

Національна академія наук України
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова

На правах рукопису

ГОЛОВКО Олег Юрійович

ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ ПЕРЕТВОРЕННЯ
ІНФОРМАЦІЇ У ГЛАДКИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМАХ

01.05.04 — системний аналіз і теорія оптимальних рішень

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ 1995



00778190 (W)

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України.

Науковий керівник: доктор технічних наук
член-кореспондент НАН України,
САМОЙЛЕНКО Юрій Іванович.Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук,
професор
ПОПОВ Юрій Дмитрович,
кандидат фізико-математичних наук
ПІСКУНОВ Олексій Германович.

Провідна організація: Інститут математики НАН України.

Захист відбудеться «30» 06 1995 р. о. 14⁰⁰
год. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 01.39.03 при
Інституті кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України
за адресою:

252022 Київ 22, проспект Академіка Глушкова, 40.

З дисертацією можна ознайомитися в науково-технічному
архіві інституту.Автореферат розісланий «29» 05 1995 р.Учений секретар
спеціалізованої вченої ради

О. С. ЯКОВЛЄВ

- 1 -

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА

Актуальність теми. Створення малодисипативних дискретних автоматів у субмікронному виконанні стає актуальною проблемою. Як відомо, в сучасній схемотехніці дисипація відіграє принципову роль, оскільки вона забезпечує стійкість динаміки процесів перемикання. Її відсутність призводить до розкачки динамічної системи, накопиченню паразитних коливань, в результаті - до збоїв. Але розсіювання енергії є суттєвою перешкодою під час переходу до субмікронних розмірів елементів обчислювальних структур. Математично задача може бути зведена до дослідження потоків бездисипативних динамічних систем. У зв'язку з цим інтерес являє створення на основі застосування високочастотних нелінійних осциляторів нового класу малодисипативних логічних елементів обчислювальної техніки. Такі елементи мають стійко функціонувати протягом достатнього числа машинних тактів після уводу початкових даних та подачі пускового імпульсу.

З іншого боку, синтез автомата з елементів субмікронних розмірів потребує використання нових підходів. Це пов'язано з тим, що квантові ефекти, якими можна знехтувати при реалізації класичної електронної схеми, починають відігравати головну роль під час побудови молекулярного обчислювального пристрою. Одним із наслідків цієї ситуації є те, що розташування елементів не є довільним, а задається структурою розташування активних центрів підкладки, на якій

відбувається синтез. Значні труднощі з'являються для передачі сигналу від одного елемента до іншого.

Напевно першим звернув увагу на можливі труднощі при побудові молекулярних комп'ютерів Р.Фейнман. Дослідження цього питання можна знайти у А.С.Давидова, М.Конрада, Д.Дейча, П.Беніофе та ін. Перетворення інформації фазовими потоками динамічних систем вивчалось Д.І.Самойленком.

Аналітичне дослідження стійкості періодичних трєкторій динамічної системи можливе лише для систем найпростішого типу. У випадку нелінійних систем вагомі результати належать Пуанкаре та Біркгофу, подальші дослідження проводились В.І.Арнольдом, О.А.Андроновим, Е.А.Гребеніковим та ін. Обрахункові методи дослідження стійкості нерухокої точки розвивались А.П.Мяркеєвим, А.Вулфом, Д.Свіфтом, С.Сато.

Питанню синтезу обчислювальних пристроїв на базі елементів з відомими властивостями також присвячена велика кількість робіт, наприклад монографія Ульмана, статті Гуна, Берка, Маккані, Закревського та ін.

Мета та задачі досліджень. Метою дисертації є обґрунтування можливості використання бездисипативних динамічних систем як елементної бази нанокomp'ютерної техніки. У відповідності з цим розв'язувалися такі задачі:

дослідження стійкості функціонування логіко-динамічної системи осциляторного типу;

дослідження деяких питань синтезу перетворювача інформації, побудованого на базі визначених систем;

можливість зображення автомата у вигляді підграфу прямокутної планарної ґратки.

Методи досліджень. В дисертації використовуються теорія гамільтонових систем, теорія керування, обчислювальні методи розв'язку задачі Коші та задачі знаходження власних чисел лінійного оператора, теорія графів.

