L_U}$, оцінки для розподілу $\sup_{t\in T}\|X(t)\|_B$ та умови обмеженості з ймовірністю одиниця норми процесу $X(t)$.

Нехай $m(t,s)=\langle\langle\|X(t)-X(s)\|_B\rangle\rangle_{L_U}$, $N(\varepsilon)$- ε-розмірність простору (T,m), $\varepsilon_0=\sup m(t,s)$.

Теорема 4.1. Нехай функція $U(x)$ належить класу E, $X(t)\in L_U(\Omega)_B$ сепарабельний відносно метрики $m(t,s)$ та виконується умова : існує $\delta > 0$, що

$$\int_0^{\delta} U^{(-1)}(N(v))\,dv < \infty,$$

де $U^{(-1)}(v)$ - функція обернена до $U(x)$ при $v > 0$. Тоді :

а) $\sup_{t\in T} \|X(t)\|_B \in L_U(\Omega)$ і виконується нерівність

$$\langle\langle \sup_{t\in T} \| X(t) \| \rangle\rangle \le B = \sup_{t\in T} \langle\langle \| X(t) \| \rangle\rangle + 4R \int_0^{\varepsilon_0/2} U^{(-1)}(N(v))\,dv$$

(де R - деяка константа);

б) для всіх r таких, що $r > \sup_{t\in T} \langle\langle \|X(t)\|_B \rangle\rangle_{L_U}$ виконується

$$E\left[U\left(r^{-1} \sup_{t\in T} \|X(t)\|_B\right)\right] < \infty ;$$

в) для будь-якого $r > \sup_{t\in T} \langle\langle \|X(t)\| \rangle\rangle$ існує константа C_r, що для будь-якого $x > 0$

$$P\left\{ \sup_{t\in T} \|X(t)\| > x \right\} \le C_r\, U^{-1}(x/r);$$

г) для всіх $x > 0$

$$P\left\{ \sup_{t\in T} \|X(t)\| > x \right\} \le U^{-1}(x/B),$$

де B задано в а);

д) $\|X(t)\|$ з ймовірністю одиниця обмежений.

В теоремі 4.2 розглядається сімейство B-значних випадкових процесів $X_n(t)$, $n \in I$, де I - не більш ніж злічена множина. Нехай всі процеси $X_n(t)$, $t \in T$, $n \in I$, належать простору $L_U(\Omega)_B$, $\bar{m}(t,s) = \sup_{n\in I} \langle\langle \|X_n(t) - X_n(s)\|_B \rangle\rangle_{L_U}$ - псевдометрика індукована сімейством процесів $X_n(t)$ на T, $N(\varepsilon)$ - ε-розмірність простору $(T, \bar{m})$. Справедлива теорема.

Теорема 4.2. Нехай кожен з процесів $X_n(t) \in L_U(\Omega)_B$

сепарабельний на $(T,\bar{m})$, функція $U(x)$ задовольняє умові E. Якщо виконується умова : існує $\delta > 0$, що

$$\int_0^\delta U^{(-1)}(N(v))\, dv < \infty,$$

то

а) $\sup\limits_{n\in I} \langle\langle \sup\limits_{\bar{m}(t,s)<\varepsilon} \|X_n(t) - X_n(s)\|_B \rangle\rangle_{L_U} \to 0$ при $\varepsilon \to 0$;

б) всі процеси $X_n(t)$, $t\in T$, $n\in I$ вибірково неперервні на $(T,\bar{m})$ з ймовірністю одиниця;

в) якщо T - компактний метричний простір з метрикою ρ, псевдометрика $\bar{m}$ неперервна відносно ρ і $X_n(t)$ сепарабельний на (T,ρ), то

$$\sup_{n\in I} \langle\langle \sup_{\rho(t,s)<\varepsilon} \| X_n(t) - X_n(s) \|_B \rangle\rangle_{L_U} \to 0$$

при $\varepsilon \to 0$ і всі процеси $X_n(t)$ вибірково неперервні на (T,ρ) з ймовірністю одиниця.

В теоремі 4.3 отримано оцінку для $\sup\limits_{n\in I}\langle\langle\sup\limits_{\bar{m}(t,s)<\varepsilon} \|X_n(t)-X_n(t)\|\rangle\rangle$, де $X_n(t) \in L_U(\Omega)_B$ для всіх $n\in I$, а функція $U(x)$ належить класу E. В наслідку 4.3 аналогічну оцінку отримано для випадку, коли функція $U(x)$ належить класу Δ^2.

У §5, за допомогою результатів §4, досліджені аналітичні властивості B-значних випадкових процесів $X(t)$ з просторів $\mathrm{sub}\,\varphi(\Omega)_B$, $\mathrm{Pred}\,(\Omega)_B$ та $L_\Psi(\Omega)_B$.

