НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

На правах рукопису

КЛИГУНОВА Юлія Юріївна

ФУНКЦІОНАЛИ ПАМ'ЯТІ ДЛЯ РОЗПОДІЛІВ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

01.01.05 — теорія ймовірностей та математична статистика

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

КИЇВ — 1995

Дисертацією є рукопис

Робота виконана в Інституті математики НАН України

Науковий керівник:

кандидат фізико-математичних наук

ГАСАНЕНКО В. О.

Офіційні опоненти:

доктор фізико-математичних наук, професор

АНІСІМОВ В. В.,

кандидат фізико-математичних наук

КУЗНЕЦОВ В. М.

Провідна організація:

Інститут кібернетики НАН України, м. Київ

Захист відбудеться 25. V 1995 р. о годині на засіданні спеціалізованої ради Д 01.66.01 при Інституті математики НАН України за адресою: 252601 Київ-4, МСП, вул. Терещенківська, 3.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці інституту

Автореферат розіслано 23. III 1995 р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради
доктор фізико-математичних наук ГУСАК Д. В.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми

Визначення функцій середнього залишкового життя з'явилося в літературі в працях Барлоу (Barlow) й Прошана (Proschan) у середині 60-х років. Порівняно з функцією інтенсивності функція середнього залишкового життя використовувалася досить мало. Ватсон (Watson) й Веллс (Wells) використовували цю функцію, але під іншою назвою, для вивчення ефекту руйнування на корисне життя об'єкту. Брайсон (Bryson) й Сіддік'юї (Siddiqui) використовували спадаючу функцію середнього залишкового життя як один з можливих критеріїв старіння й розвинули ряд моделей, де застосовуються такі критерії. Вайсс (Weiss) і Дішон (Dishon) розвинули роботи Ватсона й Веллса, застосовуючи їхні критерії в економічних аспектах. Вони розглядали вартість ремонту чи заміщення компоненти, що вийшла з ладу, а також навели аналітичні моделі спеціальних функцій середнього залишкового життя. Гайнесс (Hainess) і Сінґпурвалла (Singpurwalla) визначили границі класів функцій надійності для зростаючих та спадаючих функцій середнього залишкового життя. Голландер (Hollander) і Прошан побудували статистичні тести для спадаючих функцій середнього залишкового життя.

У багатьох задачах теорії надійності та обслуговування виникає питання, чи можна визначити вік компоненти, спираючись лише на ймовірнісний закон її залишкового життя. У зв'язку з цим Мют (Muth) розглянув одну характеристику ймовірнісного розподілу, яку визначив як пам'ять. Ним було визначено чотири типи пам'яті — нульову, додатну, від'ємну та досконалу, та побудовано три способи вимірювання пам'яті: у точці, на інтервалі та на промені (відповідно названі локальною, інтервальною та глобальною).

Дисертаційна робота присвячена вивченню властивостей функції середнього залишкового життя та властивостей пам'яті випадкових розподілів при деяких перетвореннях над ними. Також вивчаються властивості функціоналів памя'ті для моментів першого виходу випадкових процесів з фіксованих областей. На основі цих властивостей наведено метод розбиття фазових просторів для маркових регулярних процесів та отримані вирази, які дозволяють вивчати поведінку типу глобальної пам'яті моменту першого виходу в залежності від початкового стану процесу для вінерового процесу зі зносом та для узагальненого пуассонова процесу напівнеперервного знизу з від'ємним зносом.

Мета роботи

Мета дисертації полягає у вивченні властивостей функції середнього залишкового життя та властивостей пам'яті. Також у розробці методу розбиття фазових просторів маркових регулярних процесів, в основі якого лежить мінімізація функціоналу від значень глобальної пам'яті моментів першого виходу процесу з неперетинних підкласів а також вивченні поведінки типу глобальної пам'яті для моменту першого виходу випадкових процесів пуассонова та вінерового типів з деяких областей в залежності від початкового стану процесу.

Методика досліджень

Методика, яку використано в роботі, базується на методах теорії випадкових процесів, функціонального аналізу та теорії обслуговування.