Наукова новизна. В роботі розв'язані наступні задачі:

визначено гамільтоніан генератора інформації загального вигляду;

знайдено оптимальне за швидкістю керування для перемикання динамічної системи, яка представляє елементарну логічну чарунку дискретного автомата;

за допомогою обчислювальних методів доведена стійкість періодичної траєкторії системи;

на дослідженій системі визначені логічні операції, що дозволяють розглядати її як логічний елемент;

доведено критерій укладання n -розрядного суматора з переносом, побудованого на основі визначених елементів, у прямокутну планарну ґратку;

знайдена необхідна умова укладання заданого автомата, побудованого на основі визначених елементів, у прямокутну планарну ґратку.

Теоретична та практична цінність роботи. Отримані у перших главах результати складають необхідні умови того, щоб осциляторна система, якій відповідає досліджений гамільтоніан, могла бути використана як логічний елемент

молекулярного комп'ютера. В останній главі наведено спосіб конструювання на основі визначеної системи елементарних дискретних автоматів, доведені твердження дозволяють ефективно розв'язувати задачу про укладання автомата у прямокутну планарну ґратку.

Апробація роботи. Результати викладені в дисертації, були представлені на двох міжнародних конференціях: 7th International Conference on Surface and Colloid Science у Франції (вересень 1991 р.); 2 International Conference on Nanometer Scale and Technology в Москві (травень 1993 р.), на школі-семінарі з хімії поверхні твердого тіла у Славському (березень 1989 р.), на республіканському семінарі "Керування фізичними процесами" при науковій раді НАН України в проблемі "Кібернетика" (вересень 1994 р.), семінарі кафедри теоретичної кібернетики факультету кібернетики Київського університету ім.Т.Шевченка (липень 1996 р.).

Публікації. За темою дисертації опубліковано 5 робіт.

Структура роботи. Дисертація складається із вступу, чотирьох глав, висновку та списку літератури в 81 найменування. Робота має загальний обсяг 111 сторінок, з них 16 рисунків.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтована актуальність теми, практична цінність роботи. Наведений огляд літератури показує, що

задачі, які складають предмет роботи, досі не розв'язувались.

У першій главі визначається гамільтонова система - трійка зв'язаних нелінійних осциляторів. Вона може бути записана у вигляді

$$H : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R} \times \Omega \rightarrow \mathbb{R} :$$

$$\begin{aligned} ((q_1)_{i=1}^3, (p_1)_{i=1}^3, t, u) \mapsto & \sum_{i=1}^3 \left[\frac{1}{2} p_i^2 - \sin^2(q_i) \right] + \\ & + u(t/\theta) \sin^2\left(\frac{q_1}{2}\right) V(q_2) V(q_3) . \end{aligned} \quad (1)$$

Тут $V(x) = 1 + \sin(x)$, $\Omega = \{u: \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]\}$ - множина 2π періодичних функцій наступного вигляду:

$$u(x) = \begin{cases} U(x), & 0 \leq x \leq \pi, \\ 0, & \pi < x < 2\pi, \end{cases} \quad (2)$$

де U - кусково-неперервна функція, p_i, q_i - фазові змінні, θ - тривалість періоду. Гамільтоніану (1) відповідає динамічна система

$$\begin{cases} \dot{q}_1 = p_1 \\ \dot{p}_1 = \sin(2q_1) - \frac{1}{2} u(x) \sin(q_1) V(q_2) V(q_3) \\ \dot{p}_2 = \sin(2q_2) - u(x) \sin^2(q_1/2) \cos(q_2) V(q_3) \\ \dot{p}_3 = \sin(2q_3) - u(x) \sin^2(q_1/2) V(q_2) \cos(q_3) \end{cases} \quad (3)$$

Тут $x = t/\theta$.

