Национальная Академия наук Украины

Институт ядерных исследований

На правах рукописи

ОБИХОД Татьяна Викторовна

ОПИСАНИЕ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР МЕТОДАМИ ТЕОРИИ НЕКОМПАКТНЫХ ГРУПП

Специальность 01.04.16 - физика ядра и элементарных частиц

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Киев - 1995

Диссертацией является рукопись.

Работа выполнена в Институте ядерных исследований НАН Украины

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор В.С.Ольховский

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук
профессор А.Г.Никитин
(Институт математики НАН Украины,
г.Киев)
кандидат физико-математических наук
А.М.Гаврилик
(ИТФ, г.Киев)

Ведущая организация: Ужгородский университет

Защита состоится "22" июня 1995 года в 16 ^{00} часов на заседании специализированного совета Д 01.68.01 при Институте ядерных исследований НАН Украины по адресу : 252028 г.Киев, пр. Науки, 47.

С диссертацией можно ознакомится в библиотеке ИЯИ НАН Украины.

Автореферат разослан "4" мая 1995 года.

Ученый секретарь
Специализированного Совета В.Д. Чеснокова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Описание ротационных полос деформированных ядер всегда было актуальной задачей теоретической ядерной физики. Этой тематике были посвящены классические работы О. Бора и Давыдова, использовавшие модели симметричного и асимметричного ротатора. Исследования Биденхарна, Вивера и Кассона основаны на идее Гелл-Манна, предложившего описывать ротационные полосы четно-четных деформированных ядер методами теории некомпактных групп Ли. Настоящая диссертация посвящена дальнейшему развитию алгебраической теории операторов Е2-перехода / spectrumgenerating algebra /, основанной на применении некомпактных групп Ли. Описание ротационных полос четно-четных деформированных ядер как бесконечномерные представления группы $SL(3,\mathbb{R})$ дает возможность построения основной серии представлений группы $SL(3,\mathbb{R})$, исходя из формулы для приведенного матричного элемента инфинитезимального оператора индуцированного представления

$$\left\langle {}^{J'}_{K'} \right\| F_q \left\| {}^{J}_{K} \right\rangle = \sqrt{2J+1}\, \Big[i\sqrt{6}\,(2J0K|J'K') + i\sqrt{J(J+1)-K(K+1)}\,(2J-1K+1|J'K') + i\sqrt{J(J+1)-K(K-1)}\,(2J1K-1|J'K') - i(1+K)(2J2K|J'K') - i(1-K)(2J-2K|J'K') \Big] \qquad /1/$$

В диссертации представлены вычисления отношений вероятностей Е2-переходов для четно-четных деформированных ядер /с массовыми числами $150 \leqslant A \leqslant 192$ и $A \geqslant 224$/ в той области низких энергий / $< 2\,MeV$ /, где Е2-переходы являются доминирующими.

В диссертации рассчитаны энергетические уровни деформированных и супердеформированных ядер U^{234}, Th^{228}, Hf^{178}, Dy^{162}, Pb^{196}, Pb^{194}, Gd^{148}, Gd^{146}. Для этого применялась квантовая группа $SU_q(2) \times R^5$. Получен q-аналог формулы Деннисона, которая дает хорошее согласие теоретических и экспериментальных результатов /стретчинг-эффект выполняется автоматически/.

Цель работы. Применить метод индуцированных представлений для построения основной серии представлений группы $SL(3,R)$.

Применить полученные результаты и описанию вероятностей E2-переходов в четно-четных деформированных ядрах.

Провести сравнение модели группы $SL(3,R)$ с моделями симметричного и асимметричного ротаторов.

Провести вычисление энергетических уровней деформированных и супердеформированных ядер.

Научная новизна работы:

рассмотрено применение теории некомпактных групп в ядерной спектроскопии;

получены обобщенные правила Алаги, позволяющие вычислять относительные вероятности E2-переходов для элементов с массовыми числами $150 \leq A \leq 192$ и $A \geq 224$;

получен q-аналог формулы Деннисона. При этом стретчинг-эффект выполняется автоматически.

