НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

На правах рукопису

МОКЛЯЧУК Михайло Павлович

ОЦІНКИ ФУНКЦІОНАЛІВ ВІД СТОХАСТИЧНИХ ПРОЦЕСІВ ТА ВИПАДКОВИХ ПОЛІВ

01.01.05 — теорія ймовірності та
математична статистика

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук

Київ — 1995

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Київському університеті імені Тараса Шевченка.

Офіційні опоненти -	доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник КНОПОВ П.С.
	доктор технічних наук, професор ПОПОВ Ю.Д.
	доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник СВІЩУК А.В.
Провідна організація -	Інститут прикладної математики та механіки НАН України

Захист відбудеться "30" травня 1995р. о 15 годині на засіданні спеціалізованої ради Д 01.66.01 при Інституті математики НАН України за адресою: 252601, Київ, вул. Терещенківська 3, конференц-зал.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці інституту.

Автореферат розіслано "11" квітня 1995р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради

ГУСАК Д.В.

Загальна характеристика роботи

Актуальність теми. Задачі оцінювання лінійних функціоналів від невідомих значень стохастичних процесів та випадкових полів є природним узагальненням задач екстраполяції, інтерполяції та фільтрації стохастичних процесів та випадкових полів. Вони мають як самостійний теоретичний так і значний прикладний інтерес. Такі задачі виникають при розв'язуванні важливих проблем теорії автоматичного регулювання, статистичної оптики і радіофізики, метеорології, астрономії, океанографії, статистичної гідромеханіки. Постановка задач екстраполяції та інтерполяції для стаціонарних випадкових послідовностей, їх геометрична інтерпретація та зведення до задач теорії функцій належить А.М. Колмогорову. Прості методи розв'язування задачі екстраполяції вказано в роботах Дж. Дуба та А.М. Яглома. Загальна теорія прогнозування стаціонарних процесів з неперервним параметром розвинута в роботах Н. Вінера, М.Г. Крейна, О. Ханнера, К. Карунена, Г. Крамера. Н. Вінер запропонував метод розв'язування задач прогнозування, який базується на інтегральних рівняннях Вінера-Хопфа. Загальні результати теорії екстраполяції векторних стаціонарних випадкових процесів вперше були сформульовані в роботі В.М. Засухіна. Подальший розвиток теорія таких процесів одержала в роботах Ю.А. Розанова, Н. Вінера, П. Масані, Р.Ф. Матвеєва, Е.Г. Гладишева, Г. Калліанпура, В. Мандрекара, А. Макагона, М. Салеха, А.Г. Міамі, Г. Нісмі. А.М. Яглом розробив ефективний метод розв'язування задач прогнозування стаціонарних процесів з раціональною спектральною матрицею.

Першими роботами з теорії випадкових полів є роботи А.М. Обухова, А.М. Яглома, Цоян Цзе-пея, М.С. Пінскера, М.Є. Фортус. Задачі статистики випадкових полів досліджувались у роботах Х. Хелсона та Д. Лоуденслегера, Г. Калліанпура та В. Мандрекара, П.С. Кнопова, Г. Кореліогли та Ф. Лоубатона, Ю.Д. Попова. Значний вклад у розвиток теорії випадкових полів вніс М.Й. Ядренко.

Класична теорія інтерполяції, екстраполяції та фільтрації стохастичних процесів та випадкових полів базується на припущенні, що спектральні щільності процесів та полів відомі. На практиці, однак, повна інформація про спектральні щільності у більшості випадків неможлива. Щоб подолати це ускладнення, знаходять параметричні чи непараметричні оцінки спектральних щільностей або підбирають щільності, виходячи з інших міркувань. Потім застосовують класичну теорію оцінювання, вважаючи, що вибрані тим чи іншим способом спектральні щільності є істинними. Такий підхід, як показали К. С. Вастола та Г. В. Пур на конкретних прикладах, може призвести до значного росту величини похибки оцінки. Тому доцільно шукати оцінки, які є оптимальними одночасно для всіх щільностей з деякого класу можливих спектральних щільностей. Такі оцінки називають мінімаксними, оскільки вони мінімізують максимальне значення величини похибки.

За останні роки значно зріс інтерес до задач мінімаксної інтерполяції, екстраполяції та фільтрації стаціонарних процесів та випадкових полів. Л. Брейман, С.Т. Чен, С.А. Кассам, П.Д. Хубер, Г.В. Пур, К.С. Вастола, С. Верду досліджували задачі фільтрації та екстраполяції для спеціальних класів спектральних щільностей. Г.К. Голубев, М.С. Пінскер, А.Б. Куржанский, Н.Ф. Кириченко, А.Г. Наконечний, Ю.Б. Коробочкін, О.М. Куркін вивчали проблеми мінімаксної екстраполяції, інтерполяції та фільтрації для різних моделей стохастичних процесів. Огляд результатів з мінімаксної обробки інформації зробили у свій час С.А. Кассам та Г.В. Пур (ТИИЭР, 1985, т.73, N 3. с. 54–110).

Слід особливо відзначити статті У. Гренандера, М.С. Йовітса та Д.Л. Джексона, в яких вперше запропоновано мінімаксний підхід до задач екстраполяції та фільтрації стаціонарних процесів та їх лінійних перетворень. У статті У. Гренандера досліджується задача оптимального оцінювання лінійного функціонала від стаціонарного стохастичного процесу. Проблема сформульована як гра двох гравців з нульовою сумою. Показано, що найбільше значення похибки та найменш сприятливий процес визначаються власним значенням та відповідною власною функцією оператора у гільбертовому просторі.

У статтях Ю. Франка проблема мінімаксної екстраполяції досліджена за допомогою методів субдиференціального числення. Такий підхід дає можливість знаходити рівняння, що визначають найменш сприятливі спектральні щільності для різноманітних класів щільностей.

У статті М. Танігуші вперше досліджена задача мінімаксної інтерполяції. Для моделі "ε-забруднення" стаціонарних послідовностей знайдений мінімаксно-робастний інтерполятор за пропуском спостережень в одній точці. Показано, що такий інтерполятор є класичним для спектральної щільності, яка визначає мінімаксний прогноз стаціонарної послідовності на один крок. С.А. Кассам вказав на взаємозв'язок такої задачі та задачі перевірки гіпотез. Він дослідив задачу для "смугової" моделі стаціонарних послідовностей. Така модель включає модель "ε-забруднення" як частковий випадок.

В даній дисертаційній роботі досліджуються задачі оцінювання лінійних функціоналів від невідомих значень стохастичних процесів та випадкових полів. Користуючись класичними методами екстраполяції, інтерполяції та фільтрації стаціонарних процесів, виведені формули для обчислення спектральних характеристик та середньоквадратичних похибок оптимальних оцінок функціоналів. За допомогою методів субдиференціального числення знайдені найменш сприятливі спектральні щільності та мінімаксні (робастні) спектральні характеристики оптимальних оцінок для різних класів спектральних щільностей.

Мета роботи. Розробити методи розв'язування задач оцінювання лінійних функціоналів від невідомих значень стохастичних процесів та випадкових полів. Встановити найменш сприятливі спектральні щільності та мінімаксні (робастні) спектральні характеристики оптимальних оцінок функціоналів для різних класів спектральних щільностей. Знайти вигляд найменш сприятливих для оцінювання функіоналів стохастичних процесів та випадкових полів.

Методи досліджень. Використані основні положення теорії стаціонарних стохастичних процесів та однорідних ізотропних на сфері випадкових полів, властивості операторів у гільбертових просторах, методи опуклої оптимізації та субдиференційного числення.

Наукова новизна. У дисертації розв'язані задачі оптимального лінійного оцінювання функціоналів від невідомих значень стохастичних процесів та випадкових полів. Виведені формули для обчислення величин середньоквадратичних похибок та спектральних характеристик оптимальних оцінок функціоналів. Досліджені задачі екстраполяції, інтерполяції та фільтрації стохастичних процесів та випадкових полів. На основі цих результатів встановлені найменш сприятливі спектральні щільності та мінімаксні спектральні характеристики оптимальних оцінок лінійних функціоналів для різних моделей стохастичних процесів та випадкових полів. Знайдено вигляд стохастичних процесів та випадкових полів, які є найменш сприятливі для оцінювання функціоналів.

Практичне та теоретичне значення роботи. Теоретичне значення роботи полягає в тому, що розроблені методи розв'язування задач оцінювання лінійних функціоналів від невідомих значень стохастичних процесів та випадкових полів. Практичне значення роботи полягає в тому, що розроблені методи можуть бути використані для розв'язування проблем, що виникають в статистичній радіофізиці та оптиці, голографії, метеорології, теорії розпізнавання образів, теорії автоматичного регулювання.

Апробація роботи. Результати роботи доповідались на Міжнародних Вільнюських конференціях з теорії ймовірностей та математичної статистики (Вільнюс, 1981, 1985, 1989), Всесвітніх конгресах товариства математичної статистики та ймовірності ім. Бернуллі (Ташкент, 1986; Чапел Хілл, 1994), Радянсько - Японських симпозіумах з теорії ймовірностей та математичної статистики (Тбілісі, 1982; Київ, 1991), Всесоюзних конференціях "Перспективні методи планування та аналізу експериментів при дослідженні випадкових полів та процессів" (Севастополь, 1985; Гродно, 1988; Петрозаводськ, 1991), Донецьких конференціях "Ймовірнісні моделі процесів в управлінні та надійності" (1991, 1993), Всесоюзній школі-семінарі "Статистичний та дискретний аналіз даних та експертне оцінювання" (Одеса, 1991), Міжнародній конференції "Еволюційні стохастичні системи у фізиці та біології" (Кацивелі, 1991), Міжнародній конференції "Методи розпізнавання змін у випадкових процесах та полях" (Київ, 1992), Українсько-угорській конференції "Нові напрямки у теорії ймовірностей та математичній статистиці" (Мукачеве, 1992), Міжнародній конференції, присвяченій М.Г. Чеботарьову (Казань, 1994), Міжнародній конференції, присвяченій пам'яті Ганса Гана (Чернівці, 1994), на семінарах з теорії ймовірностей та математичної статистики у Київському, Стенфордському університетах, Київському політехнічному інституті, інституті математики НАН України.