Розглянемо систему диференціальних рівнянь (3), яку запишемо скорочено так:

$$\dot{\varphi}_t(x_0) = f(x, t), \quad (4)$$

де $x \in M$, $\varphi: M \times \mathbb{R} \rightarrow M$ потік на многовиді $M = \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3$. Початкові умови x_0 тимчасово виберемо з множини

$$(q_1, p_1) \in \{(\pm\pi/2, 0)\}, \quad (5)$$

$$(q_2, q_3, p_2, p_3) \in \{(\pm\pi/2, \pm\pi/2, 0, 0)\}. \quad (6)$$

Пропозиція 1. Система (3) за початкових умов (6) еквівалентна наступній системі другого порядку, яку назовемо укороченою:

$$\begin{cases} \dot{q}_1 = p_1, \\ \dot{p}_1 = \sin(2q_1) - 1/2 u(t/\theta) \times \\ \quad \times \sin(q_1)(1+\sin(q_2))(1+\sin(q_3)). \end{cases} \quad (7)$$

Звідси випливає, що коли хоча б одна з координат у (6) від'ємна, траєкторією системи є стаціонарна точка.

Означення. Точка $x \in M$ для динамічної системи має назву досягнутої з точки $z \in M$, якщо існують такі $T \in \mathbb{R}^+$ і $u \in \Omega$, що $\varphi_T(z) = x$. φ -потік (4).

Теорема 1. Точка $x_- = (-\pi/2, \pi/2, \pi/2, 0, 0, 0)$ досягнута для гамільтонової системи (3) з точки $x_+ = (\pi/2, \pi/2, \pi/2, 0, 0, 0)$. Відповідне $u \in \Omega$ має вигляд $U=1$.

З цієї теореми випливає існування періодичної траєкторії, яка проходить через точки x_{\pm} .

Введемо клас Γ кусково-постійних функцій, таких, що $\Gamma \subset \Omega$.

Теорема 2. Керування u , визначене у (2), при $U=1$ оптимальне за швидкодією у класі Γ .

У другій главі періодична траєкторія системи (3) досліджувалась методами математичного моделювання. Проведений аналіз точності результатів показав обґрунтованість їх використання.

Досліджувалась стійкість періодичної траєкторії за умов похибок в (5) при виконанні (6) для двох керуваних функцій:

$$U(x)=1, \quad (8)$$

$$U(x)=3\sin^2(x). \quad (9)$$

За таких умов (3) еквівалентна укороченій системі (7). Для розв'язання цієї задачі досліджувалось відображення

$$F: (z: z \in \mathbb{R}^e) \rightarrow (\varphi_x(z): x=4\pi),$$

що являє собою відображення послідування (відображення Пуанкаре). Відомо, що стаціонарна точка відображення за період стійка (асимптотично стійка) тоді і тільки тоді, коли відповідна періодична траєкторія стійка (асимптотично стійка). Було показано, окіл точки x_* , обмежений кулею радіусом приблизно 0.02, у випадку керування $U=1$ має періодичність у деформації з періодом $9 \cdot 4\pi$, з чого випливає його стійкість за Ляпуновим. Знайдено, що окіл радіусом 0.2 перетинається з областю $S=\{q_1: |F^k(z)|_{q_1} - \pi/2| > \pi/2\}$, де

$F^k(z)|_{Q_1}$ - проекція $F^k(z)$ на першу координату, при $k > 15$. Для керування (9) періодичності не знайдено. З області S у цьому випадку, окіл радіусом 0.02 має непустий перетин при $k > 19$.

У третій главі для розв'язання задачі про стійкість періодичних траєкторій використовувалась теорема Андронова - Вітта для автономних динамічних систем, яка стверджує, що якщо в околі періодичної точки x_0 , відмінної від стаціонарної, лінійний оператор C ,

$$\varphi_T(x_0 + r) = C \cdot \varphi_0(x_0 + r) \quad (10)$$

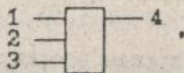
має всі абсолютні значення власних чисел, крім одного одиничного, менші за одиницю, то така траєкторія стійка за Ляпуновим.

Цей метод дозволяє досліджувати стійкість періодичної траєкторії системи (3), що є принциповою перевагою перед методами моделювання, використаними у главі 2.

Показано, що максимальний радіус області стійкості майже не залежить від розмірності системи і дорівнює приблизно 0.2 і 0.04 для керувань (8) і (9) відповідно.

У цій же главі проведено порівняльний аналіз методів, що використовують теорему Андронова - Вітта, з тими, що базуються на дослідженні нормальних форм Біркгофа та чисел Ляпунова. Показано, що принаймні за обчислювальною складністю, використаний метод випереджає інші. Аналіз точності методу підтверджує обґрунтованість застосування використаних методів.

