Національна академія наук України
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова

На правах рукопису

ДЕРІЄВА Олена Миколаївна

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАДАЧ КЕРУВАННЯ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЇ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

01.05.01 — теоретичні основи інформатики та кібернетики
(математична кібернетика)

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ 1995

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор
КНОПОВ Павло Соломонович,

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор
МІШУРА Юлія Степанівна,

кандидат фізико-математичних наук, доцент
МАЙДАНЮК Руслан Ярославович

Провідна організація: Донецький державний університет.

Захист відбудеться «12» травня 1995 р. о 12⁰⁰ год. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 01.39.02 при Інституті кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України за адресою:

252022 Київ 22, проспект Академіка Глушкова, 40.

З дисертацією можна ознайомитися у науково-технічному архіві інституту.

Автореферат розісланий «3» квітня 1995 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради СИНЯВСЬКИЙ В. Ф.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність роботи. Науково-технічний прогрес вимагає все більшого застосування математичних методів у різних галузях науки, техніки, економіки. Це сприяє швидкому розвитку теорії керування та ідентифікації оскільки саме вона є теоретичною основою математичного моделювання. Численні публікації з цієї тематики додатково свідчать про її велике теоретичне та практичне значення. Ряд фундаментальних результатів з питань керування та ідентифікації випадкових систем отримано в роботах І. І Гіхмана, А. В. Скорохода (1977), М. В. Крилова (1979), Є. Б. Динкіна (1977), І. А. Ібрагімова та Р. З. Хасьмінського (1979), Ю. А. Розанова (1981, 1990), О. М. Ширяєва (1976, 1989) та ін. Але більшість з них описує випадок, коли система залежить лише від одного параметра.

Якщо ж система описується випадковою функцією, що залежить від кількох змінних, число нерозв'язаних задач різко зростає, причому розв'язання цих задач навіть у випадку двох параметрів часто має відміни принципового характеру. І це цілком виправдано, бо основним методом досліджень задач керування та ідентифікації є мартингальні методи теорії випадкових процесів, які, на жаль, далеко не завжди можна перенести на випадкові функції, які залежать від багатьох параметрів.

У той же час саме системи з розподіленими параметрами описують процеси в таких різноманітних областях, як астрономія, метеорологія, гідрологія, і, насамперед, в економіці. Отже, розвиток математичних методів розв'язання задач керування та ідентифікації для систем з розподіленими параметрами є досить актуальною проблемою.

В 70-90-х роках з'явилася ціла низка робіт (Р. Кайролі, Дж. Б. Уолш (1975, 1977), А. Т. Вонг, М. Закаї (1976, 1977), Е. Мерзбах (1980), Г. Калліанпур та Н. Етемаді (1975, 1977), І. І. Гіхман (1975, 1976, 1980, 1982), А. А. Гущин (1982), Ю. С. Мішура (1980, 1985 1989, 1990) та ін.), в яких розвинуто мартингальні методи теорії випадкових полів. Отримані результати дають можливість продовжити дослідження задач керування, ідентифікації, фільтрації для випадкових процесів з розподіленими параметрами.

Мета роботи. Розвиток математичних методів дослідження систем з розподіленими параметрами та їх застосування до конкретних задач оптимізації, ідентифікації та фільтрації.

Наукова новизна, теоретична і практична вагомість роботи.

В роботі одержано ряд властивостей випадкових полів Іто, дифузійних полів, заданих на площині, та мір, що їм відповідають. За допомогою цих результатів досліджено конкретні задачі керування, ідентифікації та фільтрації випадкових полів.

Одержані результати є новими. Вони можуть бути використані при розв'язанні різних задач в застосуванях теорії імовірностей та математичної статистики.

Основні наукові результати роботи.

1. Одержано аналог узагальненої теореми Гірсанова для випадкових полів, що залежать від двох параметрів.

2. Вивчено поведінку випадкових полів дифузійного типу в умовах абсолютно неперервної заміни міри.

3. Розглянуто задачу керування випадковими полями дифузійного типу. Доведено існування оптимального керування та запропоновано метод побудови ε-оптимального керування.

4. Досліджено оцінку максимальної вірогідності лінійного параметра зносу дифузійного поля.

5. Отримано стохастичні рівняння оптимальної нелінійної фільтрації випадкових полів.

Методика дослідження. Основним методом досліджень є мартингальні методи теорії випадкових полів.

Реалізація роботи. Роботу виконано згідно з планом науково-дослідних робіт Інституту кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України.