Наукова новизна

У дисертації містяться такі нові результати:

- отримані необхідні й достатні умови, які задовольняє функція середнього залишкового життя у класі абсолютно неперервних функцій надійності, що правильно змінюються;
- вивчено умови інваріантності глобальної пам'яті для суміші, згортки та для суми випадкового числа випадкових величин;
- наведено метод розбиття скінченновимірних фазових просторів маркових процесів, заснований на мінімізації функціоналу від значень глобальної пам'яті моментів першого виходу з неперетинних підкласів;
- вивчено поведінку глобальної пам'яті моменту першого виходу випадкового процесу з інтервалів у залежності від початкового стану процесу. Результати отримані для вінерового процесу зі зносом та узагальненого пуассонова процесу, напівнеперервного знизу з від'ємним зносом, функція розподілу стрибків якого є показниковою.

Практична та теоретична цінність

Загальні результати дисертації носять теоретичний характер, але в роботі наведені приклади їх практичного застосування в задачах теорії обслуговування та теорії надійності. Наведений в роботі метод розбиття фазових просторів та загальний вигляд виразів, що визначають тип глобальної пам'яті моменту першого виходу випадкових процесів в залежності від початкового стану, можуть бути реалізованими на ЕОМ та є корисними в багатьох інженерних задачах.

Апробація роботи

Результати роботи доповідались на IX Білоруській Зимовій школі-семінарі "Математичні методи дослідження систем та мереж масового обслуговування" (2-5 лют. 1993 р.), на семінарах кафедри прикладної статистики факультету кібернетики Київського університету, відділу теорії ймовірностей та математичної статистики Інституту математики НАН України та семінарах інституту кібернетики НАН України.

Публікації

По темі дисертації опубліковано 4 роботи, список яких наведений нижче.

Структура та обсяг роботи

Робота обсягом 104 сторінок машинопису складається зі вступу, трьох розділів, списку деяких стандартних позначень та списку літератури, що містить 34 найменувань.

Зміст роботи

У вступі обґрунтовується актуальність теми дисертації, дається огляд найбільш близьких до цієї теми результатів та коротко викладено зміст дисертації.

У розділі I вивчаються властивості функції середнього залишкового життя та основні властивості пам'яті. Наведено необхідні відомості про функцію $r(t)$ та пам'ять випадкових розподілів.

Визначення I.1.1 Функцією середнього залишкового життя називається

$$r(t) = \frac{1}{R(t)} \int_t^\infty R(x)\,dx,$$

де $R(t)$ — функція надійності. Характеристичною властивістю функції середнього залишкового життя є те, що $R(t)$ в її представленні є функцією надійності. Наведено визначення локальної, інтервальної та глобальної пам'яті.

Визначення I.2.1 Мірою інтервальної пам'яті на скінченному інтервалі (t_1, t_2) називається

$$m_1\big((t_1, t_2)\big) = \frac{r(t_1) - r(t_2)}{t_2 - t_1}.$$

Визначення I.2.2 Мірою локальної пам'яті в точці t називається

$$m_L(t) = -\frac{dr(t)}{dt}.$$

Визначення I.2.3 Мірою глобальної пам'яті на нескінченному інтервалі $(0, \infty)$ називається

$$m_G = 2 - \frac{2}{\mu^2} \int_0^\infty r(x)R(x)\,dx,$$

$$m_G = 2 - \frac{\mathbf{E}T^2}{(\mathbf{E}T)^2}.$$

У ймовірнісному контексті пам'ять відноситься до спроможності робити висновки про дійсний вік компоненти t, виходячи тільки з ймовірнісного закону її залишкового життя.

Якщо $m = \{0\}$, то розподіл має нульову пам'ять.

Якщо $m = \{1\}$, то розподіл має досконалу пам'ять.

Якщо $m \in (0, 1)$, то розподіл має додатну пам'ять.

Якщо $m \in (-\infty, 0)$, то розподіл має від'ємну пам'ять.

Основним результатом першого розділу є наступна теорема про властивості функції середнього залишкового життя.

ТЕОРЕМА І.1.1 *Для того щоби функція $r(t)$ була функцією середнього залишкового життя у класі абсолютно неперервних функцій надійності порядку , що правильно змінюються з порядком $\rho \le -1$, необхідно й достатньо, щоб виконувалися наступні умови:*

1) $\forall t \ge 0 \;\; r(t) \ge 0$;

2) $\forall t \ge 0 \; \exists \, r'(t) \ge -1$;

3) $\lim\limits_{t\to\infty} \dfrac{t(r'(t)+1)}{r(t)} = -\rho$;

4) $\lim\limits_{t\to\infty} \dfrac{tr'(t)}{r(t)} = 1$.