Научная ценность работы.

Посчитаны отношения вероятностей E2-переходов четно-четных деформированных ядер методами теории некомпактных групп.

Построена основная серия представлений группы $SL(3,R)$.

Описаны супердеформированные и деформированные ядра, ротационные уровни которых достигают угловых моментов порядка шестидесяти.

На защиту выносятся следующие положения диссертации:

1/ Алгеброй, генерирующей спектр деформированных ядер, является алгебра Ли группы $SL(3,\mathbb{R})$ и подалгебры, возникающие в результате нарушения и деформации симметрии $SO(3)\ltimes \mathbb{R}^5$ и $SU_q(2)\ltimes \mathbb{R}^5$.

2/ Некомпактные генераторы группы $SL(3,\mathbb{R})$ интерпретируются как операторы квадрупольного перехода.

3/ Вычисление содержания всех четырех классов состояний основной серии представлений группы $SL(3,\mathbb{R})$ по максимальной компактной подгруппе $SO(3)$.

4/ Обобщенные правила Алаги, позволяющие вычислить относительные вероятности E2-переходов без использования подгоночных параметров и провести сравнение с достоверными экспериментальными данными.

5/ q-аналог формулы Деннисона, позволяющие вычислить энергетические уровни деформированных и супердеформированных полос и провести сравнение с экспериментальными данными.

Апробация работы и публикации.

Изложенные в диссертации результаты опубликованы в работах:

1. Доклады Академии наук Украины № 3, 1994;
2. Препринт ИЯИ-93-23, Киев 1993;
3. Доклады Академии наук Украины № 12, 1993;
4. Доклады Академии наук Украины № 2, 1995.
5. Hadronic Journal N 1, 1995;
6. Труды Международной школы " Collective Nuclear Dynamics ", Пуща Озерная, 1994.

Результаты диссертации докладывались на семинарах Института теоретической физики и Института ядерных исследований, на Международной школе " Collective Nuclear Dynamics "/Киев, 1994/, на Научной конференции ИЯИ /Киев, январь 1995/.

Структура и обьем диссертации.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, приложения и заключения. Полный обьем диссертации составляют 138 страниц машинописного текста. Список литературы содержит 45 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обосновано вычисление приведенных вероятностей E2-переходов в четно-четных деформированных ядрах. Проведен краткий обзор теоретических работ Давыдова и Бора и их сравнение с применением некомпактных групп в ядерной спектроскопии. Сформулированы основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе дано краткое изложение теории некомпактных групп Ли и их представлений. Приведен список Картана групп Ли. Сформулирована структурная теорема Ивасавы, состоящая в следующем:

пусть G - некомпактная группа Ли; тогда G обладает замкнутыми связными подгруппами N, D и K со следующими свойствами:

1/ N - нильпотентная подгруппа,

D - векторная подгруппа,

K - максимальная компактная подгруппа;

2/ G - допускает однозначное разложение вида $G = NDK$;

3/ если M - централизатор группы D в K, то подгруппа

$H = NDM$ является полупрямым произведением групп N и DM.

Определена операция индуцирования. Линейный оператор U_g действует в пространстве функций f на G по формуле

$$U_g f(u) = \vartheta(m) f(u_g), \quad /2/$$

где $\vartheta(m)$ - характер группы призмы.

Формула /2/ играет фундаментальную роль в теории представлений некомпактных групп Ли: важные классы представлений группы G - так называемая основная серия - могут быть получены как индуцированные характерами подгруппы M.

<u>Во второй главе</u> рассматривается некомпактная группа $SL(3,R)$. Она определяется экспонентой вида

$$g = e^{i\sum_{k=1}^{8} \varepsilon_k F_k},$$

где ε_k - параметры, а F_k - генераторы, удовлетворяющие коммутационным соотношениям

$$[F_k, F_\ell] = i f_{k\ell m} F_m$$

Метод индуцированных представлений используется для построения основной серии представлений группы $SL(3,R)$.

