КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

На правах рукопису

УДК 512.538

ДІЯШ ФУРТАДУ НАТАЛІЯ

АЛГЕБРИ ЗВ'ЯЗНОСТЕЙ НАПІВГРУП ПЕРЕТВОРЕНЬ

01.01.06 - алгебра і теорія чисел

А в т о р е ф е р а т

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

К и ї в - 1995

Дисертацією є рукопис

Робота виконана в Київському університеті імені Тараса Шевченка.

Науковий керівник : - доктор фізико-математичних наук, професор СУЩАНСЬКИЙ В.І.

Офіційні опоненти : - доктор фізико-математичних наук, професор кафедри математичних основ кібернетики Київського університету ПРОТАСОВ І.В.

- кандидат фізико-математичних наук, доцент Слов'янського державного пединституту УСЕНКО В.М.

Провідна установа - Львівський державний університет ім. Івана Франка

Захист відбудеться "5" червня 1995 р. о год. на засіданні Спеціалізованої Ради Д 01.01.01 при Київському університеті ім. Тараса Шевченка за адресою :

252127 м.Київ-127, пр.Академіка Глушкова 6, механіко-математичний факультет.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Київського університету ім.Тараса Шевченка /вул.Володимирська 62/.

Автореферат розіслано "26" квітня 1995 р.

Вчений секретар
Спеціалізованої Ради,
канд. фіз.-мат. наук С.А.Овсієнко

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Одним з найбільш вживаних способів завдання груп чи напівгруп перетворень є зображення їх у вигляді автоморфізмів чи, відповідно, ендоморфізмів різних систем відношень над основною множиною. Характеризація родин всіх відношень, які є інваріантами щодо дії групи чи напівгрупи перетворень, здійснюється в рамках розвинутої М.Краснером абстрактної теорії Галуа[1]. А саме, родина відношень буде множиною всіх реляційних інваріантів деякої напівгрупи чи групи перетворень, коли вона є замкненою щодо певного набору операцій, тобто утворює так звану алгебру Краснера /в іншій термінології - клон Краснера/ першого, чи відповідно, другого роду. У повній загальності, абстрактна теорія Галуа встановлює відповідність між клонами функцій над даною множиною і реляційними клонами на ній[2]. Завдяки цьому, теорії функціональних і реляційних клонів розвиваються у певному розумінні паралельно. Першу спробу розгорнутого викладу цих теорій і взаємозв'язків між ними здійснено у монографії Л.Калужніна і Р.Пьошеля[3]. З того часу, завдяки роботам І.Розенберга, Р.Пьошеля, Р.Бьорнера, А.Чендрей, Б.Чакань, П.Палфі та ін. теорія функціональних і реляційних клонів збагатилася новими цікавими результатами та розширила коло своїх застосувань. Важливу роль при цьому зіграло виокремлення абстрактних понять функціонального та реляційного клонів, здійснене А.Чендрей[4] і В.Тейлором[5], що дає змогу застосувати до них методи теорії універсальних алгебр.

1 Krasner M. Une generalization de la notion de corps // J.de Math. pures et appl. 1938.- V.XVII.- n.4- PP. 367 - 385.

2 В.Г.Боднарчук,Л.А.Калужнин,В.Н.Котов,Б.А.Ромов. Теория Галуа для алгебр Поста I, II //Кибернетика.- 1969, № 3, С. 1-10, № 5, С. 1-9.

3 R.Poschel, L.A.Kaluznin. Funktionen - und Relationen algebren // Berlin.-Deuth.Verlag der Wissenschaften.- 1979.- 289 p.

4 Agnes Szendrei. Clones in universal algebra // Les presses de l'universite de Montreal.- 1986.- 166 p.

5 Walter Taylor. Abstract Clone Theory // Algebras and Orders. Edited by Ivo G.Rosenberg and Gert Sabidussi. NATO ASI Series. Vol. 389. Kluwer Acad.Publ. 1993.- PP. 263 - 280.