Апробація роботи. Результати роботи доповідались на Всеукраїнській конференції молодих науковців (м.Київ, 1994р.), Міжнародній математичній конференції пам'яті Ганса Гана (м.Чернівці, 1994 р.), наукових семінарах відділу математичних методів дослідження операцій Інституту кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України.

Публікації. За темою дисертації надруковано 8 робіт.

Обсяг роботи. Дисертація складається з вступу, чотирьох глав, шести параграфів, переліку використаної літератури (54 назви). Обсяг роботи 112 сторінок машинописного тексту.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі проводиться огляд робіт, присвячених задачам ідентифікації, фільтрації та керування випадковими процесами та полями та коротко викладено зміст дисертації.

Перша глава "Узагальнена теорема Гірсанова та її застосування" складається з чотирьох параграфів. В ній розглядаються властивості мартингалів та супермартингалів, заданих на площині, та деякі властивості дифузійних полів.

Перший параграф даної глави носить допоміжний характер. Тут наводяться визначення мартингалу та сильного мартингалу на площині та твердження про деякі їх властивості, будуються стохастичні інтеграли по сильних мартингалах та наводяться їх основні властивості, даються означення полів Іто та дифузійних полів і доводиться теорема про можливість подання поля Іто у вигляді поля дифузійного типу.

Другий параграф першої глави присвячено вивченню деяких властивостей супермартингалів вигляду

$$\zeta(t,s)= 1+ \int_0^t \int_0^s \gamma(u,v)W(du,dv), \tag{1}$$

де $\gamma=(\gamma(z),\mathcal{F}_z)$ - деяке вимірне випадкове поле. Тут доводиться узагальнена теорема Гірсанова на випадок заміни ймовірнісної міри з щільністю вигляду (1).

Теорема 1.7. Нехай $(\zeta(z),\mathcal{F}_z)$ - випадкове поле вигляду (1). $M\zeta(1,1) = 1$, та

$$P\left\{ \int_0^1 \int_0^1 \gamma(u,v)\, dudv < \infty \right\} = 1$$

Тоді на ймовірнісному просторі $(\Omega,\mathcal{F},\tilde{P})$, $d\tilde{P}=\zeta(1,1)dP$, випадкове поле $W = (\tilde{W}(z),\mathcal{F}_z)$, $z\in D$,

$$\tilde{W}(z) = W(z) - \int_0^t \int_0^s \zeta^*(u,s)\ \gamma(u,v)\ dudv \tag{2}$$

є вінеровським (відносно системи σ-алгебр $(\mathcal{F}_z)$ та міри $\tilde{P}$).

Отримана в роботі узагальнена теорема Гірсанова для випадкових полів дає змогу одержати в третьому та четвертому параграфах даної глави деякі властивості дифузійних полів та мір, що їм відповідають, які застосовуються для розв'язання задач керування та фільтрації та мають також самостійний інтерес.

Насамперед це питання поведінки випадкових полів в умовах абсолютно неперервної заміни міри. Доведено, що у випадку заміни міри з щільністю (1) поле дифузійного типу залишається полем того ж типу і в новому ймовірнісному просторі. Наведено умови, за яких поле, що має міру, абсолютно неперервну відносно міри дифузійного поля, також є полем дифузійного типу, можливо, в іншому ймовірнісному просторі.

Відомо, що ..іра, яка відповідає випадковому полю вигляду

$$\xi(t,s) = \int_0^t \int_0^s \phi(u,v,\xi)\, dudv + \ (t,s) \tag{3}$$

при

$$P\left[\int_0^1 \int_0^1 \phi^2(u,v,\xi)\, dudv < \infty \right] = 1, \tag{4}$$

абсолютно неперервна відносно вінеровської, але явний вигляд похідної $d\mu_\xi/d\mu_W(\zeta)=\zeta(z)$ вдається встановити лише за додаткових умов на ϕ. За умови

$$\forall z<z_1: \quad M\left\{ \Delta(z_1,z,\zeta)/\mathcal{F}_z^W \right\} = 0$$

випадкове поле $\zeta(z,W)$, $z\in D$, ~, причому єдиним розв'язком рівняння

$$\zeta(t,s,W) = 1+ \int_0^t \int_0^s \zeta(u,s)\phi(u,v)W\ du,dv). \tag{5}$$

У другій главі дисертації "Задачі керування дифузійними полями" досліджується задача керування дифузійними процесами з розподіленими параметрами:

$$\xi(t,s) = \xi_0 + \int_0^t \int_0^s a(x,y,\xi,u)dxdy + \int_0^t \int_0^s b(x,y,\xi)W(dx,dy), \tag{6}$$

де функціонал керування $u=u(z)$ набуває значення в метричному компакті U та не залежить від майбутнього.