Публікації. Основні результати опубліковані у роботах [1 - 30].

Об'єм і структура роботи. Робота складається зі вступу та шести розділів і має об'єм 319 с. машинопису. Список літератури містить 281 найменування.

Зміст роботи

Перший розділ "Оцінки функціоналів від стаціонарних послідовностей" містить 5 параграфів. У п. 1. "Максимальне значення величини похибки" досліджується задача оптимального лінійного оцінювання функціоналів $A\xi = \sum_{n=0}^{\infty} a(j)\xi(j)$, $A_N\xi = \sum_{n=0}^{N} a(j)\xi(j)$ від невідомих значень послідовності $\xi(j)$ з класу Ξ стаціонарних послідовностей, що задовольняють умови $\mathrm{M}\xi(j) = 0$, $\mathrm{M}|\xi(j)|^2 \leq P$, за результатами спостережень $\xi(j)$ при $j < 0$. Доведено, що функція $\Delta(\xi, \widehat{A}) = \mathrm{M}|A\xi - \widehat{A}\xi|^2$ на множині $\Xi \times \mathcal{L}$, де $\mathcal{L}$ – клас усіх лінійних оцінок, має сідлову точку. При цьому

$$\min_{\widehat{A}\in\mathcal{L}} \max_{\xi\in\Xi} \Delta(\xi, \widehat{A}) = \max_{\xi\in\Xi} \min_{\widehat{A}\in\mathcal{L}} \Delta(\xi, \widehat{A}) = P\nu^2,$$

де ν^2– максимальне власне значення компактного оператора, який визначається послідовністю $a(j)$. Найменш сприятливою в класі Ξ для оптимального оцінювання функціонала $A\xi$ є послідовність одностороннього рухомого середнього. Вона визначається власним вектором оператора.

У п. 2. "Екстраполяція функціоналів від стаціонарних послідовностей" розв'язана задача оцінювання функціоналів $A\xi$, $A_N\xi$ від невідомих значень стаціонарної послідовності $\xi(k)$ за даними спостережень послідовності $\xi(k)+\eta(k)$ при $k < 0$, де $\eta(k)$ — некорельована з $\xi(k)$ послідовність з ортогональними значеннями. Якщо спектральна щільність $f(\lambda)$ послідовності $\xi(j)$ відома, то середньоквадратичну похибку та спектральну характеристику оптимальної оцінки можна обчислити за формулами

$$\Delta(h(f), f) = \min_{h\in L_2^-(f+\sigma^2)} \Delta(h, f) = \|Ad\|^2 - \sigma^2\|a\|^2,$$

$$h(f) = A\left(e^{i\lambda}\right) - r\left(e^{i\lambda}\right) d^{-1}\left(e^{-i\lambda}\right),\ r\left(e^{i\lambda}\right) = \sum_{k=0}^{\infty} (Ad)_k e^{ik\lambda},$$

де $a = \{a(k): k = 0, 1, \ldots\}$, A — оператор у просторі l_2, що задається матрицею з елементами $A_{kj} = a(k+j)$; $k, j = 0, 1, \ldots$

Якщо ж спектральна щільність $f(\lambda)$ невідома, проте визначена множина $\mathcal{D}$ можливих щільностей, то застосовують мінімаксний підхід до задач оцінювання функціоналів. Замість того щоб шукати оцінку, яка була б оптимальною для деякої спектральної щільності, шукають оцінку, що мінімізує величину середньоквадратичної похибки одночасно для всіх спектральних щільностей із заданого класу $\mathcal{D}$.

Спектральна щільність $f^0(\lambda)$ називається найменш сприятливою в класі $\mathcal{D}$ для оптимальної екстраполяції функціонала $A\xi$, якщо виконується співвідношення:

$$\Delta\left(h(f^0), f^0\right) = \max_{f \in \mathcal{D}} \Delta(h(f), f) = \max_{f \in \mathcal{D}} \min_{h \in L_2^-(f+\sigma^2)} \Delta(h, f).$$

Спектральна характеристика $h^0\left(e^{i\lambda}\right)$ оцінки функціонала $A\xi$ називається мінімаксною (робастною), якщо виконуються умови:

$$h^0\left(e^{i\lambda}\right) \in H_{\mathcal{D}} = \bigcap_{f \in \mathcal{D}} L_2^-(f(\lambda) + \sigma^2),\ \min_{h \in H_{\mathcal{D}}} \max_{f \in \mathcal{D}} \Delta(h, f) = \max_{f \in \mathcal{D}} \Delta(h^0, f).$$

Найменш сприятлива спектральна щільність $f^0(\lambda) \in \mathcal{D}$ та мінімаксна (робастна) спектральна характеристика $h^0\left(e^{i\lambda}\right) \in H_{\mathcal{D}}$ утворюють сідлову точку функції $\Delta(h, f)$. Нерівності сідлової точки виконуються, коли $h^0 = h(f^0)$ та $h(f^0) \in H_{\mathcal{D}}$, де f^0 — розв'язок задачі на умовний екстремум $\Delta(h(f^0), f^0) = \max_{f \in \mathcal{D}} \Delta(h(f^0), f)$. Ця задача еквівалентна такій задачі на безумовний екстремум $\Delta_{\mathcal{D}}(f) = \Delta(f) + \delta(f \mid \mathcal{D}) \to \inf$, де $\delta(f \mid \mathcal{D})$ — індикаторна функція множини $\mathcal{D}$. Якщо ми знайшли розв'язок f^0 цієї задачі, то мінімаксну спектральну характеристику можна обчислити за вказаними формулами за умови, що $h(f^0) \in H_{\mathcal{D}}$. Користуючись цими співвідношеннями, можна визначити найменш сприятливі спектральні щільності для конкретних класів спектральних щільностей. У п. 2 знайдені найменш сприятливі щільності та мінімаксні спектральні характеристики оптимальних оцінок функціоналів $A\xi$, $A_N\xi$ для множини $\mathcal{D}_0$ спектральних щільностей з обмеженою дисперсією, для множини $\mathcal{D}_P$ щільностей з фіксованими моментами, для множини $\mathcal{D}_v^u$, яка описує "смугову" модель стаціонарних послідовностей, та для множини $\mathcal{D}_{1\varepsilon}$, яка описує модель "$\varepsilon$-околу" в просторі L_1.

У п. 3. "Стохастичні послідовності авторегресії та інтерполяція" досліджується задача оптимального лінійного оцінювання функціонала

$A_N\xi$ від стаціонарної послідовності $\xi(j)$ за даними спостережень $\xi(j)$ при $j \in \mathbf{Z}\setminus\{0,1,\ldots,N\}$. Користуючись класичним методом А.М. Колмогорова, виведені формули для обчислення спектральної характеристики $h(f)$ та середньоквадратичної похибки $\Delta(f)$ оптимальної оцінки функціонала $A_N\xi$ за умови, що спектральна щільність відома та виконується умова мінімальності. Якщо спектральна щільність невідома, проте визначена множина можливих щільностей, то методами опуклої оптимізації знайдені найменш сприятливі щільності та мінімаксні спектральні характеристики оцінок. Для множини спектральних щільностей

$$\mathcal{D}_0^- = \left\{ f \,\middle|\, \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} f^{-1}(\lambda)\,d\lambda \geq P \right\}$$

справджується таке твердження.

Теорема. *Нехай послідовність $a(0), a(1), \ldots, a(N)$ строго позитивна. Найменш сприятливою спектральною щільністю в класі $\mathcal{D}_0^-$ для оптимальної інтерполяції функціонала $A_N\xi$ є щільність послідовності авторегресії порядку N з коефіцієнтами Фур'є $r_k = r_{-k} = Pa(k)a^{-1}(0)$. Мінімаксна спектральна характеристика $h(f_0) = \sum_{k=1}^{N} a(k)e^{-ik\lambda}$.*

Аналогічні твердження доведені для множини $\mathcal{D}_f^-$ спектральних щільностей з обмеженнями на моменти та для множини $\mathcal{D}_v^{u-}$.

У п. 4 "Інтерполяція функціоналів від стаціонарних послідовностей" досліджується задача оцінювання функціонала $A_N\xi$ від невідомих значень стаціонарної послідовності $\xi(j)$ за даними спостережень послідовності $\xi(j)+\eta(j)$ при $j \in \mathbf{Z}\setminus\{0,1,\ldots,N\}$.

Показано, що спектральну характеристику та середньоквадратичну похибку оптимальної оцінки $A_N\xi$ можна обчислити за формулами:

$$h(f,g) = \left(A_N\left(e^{i\lambda}\right)f(\lambda) - C_N\left(e^{i\lambda}\right)\right)(f(\lambda)+g(\lambda))^{-1}$$

$$\Delta(f,g) = \langle \mathbf{B}_N\mathbf{c},\mathbf{c}\rangle + \langle \mathbf{R}_N\mathbf{a},\mathbf{a}\rangle,$$

де $\mathbf{c} = \mathbf{B}_N^{-1}\mathbf{D}_N\mathbf{a}$, оператори $\mathbf{B}_N$, $\mathbf{D}_N$, $\mathbf{R}_N$ задаються коефіцієнтами Фур'є функцій $(f(\lambda)+g(\lambda))^{-1}$, $f(\lambda)(f(\lambda)+g(\lambda))^{-1}$, $f(\lambda)g(\lambda)(f(\lambda)+g(\lambda))^{-1}$.

Знайдені рівняння для визначення найменш сприятливих щільностей для множини $\mathcal{D}_f^0 \times \mathcal{D}_g^0$ та для множин $\mathcal{D} = \mathcal{D}_u^v \times \mathcal{D}_\varepsilon$, $\mathcal{D}_{1\varepsilon_1} \times \mathcal{D}_{1\varepsilon_2}$.