Далі встановлюється зв'язок між класом опуклих строго монотонно спадаючих функцій $r(t)$ та строго монотонно зростаючих функцій інтенсивності відмовлень.

ТЕОРЕМА І.5.1 *Нехай функція середнього залишкового життя є опуклою та строго монотонно спадаючою. Тоді функція інтенсивності відмовлень строго монотонно зростаюча. Обернене невірне.*

Також отримані результати про властивості глобальної пам'яті випадкових величин при деяких перетвореннях над ними. Розглядається суміш, згортка та сума випадкового числа випадкових величин.

Твердження I.6.7 *Додатна глобальна пам'ять інваріантна відносно згортки.*

Твердження I.8.7 *Від'ємна глобальна пам'ять інваріантна відносно суміші.*

ТЕОРЕМА I.9.1 *Нехай (ξ_i), $i = 1, 2, \dots$ — взаємонезалежні різнорозподілені випадкові величини. Розглядається $S_\nu = \sum_{i=1}^{\nu} \xi_i$, де ν — випадковий індекс сумування, що набуває значення 0,1,2,... незалежно від ξ_i, та виконуються умови:*

1) $\mathbf{E}\xi_i = m < \infty$, $\mathbf{E}\xi_i^2 = d_i < \infty \ \ \forall i = 1, 2, \dots$

2) $\exists \mathbf{E}\nu < \infty$, $\exists \mathbf{E}\nu^2 < \infty$,

3) $\dfrac{\mathbf{E}\nu^2 - \mathbf{E}\nu}{(\mathbf{E}\nu)^2} \geq 2$,

тоді $m_G(S_\nu) < 0$.

У другій главі пропонується метод фазового розщіплення регулярного маркового процесу $\xi(t)$ зі скінченною множиною станів, в основі якого лежить мінімізація функціоналу від значень глобальної пам'яті моменту першого виходу з кожного класу розбиття.

КРИТЕРІЙ II.1 *Нехай задано регулярний марковий процес із скінченною множиною станів E, матрицею $Q = (\lambda_{ij})_{i,j=1}^{n}$ й початковим розподілом $\overline{p} = (P_i(0))_{i=1}^{n}$. Нехай $l = 1, \dots, m$ є кількість станів розбиття, а бульові змінні α_i^l є індикаторами належності стану e_i до класу E_l:*

$$\alpha_i^l = \begin{cases} 1, & e_i \in E_l \\ 0, & e_i \notin E_l \end{cases},$$

які повинні задовольняти наступні умови:

1) у кожному класі не менше одного стану

$$1 \le \sum_{i=1}^{n} \alpha_i^l < n;$$

2) умова балансу

$$\sum_{l} \sum_{i} \alpha_i^l = n;$$

3) для фіксованого розбиття кожен стан належить лише до одного класу

$$\sum_{l=1}^{m} \alpha_i^l = 1.$$

За побудовою кожен набір векторів бульових змінних задає розбиття простору E на неперетинні підкласи. Тоді шукане розбиття задається набором $\overline{\alpha}$, які мінімізують наступний функціонал:

$$F(x_1^{\alpha_1^l}, \ldots, x_n^{\alpha_n^l}) =$$

$$\sum_{(\alpha_1^l, \ldots, \alpha_n^l)} \left\{ \left| 2 - \frac{\int_0^\infty t^2 \sum_{j \in \{j : \alpha_j^l = 0\}} \sum_{i \in \{i : \alpha_i^l = 1\}} \lambda_{ij} \tilde{p}_i(t)\, dt}{\left(\int_0^\infty t \sum_{j \in \{j : \alpha_j^l = 0\}} \sum_{i \in \{i : \alpha_i^l = 1\}} \lambda_{ij} \tilde{p}_i(t)\, dt \right)^2} x_1^{\alpha_1^l} \ldots x_n^{\alpha_n^l} \right| \right\},$$

де

$$x_i^{\alpha_i^l} = \begin{cases} x_i, & \alpha_i^l = 1 \\ \overline{x_i}, & \alpha_i^l = 0. \end{cases}$$

Також встановлюється зв'язок між наведеним методом розбиття й асимптотичним укрупненням.