У першому параграфі наведено постановку задачі та доведено існування оптимального керування при функціоналі вартості, заданому у вигляді

$$F(u) = M \int_0^1 \int_0^1 f(t,s,\xi^u(t,s),u(t,s,\xi^u(t,s)))\,dtds, \qquad (7)$$

де $f(z,x,u)$ - неперервна невід'ємна функція; $(z,x,u)\in D\times C_D\times U$; $\xi^u(z)$ - розв'язок рівняння (6), який відповідає керуванню $u=u(z,\xi^u(z))$.

При дослідженні задачі існування оптимального керування застосовано метод перетворення мір, запропонований I. В. Гірсановим і використаний раніше при розв'язанні аналогічних задач для випадкових процесів. Наведемо умови існування оптимального керування випадковим полем вигляду (6).

Для будь-якого $p\in R$, $(z,x,u)\in D\times C\times U$, визначимо функцію Гамільтона

$$H^1(z,x,u,p) = pa(z,x,u) + f(z,x,u).$$

Теорема 2.1. Нехай для кожного $(z,x,u)\in D\times C\times U$ функція $H^1(z,x,u,p)$ досягає мінімума, тобто існує $u_0\in U$, що

$$H(z,x,p) = \min_u H^1(z,x,u,p) = H^1(z,x,u_0,p)$$

Тоді існує оптимальне керування.

У другому параграфі другої глави вводиться поняття класу кусково-сталих керувань дифузійним полем, доводиться ряд допоміжних тверджень, в тому числі і принцип Беллмана для випадкових полів, що залежать від двох параметрів.

Природним продовженням проблеми існування оптимального керування є побудова для будь-якого $\varepsilon>0$ ε-оптимального керування. В даному параграфі запропоновано стратегію побудови кусково-сталих керувань дифузійним полем для функціоналу вартості інтегрального типу. Крім того, доводиться існування та наводиться спосіб побудови для будь-якого $\varepsilon>0$ ε-оптимального керування випадкового поля дифузійного типу.

У третій главі "Задачі ідентифікації для випадкових процесів з розподіленими параметрами" розглядається одне з важливих питань статистики випадкових полів - ідентифікація характеристик випадкового поля, шо є розв'язком стохастичного рівняння гіперболічного типу. За допомогою результатів першої глави досліджуються властивості оцінки максимальної вірогідності лінійного параметра зносу дифузійного поля. За спостереженнями поля $\xi(z)$, $z \in D_T = [0,T]\times[0,T]$,

$$\xi(t,s) = \theta \int_0^t \int_0^s a(u,v,\xi)\, dudv + \int_0^t \int_0^s b(u,v,\xi)\, W(du,dv) \qquad (8)$$

оцінюється невідомий параметр θ.

Основною проблемою при використанні такої оцінки є сильні обмеження на коефіцієнти поля, при яких можна за відомими формулами обчислити зміщення та середньоквадратичну похибку. В даній роботі послаблено умови, за яких можна обчислити зазначені параметри.

Теорема 3.1. Нехай виконано умови існування оцінки максимальної вірогідності та наступні умови:

$$\int_0^T \int_0^T ((b^*(u,v,\xi)a(u,v,\xi))^2 dudv \text{ - неперервний на } (C,\mathcal{B});$$

$$\sup_{-\infty<\theta<\infty} M_\theta \int_0^T \int_0^T ((b^*(u,v,\xi)a(u,v,\xi))^6 dudv < \infty;$$

$$\sup_{-\infty<\theta<\infty} M_\theta \left[\int_0^T \int_0^T ((b^*(u,v,\xi)a(u,v,\xi))^2 dudv\right]^{-4} < \infty.$$

Тоді зміщення $b_T(\theta)$ та середньоквадратична похибка $B_T(\theta)$ визначаються формулами

$$b_T(\theta) = \frac{d}{d\theta} M_\theta \left[\int_0^T \int_0^T ((b^*(u,v,\xi)a(u,v,\xi))^2 dudv\right]^{-1},$$

$$B_T(\theta) = M_\theta \left[\int_0^T \int_0^T ((b^*(u,v,\xi)a(u,v,\xi))^2 dudv\right]^{-1} +$$

$$+ \frac{d^2}{d\theta^2} M_\theta \left[\int_0^T \int_0^T ((b^*(u,v,\xi)a(u,v,\xi))^2 dudv\right]^{-2}.$$

Отримані в роботі властивості дифузійних полів дають можливість одержати стохастичні рівняння нелінійної стаціонарної фільтрації випадкових полів, які виводятьтся в четвертій главі даної роботи. Тут вважається, що компонента, що спостерігається, є полем Іто з коефіцієнтом $b(z,x)$, який не залежить від майбутнього, а компонента, яка оцінюється, подається у вигляді

$$h(z) = h(0,0) + \int_0^t \int_0^s H(u,v)dudv + X(z), \tag{10}$$

де $X=(X(z),\mathcal{F}_z)$, $z\in D$ - сильний мартингал, а $H=(H(z),\mathcal{F}_z)$, $z\in D$ - деяке випадкове поле.