Нині теорія функціональних і реляційних клонів є розгорнутою математичною дисципліною з своєю власною проблематикою, методами досліджень та цікавими застосуваннями. Однією з природних проблем, які тут виникають є пошук і дослідження різних модифікацій основної відповідності Галуа. Так з напівгрупами перетворень природним чином можна пов'язувати й інші алгебри відношень, які несуть істотну інформацію про будову і властивості напівгруп. Дослідженню однієї з таких нових відповідностей і присвячено дану дисертаційну роботу. Якщо в класичному випадку алгебр Краснера основну роль відіграє поняття інваріантності відношення, то в нашому випадку воно замінюється не менш природним поняттям його зв'язності щодо даної напівгрупи перетворень.

Мета роботи. Розглянути нові класи реляційних алгебр - R -алгебри та PR -алгебри, дослідити основні властивості алгебр зв'язностей напівгруп перетворень. Описати алгебри зв'язностей напівгрупових конструкцій. Побудувати відповідність Галуа між R -алгебрами чи PR -алгебрами і напівгрупами перетворень, вивчити властивості цієї відповідності для інверсних напівгруп часткових підстановок.

Методи дослідження. Використовуються методи теорії клонів, універсальних алгебр та напівгруп перетворень.

Наукова новизна. Основні результати дисертаційної роботи є новими. Розглянуто нові класи реляційних алгебр - R -алгебри та PR -алгебри. Введено поняття зв'язності напівгруп перетворень та алгебр зв'язностей, досліджено їх основні властивості. Описано алгебри зв'язностей напівгрупових конструкцій : прямої суми, прямого і вінцевого добутків напівгруп перетворень, операцій піднесення до степеня. Побудовано відповідність Галуа між реляційними алгебрами та напівгрупами перетворень над даною множиною, вивчено властивості відповідності Галуа між PR -алгебрами та інверсними напівгрупами часткових підстановок над скінченною множиною.

Теоретичне і прикладне значення. Одержані результати мають теоретичний характер. Вони можуть бути використані при вивченні будови реляційних алгебр та напівгруп перетворень.

Апробація роботи. Основні результати дисертаційної роботи доповідались на засіданнях семінару з теорії груп та напівгруп при кафедрі алгебри та математичної логіки Київського університету ім.Тараса Шевченка /1992 - 1994 рр./, на Республіканській науково-методичній конференції, присвяченій 200-річчю від дня народження

М.І.Лобачевського /Одеса, 1992 р./, конференції молодих учених Київського університету /1993 р./, Всеукраїнській конференції молодих учених /Київ, 1994 р./, а також були представлені на Третій міжнародній конференції з алгебри пам'яті М.І.Каргаполова /Красноярськ, 1993 р./.

Публікації. Основні результати дисертаційної роботи опубліковано в роботах [1] - [6] .

Структура і обсяг дисертації. Робота складається з вступу, 11 параграфів, розбитих на 3 розділи, списку використаної і цитованої літератури з 30 назв. Обсяг роботи 111 сторінок машинописного тексту.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обгрунтовано актуальність проблематики дисертації, наводиться короткий огляд робіт за темою дисертації, характеризується зміст роботи.

У першому розділі наводяться необхідні допоміжні відомості, вводяться R -алгебри і PR -алгебри відношень, алгебри зв'язностей напівгруп /часткових/ перетворень, розглядаються їх найпростіші властивості, наводяться приклади таких алгебр.

У § 1 зібрано необхідні відомості з теорії універсальних алгебр, теорії клонів та абстрактної теорії Галуа, фіксуються основні позначення.

У § 2 дано визначення R -алгебр та PR -алгебр над заданою множиною. Скрізь /частково/ визначеними k -точками над множиною M називатимемо кортежі задовжки k $(k \geqslant 1)$ над M /відповідно, над $M \cup \{*\}$; символ $*$ на i - тому місці кортежа означає, що його i -та координата не визначена/. Множину всіх скрізь /частково/ визначених k -точок над M позначатимемо M^k / $M^{[k]}$ /. Символами $Rel_k(M)$ та $PRel_k(M)$ позначаються множини всіх скрізь чи, відповідно, частково визначених відношень арності k над M . Покладемо

$$Rel(M) = \bigcup_{k=0}^{\infty} Rel_k(M), \quad PRel(M) = \bigcup_{k=0}^{\infty} PRel_k(M).$$

На множинах $Rel(\mathcal{M})$ та $PRel(\mathcal{M})$ вводяться такі дії.