У четвертій главі, базуючись на пропозиції 1, над системою (3) визначаються логічні операції і вивчаються деякі властивості автоматів, які можуть бути побудовані на основі цієї системи. Можна прийняти, що сигнал на каналі має значення 0 (або 1), тоді і тільки тоді, коли значення відповідної координати в моменті часу $n \cdot 2 \cdot \pi$ дорівнює $-\pi/2$ (або $\pi/2$). На схемі, яку назвемо функціональною, черунку зобразимо у вигляді



де 1, 2, 3 є номери входів системи що відповідають змінним на такті n , а 4 - вихід системи, що відповідає змінній q на такті $n+1$. Тепер можна визначити стандартні логічні операції NOT, DL (затримка), XOR, AND, а також функцію $V:(1,2,3,4) \rightarrow \{0,1\}$, яка співставляє номеру канала значення сигналу на цьому каналі. Наприклад, елемент



реалізує операцію AND: $x=y \text{ AND } z$ і т. д.

Базуючись на логічних властивостях системи (3), можна визначити 6 бінарних і 12 унарних операцій, але з симетрії системи випливає, що більшість з них співпадають.

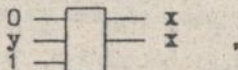
Із симетрії системи за входами 2 і 3 випливає еквівалентність бінарних операцій типу XOR з тими, для яких, наприклад, $V(3)=1$, $V(2)=z$. Таких операцій чотири: дві XOR і дві NOT XOR. Дві, що залишаються, очевидно AND і NOT AND. 3

цього впливає наступне твердження.

Пропозиція 2. Бінарні операції, які можна визначити на системі (3), симетричні.

Унарні операції розподілені наступним чином. У тих трьох випадках, коли на двох входах одиниці, система реалізує NOT, в п'яти випадках, коли $(V(1), V(2), V(3)) \in \{(y, 1, 0), (y, 0, 1), (0, y, 1), (0, 1, y), (y, 0, 0)\}$ система реалізує DL, в чотирьох випадках, що залишилися $((V(1), V(2), V(3)) \in \{(0, y, 0), (0, 1, y), (1, y, 0), (1, 0, y)\})$ - система реалізує тотожну функцію першого входу. Таким чином, існує епіморфізм (відображення 'на') із множини можливих з'єднань вершини з ненульовою кількістю керуючих входів у множину унарних та бінарних логічних операцій.

До вищевизначених додамо елемент подвоєння (DB)



що відрізняється від інших тим, що має два виходи, такі, що $x=y$. В даному випадку ними будуть значення q_1 і q_2 . Нехай DB відноситься до унарних операцій.

Теорема 3. Існує бієкція між множиною автоматів, побудованих із визначених елементів і множиною $FS = \{(N, OP)\}$, де N - направлений граф спеціального вигляду, $N = (EN, VN)$, а $OP: VN \rightarrow \{V1, NOT, DL, DB, AND, XOR, NOT \cdot AND, NOT \cdot XOR\}$.

Це дозволяє сформулювати задачу синтезу обчислювального пристрою на кристалічній (наприклад, кубічна кристалічна ґратка) підкладці у вигляді задачі про пошук графового

морфізму.

Означення. Прямокутною (планарною) граткою назвемо граф $Z^2 = (E, V)$, у якого $V \subset Z \times Z$, $((n_1, n_2), (m_1, m_2)) \in E$ тоді і тільки тоді, коли $|n_1 - m_1| + |n_2 - m_2| \in (0, 1)$. Для направленного графа H позначимо $A(H) = (X, VH)$, де $X = \{(u, v) \mid (u, v) \in EA(H) \leftrightarrow (u, v) \in EH\}$. Нехай $PL = \{(E, V) \subset Z^2 \mid \exists H \in PS: A(H) \cong (E, V)\}$. Побудову зазначеного ізоморфізму називатимемо знаходженням розв'язку задачі про укладання для H , або просто укладанням H .