У п. 5 "Фільтрація функціоналів від стаціонарних послідовностей" досліджується задача оптимального лінійного оцінювання функціонала $A\xi = \sum_{k=0}^{\infty} a(k)\xi(-k)$ від стаціонарної послідовності $\xi(k)$ за даними спостережень послідовності $\xi(k)+\eta(k)$ при $k \leq 0$. Якщо спектральні щільності $f(\lambda)$, $g(\lambda)$ послідовностей $\xi(k)$, $\eta(k)$ відомі, то

$$\Delta(f,g) = \langle \mathbf{c}_g, \mathbf{a}\rangle - \langle \bar{C}_g\mathbf{b}, \bar{C}_g\mathbf{b}\rangle$$

$$h(f,g) = A\left(e^{i\lambda}\right) - r_g\left(e^{i\lambda}\right) d^{-1}\left(e^{-i\lambda}\right),\ r_g\left(e^{i\lambda}\right) = \sum_{k=0}^{\infty}(C_g\mathbf{b})(k)e^{-ik\lambda}.$$

де $\mathbf{c}_g = \Psi'\Psi\mathbf{a}$, Ψ, B, C_g, — оператори, що визначаються коефіцієнтами $\varphi(k), \psi(k), b(k)$ факторизації щільностей $f(\lambda)$, $g(\lambda)$, $f(\lambda) + g(\lambda)$.

Доведено, що для множини $\mathcal{D} = \mathcal{D}_f^0 \times \mathcal{D}_g^0$ найменш сприятливі щільності $f^0(\lambda)$, $g^0(\lambda)$ задовольняють рівняння

$$f^0(\lambda) + g^0(\lambda) = \alpha_1\left|\sum_{k=0}^{\infty}(C_g\mathbf{b})(k)e^{-ik\lambda}\right|^2 = \alpha_2\left|\sum_{k=0}^{\infty}(C_f\mathbf{b})(k)e^{-ik\lambda}\right|^2.$$

Знайдені співвідношення для визначення найменш сприятливих щільностей $f^0(\lambda)$, $g^0(\lambda)$ для множин $\mathcal{D}_{f_1}^{f_2} \times \mathcal{D}_{g_1}^{g_2}$, $\mathcal{D}_{\varepsilon_1} \times \mathcal{D}_{\varepsilon_2}$, $\mathcal{D}_{1\varepsilon_1} \times \mathcal{D}_{1\varepsilon_2}$.

Другий розділ "Оцінки функціоналів від стаціонарних процесів" містить 4 параграфи. У п. 1. "Максимальні значення похибок оцінок функціоналів" досліджується задача оптимального оцінювання функціоналів $A\xi = \int_0^\infty a(t)\,\xi(t)\,dt$, $A_T\xi = \int_0^T a(t)\,\xi(t)\,dt$ від невідомих значень неперервного стаціонарного стохастичного процесу $\xi(t)$ за даними спостережень $\xi(t)$ при $t < 0$. Показано, що максимальне в класі Ξ значення величини похибки оптимальної оцінки функціонала $A\xi$ дорівнює $P\nu^2$, де ν^2 – найбільше власне значення оператора у просторі $L_2[0,\infty)$, який визначається ядром $K(x,y) = \int_0^\infty a(x+u)\,\bar{a}(y+u)\,du$. Таку похибку дає процес рухомого середнього, що визначається власною функцією оператора.

У п. 2 "Екстраполяція функціоналів від стаціонарних процесів" знайдені найменш сприятливі щільності та мінімаксні(робастні) спектральні характеристики оптимальних оцінок функціоналів $A\xi$, $A_T\xi$ для різних класів спектральних щільностей. Показано, що щільність $f^0(\lambda) \in \mathcal{D}$, яка допускає факторизацію, найменш сприятлива в класі $\mathcal{D}$ для оптимальної екстраполяції $A\xi$, якщо $d^0(t)$ – розв'язок задачі на умовний екстремум

$$\|\mathbf{A}\mathbf{d}\|^2 \to \max, \quad f(\lambda) = \left|\int_0^\infty d(t)\,e^{-it\lambda}\,dt\right|^2 \in \mathcal{D}.$$

де $\mathbf{A}$ – оператор у просторі $L_2[0,\infty)$, який визначається функцією $a(t)$.

Доведено, що для множини спектральних щільностей, яка описує "смугову" модель стохастичних процесів, найменш сприятлива щільність

$$f^0(\lambda) = \max\left\{v(\lambda),\ \min\left\{u(\lambda),\ \left|c\int_0^\infty (\mathbf{A}\mathbf{d}^0)(t)\,e^{it\lambda}dt\right|^2\right\}\right\}.$$

Знайдені співвідношення, які визначають найменш сприятливі спектральні щільності в класі $\mathcal{D}_\varepsilon$, який описує модель "ε-забруднення" стохастичних процесів, а також в класах $\mathcal{D}_{1\delta}$, $\mathcal{D}_{2\delta}$ щільностей, які описують моделі "δ – околу" у просторах $\mathbf{L}_1$ та $\mathbf{L}_2$ заданої спектральної щільності.

У п. 3 "Інтерполяція функціоналів від стаціонарних процесів" досліджується задача оцінювання функціонала $A_T\xi$ за даними спостережень процесу $\xi(t)+\eta(t)$ при $t \in \mathbf{R} \setminus [0,T]$. Виведені формули для обчислення середньоквадратичної похибки та спектральної характеристики оптимальної лінійної оцінки функціонала за умови, що спектральні щільності $f(\lambda)$, $g(\lambda)$ відомі. Показано, що щільності $f_0(\lambda)$, $g_0(\lambda)$ найменш сприятливі в класі $\mathcal{D}_f \times \mathcal{D}_g$ для оптимальної інтерполяції функціонала $A_T\xi$, якщо перетворення Фур'є функцій $\left(f_0(\lambda)+g_0(\lambda)\right)^{-1}$, $f_0(\lambda)\left(f_0(\lambda)+g_0(\lambda)\right)^{-1}$, $f_0(\lambda)g_0(\lambda)\left(f_0(\lambda)+g_0(\lambda)\right)^{-1}$ задають оператори $\mathbf{B}_T^0$, $\mathbf{D}_T^0$, $\mathbf{R}_T^0$, які визначають розв'язок екстремальної задачі

$$\max_{(f,g)\in\mathcal{D}_f\times\mathcal{D}_g} \langle \mathbf{D}_T\mathbf{a}, \mathbf{B}_T^{-1}\mathbf{D}_T\mathbf{a}\rangle + \langle \mathbf{R}_T\mathbf{a}, \mathbf{a}\rangle = \langle \mathbf{D}_T^0\mathbf{a}, (\mathbf{B}_T^0)^{-1}\mathbf{D}_T^0\mathbf{a}\rangle + \langle \mathbf{R}_T^0\mathbf{a}, \mathbf{a}\rangle.$$

Одна з доведених теорем така.

Теорема. *Нехай щільність $f(\lambda)$ відома, щільність $g_0(\lambda) \in \mathcal{D}_g^0$ і функція $\left(f(\lambda)+g_0(\lambda)\right)^{-1}$ інтегрована. Спектральна щільність $g_0(\lambda)$ найменш сприятлива в класі $\mathcal{D}_g^0$ для оптимальної інтерполяції функціонала $A_T\xi$, якщо*

$$g_0(\lambda) = \max\left\{0,\ \alpha_2^{-1}\left|A_T(\lambda)f(\lambda) - C_T^0(\lambda)\right| - f(\lambda)\right\}$$

і пара $(f(\lambda), g_0(\lambda))$ визначає розв'язок вказаної екстремальної задачі.

Знайдені співвідношення, які визначають найменш сприятливі спектральні щільності в класах $\mathcal{D}_u^v \times \mathcal{D}_\varepsilon$, $\mathcal{D}_{2\varepsilon_1} \times \mathcal{D}_{1\varepsilon_2}$.

У п. 4 "Фільтрація функціоналів від стаціонарних процесів" досліджується задача оптимального лінійного оцінювання функціонала $A\xi = \int_0^\infty a(t)\xi(-t)\,dt$ від стаціонарного процесу $\xi(t)$ за даними спостережень процесу $\xi(t)+\eta(t)$ при $t<0$. Встановлені формули для обчислення величини середньоквадратичної похибки та спектральної характеристики оптимальної оцінки функціонала. Знайдені співвідношення, які визначають найменш сприятливі спектральні щільності та мінімаксні(робастні) спектральні характеристики в класах $\mathcal{D}_0 \times \mathcal{D}_v^u$, $\mathcal{D}_\varepsilon \times \mathcal{D}_{1\varepsilon}$ та $\mathcal{D}_{2\varepsilon_1} \times \mathcal{D}_{2\varepsilon_2}$.

Показано, що при заданій щільності $g(\lambda) \in \mathcal{D}_v^u$ найменш сприятлива щільність $f^0(\lambda) \in \mathcal{D}_0$ має вигляд

$$f^0(\lambda) = \max\left\{0,\ \alpha_1\left|\int_0^\infty (C_g\mathbf{b})(t)e^{-it\lambda}\,dt\right|^2 - g(\lambda)\right\}.$$

Якщо ж відома щільність $f(\lambda) \in \mathcal{D}_0$, то найменш сприятлива щільність $g^0(\lambda) \in \mathcal{D}_v^u$ має вигляд

$$g^0(\lambda) = \min\left\{g_2(\lambda),\ \max\left\{g_1(\lambda),\ \alpha_1\left|\int_0^\infty (C_g\mathbf{b})(t)e^{-it\lambda}\,dt\right|^2 - f(\lambda)\right\}\right\}.$$

Розділ III "Функціонали від стаціонарних послідовностей із значеннями у гільбертовому просторі" містить 4 параграфи.