1. Булеві операції $\cup$, $\cap$, $\overline{}$ над відношеннями однакової арності. Для відношення $\varphi \in Rel_k(\mathcal{M})$ /чи $\varphi \in PRel_k(\mathcal{M})$ / покладемо $\overline{\varphi} = \mathcal{M}^k \setminus \varphi$ /відповідно $\overline{\varphi} = \mathcal{M}^{[k]} \setminus \varphi$ /.

2. Операція ∇ проектування за останньою координатою. Проекцією k -арного відношення φ $(k>1)$ за останньою координатою називається відношення

$$\nabla\varphi = \{(x_1,\dots,x_{k-1}) \mid (x_1,\dots,x_{k-1},x_k)\in\varphi\}.$$

Для відношення φ арності ≤ 1 покладемо $\nabla\varphi = \emptyset$.

3. Операція ξ перестановки двох останніх координат всіх k -точок відношення φ . Результатом застосування цієї операції до відношення φ арності $k>1$ є відношення

$$\xi\varphi = \{(x_1,\dots,x_k,x_{k-1}) \mid (x_1,\dots,x_{k-1},x_k)\in\varphi\}.$$

Для відношення φ арності ≤ 1 покладемо $\xi\varphi = \varphi$.

4. Циклічний зсув π координат всіх k -точок відношення. Циклічним зсувом k -арного відношення φ $(k>1)$ називається відношення

$$\pi\varphi = \{(x_2,\dots,x_k,x_1) \mid (x_1,x_2,\dots,x_k)\in\varphi\}.$$

Для відношення φ арності ≤ 1 покладемо $\pi\varphi = \varphi$

5. Циліндрифікація $\overline{\tau}$ /відповідно τ / відношення. Циліндрифікацією відношення $\varphi \in Rel_k(\mathcal{M})$, $\varphi \neq \emptyset$ /відповідно $\varphi \in PRel_k(\mathcal{M})$ / $(k \geq 1)$ називається відношення

$$\overline{\tau}\varphi = \varphi \times \mathcal{M} \quad \left(\tau\varphi = \varphi \times (\mathcal{M}\cup\{*\})\right)$$

арності $k+1$. Крім того,

$$\overline{\tau}\varnothing=\varnothing \quad (\tau\varnothing=\varnothing).$$

Алгебру $\overline{\mathfrak{U}}_{\mathcal{M}}=\langle Rel(\mathcal{M}), \cup, \cap, -, \pi, \xi, \nabla, \overline{\tau}\rangle$ з операціями 1/ - 5/ називатимемо повною алгеброю скрізь визначених відношень над множиною $\mathcal{M}$. Підалгебри $\overline{\mathfrak{U}}_{\mathcal{M}}$ будемо називати R - алгебрами над $\mathcal{M}$.

Алгебру $\mathfrak{U}_{\mathcal{M}}=\langle PRel(\mathcal{M}), \cup, \cap, -, \pi, \xi, \nabla, \tau\rangle$ з операціями 1/ - 5/ називатимемо повною алгеброю частково визначених відношень над множиною $\mathcal{M}$. Підалгебри алгебри $\mathfrak{U}_{\mathcal{M}}$ будемо називати PR -алгебрами над $\mathcal{M}$.

У § 2 наводяться ряд простих фактів про будову R -алгебр і PR -алгебр. Зокрема, виділяються мінімальні підалгебри в алгебрах $\overline{\mathfrak{U}}_{\mathcal{M}}$ та $\mathfrak{U}_{\mathcal{M}}$, вводиться оператор замикання, який здійснює занурення алгебри $\overline{\mathfrak{U}}_{\mathcal{M}}$ в $\mathfrak{U}_{\mathcal{M}}$. Крім того, встановлено /теорема 2.1/, що множина відношень утворює R -алгебру тоді й тільки тоді, коли вона є формульно замкненою в чистому численні предикатів. Зазначимо, що алгебри Краснера II роду є формульно замкненими в численні предикатів з рівністю, а алгебри Краснера I роду - в позитивному численні предикатів з рівністю.