Для рассматриваемой группы $SL(3,R)$ унитарное представление U_g, индуцированное характером подгруппы M, определяется формулой

$$\left\langle {}^{J'}_{K'M'} \right| U_g \left| {}^{J}_{KM} \right\rangle = \sqrt{(2J'+1)(2J+1)} \cdot \qquad /3/$$

$$\cdot \int\limits_{SO(3)} d\sigma(r)\, \bar{D}^{J'}_{K'M'}(r) \sqrt{\frac{d\sigma(r_g)}{d\sigma(r)}}\, D^{J}_{KM}(r_g)$$

Нахождение интеграла по группе $SO(3)$ дает выражение для приведенного матричного элемента от инфинитезимального оператора индуцированного представления /I/.

Формула /I/ является исходной для построения основной серии представлений группы $SL(3,R)$. Она демонстрирует интересные правила отбора:

I/ $\Delta K = 0, \pm 2$

2/ состояния $D^{J}_{KM}(r) \pm (-1)^{J} D^{J}_{-KM}(r)$ преобразуются в состояния той же формы.

Содержание основной серии таково:

$$\left.\begin{array}{ll} K = 0^{+}: & = 0, 2, 4, \ldots \\ K = 2^{+}: & = 2, 3, 4, \ldots \\ K = 4^{+}: & = 4, 5, 6, \ldots \end{array}\right\} A$$

. . .

$$\left.\begin{array}{ll} K = 0^{-}: & = 1, 3, 5, \ldots \\ K = 2^{-}: & = 2, 3, 4, \ldots \\ K = 4^{-}: & = 4, 5, 6, \ldots \end{array}\right\} B_1$$

. . .

$$\left.\begin{array}{ll} K = 1^{-}: & = 1, 2, 3, \ldots \\ K = 3^{-}: & = 3, 4, 5, \ldots \\ K = 5^{-}: & = 5, 6, 7, \ldots \end{array}\right\} B_2$$

. . .

$$\left.\begin{array}{ll} K = 1^{+}: & = 1, 2, 3, \ldots \\ K = 3^{+}: & = 3, 4, 5, \ldots \\ K = 5^{+}: & = 5, 6, 7, \ldots \end{array}\right\} B_3$$

. . .

Основная серия содержит бесконечные последовательности К-полос, наблюдаемые в спектрах четно-четных деформированных ядер.

Для улучшения описания каскадных переходов /идущих с $\Delta K = 0$ /, симметрию $SL(3,\mathbb{R})$ следует нарушить до симметрии $SO(3) \ltimes \mathbb{R}^5$. Тогда формула для приведенного матричного элемента выглядит следующим образом

$$\langle {}^{J'}_{K'} \| F_2 \| {}^{J}_{K} \rangle = A\sqrt{2J+1}\langle 2J0K|J'K'\rangle + B\sqrt{2J+1}\left(\langle 2J2K|J'K'\rangle - \langle 2J-2K|J'K'\rangle\right)$$

<u>В третьей главе</u> полученные результаты применены к расчету вероятностей Е2-переходов в четно-четных деформированных ядрах с массовыми числами $150 \leqslant A \leqslant 192$ и $A \geqslant 224$.

Приведенная вероятность Е2-перехода определяется формулой

$$B(E2: JK \to J'K') = \frac{const}{2J+1}\,|\langle J'K' \| F_2 \| JK\rangle|^2$$

Выборочное сравнение вычисленных отношений вероятностей с экспериментальными данными для ядер /с массовыми числами $154 \leqslant A \leqslant 188$ и $A \geqslant 228$/ приведено в таблице. Из таблицы видно, что совпадение теоретических значений с экспериментальными находится в пределах погрешностей эксперимента.

Таблица I.

Расчетные и экспериментальные значения отношений вероятностей Е2-переходов.