У п. 1. "Оптимальні оцінки функціоналів від послідовностей" досліджується задача оптимального лінійного оцінювання функціоналів $A\xi = \sum_{j=0}^{\infty}\langle a(j), \xi(j)\rangle$, $A_N\xi = \sum_{j=0}^{N}\langle a(j), \xi(j)\rangle$ від послідовності $\xi(j)$ з класу Ξ стаціонарних послідовностей, що задовольняють умови $\mathrm{M}\xi(j) = 0$, $\mathrm{M}\|\xi(j)\|^2 \le P$, за результатами спостережень $\xi(j)$ при $j < 0$. Користуючись властивостями спектральних мір стаціонарних послідовностей зі значеннями у гільбертовому просторі та підпросторів, породжених регулярними послідовностями, доведено, що функція $\Delta(\xi, \widehat{A}) = \mathrm{M}\|A\xi - \widehat{A}\xi\|^2$ на множині $\Xi \times \mathcal{L}$ має сідлову точку. При цьому

$$\min_{\widehat{A}\in\mathcal{L}}\max_{\xi\in\Xi}\Delta(\xi, \widehat{A}) = \max_{\xi\in\Xi}\min_{\widehat{A}\in\mathcal{L}}\Delta(\xi, \widehat{A}) = P\max_{k\ge 1}\nu_k^2,$$

де ν_k^2 — найбільше власне значення оператора у просторі l_2, який визначається коефіцієнтами $a_k(j)$ розкладу функції $a(j)$.

У п. 2. "Екстраполяція функціоналів від стаціонарних послідовностей" вивчається задача оцінювання функціоналів $A\xi$, $A_N\xi$ за результатами спостережень $\xi(j) + \eta(j)$, $j < 0$ стаціонарної послідовності $\xi(j)$ на фоні шуму $\eta(j)$. Виведені формули для обчислення величин середньоквадратичних похибок та спектральних характеристик оптимальних лінійних оцінок функціоналів. Знайдені співвідношення для визначення найменш сприятливих щільностей для конкретних класів можливих спектральних щільностей.

Лема. *Спектральна щільність $f^0(\lambda)$ найменш сприятлива в класі $\mathcal{D}_f$ для оптимальної екстраполяції функціонала $A\xi$*, якщо вона допускає канонічну факторизацію з коефіцієнтами $\varphi_{km}^0 = \{\varphi_{km}^0(j) : j = 0, 1, \dots\}$, які визначають розв'язок задачі на умовний екстремум

$$\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{M}\|\mathrm{A}_k\varphi_{mk}\|_{l_2}^2 \to \sup, \quad f(\lambda) = \Phi(\lambda)\,\Phi'(\lambda) - g \in \mathcal{D}_f.$$

Показано, що для множини $\mathcal{D}_0$ щільностей з обмеженою дисперсією коефіцієнти факторизації щільності $f^0(\lambda) + g$ задовольняють рівняння

$$\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{M}\left|\sum_{j=0}^{\infty}(\mathrm{A}_k\varphi_{km})_j\, e^{ij\lambda}\right|^2 \psi_{mp}(\lambda)\,\bar{\psi}_{mq}(\lambda) = \beta_{pq1}(\lambda) + \alpha_{pq1}^{-1}.$$

Якщо послідовність $\xi(j) + \eta(j)$ має кратність $M = 1$, то компоненти найменш сприятливої щільності мають вигляд

$$f_{pq}^0(\lambda) = \max\left\{0, \alpha_{pq1}\sum_{k=1}^{\infty}\left|\sum_{j=0}^{\infty}(\mathrm{A}_k\varphi_k)_j\, e^{ij\lambda}\right|^2 - g_{pq}\right\}.$$

Знайдені співвідношення для визначення найменш сприятливих щільностей для множин $\mathcal{D}_\varepsilon$, $\mathcal{D}_v^u$, $\mathcal{D}_L$, $\mathcal{D}_{1\delta}$.

У п. 3. "Інтерполяція функціоналів від стаціонарних послідовностей" досліджується задача оцінювання функціонала $A_N\xi$ за результатами спостережень послідовності $\xi(j) + \eta(j)$ при $j \in \mathbf{Z} \setminus \{0, 1, \ldots, N\}$.

Нехай стаціонарні послідовності $\xi(j)$, $\eta(j)$ мають спектральні щільності $f(\lambda)$, $g(\lambda)$. Позначимо через $\mathbf{K}(f+g)$ множину таких $k \in \mathbf{N}$, що $f_k(\lambda) + g_k(\lambda)$ задовольняють умову мінімальності. Тоді

$$\Delta(f,g) = \sum_{k \in \mathbf{K}} \left[\langle \mathbf{B}_{kN} \mathbf{c}_k, \mathbf{c}_k \rangle + \langle \mathbf{R}_{kN} \mathbf{a}_k, \mathbf{a}_k \rangle \right],$$

$$h_k(f,g) = A_k(e^{i\lambda}) f_k(\lambda) - C_k(e^{i\lambda}) (f_k(\lambda) + g_k(\lambda))^{-1}, \quad k \in \mathbf{K}.$$

Лема. *Спектральні щільності $f^0(\lambda)$, $g^0(\lambda)$ найменш сприятливі в класі $\mathcal{D}_f \times \mathcal{D}_g$ для оптимальної інтерполяції функціонала $A_N\xi$, якщо $\mathbf{K}(f+g) \neq \emptyset$ та коефіцієнти Фур'є функцій*

$$\left(f_k^0(\lambda) + g_k^0(\lambda)\right)^{-1}, f_k^0(\lambda) \left(f_k^0(\lambda) + g_k^0(\lambda)\right)^{-1}, f_k^0(\lambda) g_k^0(\lambda) \left(f_k^0(\lambda) + g_k^0(\lambda)\right)^{-1}$$

задають оператори $\mathbf{B}_{kN}^0$, $\mathbf{D}_{kN}^0$, $\mathbf{R}_{kN}^0$, які визначають розв'язок задачі

$$\max_{(f,g) \in \mathcal{D}_f \times \mathcal{D}_g} \sum_{k \in \mathbf{K}} \left[\langle \mathbf{D}_{kN} \mathbf{a}_k, (\mathbf{B}_{kN})^{-1} \mathbf{D}_{kN} \mathbf{a}_k \rangle + \langle \mathbf{R}_{kN} \mathbf{a}_k, \mathbf{a}_k \rangle \right] =$$

$$= \sum_{k \in \mathbf{K}} \left[\langle \mathbf{D}_{kN}^0 \mathbf{a}_k, (\mathbf{B}_{kN}^0)^{-1} \mathbf{D}_{kN}^0 \mathbf{a}_k \rangle + \langle \mathbf{R}_{kN}^0 \mathbf{a}_k, \mathbf{a}_k \rangle \right].$$

Мінімаксна спектральна характеристика дорівнює $h(f^0, g^0)$ за умови, що $h(f^0, g^0) \in H_{\mathcal{D}}$.

Показано, що компоненти найменш сприятливих щільностей $f^0 \in \mathcal{D}_f^0$, $g^0 \in \mathcal{D}_g^0$ задовольняють рівняння

$$f_k^0(\lambda) + g_k^0(\lambda) = \alpha_{k1} \left| A_k(e^{i\lambda}) g_k^0(\lambda) + C_k^0(e^{i\lambda}) \right| = \alpha_{k2} \left| A_k(e^{i\lambda}) f_k^0(\lambda) - C_k^0(e^{i\lambda}) \right|.$$

Одна з доведених теорем така.

Теорема. *Нехай спектральна щільність $f(\lambda)$ відома, щільність $g^0(\lambda)$ належить класу $\mathcal{D}_g^0$ і $\mathbf{K}(f + g^0) \neq \emptyset$. Спектральна щільність $g^0(\lambda)$ найменш сприятлива в класі $\mathcal{D}_g^0$ для оптимальної інтерполяції функціонала $A_N\xi$, якщо її компоненти задовольняють рівняння*

$$g_k^0(\lambda) = \max \left\{ 0, \alpha_{k2} \left| A_k(e^{i\lambda}) f_k(\lambda) - C_{kN}^0(e^{i\lambda}) \right| - f_k(\lambda) \right\}$$

і пара $(f(\lambda), g^0(\lambda))$ визначає розв'язок екстремальної задачі. Мінімаксна спектральна характеристика оптимальної оцінки функціонала $A_N\xi$ - це функція $h(f, g^0)$.

Знайдені найменш сприятливі щільності в класах $\mathcal{D}_v^u \times \mathcal{D}_\varepsilon$, $\mathcal{D}_{1\delta_1} \times \mathcal{D}_{2\delta_2}$.

У п. 4. "Фільтрація функціоналів від стаціонарних послідовностей" досліджується задача оптимального лінійного оцінювання функціонала $A\xi = \sum_{j=0}^{\infty}(a(j), \xi(-j))$, за результатами спостережень послідовності $\xi(j) + \eta(j)$ при $j < 0$. Якщо щільності $f(\lambda)$, $g(\lambda)$ відомі і допускають канонічні факторизації, то виведені формули для обчислення величини середньоквадратичної похибки та спектральної характеристики $h(f, g)$ оптимальної оцінки функціонала. Якщо щільності $f(\lambda)$, $g(\lambda)$ невідомі, то знаходять найменш сприятливі спектральні щільності та мінімаксні спектральні характеристики. Показано, що найменш сприятливі спектральні щільності в класі $\mathcal{D} = \mathcal{D}_0 \times \mathcal{D}_v^u$ задовольняють рівняння

$$\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{M}\left|\sum_{j=0}^{\infty}\left(C_k^g \mathrm{b}_{mk}\right)_j e^{-ij\lambda}\right|^2 b_{mp}(\lambda)\, b_{mq}(\lambda) = \alpha_{pq1}^{-1},$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{M}\left|\sum_{j=0}^{\infty}\left(C_k^f \mathrm{b}_{mk}\right)_j e^{-ij\lambda}\right|^2 b_{mp}(\lambda)\, b_{mq}(\lambda) = \beta_{pq1}(\lambda) + \beta_{pq2}(\lambda) + \alpha_{pq2}^{-1}.$$

Знайдені співвідношення для визначення найменш сприятливих щільностей в класах спектральних щільностей $\mathcal{D}_\varepsilon \times \mathcal{D}_{1\delta}$, $\mathcal{D}_{2\delta_1} \times \mathcal{D}_{2\delta_2}$.

Розділ IY "Оцінки функціоналів від стаціонарних процесів із значеннями у гільбертовому просторі" містить 3 параграфи.