У § 3 визначаються основні об'єкти дослідження - алгебри зв'язностей напівгруп перетворень. k -точки $\bar{x}, \bar{y} \in \mathcal{M}^k$ / $\bar{x}, \bar{y} \in \mathcal{M}^{[k]}$ / назвемо зв'язаними напівгрупою перетворень $(H, \mathcal{M})$, якщо існує послідовність k -точок $\bar{x}=\bar{x}_0$, $\bar{x}_1$, ..., $\bar{x}_m=\bar{y}$ із $\mathcal{M}^k$ /чи $\mathcal{M}^{[k]}$ / і набір перетворень h_1, ..., $h_m \in H$ такі, що для довільного i $(1 \le i \le m)$ має місце одна з рівностей

$$\bar{x}_{i-1}^{h_i}=\bar{x}_i \,, \quad \bar{x}_i^{h_i}=\bar{x}_{i-1}.$$

Відношення $\varphi \subset \mathcal{M}^k$ /чи $\varphi \subset \mathcal{M}^{[k]}$ / називатимемо H-зв'язним або H -зв'язністю, якщо воно разом із кожною своєю k -точкою містить всі H -зв'язані з нею k -точки.

Множину всіх скрізь визначених H -зв'язних відношень над $\mathcal{M}$ усіх арностей позначатимемо $Coh_1(H, \mathcal{M})$, а множину всіх частково визначених H -зв'язних відношень усіх арностей над $\mathcal{M}$ - $Coh(H, \mathcal{M})$. Основна властивість цих множин характеризується таким твердженням.

Т Е О Р Е М А 3.1. Для довільної напівгрупи /часткових/ перетворень H на множині M сукупність $Coh_1(H, M)$ /відповідно $Coh(H, M)$ / утворює R -алгебру /відповідно PR -алгебру/.

Алгебру $Coh_1(H, M)$ /чи $Coh(H, M)$ / називатимемо алгеброю зв'язностей напівгрупи /часткових/ перетворень (H, M) .

В § 3 також введено поняття H -ізольованої множини M, описано будову алгебри зв'язностей обмеження напівгрупи перетворень (H, M) на H -ізольовану підмножину /теорема 3.2/. Наведено достатні умови тривіалізації алгебр зв'язностей /теорема 3.3/.

У другому розділі дисертації досліджуються алгебри зв'язностей напівгрупових конструкцій.

У § 5 вивчається операція $\circ$ повного з'єднання R -алгебр та PR -алгебр. Дано конструктивну характеризацію повних з'єднань /теорема 5.1/, показано, що використовуючи повні з'єднання та переходи до підоб'єктів можна з найпростіших PR -алгебр над одноелементними множинами будувати довільні PR -алгебри /теорема 5.3/. Основними результатами є

Т Е О Р Е М А 5.2. Для довільних напівгруп /скрізь визначених/ перетворень (G_1, M_1) і (G_2, M_2) , $M_1 \cap M_2 = \varnothing$ має місце рівність

$$Coh(G_1 \oplus G_2) = Coh\,G_1 \circ Coh\,G_2 .$$

Т Е О Р Е М А 5.4. Нехай H -підпряма сума напівгруп скрізь визначених перетворень (H_1, M_1) та (H_2, M_2) . Тоді алгебра зв'язностей $Coh_1(H)$ є з'єднанням алгебр зв'язностей $Coh_1 H_1$, $Coh_1 H_2$ напівгруп H_1 і H_2 :

$$Coh_1(H_1 \dot{\oplus} H_2) = Coh_1 H_1 \circledcirc Coh_1 H_2 .$$

Ця теорема дає змогу охарактеризувати у термінах з'єднань алгебри зв'язностей моногенних напівгруп перетворень.

У § 6 описуються алгебри зв'язностей прямого добутку напівгруп перетворень. Дано визначення добутку відношень та родин відношень $A \circledast B$ і їх повного добутку $A \boxtimes B$.