Нехай e елемент $PS: H = (E, V)$. Для кожної $v \in V \in H$ визначена множина шляхів без петель, що починаються з вершини v :

$$L_v = \{w = (v = x_0, x_1, \dots, x_n) \mid x_i \in V, 0 \leq i \leq n, x_i = x_j, 1 \neq j\}.$$

$$L_{v,u} = \{(v, \dots, u) \in L_v\}$$

Очевидно, що кожен шлях $(x_0, \dots, x_n) \in L_{x_0}$ є водночас графом $x_0 \rightarrow x_1 \rightarrow \dots \rightarrow x_n$ (або $x_0 \rightarrow x_1 \rightarrow \dots \rightarrow x_n$). Обмежимо L_{x_0, x_n} так, щоб $\forall X, Y \in L_{x_0, x_n}$ і $\forall x \in VX \setminus (x_0, x_1)$, $y \in VY \setminus (x_0, x_1): x \neq y$, тобто щоб ніякі шляхи з L_{x_0, x_n} не перетинались. Визначимо для $x = (x_0, \dots, x_n) \in L_{x_0, x_n}$ $L(x) = \text{card}(Ex) = n$ - довжина x .

Необхідна умова розв'язання задачі про укладання тепер може бути сформульована у наступному вигляді.

Теорема 4. Для того, щоб для $G \in PS$ розв'язувалась задача про укладання, необхідно щоб для довільних $u, v \in VG$ і для довільних $x, y \in L_{u,v}$ парність $L(x)$ дорівнювала парності $L(y)$.

У випадку багаторозрядного суматора з переносом ця теорема є достатньою умовою укладання.

Очевидно, що для одиорозрядного суматора з переносом виконуються такі умови:

$$L = y \text{ XOR } z;$$

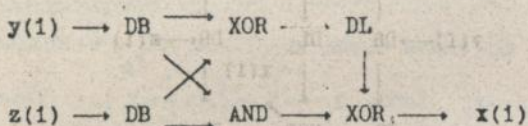
$$H = y \text{ AND } z,$$

де L - значення суми, H - значення розряду переносу, $y, z, L, H \in \{0, 1\}$. Таким чином, для n -розрядного суматора, поклавши розряди $y(0)$ і $z(0)$ нульовими, маємо

$$x(i) = y(i) \text{ XOR } z(i) \text{ XOR } (y(i-1) \text{ AND } z(i-1)), \quad (11)$$

де $x(i)$, $y(i)$, $z(i)$ - i -ті розряди чисел, $i=1, 2, \dots, n$.

Елемент FS, що відповідає суматору, має вигляд



Суматором якості n (ADD_n), $n \geq 1$, називається автомат, вихідна і вхідні послідовності якого мають відповідно вигляд

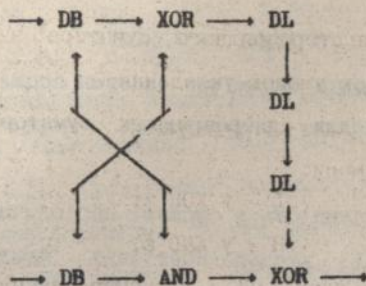
$$\langle \dots, x(i+1), c_i, \dots, c_{n-1}, x(1), \dots \rangle,$$

$$\langle \dots, y(i+1), a_i, \dots, a_{n-1}, y(1), \dots \rangle,$$

$$\langle \dots, z(i+1), b_i, \dots, b_{n-1}, z(1), \dots \rangle,$$

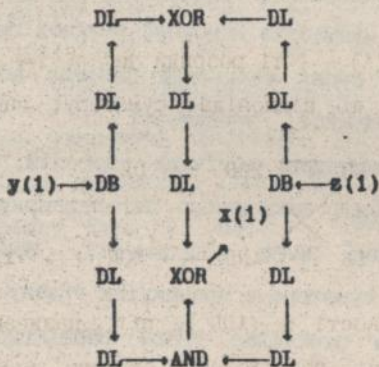
де $a_i, b_i, c_i \in \{0, 1\}$ - довільні, а $x(i)$ визначається з (11).

Побудований вище суматор є ADD_n . ADD_n може бути реалізований за допомогою графа



Теорема 5. $ADD_n \in PL$ тоді і тільки тоді, коли n парна.