$\frac{(JK^\pi)_i \to (JK^\pi)_f}{(JK^\pi)_i \to (JK^\pi)_{f'}}$	$\frac{E_i \to E_f}{E_i \to E_{f'}}$	Наблюдаемое В /Е2/ отношение	Предсказываемое В /Е2/ отношение
Sm^{154}			
$\frac{32^+ \to 40^+}{32^+ \to 20^+}$	$\frac{1540 \to 266{,}9}{1540 \to 82{,}0}$	$0{,}4 \pm 0{,}1$	0,40

Таблица 1/продолжение/

$\frac{(JK^{\pi})_i \to (JK^{\pi})_f}{(JK^{\pi})_i \to (JK^{\pi})_{f'}}$	$\frac{E_i \to E_f}{E_i \to E_{f'}}$	Наблюдаемое B /E2/ отношение	Предсказываемое B /E2/ отношение
Gd^{154}			
$\frac{54^+ \to 52^+}{54^+ \to 42^+}$	$\frac{1770,3 \to 1432,5}{1770,3 \to 1263,6}$	$0,25 \pm 0,03$	0,25
Dy^{164}			
$\frac{44^- \to 32^-}{44^- \to 22^-}$	$\frac{1588,1 \to 1039,3}{1588,1 \to 976,8}$	$0,54 \pm 0,29$	0,56
Er^{168}			
$\frac{120^+ \to 100^+}{100^+ \to 80^+}$	$\frac{1942 \to 1396}{1396 \to 928,3}$	$1,46 \pm 0,42$	1,5
Hf^{178}			
$\frac{64^+ \to 44^+}{64^+ \to 42^+}$	$\frac{1788,4 \to 1513,9}{1788,4 \to 1384,5}$	$1,9 \pm 0,4$	1,92
Th^{228}			
$\frac{32^- \to 50^-}{32^- \to 30^-}$	$\frac{1168,5 \to 519,3}{1168,5 \to 396,1}$	0,3	0,07
U^{232}			
$\frac{22^+ \to 40^+}{22^+ \to 20^+}$	$\frac{866,7 \to 156,6}{866,7 \to 47,6}$	$0,06 \pm 0,01$ $0,058 \pm 0,004$	0,05
Cm^{246}			
$\frac{32^+ \to 40^+}{32^+ \to 20^+}$	$\frac{1166,7 \to 142,0}{1166,7 \to 42,9}$	$0,39 \pm 0,15$	0,40

В четвертой главе вычисляются энергетические уровни деформированных и супердеформированных ядер U^{234}, Th^{228}, Hf^{178}, Dy^{162}, Pb^{196}, Pb^{194}, Gd^{148}, Gd^{146}. Для этого используется алгебра Хопфа группы $SU_q(2) \ltimes \mathbb{R}^5$. Получен q-аналог формулы Деннисона, который имеет следующий вид

$$E_{JK} = \frac{1}{2A}[J]_q[J+1]_q + \left(\frac{1}{2C} - \frac{1}{2A}\right)[K]_q^2, \quad (4)$$

где $[J]_q[J+1]_q$ и $[K]_q^2$ – q-аналоги операторов Казимира, А и С – моменты инерции.

Рассмотрим супердеформированную полосу в Gd^{148}. Эта полоса выглядит следующим образом

J	$E_{эксп.}$ /кэв/	$E_{теор.}$ /кэв/
60	I5590,2	I5571,57
58	I4153,2	I4148,35
56	I2768,2	I2772,96
54	II436,3	II445,52
52	10154,3	10165,81
50	8923,3	8933,94
48	7741,9	7749,91
46	6606,5	6613,72
44	5518,1	5525,37
42	4478,8	4484,86
40	3489,5	3492,24
38	2550,3	2547,46
36	1660,9	1650,47
34	787,8	801,32
32	Δ	
0	0	

Энергии уровней отсчитываются от значения Δ; которое экспериментально не определено. При значениях параметров /А измерятся в обратных кэв/

$$\frac{1}{2A} = 5,98, \qquad \frac{2\pi}{\kappa+2} = 0,00005$$

формула / 4 / дает хорошее согласие теоретических и экспериментальных результатов /стретчинг-эффект выполняется автоматически/.