Твердження II.1 *Якщо задане розщіплення фазового простору реальної системи ξ^ϵ у вигляді $E = \bigcup_{k=1}^{r} E_k$, яке описується функцією розбиття $\phi_\epsilon^1(E)$ і узгоджене з представленням $P = P_0 - B_\epsilon$, то $F(\phi_\epsilon^1(E)) \to 0$ при $\epsilon \to 0$.*

Третій розділ присвячено вивченню типу глобальної пам'яті моменту першого виходу випадкового процесу з фіксованої області в залежності від початкового стану процесу. Розглядається вимірний випадковий процес виду

$$\xi_x(t) = x + at + bw(t),$$

де $w(t)$ — стандартний вінерів процес ($\mathbf{E}w(t) = 0$, $\mathbf{E}w^2(t) = t$), а $x = \xi(0)$ — фіксоване з інтервалу (α, β). Позначимо через τ_x момент першого виходу процесу $\xi_x(t)$ і введемо функцію $G(x) = 2(\mathbf{E}\tau_x)^2 - \mathbf{E}\tau_x^2$.

Твердження III.1.1 *Нехай $\xi_x(t)$ є вінеровим процесом зі зносом виду $\xi_x(t) = x + at + bw(t)$. Тоді вираз, що визначає тип глобальної пам'яті моменту першого виходу процесу зі смуги (α, β) в залежності від початкового стану x, має вигляд:*

$$G(x) = 2\Bigg[\phi^2(x)(2C_1 + \frac{1}{a})^2 - 2\phi(x)\Bigg\{(x-a)(\frac{1}{a}(2C_1 + \frac{1}{a}) + \\ + \frac{(3 + 2aC_1)}{2a^2}) + C_2 - \frac{1}{2a^3}\big(b^2(C_1 + \frac{1}{a}) + \frac{1}{2}(2C_1\frac{1}{a})\big)\Bigg\} + \\ + \frac{(x-\alpha)^2}{a^2} + \frac{1}{a^2}\Bigg\{(x-\alpha)\Big(b^2(2C_1 + \frac{3}{2a}) + \alpha\Big) - \frac{x^3 - \alpha^3}{2a^3}\Bigg\}\Bigg],$$

де

$$\phi(x) = \frac{b^2}{2a}(1 - \exp[-2\frac{a}{b^2}(x - \alpha]),$$

$$C_1 = \frac{2}{\phi(\beta)b^2}\int\limits_{\alpha}^{\beta}\frac{\phi(\beta) - \phi(s)}{\phi(s)}\,ds,$$

$$C_2 = \frac{2}{\phi(\beta)b^2}\int\limits_{\alpha}^{\beta}\frac{\phi(\beta) - \phi(s)}{\phi(s)}M_1(s)\,ds,$$

$$M_1(x) = \phi(x)\left(2C_1 + \frac{1}{a}\right) - \frac{(x - \alpha)}{a}.$$

У разі, коли початкове значення процесу достатньо близько справа від α, загальний вид останнього виразу спрощується і є вірною наступна теорема.

ТЕОРЕМА III.1.2 *Нехай випадковий процес $\xi_x(t)$ має вид $\xi_x(t) = x + at + bw(t)$, випадкова величина τ_x є моментом першого виходу процесу, коли його початкове значення достатньо близько справа від α. Тоді для $K = 1 - \exp\left[-\frac{2ad}{b^2}\right]$ маємо*

1) якщо

$$L_1 = 8d^2a^2 - 8da^2K\left(\frac{d}{2} + \frac{1}{4a} + \frac{b^2}{a}\right) + dab^2 - 3b^4K^2 \geq 0,$$

то $m_G(\tau_x) \leq 0$;

2) якщо

$$L_1 = 8d^2a^2 - 8da^2K\left(\frac{d}{2} + \frac{1}{4a} + \frac{b^2}{a}\right) + dab^2K^2 - 3b^4K^2 \leq 0,$$

то $m_G(\tau_x) > 0$.