У п. 1 "Екстраполяція функціоналів від стаціонарних процесів" вивчається задача оптимального оцінювання функціоналів

$$A\xi = \int_0^{\infty} \langle a(t), \xi(t)\rangle\, dt, \quad A_T\xi = \int_0^{T} \langle a(t), \xi(t)\rangle\, dt$$

від стаціонарного процесу $\xi(t)$. На основі спектральних властивостей стаціонарних процесів у гільбертових просторах виведені формули для обчислення величин середньоквадратичних похибок та спектральних характеристик оптимальних лінійних оцінок функціоналів в тому випадку, коли відома щільність процесу. Якщо ж відома лише множина $\mathcal{D}_f$ можливих щільностей, то застосовують мінімаксний підхід до задач оцінювання функціоналів. Методами опуклої оптимізації знайдені найменш сприятливі спектральні щільності та мінімаксні спектральні характеристики. Показано, що коефіцієнти факторизації найменш сприятливої щільності

$f^0(\lambda) \in \mathcal{D}_v^u$ задовольняють рівняння

$$\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{M}\left|\int_0^{\infty}(\mathbf{A}_k\varphi_{mk})(t)e^{it\lambda}\,dt\right|^2 \psi_{mp}(\lambda)\,\bar{\psi}_{mq}(\lambda) = \beta_{pq1}(\lambda)+\beta_{pq2}(\lambda)+\alpha_{pq1}^{-1}.$$

Якщо регулярний процес $\xi(t)$ має кратність $M = 1$, то компоненти найменш сприятливої щільності мають вигляд

$$f_{pq}^0(\lambda) = \min\left\{u_{pq}(\lambda), \max\left\{v_{pq}(\lambda), \alpha_{pq1}\sum_{k=1}^{\infty}\left|\int_0^{\infty}(\mathbf{A}_k\varphi_k)(t)e^{it\lambda}\,dt\right|^2\right\}\right\}.$$

Знайдені найменш сприятливі щільності в класах, що описують моделі "ε – забруднення" та "δ – околу" стаціонарних процесів.

У п. 2 "Інтерполяція функціоналів від стаціонарних процесів" досліджується задача оптимального оцінювання функціонала $A_T\xi$ за даними спостережень процесу $\xi(t)+\eta(t)$ при $t \in \mathbf{R}^1 \setminus [0,T]$, де $\eta(t)$ – некорельований з $\xi(t)$ стаціонарний процес. Показано, що для множини $\mathcal{D}_f^0 \times \mathcal{D}_g^0$ найменш сприятливі щільності $f^0 \in \mathcal{D}_f^0$, $g^0 \in \mathcal{D}_g^0$ задовольняють рівняння

$$f_k^0(\lambda)+g_k^0(\lambda) = \alpha_{k1}\left|A_k(\lambda)g_k^0(\lambda)+C_k^0(\lambda)\right| = \alpha_{k2}\left|A_k(\lambda)f_k^0(\lambda)-C_k^0(\lambda)\right|.$$

Якщо спектральна щільність $f(\lambda)$ відома, то спектральна щільність $g^0(\lambda)$ найменш сприятлива в класі $\mathcal{D}_g^0$, якщо її компоненти задовольняють рівняння

$$g_k^0(\lambda) = \max\left\{0, \alpha_{k2}\left|A_k(\lambda)f_k(\lambda) - C_{kT}^0(\lambda)\right| - f_k(\lambda)\right\}.$$

Знайдені найменш сприятливі щільності в класах $\mathcal{D}_\varepsilon \times \mathcal{D}_v^u$, $\mathcal{D}_{2\delta_1} \times \mathcal{D}_{1\delta_2}$.

У п. 3 "Фільтрація функціоналів від стаціонарних процесів" досліджується задача оптимального лінійного оцінювання функціонала $A\xi = \int_0^{\infty}\langle a(t), \xi(-t)\rangle\,dt$ за результатами спостережень $\xi(t)+\eta(t), t<0$ процесу $\xi(t)$ на фоні шуму $\eta(t)$. Якщо спектральні щільності $f(\lambda)$, $g(\lambda)$ процесів відомі і допускають факторизації, то середньоквадратичну похибку та спектральну характеристику оптимальної оцінки функціонала $A\xi$ можна обчислити за формулами:

$$\Delta(f,g) = \sum_{k=1}^{\infty}\left[\langle \mathbf{c}_k^g, \mathbf{a}_k\rangle - \sum_{m=1}^{M}\langle \mathbf{C}_k^g\mathbf{b}_{mk}, \mathbf{C}_k^g\mathbf{b}_{mk}\rangle\right],$$

$$h_{kp}(f,g) = \widehat{a}_k(e^{i\lambda})\,\delta_k^p - \sum_{m=1}^{M} r_{km}^g(e^{i\lambda})\,b_{mp}(\lambda).$$

Лема. *Спектральні щільності $f^0(\lambda)$, $g^0(\lambda)$ найменш сприятливі в класі $\mathcal{D}_f \times \mathcal{D}_g$ для оптимальної фільтрації функціонала $A\xi$, якщо вони допускають канонічну факторизацію з коефіцієнтами $\psi^0_{km}(t)$, $d^0_{km}(t)$, що визначають розв'язок задачі на умовний екстремум*

$$\Delta(f,g) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[\langle c^g_k, a_k \rangle - \sum_{m=1}^{M} \|C^g_k b_{mk}\|^2_{L_2} \right] \to \sup,$$

$$g(\lambda) = \Psi(\lambda)\,\Psi'(\lambda) \in \mathcal{D}_g; \qquad f(\lambda) = D(\lambda)\,D'(\lambda) - \Psi(\lambda)\,\Psi'(\lambda) \in \mathcal{D}_f.$$

Для множини щільностей $\mathcal{D} = \mathcal{D}_0 \times \mathcal{D}^*_v$. найменш сприятливі спектральні щільності задовольняють такі рівняння:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{M} \left| \int_0^{\infty} (C^g_k b_{mk})(t) e^{-it\lambda} dt \right|^2 b_{mp}(\lambda) b_{mq}(\lambda) = \alpha^{-1}_{pq1},$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{M} \left| \int_0^{\infty} \left(C^f_k b_{mk} \right)(t) e^{-it\lambda} dt \right|^2 b_{mp}(\lambda) b_{mq}(\lambda) = \beta_{pq1}(\lambda) + \beta_{pq2}(\lambda) + \alpha^{-1}_{pq2}.$$

Якщо регулярна щільність $g(\lambda)$ зафіксована і кратність $M = 1$, то найменш сприятлива щільність $f^0(\lambda) \in \mathcal{D}_0$ має вигляд

$$f^0_{pq}(\lambda) = \max \left\{ 0, \alpha_{pq1} \sum_{k=1}^{\infty} \left| \int_0^{\infty} (C^g_k b_k)(t) e^{-it\lambda} dt \right|^2 - g_{pq}(\lambda) \right\}.$$

Знайдені найменш сприятливі щільності в класах $\mathcal{D}_\varepsilon \times \mathcal{D}_{1\delta}$, $\mathcal{D}_{2\delta_1} \times \mathcal{D}_{2\delta_2}$.

Розділ Y "Функціонали від однорідних за часом ізотропних на сфері випадкових полів дискретного аргументу" містить 4 параграфи.

У п. 1. "Спектральний розклад однорідних за часом ізотропних на сфері випадкових полів" показано, що середньоквадратично неперервне однорідне за часом ізотропне на сфері випадкове поле $\xi(j,x)$, $j \in \mathbb{Z}$, $x \in S_n$ допускає розклад

$$\xi(j,x) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{h(m,n)} \xi^l_m(j)\, S^l_m(x), \quad \xi^l_m(j) = \int_{S_n} \xi(j,x)\, S^l_m(x)\, m_n(dx),$$

де $\xi^l_m(j)$ — стаціонарні послідовності з кореляційними функціями $b_m(j)$. Користуючись властивостями спектрального розкладу поля, знайдені оптимальні оцінки коефіцієнтів регресії. Встановлено, як наслідок, вигляд незміщеної оцінки невідомого математичного сподівання поля.

У п. 2. "Екстраполяція функціоналів від випадкових полів" розглянута задача лінійного оцінювання функціоналів

$$A\xi = \sum_{j=0}^{\infty} \int_{S_n} a(j,x)\xi(j,x)\, m_n(dx), \quad A_N\xi = \sum_{j=0}^{N} \int_{S_n} a(j,x)\xi(j,x)\, m_n(dx)$$

від однорідного за часом ізотропного на сфері S_n випадкового поля $\xi(j,x)$ за даними спостережень поля $\xi(j,x)$ при $j \le 0$, $x \in S_n$. Показано, що середньоквадратичну похибку та спектральну характеристику $h(f)$ оптимальної оцінки функціонала $A\xi$ можна обчислити за формулами

$$\Delta(f) = \Delta(h(f);f) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{h(m,n)} \|A^l_m d_m\|^2 = \sum_{m=0}^{\infty} \langle Q_m d_m, d_m\rangle,$$

$$h^l_m(f) = \widehat{a}^l_m(\lambda) - (\widehat{A^l_m d_m})(\lambda)\, \widehat{d}^{-1}_m(\lambda).$$

де $d_m(j)$ - коефіцієнти факторизації щільності $f_m(\lambda)$, A^l_m, Q_m - оператори в просторі l_2, що визначаються послідовністю a^l_m.

Вказаними формулами можна користуватись лише тоді, коли відома щільність $f(\lambda) = \{f_m(\lambda) : m = 0,1,\dots\}$ поля $\xi(j,x)$. Якщо визначена лише множина D_f можливих щільностей, то застосовують мінімаксний (робастний) підхід до задач оцінювання.

Доведено, що за певних умов найменш сприятлива в класі $\mathcal{D}_0$ спектральна щільність має компоненти

$$f^0_m(\lambda) = \left|\sum_{j=0}^{\infty} d_{m_0}(j) e^{-ij\lambda}\right|^2 \delta^{m_0}_m, \quad m = 0,1,\dots$$

Знайдені найменш сприятливі спектральні щільності в класі $\mathcal{D}_L$ з моментними обмеженнями, а також в класах $\mathcal{D}^u_v$, $\mathcal{D}_\varepsilon$, $\mathcal{D}_{1\delta}$, $\mathcal{D}_{2\delta}$.