В заключении кратко сформулированы основные результаты диссертационной работы, выносимые на защиту:

I/ Спектры деформированных и супердеформированных ядер генерируются алгеброй Ли группы $SL(3,\mathbb{R})$ и подалгебрами, возникающими в результате нарушения и деформации симметрии $SO(3)\ltimes\mathbb{R}^5$ и $SU_q(2)\ltimes\mathbb{R}^5$.

2/ В терминах, удобных для физических применений, реконструирована основная серия унитарных представлений группы $SL(3,\mathbb{R})$, состоящая из четырех классов состояний A, B_1, B_2, B_3.

3/ Из приведенного матричного элемента / 1 / получены обобщенные правила Алаги, позволяющие вычислять относительные вероятности E2-переходов без использования подгоночных параметров.

4/ Рассчитаны относительные вероятности E2-переходов для четно-четных ядер с массовыми числами $150 \leq A \leq 192$ и $A \geq 224$. Сравнение результатов вычислений с экспериментальными данными показало, что приемлемые результаты находятся на плато функции распределения Гаусса.

5/ $SL(3,\mathbb{R})$-симметрия автоматически фиксирует угол неаксиальности $\gamma_0 = 9^0$.

6/ В рамках квантовой группы $SU_q(2)\ltimes\mathbb{R}^5$ получен q-аналог формулы Деннисона, позволяющий вычислять энергетические уровни деформированных и супердеформированных полос. Результаты вычислений, зависящие от двух моментов инерции и целого числа K /уровня группы/, хорошо согласуются с экспериментальными данными.

<u>В приложении</u> проведено сравнение $SL(3,R)$ -симметрии с моделями неаксиального ротатора и обобщенной моделью. Из сравнения видно, что приемлемые предсказания в пользу $SL(3,R)$ -симметрии составляют 72 %, а в пользу обобщенной модели и модели неаксиального ротатора 28 %.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ ОПУБЛИКОВАНЫ В СЛЕДУЮЩИХ РАБОТАХ:

1. Malyuta Yu.M., Obikhod T.V. Rotational bands of deformed nuclei as the infinite dimensional representations of noncompact groups // Dopovidi Ukrainian Academy of Sciences. - 1994. - N 3.
2. Т.В.Обиход, В.С.Ольховский. Ротационные полосы в деформированных ядрах и $SL(3,R)$ -симметрия, I // Киев, 1993, 18 с. /Препринт /Институт ядерных исследований АН Украины: КИЯИ-93-23/.
3. Т.В.Обиход. Ротационные полосы в деформированных ядрах и $SL(3,R)$ -симметрия, II // Доклады Академии наук Украины. - 1995. - № 2.
4. Malyuta Yu.M., Obikhod T.V. Conformal blocks in Chern-Simons theory // Dopovidi Ukrainian Academy of Sciences. - 1993. - N 12.
5. Obikhod T.V. Rotational bands of deformed nuclei and $SL(3,R)$ symmetry // Hadronic Journal, 1995, N 1.
6. Obikhod T.V. Rotational bands in nuclei as induced group repre-

sentations // Proceedings of the Fourth International school on nuclear physics held at Kiev, Ukraine, August 29 - September 7, 1994, p. 385-389.

ОБИХОД Татьяна Викторовна

ОПИСАНИЕ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР МЕТОДАМИ ТЕОРИИ НЕКОМПАКТНЫХ ГРУПП

(Автореферат диссертации на соискание
ученой степени кандидата физико-
математических наук)

Подписано в печать : 12.04.1995. Формат 60х90/16.
Бум.офс. Офс.печ. Усл.печ.л.0,75 Тираж 100 экз.
Заказ 29

СКТБ с ЭП Института ядерных исследований Национальной
АН Украины 252028, Киев-28, проспект Науки, 47