Л Е М А 6.4. Повний добуток PR -алгебр / R -алгебр/ знов буде PR -алгеброю /чи R -алгеброю, відповідно/.

Т Е О Р Е М А 6.1. Для довільних напівгруп /часткових/ перетворень (G, M) і (H, N) має місце співвідношення

$$Coh_1(G \times H) = Coh_1 G \boxtimes Coh_1 H$$

$$/ \quad Coh(G \times H) = Coh\, G \times Coh\, H \quad /.$$

В § 7 вивчаються алгебри зв'язностей вінцевого добутку напівгруп скрізь визначених перетворень, визначаються поняття вінцевого добутку відношень та родин відношень; наведено ряд властивостей конструкції вінцевого добутку.

Вінцевим добутком двох множин відношень $X \subset Rel(M)$ і $Y \subset Rel(N)$ названо множину $[X, Y]$ усіх вінцевих добутків відношень з X на всі допустимі набори відношень із Y, а їх повним вінцевим добутком $X \circledcirc Y$ є замикання множини $[X, Y]$ щодо об'єднання.

Т Е О Р Е М А 7.3. Для довільних напівгруп перетворень (G, M) і (H, N) має місце рівність

$$Coh(G \wr H) = Coh\, G \circledcirc Coh\, H .$$

У § 8 розглядаються конструкції піднесення напівгруп перетворень до степеня і описуються їх алгебри зв'язностей.

Вінцевий добуток $G \wr H$ напівгруп перетворень (G, M) і (H, N) діє на множині N^M усіх відображень із M в N таким чином:

$$f(x)^{[g;\, h(x)]} = f(x^g)^{h(x)}, \quad f(x) \in N^M, \quad [g;\, h(x)] \in G \wr H .$$

Зокрема, маємо дію прямого добутку $G \times H < G \wr H$

$$f(x)^{(g,\, h)} = f(x^g)^h, \quad f(x) \in N^M, \quad (g, h) \in G \times H .$$

Так визначену напівгрупу перетворень $(G \wr H, N^M) = H \uparrow G$ називатимемо G -експоненціюванням напівгрупи H, а напівгрупу перетворень $(G \times H, N^M) = [H]^G$ - G -степенем напівгрупи H.

Для опису алгебр зв'язностей цих конструкцій у випадку, коли G є групою використовуються поняття G -симетризації відношення і системи відношень, та їх почергового добутку[6].

ТЕОРЕМА 8.1. Довільна мінімальна зв'язність арності k степеня $[H]^G$ для напівгрупи перетворень (H, N) і групи (G, M) є G -симетризацією деякої зв'язності арності km напівгрупи (H, N).

ТЕОРЕМА 8.2. Для довільної мінімальної зв'язності φ арності k експоненціювання $H \uparrow G$ напівгрупи перетворень (H, N) і групи (G, M) існують такі мінімальні зв'язності $\varphi_1, \ldots, \varphi_m$ напівгрупи H, що φ є G симетризацією почергового добутку відношень $\varphi_1, \varphi_2, \ldots \varphi_m$.

Як наслідки з цих теорем дістаємо опис алгебр зв'язностей $Coh_1 [H]^G$, $Coh_1 (H \uparrow G)$ в термінах G -симетризації систем відношень.

Третій розділ дисертації присвячено дослідженню відповідності Галуа між алгебрами зв'язностей і напівгрупами перетворень.

В § 9 наводяться визначення серцевини та ізолятора напівгрупи часткових перетворень, дано їх основні властивості /теорема 9.1, теорема 9.2/.

У § 10 будується відповідність Галуа між реляційними алгебрами та напівгрупами перетворень над даною множиною. Всі твердження і побудови цього параграфу розглядаються паралельно для ендоморфізмів і для часткових ендоморфізмів / p -ендоморфізмів/ систем відношень з одного боку та R -алгебр і PR -алгебр з іншого. При побудові відповідності Галуа вважатимемо, що фіксовано деякий композиційно замкнений клас напівгруп Σ.