Далі розглядається напівнеперервний знизу узагальнений пуассонів процес $\xi(t)$ з від'ємним зносом $a < 0$, стрибки якого показниково розподілені, і вивчається поведінка глобальної пам'яті моменту першого виходу $\tau(x,T)$ з інтервалу $(0,T)$ в залежності від початкового стану процесу. У наступній теоремі наведено загальний вигляд виразу як функції від $x = \xi(0)$, що визначає тип глобальної пам'яті $\tau(x,T)$.

ТЕОРЕМА III.2.1 *Нехай задано процес $\xi(t)$ напівнеперервний знизу — узагальнений пуассонів з від'ємним зносом $a < 0$, параметр якого γ, стрибки показниково розподілені з параметром μ і кумулянта має вигляд $k(s) = -as + \dfrac{\gamma\mu}{s+\mu} - \gamma$, $\tau(x,T)$ є моментом першого виходу процесу $\xi(t)$ з інтервалу $(0,T)$. Тоді функція, що визначає тип глобальної пам'яті $\tau(x,t)$ в залежності від x має вигляд*

$$
\begin{aligned}
G(x) = 2\Bigg\{ & y^2\left(\frac{A}{a(a\mu+\gamma)} + \frac{R(T)}{(a\mu+\gamma)^2}\right)^2 + \\
& + y\Bigg\{ x\left(\frac{AR(T)\gamma^2}{a^2(a\mu+\gamma)^2} - \frac{2AR(T)\gamma\mu}{a\mu+\gamma} - \frac{2R^2(T)\mu\gamma}{(a\mu+\gamma)^3} + \frac{R^2(T)\gamma^2}{a(a\mu+\gamma)^3}\right) + \\
& + \frac{2\mu\gamma A^2}{a(a\mu+\gamma)^2} - \frac{2AR(T)\gamma^2}{(a\mu+\gamma)^2} + \frac{2AR(T)a\mu\gamma}{(a\mu+\gamma)^2} - \frac{2AR(T)\mu\gamma}{(a\mu+\gamma)^3} - \\
& - \frac{\gamma(R(T)B - AR'(T))}{a(a\mu+\gamma)} + \frac{R^2(T)(\gamma^2 - 2a\mu)}{(a\mu+\gamma)^3}\Bigg\} + \\
& + \frac{x^2R^2(T)\mu^2}{(a\mu+\gamma^2)} + x\left(\frac{2\mu\gamma R^2(T)}{(a\mu+\gamma)^3} - \frac{2AR(T)\mu^2 a}{\mu a+\gamma} + \frac{AR(T)a\mu^2}{(a\mu+\gamma)^2}\right) + \\
& + \frac{\mu^2A^2}{(a\mu+\gamma)^2} - \frac{2AR(T)\mu a\gamma(a\mu+\gamma+1)}{(a\mu+\gamma)^3} + \frac{R^2(T)\gamma^2}{(a\mu+\gamma)^4} -
\end{aligned}
$$

$$
-\frac{R^2(T)}{a}\left\{\frac{a\gamma^2}{(a\mu+\gamma)^3}+\frac{T^2a\mu^2}{2(a\mu+\gamma)^2}+\frac{2a\mu\gamma T}{(a\mu+\gamma)^3}-\frac{2a^2\mu}{(a\mu+\gamma)^4}\right\}-
$$

$$
-\frac{\mu(R(T)B-AR'(T))}{a\mu+\gamma},
$$

де

$$
\begin{aligned}
y(x) &= \exp\left[-\frac{(a\mu+\gamma)x}{a}\right],\\
R(T) &= -\frac{1}{a}\left(\frac{\gamma}{a\mu+\gamma}\exp\left[-\frac{(a\mu+\gamma)T}{a}\right]+\frac{\mu a}{a\mu+\gamma}\right),\\
A &= -\frac{1}{a\mu+\gamma}\left(\frac{\gamma}{a\mu+\gamma}(1-y(T))+\mu T\right),\\
B &= -\frac{1}{a}\left\{\exp\left(-\frac{(a\mu+\gamma)T}{a}\right)\left[\frac{\gamma^2(T+a)-2a^2\mu}{(a\mu+\gamma)^3}\right]-\right.\\
&\left.-\left[\frac{a\gamma^2}{(a\mu+\gamma)^3}+\frac{T^2a\mu^2}{2(a\mu+\gamma)^2}+\frac{2a\mu\gamma T}{(a\mu+\gamma)^3}-\frac{2a^2\mu}{(a\mu+\gamma)^4}\right]\right\},\\
R'(T) &= -\frac{1}{a}\left\{\exp\left(-\frac{(a\mu+\gamma)T}{a}\right)\times\right.\\
&\times\left(-\frac{T\gamma}{a(a\mu+\gamma)}+\frac{T\gamma\mu}{(a\mu+\gamma)^2}+\frac{2a\mu\gamma}{(a\mu+\gamma)^3}\right)-\\
&-\frac{a\mu^2 T}{(a\mu+\gamma)^2}-\frac{2a\mu\gamma}{(a\mu+\gamma)^3}.
\end{aligned}
$$