В теоремі 5.1 отримано умови, при яких для процесу $X(t)$ з простору $\mathrm{sub}\,\varphi(\Omega)_B$ виконується: $\sup\limits_{t\in T} \| X(t)\|_B \in L_U(\Omega)$, де $U(x)=\exp\{\varphi^*(x)\}-1$, а також отримано оцінку для $\langle\langle\sup\limits_{t\in T}\|X(t)\|\rangle\rangle$ та оцінки для розподілу $\sup\limits_{t\in T} \| X(t)\|_B$. В теоремі 5.3 отримано умови, при яких для процесу $X(t)$ з простору $\mathrm{Pred}\,(\Omega)_B$ $\sup\limits_{t\in T} \| X(t)\|_B \in \mathcal{E}_U(\Omega)$, де $U(x) = \exp\{ |x| \} - 1$, та оцінки для $\langle\langle \sup\limits_{t\in T} \|X(t)\|_B\rangle\rangle_{L_U}$ і для розподілу $\sup\limits_{t\in T} \|X(t)\|_B$. В теоремі 5.5 отримано умови, при яких для процесу $X(t)$ з простору $L_\psi(\Omega)_B$ $\sup_{t\in T}\|X(t)\|_B \in L_\psi(\Omega)$, та оцінки для $\langle\langle \sup_{t\in T}\|X(t)\|_B\rangle\rangle_{L_\psi}$ і для розподілу $\sup_{t\in T}\|X(t)\|_B$.

Теорема 5.2. Нехай $X_n(t)\in \mathrm{sub}\,\varphi(\Omega)_B$, $n\in I$, сепарабельні відносно $\bar{m}(t,s) = \sup_{n\in I}\tau(\|X_n(t)-X_n(s)\|)$ і виконується умова: існує $\delta>0$ таке, що

$$\int_0^\delta \varphi^{*(-1)}(H_\tau(v))\,dv<\infty$$

де $H_\tau(v) = \ln(N_\tau(v))$. Тоді :

а) $$\sup_{n\in I}\langle\langle \sup_{\bar{m}(t,s)<\varepsilon}\|X_n(t)-X_n(s)\|\rangle\rangle \le$$

$$\le \inf_{0<p<1} Q(p)\,K_1\int_0^\varepsilon \varphi^{*(-1)}(H_\tau(v+1))\,dv = R(\varepsilon)$$

де $Q(p)$ задане в наслідку 4.3, $R(\varepsilon)\to 0$ при $\varepsilon\to 0$;

б) кожен з процесів $X_n(t)$ вибірково неперервний на $(T,\bar{m}_\tau)$ з ймовірністю одиниця;

в) для будь-якого $x>0$

$$\sup_{n\in I} P\left\{\sup_{\bar{m}(t,s)<\varepsilon}\|X_n(t)-X_n(s)\|_B>\varepsilon\right\}\le 2\exp\left\{-\varphi^*\left(\frac{\varepsilon}{R(\varepsilon)}\right)\right\}.$$

В теоремах 5.4 та 5.6 аналогічні результати отримано для просторів $\mathrm{Pred}(\Omega)_B$ та $L_\psi(\Omega)_B$.

У §6, використовуючи результати §§ 3,5, отримано наступні результати для $L_p([0,1])$-значних випадкових процесів з експоненціальних просторів Орлича.

Теорема 6.1. Нехай $X(t)$, $t\in T$ - $L_p([0,1])$ - значний випадковий процес з простору $\mathrm{sub}\,\varphi(\Omega)_{L_p}$ такий, що

$$\int_0^1 E\left[|X(t,u)-X(s,u)|^p\right]du\le g(|t-s|),$$

$g(h)$ - строго монотонна, $g(h)\to 0$ при $h\to 0$, $g(1)<\infty$. Припустимо, що виконується умова : існує $\delta>0$, що

$$\int_0^{\delta} g^{1/p}\left(\frac{T_0}{2} U^{-1}(x)\right) dx,$$

де $U(x) - \exp\{\varphi^*(x)\} - 1$. Тоді

а) $\sup\limits_{t\in T} \|X(t)\|_{L_p} \in L_U(\Omega)$, де $U(x) - \exp\{\varphi^*(x)\}-1$, і виконується нерівність

$$\ll \sup_{t\in T} \|X(t)\|_{L_p} \gg_{L_U} \leq K_1 \sup_{t\in T} \tau(\|X(t)\|_{L_p}) +$$

$$+ 4R_0K_1\left(S\left(\frac{\varepsilon_0}{2}\right)\frac{\varepsilon_0}{2} + c\int_{S(\varepsilon_0/2)}^{\infty} g\left(\frac{T_0}{2}U^{-1}(x)\right)dx\right) = B_1,$$

де $S(\varepsilon) - U^{(-1)}(T_0(2g^{(-1)}((\varepsilon/c)^p))^{-1} + 1$, K_1 -задане в теоремі 5.1, $\varepsilon_0 - \sup\limits_{t,s\in T} m_\tau(t,s)$;