У п. 3. "Інтерполяція функціоналів від випадкових полів" досліджується задача оптимального лінійного оцінювання функціонала $A_N\xi$ за спостереженнями поля $\xi(k,x) + \eta(k,x)$ при $k \in \mathbb{Z} \setminus \{0,1,\dots,N\}$, $x \in S_n$. Скориставшись спектральними властивостями випадкових полів, методом А.М.Колмогорова можна вивести такі формули для обчислення похибки $\Delta(f,g)$ та спектральної характеристики $h(f,g)$ оптимальної оцінки функціонала $A_N\xi$:

$$\Delta(f,g) = \sum_{m\in M} \sum_{l=1}^{h(m,n)} \left[\langle \mathbf{B}_{mN}\mathbf{c}^l_m, \mathbf{c}^l_m\rangle + \langle \mathbf{R}_{mN}\mathbf{a}^l_m, \mathbf{a}^l_m\rangle\right],$$

$$h^l_m(f,g) = A^l_m(\lambda) - (A^l_m(\lambda)g_m(\lambda) + C^l_m(\lambda))\,(f_m(\lambda) + g_m(\lambda))^{-1},$$

де B_{mN}, D_{mN}, R_{mN} – матриці, елементи яких визначаються коефіцієнтами Фур'є функцій $(f_m(\lambda)+g_m(\lambda))^{-1}$, $f_m(\lambda)\,(f_m(\lambda)+g_m(\lambda))^{-1}$, $f_m(\lambda)\,g_m(\lambda)$ $(f_m(\lambda)+g_m(\lambda))^{-1}$, $\mathrm{M}(f+g)$ множина таких $m \in \mathbb{Z}$, що $f_m(\lambda)+g_m(\lambda)$ задовольняють умову мінімальності.

Лема. *Спектральні щільності $f^0(\lambda)$, $g^0(\lambda)$ найменш сприятливі в $\mathcal{D} = \mathcal{D}_f \times \mathcal{D}_g$ для оптимальної інтерполяції функціонала $A_N\xi$, якщо $\mathrm{M}(f+g) \neq \emptyset$ та коефіцієнти Фур'є функцій $\left(f^0_m(\lambda)+g^0_m(\lambda)\right)^{-1}$, $f^0_m(\lambda)\left(f^0_m(\lambda)+g^0_m(\lambda)\right)^{-1}$, $f^0_m(\lambda)\,g^0_m(\lambda)\left(f^0_m(\lambda)+g^0_m(\lambda)\right)^{-1}$ задають оператори B^{0l}_{mN}, D^{0l}_{mN}, R^{0l}_{mN}, які визначають розв'язок екстремальної задачі*

$$\max_{(f,g)\in\mathcal{D}_f\times\mathcal{D}_g} \sum_{m\in\mathrm{M}} \sum_{l=1}^{h(m,n)} \left[\left\langle \mathrm{D}^l_{mN}\,a^l_m, (\mathrm{B}^l_{mN})^{-1}\mathrm{D}^l_{mN}\,a^l_m\right\rangle + \left\langle \mathrm{R}^l_{mN}\,a^l_m, a^l_m\right\rangle\right] =$$

$$= \sum_{m\in\mathrm{M}} \sum_{l=1}^{h(m,n)} \left[\left\langle \mathrm{D}^{0l}_{mN}\,a^l_m, (\mathrm{B}^{0l}_{mN})^{-1}\mathrm{D}^{0l}_{mN}\,a^l_m\right\rangle + \left\langle \mathrm{R}^{0l}_{mN}\,a^l_m, a^l_m\right\rangle\right].$$

Показано, що компоненти найменш сприятливих щільностей в класі $\mathcal{D} = \mathcal{D}^0_f \times \mathcal{D}^0_g$ задовольняють рівняння

$$f^0_m(\lambda) + g^0_m(\lambda) = \alpha_{m1} \sum_{l=1}^{h(m,n)} \left|A^l_m(\lambda)g^0_m(\lambda) + C^{0l}_m(\lambda)\right|,$$

$$f^0_m(\lambda) + g^0_m(\lambda) = \alpha_{m2} \sum_{l=1}^{h(m,n)} \left|A^l_m(\lambda)f^0_m(\lambda) - C^{0l}_m(\lambda)\right|.$$

Доведена, як наслідок, така теорема.

Теорема. *Нехай спектральна щільність $f(\lambda) = \{f_m(\lambda) : m = 0,1,\dots\}$ відома, щільність $g^0(\lambda) = \{g^0_m(\lambda) : m = 0,1,\dots\}$ належить класу $\mathcal{D}^0_g$ і $\mathrm{M}(f+g^0) \neq \emptyset$. Спектральна щільність $g^0(\lambda)$ найменш сприятлива в класі $\mathcal{D}^0_g$ для оптимальної інтерполяції функціонала $A_N\xi$, якщо її компоненти задовольняють рівняння*

$$g^0_m(\lambda) = \max\left\{0, \alpha_{m2} \sum_{l=1}^{h(m,n)} \left|A^l_m(\lambda)f_m(\lambda) - C^{0l}_{mN}(\lambda)\right| - f_m(\lambda)\right\}$$

і пара $(f(\lambda), g^0(\lambda))$ визначає розв'язок екстремальної задачі. Функція $h(f,g^0)$ є мінімаксною спектральною характеристикою оптимальної оцінки функціонала $A_N\xi$.

Знайдені найменш сприятливі щільності в класах $\mathcal{D}^u_v \times \mathcal{D}_\varepsilon$, $\mathcal{D}_{1\delta_1} \times \mathcal{D}_{2\delta_2}$.

У п. 4. "Фільтрація функціоналів від випадкових полів" досліджена задача лінійного оцінювання функціонала

$$A\xi = \sum_{j=0}^{\infty} \int_{S_n} a(j,x)\,\xi(-j,x)\,m_n(dx)$$

за даними спостережень поля $\xi(j,x)+\eta(j,x)$ при $j \le 0$, $x \in S_n$, де $\xi(j,x)$, $\eta(j,x)$ — некорельовані однорідні за часом ізотропні випадкові поля на сфері S_n. Якщо щільності $g_m(\lambda)$, $f_m(\lambda)+g_m(\lambda)$ допускають канонічні факторизації, то похибку та спектральну характеристику $h(f,g)$ оптимальної оцінки функціонала $A\xi$ можна обчислити за формулами

$$\Delta(f,g) = \sum_{m=0}^{\infty} \left[\sum_{l=1}^{h(m,n)} \langle c_m^l(g), a_m^l \rangle - \langle Q_m(g) b_m, b_m \rangle \right],$$

$$h_m^l(f,g) = \hat{a}_m^l(\lambda) - \left(C_m^l(\widehat{g})\, b_m \right)(\lambda)\, \widehat{b}_m(\lambda).$$

де $c_m^l(g) = \Psi_m a_m^l$, $C_m^l(g)$, $Q_m(g)$ - оператори в просторі l_2.

Лема. *Регулярні спектральні щільності $f_m^0(\lambda)$ та $g_m^0(\lambda)$ найменш сприятливі в класі $\mathcal{D} = \mathcal{D}_f \times \mathcal{D}_g$ для оптимальної фільтрації функціонала $A\xi$,* якщо функції $\varphi_m^0(j)$, $\psi_m^0(j)$ та $b_m^0(j)$, що задають факторизації, визначають розв'язок задачі на умовний екстремум

$$\Delta(f,g) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{h(m,n)} \left[\langle c_m^l(g), a_m^l \rangle - \left\| C_m^l(g)\, b_m \right\|^2 \right] \to \sup,$$

$$g_m(\lambda) = \left| \widehat{\psi}_m(\lambda) \right|^2 \in \mathcal{D}_g; \qquad f_m(\lambda) = \left| \widehat{b}_m(\lambda) \right|^{-2} - \left| \widehat{\psi}_m(\lambda) \right|^2 \in \mathcal{D}_f$$

Для множини спектральних щільностей $\mathcal{D} = \mathcal{D}_0 \times \mathcal{D}_v^u$ знаходимо такі рівняння для найменш сприятливих спектральних щільностей:

$$f_m^0(\lambda) + g_m^0(\lambda) = \alpha_{m1} \sum_{l=1}^{h(m,n)} \left| \left(C_m^l(\widehat{g^0})\, b_m^0 \right)(\lambda) \right|^2,$$

$$f_m^0(\lambda) + g_m^0(\lambda) = \alpha_{m2} \sum_{l=1}^{h(m,n)} \left| \left(C_m^l(\widehat{f^0})\, b_m^0 \right)(\lambda) \right|^2 (\gamma_{m1}(\lambda) + \gamma_{m2}(\lambda) + 1)^{-1}.$$

Якщо регулярна щільність $g_m(\lambda), m = 0,1,\ldots$ зафіксована, то найменш сприятлива щільність $f^0 \in \mathcal{D}_0$ має вигляд

$$f_m^0(\lambda) = \max \left\{ 0, \alpha_{m1} \sum_{l=1}^{h(m,n)} \left| (C_m^l(\widehat{g})\, b_m^0)(\lambda) \right|^2 - g_m(\lambda) \right\}.$$

Знайдені найменш сприятливі щільності в класах $\mathcal{D}_\varepsilon \times \mathcal{D}_{1\delta}$, $\mathcal{D}_{2\delta_1} \times \mathcal{D}_{2\delta_2}$.

Розділ VI "Оцінки функціоналів від однорідних за часом ізотропних на сфері випадкових полів неперервного аргументу" містить 3 параграфи.