Основні положення дисертації опубліковані в таких працях:

1. Дериева Е.Н. Обобщенная теорема Гирсанова для двупараметрических мартингалов //Методы управления и принятия решений в условиях риска и неопределенности.- Київ: Інститут кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, 1993.- С.43-50.

2. Дерієва О. М. Про абсолютну неперервність мір, що відповідають полям дифузійного типу, заданим на площині // Теорія ймовірностей та математична статистика. — 1994. — Вип. 50. — С. 70—75.

3. Дериева Е. Н. О стохастических уравнениях оптимальной нелинейной фильтрации // Кибернетика и системный анализ. — 1994. — № 5. — С. 101—109.

4. Кнопов П. С., Дерієва О. М. Узагальнена теорема Гірсанова та її статистичні застосування // Теорія ймовірностей та математична статистика. — 1994. — Вип. 51. — С. 67—78.

5. Дериева Е. Н. Об абсолютно непрерывной замене меры в стохастических дифференциальных уравнениях // Кибернетика и системный анализ. — 1994. — № 6. — С. 181—185.

6. Дерієва О. М. Задачі керування та ідентифікації дифузійних процесів з розподіленими параметрами // Міжнародна математична конференція, присвячена пам'яті Ганса Гана: Тези доп. — Чернівці: Рута, 1994. — С. 39.

7. Дерієва О. М. Про властивості мір, які відповідають двопараметричним полям дифузійного типу // Праці Всеукраїнської конференції молодих вчених (математика) 20.07.94. — Київ: Київ. ун-т, 1994. — С. 253—260. Бібл. 11 назв. — Укр. — Деп. в ДТНБ України, № 1302-УК.

8. Кнопов П. С., Дериева Е. Н. О задаче управления случайными полями диффузионного типа // Кибернетика и системный анализ. — 1995. — № 1. — С. 62—77.

Дериева Е. Н.

Исследование задач управления и идентификации с распределенными параметрами. Рукопись. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.01. — теоретические основы информатики и кибернетики (математическая кибернетика). Ин-т кибернетики им. В. М. Глушкова НАН Украины. Киев, 1995.

В работе исследованы некоторые свойства случайных полей, заданных на плоскости и соответствующих им мер. Получен аналог обобщенной теоремы Гирсанова. Исследована задача управления диффузионными случайными полями, доказано существование оптимального управления и предложен метод построения ε-оптимального управления. Изучена оценка максимального правдоподобия линейного параметра сноса диффузионного поля. Получены стохастические уравнения оптимальной нелинейной фильтрации случайных полей.

Elena N. Derieva

Investigation of Control and Identification Problems with Distributed Paraameters. Manuscript. Thesis for a degree of Candidat of Science (Ph. D) in Physics and Mathematics in speciality 01.05.01 — Informatics and Cybernetics Theoretical Basis (Mathematical Cybernetics). V. M. Glushkov Institute of Cybernetics of Nath. Acad. of Sc. of Ukraine. Kiev, 1995.

Some properties for stochastic fields on the plane and corresponding measures corresponding are investigated. Generalized Girsanov theorem for fields is obtained. Control problem for diffusion stochastic fields is

investigated. Optimal control existence is proved and ε-control construction method is proposed. Maximum likelihood estimate of diffusion field drift linear parameter is analyzed. Stochastic equations for random fields optimal nonlinear filtering are obtained.

Ключові слова: мартингал, дифузійне поле, міра, яка відповідає випадковому полю, оптимальне керування, оцінка максимальної вірогідності.

Підп. до друку 29.03.95. Формат 60×84/16. Папір друк. Офс. друк. Ум. друк. арк. 0,70. Ум. фарбо-відб. 0,82. Обл.-вид. арк. 0,62. Тираж 100. Зам. 343.

Редакційно-видавничий відділ з поліграфічною дільницею
Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України
252022 Київ 22, проспект Академіка Глушкова, 40