Приклад. Реалізація ADD_2 у вигляді елемента PL:



Теорема 4 виконується і тоді, коли в множині елементів пристрою виключені не тільки вищевизначені, а й елементи типу потроєння. Можна показати, що перевірка необхідної умови укладання має не більше ніж квадратичну оцінку алгоритмічної складності по відношенню до кількості логічних елементів, які складають автомат.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ

1. Уведена гладка динамічна система осциляторного типу, яке дозволяє визначити перетворювач інформації загального вигляду.
2. Доведена наявність у системі періодичних траєкторій.
3. У класі кусково-постійних функцій знайдено оптимальне за швидкістю керування.
4. Доведено, що періодичні траєкторії стійкі за Лягуновим, що забезпечує стабільність роботи логічного елемента, і є необхідною умовою побудови на базі визначеної системи логічних елементів нанокомп'ютерної техніки.
5. Знайдено умови керування фазовим потоком в околі стійкості періодичної траєкторії.
6. З використанням логічних операцій, визначених на дослідженій системі, побудовано багаторозрядний суматор з переносом, вивчені його властивості, зокрема знайдено критерій укладки суматора в прямокутну ґратку.
7. Знайдена необхідна умова реалізації автомата у вигляді підграфу плоскої прямокутної ґратки.

Основні положення дисертації опубліковані в таких працях:

1. Головка О.Ю., Ильченко Л.Г. Силы изображения около поверхности диэлектрика с многослойным металлизированным покрытием // Докл. шк.-семинара по химии поверхности

твёрдого тела.- Львов.- 1989.- С.38.

2. Головки О.Ю., Клименко Д.А., Хорозов О.А. Анализ режимов переключения квантового потока в прямом угле и Т-структуре //Автоматика.- 1993.- №4.- С.86-90.

3. Головки О.Ю. Построение вычислительных элементов на основе бездиссипативных систем логико-динамического типа //Проблемы управления и информатики.- 1994.- №1-2.- С.82-86.

4. Chuiko A., Golovko O., Gritsak V. Fractal Dimension and its Connection with the Properties of Chemical Surface //Abstract of the 7th Intern. Conf. on Surface and Colloid Science, France, 1991.- Leon, 1991.- A2.-P.50.

5. Chorozov O.A., Golovko O.Yu., Klimenko Yu.A. Quantum-size Phenomena Modelling in Planar Structures //Abstracts of The Second Inter. Conf. on Nanometer Scale and Technology Nano-II, Aug.2-6, 1993.- Moskow, 1993.- P.54.



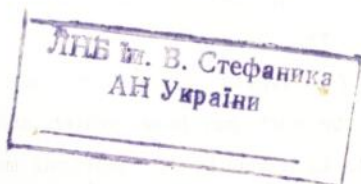
Головко Олег Брьевич. Исследование преобразования информации в гладких динамических системах. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.04 - системный анализ и теория оптимальных решений, рукопись, Институт кибернетики им.В.М.Глушкова НАН Украины, Киев, 1995 год.

Диссертационная работа посвящена исследованию преобразования информации гамильтоновыми системами. Доказан ряд результатов об управляемости таких систем и найдено оптимальное по быстродействию управление. В результате численного исследования периодической траектории показано, что она устойчива по Ляпунову. Сформулирована задача о вложении автомата в плоскую прямоугольную решетку и найдено необходимое условие такого вложения.

Golovko Oleg. Research of Information Transformation in the Smooth Dynamical Systems. Candidate of Physics and Mathematics Science Thesis, 01.05.04 - Systemic Analysis and Theory of Optimal Solutions, Manuscript, Glushkov Institute of Cybernetics of the National Academy of Sciences of the Ukraine, Kiev, 1995.

The number of outputs on controllability of system determined in the work has been proved and optimal control has been found. As a result of numerical methods applied to the study of periodical trajectory it has been found that it is stable according to Lyapunov. The problem of injection of automata into the planar rectangular lattice has been formulated and necessary condition of such an injection has been found.

Ключові слова: наноелектроніка, гемільтонова динамічна система, стійкість, логічна операція, графовий морфізм.



Підп. до друку 19.05.95. Формат 60×84/16. Папір друк. Офс. друк. Ум.
друк. арк. 0,93. Ум. фарбо-відб. 1,16. Обл.-вид. арк. 0,75. Тираж 100 прим.
Зам. 489.

Редакційно-видавничий відділ з поліграфічною дільницею
Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України
252022 Київ 22, проспект Академіка Глушкова, 40

AB 32.460

AB 32.460