Найбільшу за включенням напівгрупу H, щодо якої всі відношення із R -алгебри $\mathcal{U}$ є H -зв'язаними називати-

---

6 Сущанский В.И., Вайдеман А.А. Алгебры инвариантных отношений подстановочных конструкций // Вопросы теории групп и гомологической алгебры. Ярославль.- ЯроГУ.- 1983.- С. 3 - 19.

мемо зв'язкою цієї алгебри і позначатимемо $\mathfrak{z}(\mathfrak{U})$

Т Е О Р Е М А 10.1. Для довільної R -алгебри $\mathfrak{U}$ має місце рівність

$$\mathfrak{z}(\mathfrak{U}) = \mathrm{End}\,\mathfrak{U}.$$

Т Е О Р Е М А 10.1'. Для довільної PR -алгебри $\mathfrak{U}$ має місце рівність

$$\mathfrak{z}(\mathfrak{U}) = \rho\,\mathrm{End}\,\mathfrak{U}.$$

Нехай $\mathrm{Te}_{\Sigma}(M)$ /чи $\rho\mathrm{Te}_{\Sigma}(M)$ / - множина найможливіших напівгруп /часткових/ перетворень на M із класу Σ. $\mathcal{A}l(M)$ /чи $\overline{\mathcal{A}l}(M)$ / - множина всіх R -алгебр / PR -алгебр/ на M . Ці множини впорядковані відношенням включення $\subseteq$. Задамо відображення $\Phi_{\Sigma}\,(\overline{\Phi}_{\Sigma})$ і $\Psi_{\Sigma}\,(\overline{\Psi}_{\Sigma})$ таким чином :

а/ $\Phi_{\Sigma} : \mathrm{Te}_{\Sigma}(M) \to \mathcal{A}l(M)$; $\Phi_{\Sigma}(H, M) = \mathrm{Coh}_1(H, M)$

/ $\overline{\Phi}_{\Sigma} : \rho\mathrm{Te}_{\Sigma}(M) \to \overline{\mathcal{A}l}(M)$; $\overline{\Phi}_{\Sigma}(H, M) = \mathrm{Coh}\,(H, M)$ /.

б/ $\Psi_{\Sigma} : \mathcal{A}l(M) \to \mathrm{Te}_{\Sigma}(M)$; $\Psi_{\Sigma}(\mathfrak{U}) = \mathfrak{z}(\mathfrak{U}, M)$

/ $\overline{\Psi}_{\Sigma} : \overline{\mathcal{A}l}(M) \to \rho\mathrm{Te}_{\Sigma}(M)$; $\overline{\Psi}_{\Sigma}(\mathfrak{U}) = \mathfrak{z}(\mathfrak{U}, M)$ /.

Т Е О Р Е М А 10.2. Для довільного композиційно замкненого класу напівгруп скрізь визначених перетворень Σ і будь-якої множини M пара відображень $(\Phi_{\Sigma}, \Psi_{\Sigma})$ завдає відповідність Галуа між впорядкованими множинами $(\mathrm{Te}_{\Sigma}(M), \subseteq)$ і $(\mathcal{A}l(M), \subseteq)$

Т Е О Р Е М А 10.2 . Для довільного композиційно замкненого класу напівгруп часткових перетворень Σ і будь-якої множини M пара відображень $(\overline{\Phi}_{\Sigma}, \overline{\Psi}_{\Sigma})$ завдає відповідність Галуа між впорядкованими множинами $(\rho\mathrm{Te}_{\Sigma}(M), \subseteq)$ і $(\overline{\mathcal{A}l}(M), \subseteq)$

Відповідність Галуа між PR -алгебрами та інверсними напівгрупами часткових підстановок над скінченною множиною розглядається в останньому 11 параграфі.

Т Е О Р Е М А 11.1. PR -алгебра є алгеброю зв'язностей деякої інверсної напівгрупи на скінченній множині в тому і лише в тому разі, коли вона розкладається на повне з'єднання деякої алгебри Краснера /другого роду/ і тривіальної алгебри.

Ця теорема дає змогу охарактеризувати основні властивості введеної в попередньому параграфі відповідності Галуа $(\Phi_{\Sigma}, \Psi_{\Sigma})$ де Σ – клас інверсних напівгруп.