У п. 1."Екстраполяція функціоналів від випадкових полів" досліджена задача оцінювання функціоналів

$$A\xi = \int_0^\infty \int_{S_n} a(t,x)\,\xi(t,x)\,m_n(dx)\,dt \quad A_T\xi = \int_0^T \int_{S_n} a(t,x)\,\xi(t,x)\,m_n(dx)\,dt$$

від однорідного за часом ізотропного на сфері S_n випадкового поля $\xi(t,x)$ за даними спостережень поля $\xi(t,x)$ при $t < 0$, $x \in S_n$. Якщо щільності $f_m(\lambda)$, $m = 0,1,\ldots$ допускають канонічні факторизації, то середньоквадратичну похибку оптимальної оцінки функціонала $A\xi$ можна обчислити за формулою

$$\Delta(f) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{h(m,n)} \left\| A_m^l d_m \right\|^2 = \sum_{m=0}^{\infty} \langle Q_m d_m, d_m \rangle,$$

де A_m^l, Q_m - оператори в просторі $\mathbf{L}_2[0,\infty)$. Спектральна характеристика $h(f)$ оптимальної оцінки обчислюється за формулою

$$h_m^l(f) = \widehat{a}_m^l(\lambda) - (\widehat{A_m^l d_m})(\lambda)\,\widehat{d}_m^{-1}(\lambda),$$

Лема. *Спектральна щільність* $f^0(\lambda) = \left\{ f_m^0(\lambda) : m = 0,1,\ldots \right\}$ *найменш сприятлива в класі* $\mathcal{D}_f$ *для оптимальної екстраполяції функціонала* $A\xi$, якщо послідовності $d_m^0 = \left\{ d_m^0(t) : 0 \le t < \infty \right\}, m = 0,1,\ldots$, що задають канонічну факторизацію щільностей $f_m^0(\lambda)$, визначають розв'язок задачі на умовний екстремум

$$\Delta(f) = \sum_{m=0}^{\infty} \langle Q_m d_m, d_m \rangle \to \sup, \; f(\lambda) = \left\{ \left| \widehat{d}_m(\lambda) \right|^2 : m = 0,1,\ldots \right\} \in \mathcal{D}_f.$$

Встановлено, що компоненти найменш сприятливих щільностей в класі $\mathcal{D}_0$ задовольняють рівняння

$$f_m^0(\lambda) = \alpha_{m1} \sum_{l=1}^{h(m,n)} \left| (\widehat{A_m^l d_m^0})(\lambda) \right|^2.$$

Показано, що спектральна щільність поля одностороннього рухомого середнього з компонентами

$$f_m^0(\lambda) = \left| \int_0^\infty d_{m_0}(t)\,e^{-it\lambda}\,dt \right|^2 \delta_m^{m_0}$$

найменш сприятлива в класі $\mathcal{D}_0$ за певних умов.

Знайдені найменш сприятливі щільності в класах $\mathcal{D}_v^u$, $\mathcal{D}_\varepsilon$, $\mathcal{D}_{1\delta}$, $\mathcal{D}_{2\delta}$.

У п. 2. "Інтерполяція функціоналів від випадкових полів" досліджується задача оцінювання функціонала $A_T\xi$ від невідомих значень однорідного за часом ізотропного на сфері S_n випадкового поля $\xi(t,x)$, $t \in \mathbb{R}^1$, $x \in S_n$ за даними спостережень поля $\xi(t,x) + \eta(t,x)$ при $t \in \mathbb{R}^1 \setminus [0,T]$, $x \in S_n$, де $\eta(t,x)$ - некорельоване з $\xi(t,x)$ однорідне за часом ізотропне на сфері S_n випадкове поле. Виведені такі формули для обчислення похибки $\Delta(f,g)$ та спектральної характеристики $h(f,g)$ оптимальної лінійної оцінки функціонала $A_T\xi$:

$$\Delta(f,g) = \sum_{m\in M} \sum_{l=1}^{h(m,n)} \left[\langle \mathbf{B}_{mT}\, \mathbf{c}_m^l, \mathbf{c}_m^l\rangle + \langle \mathbf{R}_{mT}\, \mathbf{a}_m^l, \mathbf{a}_m^l\rangle\right],$$

$$h_m^l(f,g) = (A_m^l(\lambda)\, f_m(\lambda) - C_m^l(\lambda))\,(f_m(\lambda) + g_m(\lambda))^{-1},$$

де $M(f+g)$ - множина таких $m \in \mathbb{Z}$, що $f_m(\lambda) + g_m(\lambda)$ задовольняють умову мінімальності, $c_m^l(t) = \left(\mathbf{B}_{mT}^{-1}\mathbf{D}_{mT}\mathbf{a}_m^l\right)(t)$, $\mathbf{B}_{mT}$, $\mathbf{D}_{mT}$, $\mathbf{R}_{mT}$ – оператори у просторі $L_2([0,T])$.

Лема. *Спектральні щільності $f^0(\lambda)$, $g^0(\lambda)$ найменш сприятливі в $\mathcal{D} = \mathcal{D}_f \times \mathcal{D}_g$ для оптимальної інтерполяції функціонала $A_T\xi$, якщо $M(f+g) \neq \emptyset$ та коефіцієнти Фур'є функцій $\left(f_m^0(\lambda)+g_m^0(\lambda)\right)^{-1}$, $f_m^0(\lambda)\left(f_m^0(\lambda)+g_m^0(\lambda)\right)^{-1}$, $f_m^0(\lambda)\, g_m^0(\lambda)\left(f_m^0(\lambda)+g_m^0(\lambda)\right)^{-1}$ задають оператори $\mathbf{B}_{mT}^{0l}$, $\mathbf{D}_{mT}^{0l}$, $\mathbf{R}_{mT}^{0l}$, які визначають розв'язок екстремальної задачі*

$$\max_{(f,g)\in\mathcal{D}_f\times\mathcal{D}_g} \sum_{m\in M} \sum_{l=1}^{h(m,n)} \left[\langle \mathbf{D}_{mT}^l\, \mathbf{a}_m^l, \mathbf{B}_{mT}^{-1}\, \mathbf{D}_{mT}^l\, a_m^l\rangle + \langle \mathbf{R}_{mT}^l\, a_m^l, a_m^l\rangle\right] =$$
$$= \sum_{m\in M} \sum_{l=1}^{h(m,n)} \left[\langle \mathbf{D}_{mT}^{0l}\, a_m^l, (\mathbf{B}_{mT}^{0l})^{-1}\mathbf{D}_{mT}^{0l}\, a_m^l\rangle + \langle \mathbf{R}_{mT}^{0l}\, a_m^l, a_m^l\rangle\right].$$

Для множини спектральних щільностей $\mathcal{D}_f^0 \times \mathcal{D}_g^0$ компоненти найменш сприятливих щільностей задовольняють рівняння

$$f_m^0(\lambda) + g_m^0(\lambda) = \alpha_{m1} \sum_{l=1}^{h(m,n)} \left|A_m^l(\lambda)g_m^0(\lambda) + C_m^{0l}(\lambda)\right|,$$

$$f_m^0(\lambda) + g_m^0(\lambda) = \alpha_{m2} \sum_{l=1}^{h(m,n)} \left|A_m^l(\lambda)f_m^0(\lambda) - C_m^{0l}(\lambda)\right|.$$

Теорема. *Нехай спектральні щільності $f^0(\lambda) = \{f^0_m(\lambda) : m = 0,1,\dots\}$, $g^0(\lambda) = \{g^0_m(\lambda) : m = 0,1,\dots\}$ належать класу $\mathcal{D}^0_f \times \mathcal{D}^0_g$ і $\mathrm{M}(f^0 + g^0) \neq \emptyset$. Спектральні щільності $f^0(\lambda)$, $g^0(\lambda)$ найменш сприятливі в класі $\mathcal{D}^0_f \times \mathcal{D}^0_g$ для оптимальної лінійної інтерполяції функціонала $A_T\xi$, якщо вони задовольняють вказані рівняння і визначають розв'язок екстремальної задачі. Мінімаксною спектральною характеристикою оптимальної оцінки функціонала є функція $h^l_m(f,g)$.*

Теорема. *Нехай спектральна щільність $f(\lambda) = \{f_m(\lambda) : m = 0,1,\dots\}$ відома, щільність $g^0(\lambda) = \{g^0_m(\lambda) : m = 0,1,\dots\}$ належить класу $\mathcal{D}^0_g$ і $\mathrm{M}(f + g^0) \neq \emptyset$. Спектральна щільність $g^0(\lambda)$ найменш сприятлива в класі $\mathcal{D}^0_g$ для оптимальної лінійної інтерполяції функціонала $A_T\xi$, якщо її компоненти задовольняють рівняння*

$$g^0_m(\lambda) = \max\left\{0, \alpha_{m2}\sum_{l=1}^{h(m,n)}\left|A^l_m(\lambda)f_m(\lambda) - C^{0l}_{mT}(\lambda)\right|^2 - f_m(\lambda)\right\}$$

і пара $(f(\lambda), g^0(\lambda))$ визначає розв'язок екстремальної задачі. Функція $h(f,g^0)$ є мінімаксною спектральною характеристикою оптимальної оцінки функціонала $A_T\xi$.

Знайдені найменш сприятливі щільності в класах $\mathcal{D}_\varepsilon \times \mathcal{D}^{\mathrm{w}}_v$, $\mathcal{D}_{2\delta_1} \times \mathcal{D}_{1\delta_2}$.

У п. 3. "Фільтрація функціоналів від випадкових полів" досліджена задача лінійного оцінювання функціонала

$$A\xi = \int_0^\infty \int_{S_n} a(t,x)\,\xi(-t,x)\,m_n(dx)\,dt$$

за даними спостережень поля $\xi(t,x) + \eta(t,x)$ при $t \leq 0$, $x \in S_n$, де $\xi(t,x)$, $\eta(t,x)$ — некорельовані однорідні за часом ізотропні випадкові поля на сфері S_n. Якщо щільності $f_m(\lambda)$, $g_m(\lambda)$ допускають канонічні факторизації, то середньоквадратичну похибку та спектральну характеристику оптимальної оцінки функціонала $A\xi$ можна обчислити за формулами

$$\Delta(f,g) = \sum_{m=0}^{\infty}\left[\sum_{l=1}^{h(m,n)}\langle c^l_m(g), a^l_m\rangle - \langle Q_m(g)b_m, b_m\rangle\right],$$

$$h^l_m(f,g) = \widehat{a}^l_m(\lambda) - \left(C^l_m\widehat{(g)\,b_m}\right)(\lambda)\,\widehat{b}_m(\lambda).$$

Тут $c^l_m(g) = \Psi_m a^l_m$, $C^l_m(g)$, $Q_m(g)$, Ψ_m – оператори в просторі $\mathbf{L}_2[0,\infty)$.