Наведено також теорему про глобальну пам'ять моменту досягнення першого рівня.

ТЕОРЕМА III.2.2 *Нехай маємо одноканальну систему з необмеженою чергою, де проміжки часу між моментами надходжень вимог взаємонезалежні й мають показниковий розподіл з параметром λ. Час обслуговування також показниковий з параметром μ. Нехай у початковий момент* *часу довжина черги дорівнює нулеві, τ_1 — момент часу, коли черга вперше дорівнює одиниці. Тоді*

$$m_G(\tau_1) = -\frac{2\lambda\mu}{(\lambda+\mu)^2} < 0.$$

Основні результати дисертації опубліковані в наступних роботах:

1. *Клыгунова Ю.Ю.* Условия сохранения типа памяти при некоторых преобразованиях случайных величин // Аналитические вопросы стохастических систем, Киев: Ин-т математики АН Украины, 1992. — С. 19-33.
2. *Клыгунова Ю.Ю.* Память как одно свойство распределений случайных величин // Тез. IX Белорус. Зимней школы-семинара "Математические методы исследования систем и сетей массового обслуживания", Минск, февр. 1993 г. — Минск, 1993. — С. 64-65.
3. *Клигунова Ю.Ю.* Функція середнього залишкового життя у класі абсолютно неперервних правильно змінних функцій надійності// Асимптотичний аналіз випадкових еволюцій. — Київ: Ін-т математики НАН України, 1994. — С. 145-152.
4. *Клыгунова Ю.Ю.* Память для момента первого выхода случайных процессов из фиксированных областей. — Киев, 1994. — 34 с. — (Препр./ НАН Украины. Ин-т математики;94,28).

Клыгунова Ю.Ю. "Функционалы памяти для распределений случайных величин". Рукопись.

Диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математичких наук по специальности 01.01.05 — теория вероятностей и математическая статистика. Институт математики НАН Украины, Киев, 1995.

Защищается диссертация, посвящённая исследованию свойств функций средней оставшейся жизни и свойств памяти моментов первого выхода случайных процессов из фиксированных областей. Рассмотрены обобщенный пуассонов процесс, полунепрерывный снизу с отрицательным сносом, и решение однородного стохастического дифференциального уравнения. Получены выражения, определяющие тип глобальной памяти момента первого выхода этих процессов в зависимости от их начального состояния. Предложен один метод разбиения фазового пространства марковских регулярных процессов с конечным множеством состояний, имеющий практическое применение.

Klygunova J. Yu. "Memory functionals for distributions of random variables".

Doctor of Philosophy thesis, speciality 01.01.05—probability theory and mathematical stastics. Institute of Mathematics, National Academy of Sciences of Ukraine, Kiev, 1995.

The thesis to be defended deals with investigation of properties of the mean residual life function and the memory of the first moment of the leaving of the process the fixed domains. Considered are the generalized Poisson process semi-continuous from below with a negative drift and the solution of a homogenious stochastic defferential equation. The expressions determinig the type of the global memory of the moment of the first leaving of these processes depending on their initial state are obtained. A method of partition of the phase space of the Markov regular process with finite set of states is given, which can be applied in practice.

Ключові слова: Функція середнього залишкового життя, пам'ять розподілу випадкової величини.

Підп. до друку 21.02.95. Формат 60x84/16 Папір друк. Офс. друк. Ум. друк. арк. 0,93. Ум. фарбо-відб. 0,93. Обл. вид. арк. 0,6. Тираж 100 пр. Зам. 65 Безкоштовно.

Підготовлено і віддруковано в Інституті математики НАН України, 252601, Київ-4, МСП, вул. Терещенківська 3.