Наводиться критерій тривіалізації алгебри зв'язностей, встановлено умови збіжності алгебр зв'язностей різних інверсних напівгруп /теорема 11.2/. Охарактеризовано Галуа-замкнені об'єкти розглядуваної відповідності Галуа /теореми 11.3 та 11.4/.

ПУБЛІКАЦІЇ, ПОКЛАДЕНІ В ОСНОВУ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Кормишева Н.В., Сущанський В.І. Реляційні інваріанти напівгруп часткових підстановок // Республіканська науково-метод. конференція, присвячена 200-річчю з дня народження М.І.Лобачевського. Тези доповідей.- Одеса, 1992.- Ч.1.- с. 21.
2. Ганюшкін О.Г., Кормишева Н.В., Сущанський В.І. Клони зв'язностей напівгруп часткових перетворень // Вісник КУ.- № 2.- 1993.- С. 47 - 60.
3. Кормышева Н.В., Сущанский В.И. Клоны связностей инверсных полугрупп частичных подстановок // Третья международная конференция по алгебре памяти М.И.Каргаполова. Тезисы докладов.- Красноярск: "ИНОПРОФ", 1993.- С. 163 - 164.
4. Кормишева Н.В. Алгебри зв'язностей напівгрупових конструкцій // "Праці студентів і аспірантів Київського університету" Зб.статей.- Деп. в ДНТБ України від 01.03.94 р.- № 418- Ук - 94.- С. 23 - 30.
5. Кормишева Н.В. Операції піднесення до степеня напівгруп перетворень і відповідні конструкції над алгебрами зв'язностей // "Праці Всеукраїнської конференції молодих вчених /математика/" Зб.статей.- Деп. в ДНТБ України від 20.07.94 р.- № 1302 - Ук - 94.- С. 211 - 218.
6. Сущанський В.І., Кормишева Н.В. Відповідність Галуа між алгебрами зв'язностей та інверсними напівгрупами часткових підстановок на скінченній множині // Доповіді АН України.- 1994, № 12.- С. 7 - 10.

Дияш Фуртаду Н.В. Алгебры связностей полугрупп преобразований. Диссертапия /рукопись/ на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 - алгебра и теория чисел, Киевский университет им.Тараса Шевченко, г.Киев, 1995 год.

Рассмотрены новые классы реляционных алгебр - $\hat{R}$ -алгебры и PR -алгебры, введены понятия связности полугрупп преобразований и алгебр связностей, исследованы их основные свойства. Описаны алгебры связностей полугрупповых конструкций : прямой суммы , прямого произведения и сплетения полугрупп преобразований, операций возведения в степень. Построено соответствие Галуа между реляционными алгебрами и полугруппами преобразований над данным множеством, изучены свойства соответствия Галуа между PR -алгебрами и инверсными полугруппами частичных подстановок над конечным множеством. Основные результаты опубликованы в 6 работах.

Dias Furtado N. The coherence algebras of transformation semigroups. A dissertation (a manuscript) represented for taking a degree of speciality 01.01.06 - algebra and number theory, Taras Shevchenko Kiev University, Kiev, 1995.

It is considered the new classis of relational algebras - R-algebras and PR-algebras; it is introduced the notions coherence of transformation semigroups and coherence algebras, it is considered the basic propertes their. It is discribed the coherence algebras of semigroups constructions : the direct sum, the direct product and wreath product of transformation semigroups, the operation of power. It is constructed Galois connection between the relational algebras and the transformation semigroups over the given set, it is studied the propertes Galois connection between PR-algebras and the inverse semigroups of partial permutations over the finite set. The basic results published in 6 works.

Ключові слова : алгебри /клони/ відношень, алгебри зв'язностей напівгрупи перетворень, відповідність Галуа, інверсна напівгрупа.

Підписано до друку 15.04.1995р.Об.0,7.Формат 60х84 1/16.

Друк офсетний.Тир.100.Зам.123.Безплатно.

ДОД УДПУ ім.Драгоманова, Київ, Пирогова, 9.