б) для будь-якого $x > 0$ виконується

$$P\left\{\sup_{t\in T} \|X(t)\|_{L_p} > x\right\} \leq 2\exp\left\{-\varphi^*\left(\frac{x}{B_1}\right)\right\},$$

в) для будь-якого $R > \sup\limits_{t\in T}\|X(t)\|$ існує $C_R > 0$, що для будь-якого $x > 0$ виконується нерівність

$$P\left\{\sup_{t\in T} \|X(t)\|_{L_p} > x\right\} \leq 2C_R\left\{-\varphi^*\left(\frac{x}{R}\right)\right\},$$

де $C_R - T_0(2g^{(-1)}((\delta/c)^p))^{-1} + 1$, а δ - максимальне число, для якого виконується нерівність

$$2R_0K_1\left(S(\delta)\delta + c\int_{S(\delta)}^{\infty} g\left(\frac{T_0}{2}U^{-1}(x)\right)dx\right) \leq R - \sup_{t\in T}\|X(t)\|_{L_p}$$

В теоремах 6.2 та 6.3 отримано аналогічні результати для $L_p([0,1])$ - значних випадкових процесів з просторів $\mathrm{Pred}(\Omega)_{L_p}$ та $L_\psi(\Omega)_{L_p}$.

Підсумкові висновки. В роботі розглянуто банаховозначні випадкові елементи та процеси з просторів Орлича випадкових величин. Знайдено умови, при яких норма B-значного випадкового елемента X з експоненціального простору Орлича

$\mathrm{sub}\varphi(\Omega)_B$, $\mathrm{Pred}(\Omega)_B$ або $L_\Psi(\Omega)_B$ належить тому ж самому простору Орлича у випадках $B\text{-}L_\rho(T,\mathcal{B},\mu)$ та $B\text{-}L_U(T,\mathcal{B},\mu)$. Отримано у.ови обмеженості норм та вибіркової неперервності з ймовірністю одиниця, оцінки для розподілу супремумів норм випадкових процесів з просторів $L_U(\Omega)_B$ у випадку, коли функція $U(x)$ належить класу E. За допомогою цих результатів досліджено аналітичні властивості банаховозначних випадкових процесів з просторів $\mathrm{sub}\varphi(\Omega)_B$, $\mathrm{Pred}(\Omega)_B$ та $L_\Psi(\Omega)_B$.

Основні результати дисертації опубліковані в роботах:

1. Великоіваненко Г.І. Про існування експоненціальних моментів норм випадкових елементів із просторів $\mathrm{sub}\varphi(\Omega)$.//Теорія ймовірностей та математична статистика. - 1994. - вип. 50. - С.61-65.

2. Великоіваненко Г.І. Існування експоненціальних моментів норм передгауссових випадкових елементів. // Праці Всеукраїнської конференції молодих вчених (математика) С.238-244. - Деп. в ДНТБ України 20.07.94 N1302. Ук-94.

3. Великоіваненко Г.І. Про існування експоненціальних моментів норм випадкових елементів в просторах Орлича. // Вісник КУ.- 1994.- С.1-6.

4. Великоіваненко Г.І. Банаховозначні випадкові процеси в просторах Орлича. // Деп. в ДНТБ України 25.01.95 N242. Ук.- 95.- 12 с.

Velikoivanenko G.I. " Analitical properties of the Banach - valued random processes from the Orlicz's spaces". Manuscript. Thesis for a degree of Candidate of Science (Ph.D.) in Physics and Mathematics, the spesiality 01.01.05- Probability Theory and Mathematical Statistics. Kiev University. Kiev. 1995.

The Banach - valued random processes X(t) from the Orlicz's spaces are considered. Exponential integrability of the norms of such random processes from the exponential Orlicz's spaces in the ases, when Bahach space of the values of the processes is L_p - space or Orlicz's space, have been proved. Conditions of the boundedness and sample path continuity with the probability 1 for Banach - valued random processes X(t) from the Orlicz's spaces have been obtained. Estimations of distribution of the supremums of the norms for these processes have been received.

Великоиванеко Г.И."Аналитические свойства банаховозначных случайных процессов из пространств Орлича". Рукопись. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 - теория вероятностей и математическая статистика. Киевский университет. Киев. 1995.

В работе рассмотрены случайные процессы X(t) из пространств Орлича случайных величин со значениями в Ванаховых пространствах. Доказана экспоненциальная интегрируемость норм таких случайных процессов из экспоненциальных пространств Орлича в случаях, когда банахово пространство значений процесса - это L_p - пространсво или некоторое пространство Орлича. Найдены условия ограниченности норм и выборочной непрерывности с вероятностью единица процессов X(t). Получены оценки распределения супремумов норм и супремумов норм приращений этих процессов.

Ключові слова: банаховозначні випадкові процеси, експоненціальна інтегровність, простори Орлича.