Вказаними формулами можна користуватись тоді, коли відомі щільності $f_m(\lambda)$, $g_m(\lambda)$. Якщо ж відомі лише множини $\mathcal{D}_f$, $\mathcal{D}_g$ можливих щільностей, то застосовують мінімаксний підхід до задач оцінювання.

Для множини спектральних щільностей $\mathcal{D}_0 \times \mathcal{D}_v^u$ знаходимо такі рівняння для найменш сприятливих спектральних щільностей:

$$f_m^0(\lambda)+g_m^0(\lambda)=\alpha_{m_1}\sum_{l=1}^{h(m,n)}\left|\left(C_m^l(\widehat{g^0})\,b_m^0\right)(\lambda)\right|^2,$$

$$f_m^0(\lambda)+g_m^0(\lambda)=\alpha_{m_2}\sum_{l=1}^{h(m,n)}\left|\left(C_m^l(\widehat{f^0})\,b_m^0\right)(\lambda)\right|^2\left(\gamma_{m_1}(\lambda)+\gamma_{m_2}(\lambda)+1\right)^{-2}.$$

Якщо регулярна щільність $g_m(\lambda)$ зафіксована, то найменш сприятлива щільність $f^0 \in \mathcal{D}_0$ має вигляд

$$f_m^0(\lambda)=\max\left\{0,\alpha_{m_1}\sum_{l=1}^{h(m,n)}\left|\left(C_m^l(\widehat{g})\,b_m^0\right)(\lambda)\right|^2-g_m(\lambda)\right\}.$$

Якщо ж задана регулярна щільність $f_m(\lambda)$, то найменш сприятлива щільність у класі $\mathcal{D}_v^u$ має вигляд

$$g_m^0(\lambda)=\min\left\{\max\left\{\alpha_{m_2}\sum_{l=1}^{h(m,n)}\left|\left(C_m^l(\widehat{f})\,b_m^0\right)(\lambda)\right|^2-f_m(\lambda),v_m(\lambda)\right\},u_m(\lambda)\right\}.$$

Знайдені найменш сприятливі щільності в класах $\mathcal{D}_\varepsilon \times \mathcal{D}_{1\delta}$, $\mathcal{D}_{2\delta_1} \times \mathcal{D}_{2\delta_2}$.

Основні положення дисертації опубліковані у наступних роботах

1. Моклячук М.П. Об одной игре двух лиц с нулевой суммой и экстраполяции случайных последовательностей// Исследование операций и АСУ.- 1981.- Вып. 17.- С. 122-127.
2. Моклячук М.П. Об одной задаче теории игр и экстраполяции случайных процессов со значениями в гильбертовом пространстве // Теория вероятностей и мат. статистика.- 1981.- Вып. 24.- С. 107-114.
3. Моклячук М.П. Об одной антагонистической игре и прогнозировании стационарных последовательностей в гильбертовом пространстве // Теория вероятностей и мат. статистика.- 1981.- Вып. 25.- С. 99-106.
4. Моклячук М.П. Об оценке функционала от случайной последовательности// Теория вероятностей и ее примен.- 1982.- Вып. 3.- С. 216.
5. Моклячук М.П. О фильтрации преобразований случайных процессов // Тез. докл. IV Вильнюс. междунар. конф. по теории вероятностей и мат. статистике.- Вильнюс, 1985.- С. 205-207.
6. Моклячук М.П. О минимаксной фильтрации случайных последовательностей// Тез. докл. V Вильнюс. междунар. конф. по теории вероятностей и мат. статистике.- Вильнюс, 1989.- С. 68-70.
7. Моклячук М.П. О минимаксной фильтрации случайных последовательностей //Теория вероятностей и мат. статистика.- 1989.- Вып. 40.- С. 73-80.
8. Моклячук М.П. Минимаксная экстраполяция и процессы авторегрессии - скользящего среднего// Теория вероятностей и мат. статистика.- 1989.- Вып. 41.- С. 66-74.
9. Моклячук М.П. Минимаксная экстраполяция случайных процессов для моделей ε - загрязнения// Теория вероятностей и мат. статистика.- 1990.- Вып. 42.- С. 95-103.
10. Моклячук М.П. Минимаксная фильтрация стационарных последовательностей с белым шумом// Теория вероятностей и мат. статистика.- 1990.- Вып. 43.- С. 97-111.
11. Моклячук М.П. Минимаксная фильтрация линейных преобразований стационарных процессов// Теория вероятностей и мат. статистика.- 1991.- Вып. 44.- С. 96-105.

12. Моклячук М.П. О линейном прогнозе случайных процессов в условиях неопределенности// Теория вероятностей и мат. статистика.- 1991.- Вып. 45.- С. 89-97.

13. Моклячук М.П. Робастная фильтрация случайных процессов// Тез. докл. VI Сов. - Японского симпоз. по теории вероятностей и мат. статистике.- Киев, 1991.- С. 106.

14. Моклячук М.П. Минимаксная фильтрация линейных преобразований стационарных последовательностей// Укр. мат. журнал.- 1991.- 43, N 1.- С. 92-99.

15. Моклячук М.П. Об экстраполяции преобразований случайных процессов, возмущенных белым шумом// Укр. мат. журн.- 1991.- 43, N 2.- С. 216-223.

16. Моклячук М.П. Мінімаксна екстраполяція однорідних за часом ізотропних випадкових полів// Аналитические вопросы стохастических систем.- Киев, 1992.- С. 33-67.

17. Моклячук М.П. Про задачу мінімаксної екстраполяції векторних послідовностей, обурених білим шумом// Теорія ймовірностей та мат. статистика.- 1992.- Вип. 46.- С. 88-104.

18. Моклячук М.П. Про задачу фільтрації векторних послідовностей// Теорія ймовірностей та мат. статистика.- 1992.- Вип. 47.- С. 104-118.

19. Моклячук М.П. О минимаксной фильтрации векторных процессов// Укр. мат. журн.- 1993.- 45, N 3.- С. 389-397.

20. Моклячук М.П. Стохастичні послідовності авторегресії та мінімаксна інтерполяція // Теорія ймовірностей та мат. статистика.- 1993.- Вип. 48.- С. 135-146.

21. Моклячук М.П. Мінімаксна фільтрація однорідних за часом ізотропних випадкових полів на сфері // Теорія ймовірностей та мат. статистика.- 1993.- Вип. 49.- С. 193-205.

22. Моклячук М.П. Мінімаксна інтерполяція однорідних за часом ізотропних випадкових полів на сфері // Теорія ймовірностей та мат. статистика.- 1994.- Вип. 50.- С. 105-113.

23. Моклячук М.П. Екстраполяція однорідних за часом ізотропних на сфері випадкових полів// Теорія ймовірностей та мат. статистика.- 1994.- Вип. 51.- С. 131-139.

24. Moklyachuk M.P. Estimation of Linear Functionals of Stationary Stochastic Processes and a Two-Person Zero-Sum Game// Stanford University Technical Report.- 1981.- N 169.- 82 p.

25. Moklyachuk M.P. A problem of minimax smoothing for homoge-

neous isotropic on a sphere random fields// Random Operators and Stochastic Equations.- 1992.- Vol.1. No 2.- P. 191-201.

26. Moklyachuk M.P. On stochastic equations which describe one-sided moving average processes and minimax filtering// Random Operators and Stochastic Equations.- 1992.- Vol.1. No 4.- P. 329-343.
27. Moklyachuk M.P. Minimax-robust interpolation of discrete time series// Evolutionary Stochastic Systems in Physics and Biology. V. S. Korolyuk (Ed.) Moscow/Utrecht. TVP/VSP.- 1993.- P. 336-347.
28. Moklyachuk M.P. Minimax-robust interpolation of stationary stochastic processes// New Trends in Probability and Statistics. Proceedings of the second Ukrainian - Hungarian conference. M.Arato, M.I. Yadrenko (Eds.) Moscow/Utrecht/Kiev. TVP/VSP/TBiMC.- 1993.- P. 183-193.
29. Moklyachuk M.P. Minimax-robust estimation of linear transformation of stochastic processes//56th Annual Meeting of the Institute of Mathematical Statistics and the American Statistical Association. Abstracts of papers. The IMS Bulletin. 1993.- Vol.22.- No 3.- P. 322.
30. Moklyachuk M.P. Minimax-robust estimation problem for homogeneous isotropic on a sphere random fields//3rd World Congress of the Bernoulli Society. Abstracts of papers. The IMS Bulletin. 1994.- Vol.23.- No 2.- P. 240.

Моклячук М.П. Оценки функционалов от стохастических процессов и случайных полей. Рукопись. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико - математических наук по специальности 01.01.05 - теория вероятностей и математическая статистика. Институт математики НАН Украины, Киев, 1995.

В диссертации изложены результаты, опубликованные в 30 научных работах. Получены формулы для вычисления среднеквадратических ошибок и спектральных характеристик оптимальных оценок функционалов от стационарных случайных процессов и однородных изотропных на сфере случайных полей. Разработаны методы получения соотношений для определения наименее благоприятных спектральных плотностей и минимаксных (робастных) спектральных характеристик оптимальных оценок функционалов.

Moklyachuk M.P. Estimation of functionals of stochastic processes and random fields. Manuscript. Dissertation for a degree of Doctor of Science in Physics and Mathematics in speciality 01.01.05 - Theory of Probability and Mathematical Statistics. Institute of Mathematics of the National Academy of Science of Ukraine, Kiev, 1995.

The dissertation contains results from the 30 published scientific papers. Formulas are derived for calculation of the mean - square errors and the spectral characteristics of the optimal estimates of functionals of stochastic processes and random fields. Methods are introduced for deriving the relations for determining the least favourable spectral densities and the minimax (robust) spectral characteristics of the optimal estimates of the functionals.

Ключові слова: стохастичні процеси, випадкові поля, функціонали, оптимальні оцінки, спектральні щільності.

Підп. до друку 15.03.95. Формат 60x84/16. Папір друк. Офс. друк.
Ум. друк. арк. 1,63. Ум. фарбо-відб. 1,63 Обл.-вид. арк. 1,5
Тираж 100 пр. Зам. 91 Безкоштовно.

Віддруковано в Інституті математики АН України
252601 Київ 4, МСП, вул. Терещенківська, 3